

# 博士學位論文

## 論文題目

先進複合材料の損傷進展および破壊  
に関する解析的研究

## Doctoral Thesis Title

Numerical Study of Progressive Damage and Failure  
in Advanced Composite Materials

## 提出者

東北大学大学院工学研究科

航空宇宙工学 専攻

学籍番号 B5TD1610

氏名 樋口 諒

Name Ryo HIGUCHI

指 導 教 員	岡部 朋永 教授
研究指導教員	
審 査 委 員 (○印は主査)	○ 岡部 朋永 教授 1 小川 和洋 教授    2 橋田 俊之 教授 3 坂 真澄 教授    4 山本 剛 准教授

提 出 者 略 歴	
ふりがな ひぐち りょう 氏 名 樋口 諒	昭和 平成 2年 4月 12日生
本籍 三重 都・道 府(県)	国籍
履 歴 事 項	
【学歴】	
平成21年4月 1日	東北大学工学部 機械知能・航空工学科 入学
平成25年3月27日	同 卒業
平成25年4月 1日	東北大学大学院工学研究科 航空宇宙工学専攻 博士課程前期2年の課程 入学
平成27年3月25日	同 修了
平成27年4月 1日	東北大学大学院工学研究科 航空宇宙工学専攻 博士課程後期3年の課程 進学
平成29年9月25日	同 修了
【職歴】	
平成27年4月 1日	独立行政法人日本学術振興会 特別研究員 DC1

備考(1)外国人留学生は、国籍を記入すること。

(2)履歴事項は、大学入学から年次にしたがって記入すること。

博士学位論文

先進複合材料の損傷進展および破壊に関する  
解析的研究

平成29年度  
(平成29年7月7日提出)

東北大学大学院工学研究科  
航空宇宙工学専攻

樋口 諒



# Numerical Study of Progressive Damage and Failure in Advanced Composite Materials

Ryo HIGUCHI

## Abstract

Virtual testing, replacing certain certification tests with numerical simulation, is one of the most challenging issues for the aircraft industry, which undergoes numerous certification tests of advanced composite materials. For virtual testing, precise numerical prediction of the nonlinearity and ultimate strength under several load configurations is essential. These features of advanced composites are dominated by progressive damage. Consequently, establishing a high-fidelity numerical simulation method that can predict the nonlinearity, progressive damage, and ultimate strength in composite materials is essential in order to realize virtual testing.

This study focuses on computational mesomechanics simulations using the finite element method (FEM), i.e. simulations on the scale of coupon specimens. This approach plays an important role in bridging the microscale (scales of fiber and matrix) and the macroscale (scale of the structure itself). In this approach, the fiber and matrix are not distinguished (i.e., materials are treated as homogeneous). In the case of composite laminates, the main elements are homogeneous plies with different fiber orientations stacked one above the other and the interfaces between plies. With such a modeling approach, intra-ply and inter-ply damage models can be introduced separately, and both play important roles in predicting typical composite internal damage.

In the standard FEM framework, several damage models have been developed. They can be separated into two categories, continuous damage models and discrete damage models. Due to their advantage in computational robustness, continuous damage models, such as the smeared crack model (SCM) and continuum damage mechanics (CDM), are efficient for modeling multiple (diffuse) cracks that are difficult to discretize. However, they are not appropriate for modeling large (dominant) cracks, since the finite crack width (equal to the finite element length) results in a dull gradient of stress concentration around the crack tip. In contrast, the stress concentration around the crack tip can be captured by the discrete damage models, such as the cohesive interface element. Nevertheless, insertion of these elements should be aligned with the finite elements and often results in difficulty of meshing components with complicated shapes. To overcome the above limitations of models in standard FEM, mesh-independent crack modeling methods, such as extended FEM (XFEM), are thought to be among the most effective approaches. One disadvantage of XFEM is higher computational cost than standard FEM. Consequently, suitability of a damage-modeling method always changes with the phenomenon to be represented, level of accuracy required, and computational power available.

This study develops a computational mesomechanics simulation method to predict nonlinearity, progressive damage, and ultimate strength in advanced composite materials. It focuses on two kinds of advanced composite materials: ceramic matrix composites (CMCs) and carbon fiber reinforced plastics (CFRPs). CMCs are being considered for aerospace gas turbines since they have excellent high-temperature strength. CFRPs have been increasingly applied to airframes because they are superior to conventional metals in specific strength and stiffness. They also have been utilized in aircraft engine components such as fan blades and fan cases since the usage temperatures of these components are relatively low. Both CMCs and CFRPs have advantages over conventional

metals as stated above. However, they exhibit quite complex damage behavior, which results in difficulty predicting nonlinearity and ultimate strength. Therefore, this study carefully chooses an appropriate model for the damage of interest and examines its suitability.

The second chapter proposes a numerical simulation method to predict nonlinearity, damage progression, and ultimate strength in 3D woven CMCs. The proposed method implements three numerical approaches: CDM models are used to predict nonlinear behavior due to diffuse cracks in CMCs, Weibull criterion is utilized to take into account the size effects of longitudinal tensile strength, and nonlocal damage theory is implemented to confirm the mesh independence of the results and the convergence of computation. In order to verify the prediction accuracy of the proposed method, non-hole tension tests and open-hole tension tests were simulated. Predicted nonlinear stress-strain responses and failure strain were compared with experiment results.

The third chapter presents both experiment testing and phenomenological damage modeling for CFRP laminates under high-velocity impact, which is a critical problem for application to aircraft engine components. First, high-velocity impact tests on CFRP laminates were conducted and the penetration and damage behavior were investigated. Three internal damages were observed: longitudinal failure, transverse crack, and delamination. The observed transverse cracks were classified into two categories: multiple (diffuse) cracks around the impact point and large (dominant) cracks on the bottom ply. A simulation model was then developed based on these experiment observations. In the presented model, both continuous and discrete damage models were implemented for modeling two crack configurations. For comparison, two conventional models (one using only the discrete damage model and the other using only the continuous damage model) were also presented. To validate the presented model, high-velocity impact simulations were performed, and the predicted results were compared with experiment and conventional models in terms of the damage area and distribution.

The fourth chapter establishes a simulation method based on XFEM and examines its capability to predict progressive damage and failure of CFRP laminates under in-plane and out-of-plane static loadings. In the proposed method, the plastic behavior (i.e., pre-peak nonlinear hardening in the local stress-strain response) is characterized through the pressure-dependent elasto-plastic constitutive law. The evolution of transverse crack and delamination, which result in post-peak softening in the local stress-strain response, is modeled through zig-zag enhanced cohesive zone model (ZECZM). ZECZM introduces two modifications against the general cohesive zone model. First, in the traction-separation law, a zig-zag softening law is employed to mitigate the convergence problem during softening. Second, the pressure-dependency of shear strength is modeled by the Mohr-Coulomb model. The ZECZM for delamination is introduced through an interface element, but the ZECZM for transverse cracks, which occurs multiply in each ply, is introduced through an XFEM. Longitudinal tensile failure, which is dominated by fiber breakage and typically depends on the specimen size, is modeled by the Weibull criterion. Longitudinal compressive failure (i.e., kink-band formation) is modeled by the SCM with LaRC03 failure criterion. Finally, several validation examples are presented to demonstrate the prediction accuracy of the proposed method: off-axis tension/compression tests, open-hole tension/compression tests, and quasi-static indentation tests. The predicted results of the nonlinear response, damage area and distribution, and ultimate strength were compared with experiments.

The concluding remarks of the present study are provided in chapter five.

# 目次

<b>Abstract</b>	<b>i</b>
<b>第 1 章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 航空宇宙分野への先進複合材料の利用 . . . . .	1
1.2 先進複合材料の課題と数値解析への期待 . . . . .	3
1.3 計算機援用仮想試験の実現へ向けた数値解析への要求 . . . . .	6
1.4 先進複合材料の内部損傷とメゾスケールでのモデル化 . . . . .	9
1.5 本論文の概要と構成 . . . . .	20
<b>第 2 章 三次元織物セラミック基複合材料の面内引張負荷下での損傷進展・強度特性評価</b>	<b>29</b>
2.1 緒言 . . . . .	29
2.2 実験 . . . . .	33
2.3 数値解析手法 . . . . .	34
2.4 検証解析 . . . . .	42
2.5 結言 . . . . .	47
<b>第 3 章 炭素繊維強化プラスチック積層板の高速衝撃下での損傷進展・貫通特性評価</b>	<b>52</b>
3.1 緒言 . . . . .	52
3.2 高速衝撃試験 . . . . .	54
3.3 高速衝撃解析 . . . . .	60
3.4 結言 . . . . .	74
<b>第 4 章 炭素繊維強化プラスチック積層板の面内引張／圧縮・面外負荷下での損傷進展・強度特性評価</b>	<b>80</b>
4.1 緒言 . . . . .	80
4.2 数値解析手法 . . . . .	84
4.3 検証解析 . . . . .	96
4.4 結言 . . . . .	120

---

第 5 章	結論	127
	謝辞	131
	学術論文および学会発表	133
付録A	準三次元拡張有限要素法	135
	A.1 XFEMの基礎－XFEMの形状関数の一般形 . . . . .	135
	A.2 クラックのモデル化 . . . . .	136
	A.3 準三次元XFEM－五面体切断要素における変位場 . . . . .	137
付録B	静水圧依存弾塑性構成則の材料定数同定方法	139
付録C	Weibull破壊基準の定式化	141
付録D	LaRC03破壊基準の定式化	143
	D.1 繊維強化複合材料の繊維方向圧縮破壊 . . . . .	143
	D.2 LaRC03 - 繊維方向圧縮破壊基準 . . . . .	147
付録E	Zig-zag軟化則を用いた静水圧依存型結合カモデルの定式化	153
	E.1 混合モード結合カモデル . . . . .	153
	E.2 静水圧依存型結合カモデル . . . . .	155
	E.3 Zig-zag軟化則 . . . . .	157
付録F	B-Bar法を用いた選択的次數低減積分	161
	F.1 B-Bar法の定式化 . . . . .	161
	F.2 B-Bar法のXFEMへの実装 . . . . .	162
	F.3 検証解析 . . . . .	162



# 第1章

## 序論

### 1.1 航空宇宙分野への先進複合材料の利用

近年、燃料費の高騰、環境問題といった背景から、民間航空機の燃費向上に対する要求はますます厳しくなっている。民間航空機の燃費向上へ向けた手段としては、機体全体の軽量化、および航空機エンジンそのものの燃費向上(軽量化・耐熱性向上)が考えられる。このような背景から、従来の構造材料であった合金に代替し得る材料として、先進複合材料が注目を集めている。本節ではまず、先進複合材料の機体構造部材、航空機エンジン構造部材への近年の適用の動向と今後の展望について、以下に簡単にまとめる。

#### 1.1.1 機体構造部材への適用

空を飛ぶ機械である航空機にとって、機体構造の軽量化は永遠の課題である。軽量化へ向けた機体構造への複合材料適用の動きは、第二次世界大戦後、ガラス繊維強化プラスチック(Glass Fiber Reinforced Plastic; GFRP)の適用から始まった。しかし、GFRPは比強度に優れるものの、比剛性が低く、フラップや舵構造材などの二次構造材として、主にハニカムサンドイッチ構造で使用された。その後、優れた比強度・比剛性を有する炭素繊維が開発され、炭素繊維強化プラスチック(Carbon Fiber Reinforced Plastic; CFRP)が誕生すると、CFRPの航空機構造への適用は飛躍的に拡大した。民間航空機では、1982年にBoeing社のB767にて二次構造材、1988年にAirbus社のA320にて一次構造材へと適用された。さらに、2011年に商用運行が開始した、Boeing社のB787においては、Fig. 1.1に示すように、構造重量の約50%にCFRPが適用されており、競合機であるAirbus社のA350も同様の構成となっている。

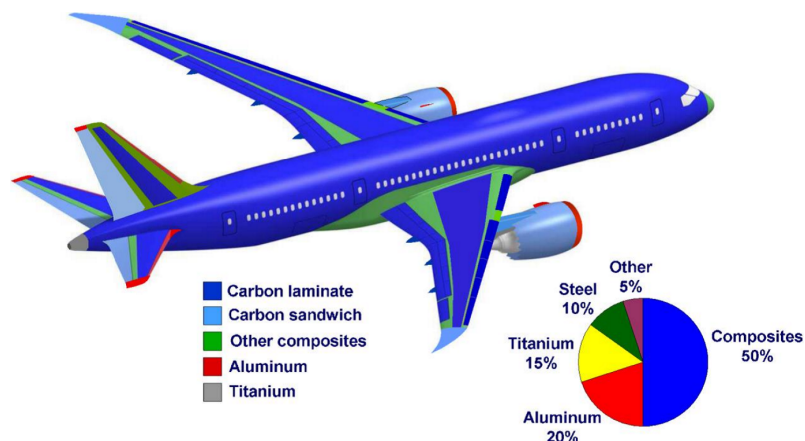


Fig. 1.1 Application of composite materials into Boeing 787 structure [1].

### 1.1.2 航空機エンジン構造部材への適用

現在の民間航空機エンジンの主流となっているターボファンエンジンの燃費向上へ向けては主に2つの手段が考えられる。

1つ目は、大口径のファンブレードを用いて高バイパス比化を図ることで、推進効率を向上させる方法である。大口径ファンでは、大型化する部品の軽量化が重要となり、CFRP適用による重量削減が進められている。ファンの大口径化により重量が増加する部品は、主にファンブレードおよびファンケースである。これらの部品の最高使用温度は100℃前後であり、十分にCFRPの適用が可能である。1970年代、Rolls Royce社がロッキードトライスター用大型エンジンにおいて初めてCFRPファンブレードに挑戦したが、鳥衝撃に耐えられず、失敗に終わった。この失敗により、CFRP製エンジンファンシステムの実現へは耐衝撃性が最も重要な指標であることが認識された。その後、CFRP素材メーカーの高じん性化エポキシ樹脂開発により、General Electric (GE)社がBoeing社のB777用エンジンGE90において、世界で初めてCFRP製ファンブレード実用化に成功した。さらに、同社はB787用エンジンGENxにおいては、CFRP製ファンケースの実用化にも成功した。GE社における航空機エンジン構造部材へのCFRP適用事例について、Fig. 1.2に示す。また、Pratt & Whitney社／一般財団法人日本航空機エンジン協会／MTU Aero Engines社が国際共同開発したAirbus社のA320neo向けエンジンPW1100G-JMでは、世界で初めて炭素繊維強化熱可塑性プラスチックが構造案内翼(Structural Guide Vane; SGV)へと適用され、大きな注目を集めている。



Fig. 1.2 Application of CFRP into aircraft engine components produced by General Electric [2].

次に、高バイパス比化と並ぶ方法として、高圧力下・高温化による熱効率向上が挙げられる。近年のエンジンにおいては、総圧力比は50に達しているが、今後、60程度まで増加すると考えられている。このような高圧力比エンジンの実現へ向けては、従来の耐熱合金を凌ぐ耐熱性を持つ材料を使用しなければ、冷却空気量増加により燃費低減効果が相殺されてしまう。このような要望から、次世代耐熱材料として、セラミック基複合材料(Ceramic Matrix Composite; CMC)が期待されている。特に、炭化ケイ素(SiC)繊維とSiCマトリクスを用いたSiC/SiC製のタービン部品の開発が進められている。現状、品質とコストを兼ね備えた製造法の確立や、高温環境下での耐酸化コーティング等の技術的問題もあり、適用には至っていないが、GE社はB777の後継機となるB777X用エンジンGE9Xの燃焼器、タービン部品へのCMC採用を発表しており、今後、市場は拡大するものと考えられている。GE社におけるCMC製エンジン構造部材の開発状況について、Fig. 1.3に示す。

## 1.2 先進複合材料の課題と数値解析への期待

既述のように、航空宇宙分野における先進複合材料の適用は拡大の一途を辿っているが、さらなる適用拡大へ向けては、成形・加工コスト低減、設計・評価技術の確立などの課題も多く指摘されている。

## CMCs ... long-term commitment to execute and unlock potential

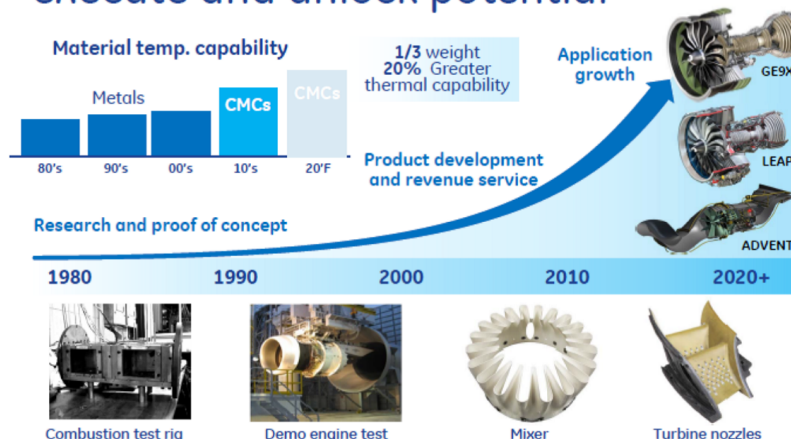


Fig. 1.3 Development of CMC engine components by General Electric [2].

特に、後者については、複合材料特有の繊維とマトリクスから成る微視的非均質性、特徴的なスケール階層(Fig. 1.4)に起因する。本研究では、Fig. 1.4に示すように、各スケールについて下記のように区別することとする。

- 分子スケール：樹脂の分子スケールを対象とするスケール
- マイクロスケール：繊維／樹脂からなる微視構造を対象とするスケール
- メゾスケール：クーポンレベル(単層・積層板)を対象とするスケール
- マクロスケール：サブ・コンポーネント以上を対象とするスケール

これらの各スケールを横断した(マルチスケールな)損傷・破壊メカニズムが強度・剛

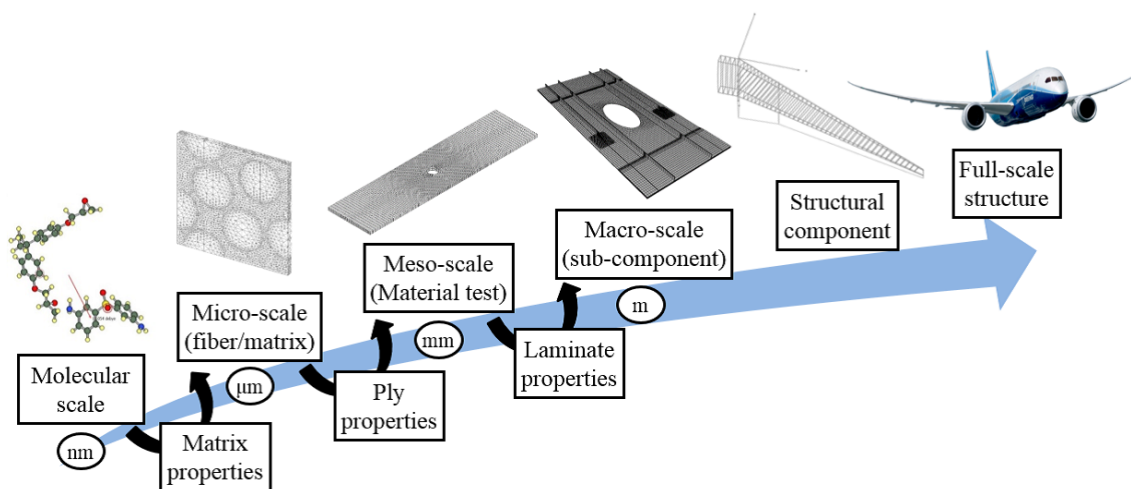


Fig. 1.4 Schematic figure of multiscale nature of composites.

性などの力学的挙動の予測を困難にしており、予測に対する信頼性を低下させている。このため、構造設計の際には過剰な安全率が課され、複合材料の潜在的性能が活かし切れていない設計となっている。

実際、航空機構造部材に多く用いられる積層板の強度について考慮する際には、構造設計で使用される積層構成の中から、代表的な数種類の積層構成を抜き出して強度を実測し、破断ひずみが積層構成に大きく依存しないことを確認した上で、最も低い破断ひずみを基準として許容値が決定される。このとき、積層構成によって損傷・破壊過程が異なるという複合材料特有の問題については考慮されず、その不確定性は安全率として設計に取り込まれる。このため、ある積層構成では不必要に低い設計許容値を適用することとなり、結果的に構造の軽量化が制限される場合が多い [3].

更なる問題として、複合材構造における型式証明(認証)試験数の増加 (Fig. 1.5) が挙げられる。型式証明においては、強度に直接影響を及ぼしうる因子を全て検証する必要があるが、上述した損傷・破壊形態の複雑さに加え、近年の航空機では構造様式・装備品の高度化、複雑化により、損傷・故障の種類が多様化しているため、検証すべき因子が膨大となっているのである。これに伴い、開発コスト高騰、開発期間長

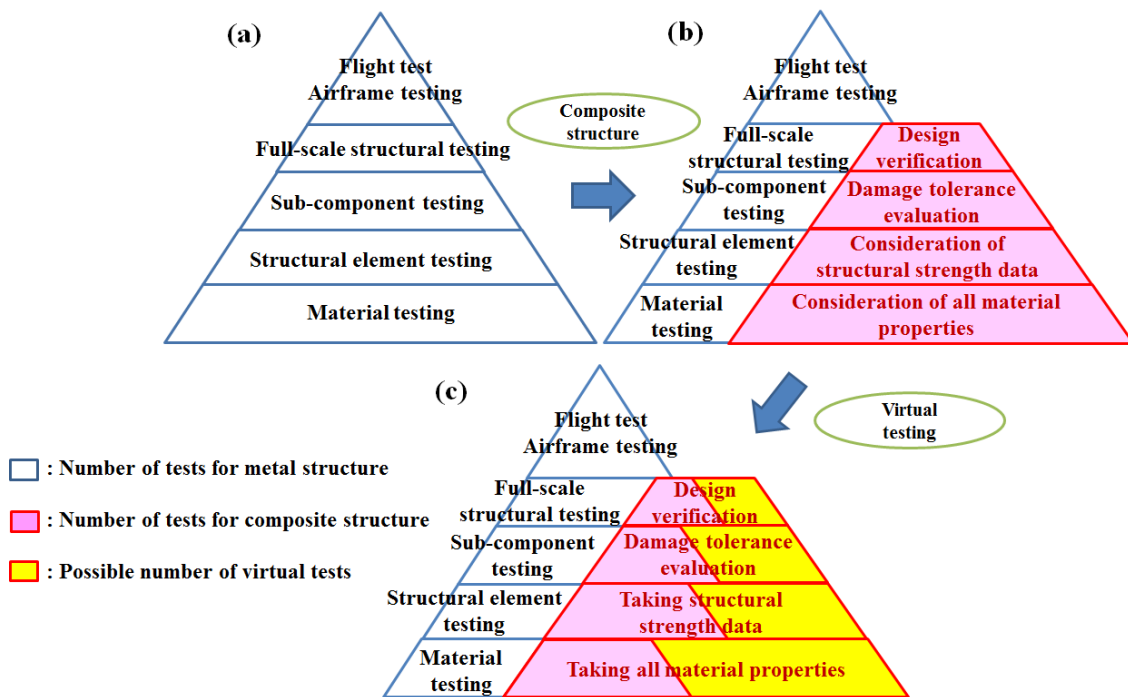


Fig. 1.5 Building blocks for certification process of different aircraft structures; (a) metal structure, (b) composite structure, and (c) composite structure with virtual testing.

期化が引き起こされている(Figs. 1.5 (a), (b)). 例えば, 尾翼構造へCFRPが適用されたB777では, 尾翼構造の材料試験および構造要素試験だけで8000もの認証試験が実施されたことが報告されている [4].

このような背景から, 実験により裏付けされた信頼性の高い数値解析手法の確立, それを用いた“計算機援用仮想試験 (Virtual testing)”への期待が高まってきている. 数値解析の導入により, 以下の利点があると考えられている.

- 安全性向上へ向け, より多くの強度因子を考慮した設計が可能となる.
- 設計者が考慮可能な項目(設計自由度)が増えることで, 最適化設計へとつながる.
- 認証コスト・期間が短縮することで航空機開発のハードルが下がる(Fig. 1.5 (c)).

しかし, 現状では, 航空機構造設計へ有限要素法(Finite Element Method; FEM)による数値解析を使用しても, 通常は荷重の算出までである. 複雑形状に対しては詳細なFEM解析が実施されるが, それも応力の算出までであり, 強度評価には過去の航空機開発実績に基づく強度計算式・表が用いられている. 計算機援用仮想試験の実現へ向けでは, これをどこまで数値解析で代替できるかが重要となる. その上で, 数値解析には何が求められるかについて, 次節にて検証したい.

### 1.3 計算機援用仮想試験の実現へ向けた数値解析への要求

近年, 計算機援用仮想試験の実現へ向け, 多くの研究者によって指針が示されている [5–8]. Cox等は, 数値解析手法が下記4つの工学的に重要な特性に関して十分な予測精度を有することが, 計算機援用仮想試験の実現へ向けた最低限度の要求になるであろうと指摘している [5,6].

- 荷重－変位間の非線形関係
- ある単一負荷条件下での最終強度
- ある負荷状態で損傷が生じた後, 負荷条件が変化した際の最終強度の変化
- 負荷および環境(温度・湿度)サイクル下での最終強度の変化

ここで, 産業用途での利用を考えた上では, 計算機援用仮想試験に対しては, 予測精度と計算効率の両立, 実用的観点に基づくある種の妥協が求められる. 使用可能な

計算機環境，計算時間への要求といった制約の中で，如何に効率良く，十分な解析精度を得るかが重要となる．ここでの十分な解析精度とは，着目するスケールでの上記特性の再現性を意味する．つまり，Fig. 1.4に示す全スケールで生じる全現象を数値解析でモデル化する必要はなく，マルチスケール性を踏まえた上で，上記要求を満たすためにモデル化が必要な現象を整理し，適切にモデル化することが求められる．

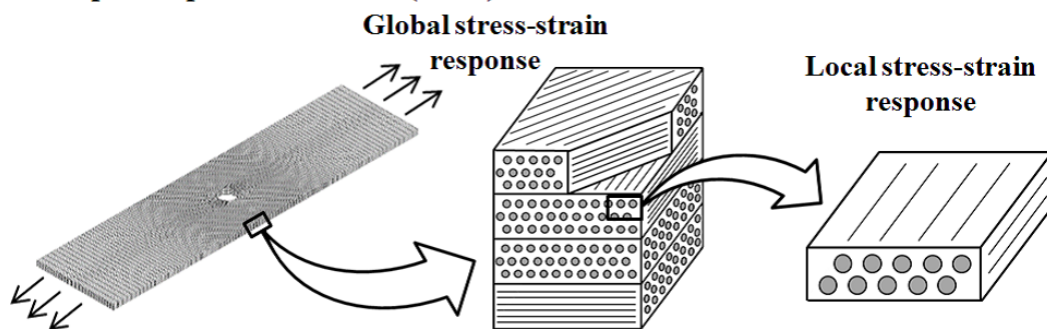
本研究では，Fig. 1.4の中でもメゾスケールを研究対象とする．本スケールはFig. 1.5に示す認証のビルディングブロック図中で最底部の最も試験数の多い領域に対応し，計算機援用仮想試験のビルディングブロックを構築する上で基礎となるスケールと考えられる．以下では，メゾスケールにおいて上記4つの特性を数値解析によって予測するためにモデル化が必要な現象について考察する．

例として，Fig. 1.6に示すように，複合材料積層板の円孔材引張(Open-Hole Tension; OHT)試験を考える．ここでは，積層板としての応答を巨視応答，積層板内のある層に着目した際の応答を局所応答と呼ぶこととする．積層板の中心に穴を空けただけの単純な幾何形状であるが，巨視応答，局所応答共に著しい非線形性を示す．これは，下記のような順序で進展するマルチスケールな損傷進展に起因する．

- (i) まず，分子スケールでは，分子鎖の絡み合いのほどけ，配向の変化，分子結合の分離などが生じる．
- (ii) (i)の結合分離が合体・成長し，マイクロスケールでのクラックや，繊維／樹脂界面のはく離が生じる．これにより，局所応答に非線形応答を誘起する．
- (iii) (ii)のマイクロクラックが結合し，成長すると，層を横断するトランスバースクラックや，層間のはく離を形成する．これらのクラックは局所応答に軟化を誘起する．また，時折，クラックの規模によっては巨視応答にも小さな荷重低下を引き起こす場合もある．
- (iv) (iii)のクラックやのはく離が相互干渉しながら積層板の幅・長さ・厚さ方向に完全に進展するか，荷重負担層にて繊維方向破壊<sup>1</sup>が生じると，積層板全体としての健全性を失い，最終破断となる．

<sup>1</sup>以降，マイクロスケールでの繊維単体の破断とメゾスケールでの複合材料としての繊維方向破壊を区別すべく，前者を繊維破断，後者を繊維方向破壊と記述する．

Example : Open-hole tensile (OHT) test



Multiscale progressive internal damages and resultant nonlinear behaviors

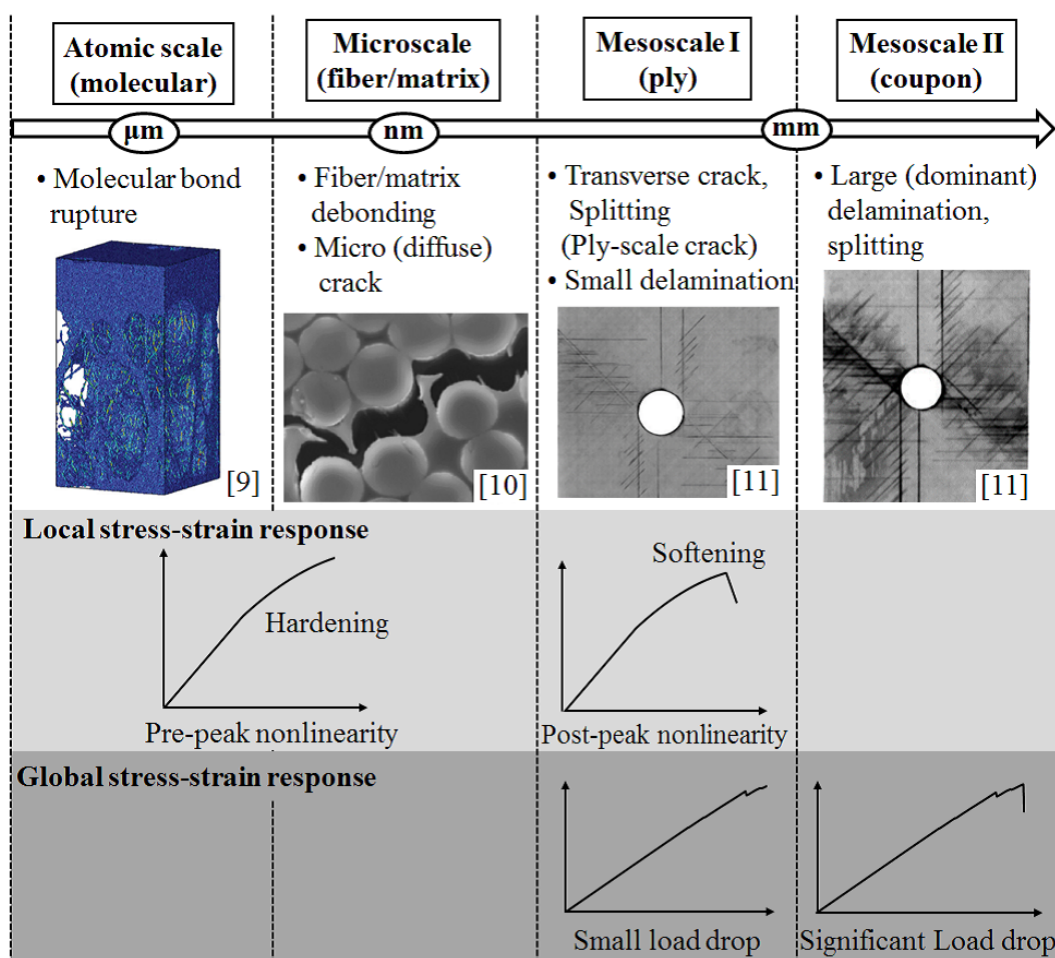


Fig. 1.6 Multiscale damage progression in composite laminate [9–11].

このように、複合材料積層板の非線形応答と最終強度は、内部損傷進展に依存し、さらに、内部損傷進展は、板厚、積層構成等の幾何学的特性に支配される。このため、同じ材料であっても、各種寸法(層厚、円孔径、幅、長さ等)や積層順序を変えると、異なる強度および破壊モードを示すことが知られている。これを寸法効果という。CFRP 疑似等方積層板のOHT試験にて観察される破壊モードをFig. 1.7に示す。



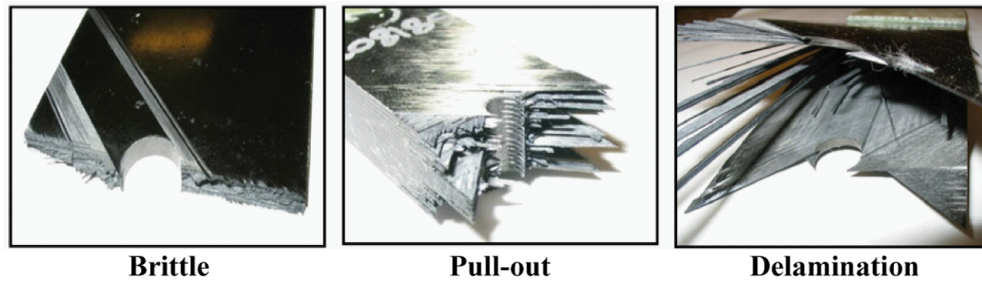


Fig. 1.7 Three failure modes in CFRP OHT tests [11].

ここでは単一の静的負荷条件を例に挙げたが、負荷条件が変化する場合や疲労負荷を取り扱う場合も同様に、非線形特性や強度特性は内部損傷進展挙動に依存することが知られている。つまり、様々な負荷条件下での複合材料の非線形特性や強度特性を予測し、計算機援用仮想試験を実現するためには、局所的な内部損傷の発展・進展を追従した損傷進展解析(Progressive damage/failure simulation)が必要不可欠と言える。

## 1.4 先進複合材料の内部損傷とメゾスケールでのモデル化

本節では、メゾスケールにて複合材料の損傷進展解析を行う上で、モデル化すべき内部損傷とその適切なモデル化手法について検証する。

前節ではCFRP擬似等方積層板の面内引張負荷下での損傷進展を例に挙げたが、面内圧縮負荷や面外負荷など、様々な負荷条件を対象とする場合にはより多様な内部損傷について考慮する必要がある。CFRPに生じる様々な損傷形態について、Fig. 1.8にまとめる。Fig. 1.8に示すように、CFRPでは炭素繊維支配の損傷とマトリクス支配の損傷が生じ、かつこれらの損傷は負荷条件によって異なる形態を示すことが知られている。これらの各損傷形態に対し、これまでに数多くのモデル化手法が提案されているが、全損傷形態を再現可能な汎用的なモデル化手法は存在しないのが現状である<sup>2</sup>。つまり、損傷進展解析を行う上では、対象とする問題において再現すべき内部損傷を把握、整理した上で適切にモデル化手法を選択することが求められる。

本研究では、各内部損傷をFig. 1.9のように分類した上で、モデル化手法を選択することとする。まず、繊維支配の損傷とマトリクス支配の損傷に分類する。さらに、繊維支配の損傷については進展特性に基づいて即時的(不安定)進展と段階的(安定)進

<sup>2</sup>各損傷形態に対し、どのようなモデル化手法が適切であるかは1.4.1節以降で詳細に議論する。

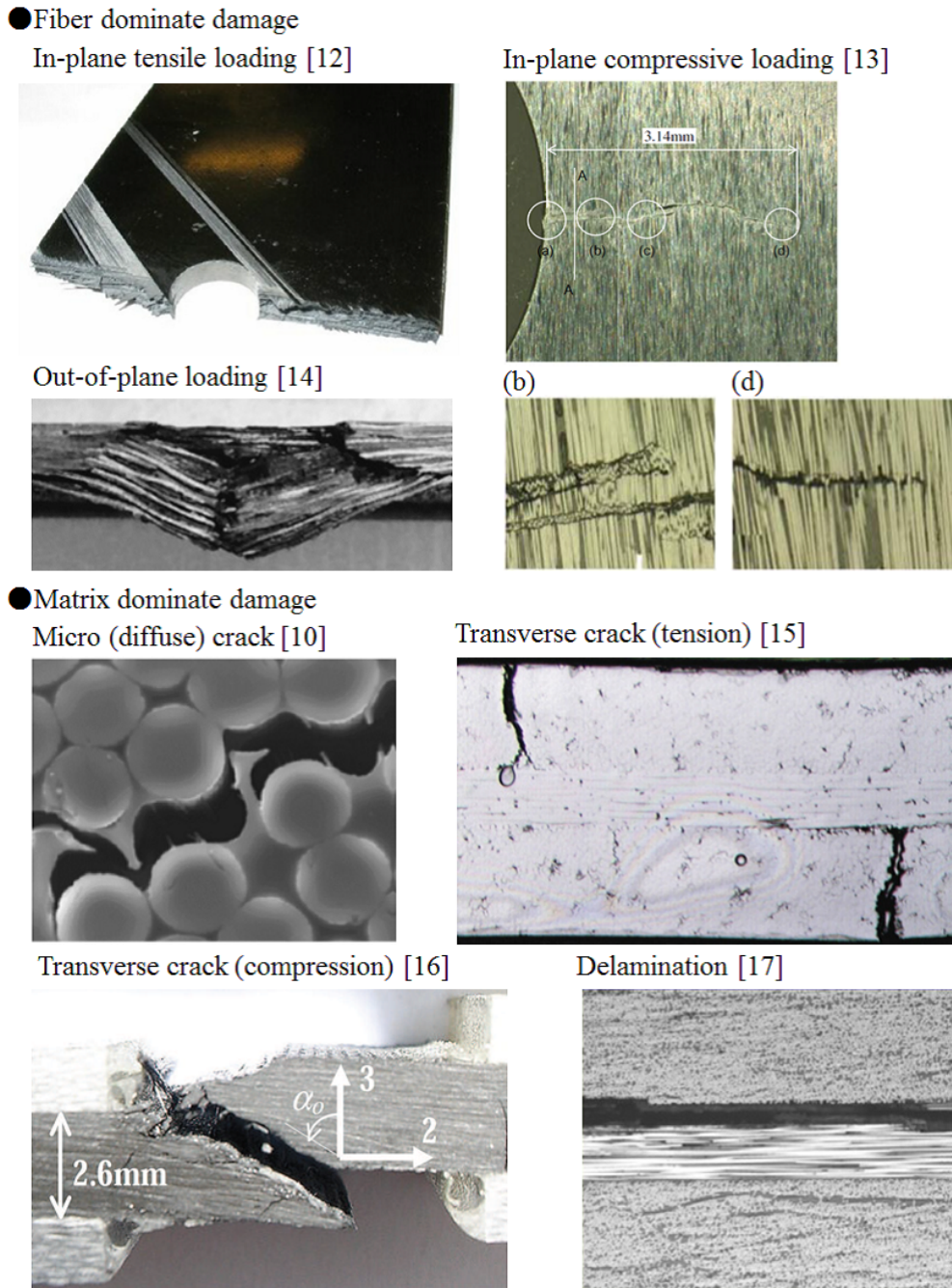


Fig. 1.8 Internal damages in carbon fiber reinforced plastic laminates [10, 12–17].

展に分類し，マトリクス支配の損傷についてはクラック形態に基づいて拡散クラックと離散クラックに分類する．以降，それぞれのモデル化手法についてまとめる．

### 1.4.1 繊維支配の損傷

繊維支配の損傷は，進展過程におけるエネルギー的な安定性という観点から，(i)即時的(不安定)進展，(ii)段階的(安定)進展という二種類に分類する．ある箇所で破壊が

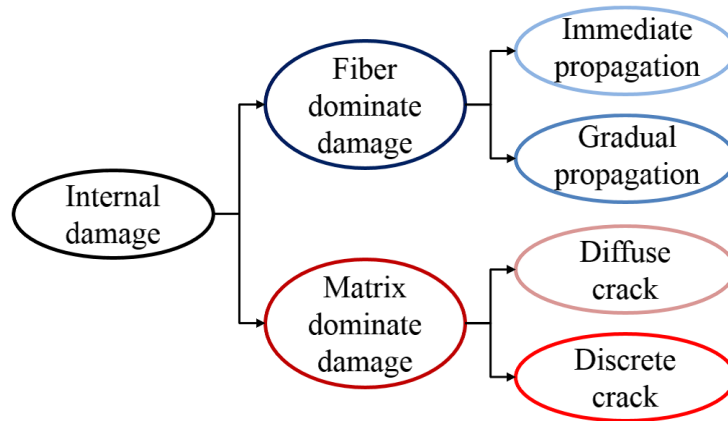


Fig. 1.9 Classification of internal damages in advanced composite materials.

生じた場合に、破壊に伴うエネルギーを周囲の領域が吸収できず、周囲の領域での連鎖的な破壊が止まることなく次々と誘起され、エネルギー的に不安定となるケースを前者、そうでないケースを後者に分類する。

即時的(不安定)に進展する損傷をモデル化する上では、不安定進展過程のモデル化は不要であり、不安定進展に至る際の損傷発生基準を試験片全体の健全性、つまり最終強度の評価基準とすべきである。一方、段階的(安定)に進展する損傷をモデル化する上では、損傷の進展過程を追従し得る損傷モデルを導入する必要がある。

#### 即時的(不安定)に進展する繊維支配の損傷

面内引張負荷問題において、至る所均一に繊維が荷重を負担する場合には、繊維方向引張破壊は即時的に進展する [18]. 繊維方向引張破壊のメカニズムをマイクロスケールから整理すると、まず、材料内部のある個所で繊維破断が生じると、周辺繊維に応力が再分配され、隣接繊維の負担応力が高くなる。その上、破断箇所から進展するマトリクスクラックにより隣接繊維表面に応力集中が生じ、隣接繊維の破断が誘起される [19]. このように、ある個所で繊維破断が生じると、その周囲に破断集積部(クラスター)が生じ、複合材料としての荷重負担能力を失う [20–22]. 上記の繊維破断クラスター形成のプロセスは繊維と樹脂を区別したマイクロスケールでは段階的に進展するが、メゾスケールでは、繊維単体の破断はモデル化不可能であり、破断クラスター形成およびそれに伴う複合材料としての荷重負担能力喪失を“繊維方向引張破壊”とみなすこととなる。面内引張負荷問題においては、試験片全体の荷重負

担能力を、至る所均一に繊維が担っているため、局所的に繊維方向破壊が生じると、応力再分配に伴って、周辺領域での繊維方向破壊が次々と誘起され、破壊は止まるとなく進展し続ける。

このような問題では、不安定進展過程のモデル化は不要であり、不安定進展に至る際の破壊発生基準を試験片全体の健全性、つまり最終強度の評価基準とすべきである。ここで、先進複合材料の繊維方向引張強度は寸法依存性を有することに注意が必要である [23]。これは、先進複合材料の強化繊維として用いられる炭素繊維やSiC繊維などは基本的に脆性材料であり、繊維単体の引張強度が繊維表面の潜在的欠陥分布に支配され、寸法依存性を有することに起因する。このような繊維単体の引張強度特性は最弱リンク説に基づく Weibull破壊基準によって再現可能であることが知られているが、同様にして、複合材料としての繊維方向引張強度特性についても Weibull破壊基準によってモデル化可能であることが明らかにされている [11]。複合材料としての繊維方向引張強度を Weibull破壊基準にて取り扱う場合、尺度母数、Weibull係数等のパラメータは、繊維単体の強度分布やマトリクスクラックが隣接繊維に及ぼす影響など、マイクロスケールでの諸現象の影響を含有した値となる。これらのパラメータは、実験的に導出される場合もあるが [23]、Okabe等によって提案されたばね要素モデル [20–22]により、解析的にも算出可能であることも報告されている [19,21,22]。

本研究では、無孔材引張(Non-Hole Tension; NHT)試験、OHT試験など、繊維方向破壊が即時的(不安定)に進展する面内引張負荷問題では、Weibull破壊基準を最終強度評価基準として採用することとする。

### 段階的(安定)に進展する繊維支配の損傷

先進複合材料が繊維方向圧縮負荷にさらされる場合、キンクバンドと呼ばれる有限の幅の持った損傷帯が段階的に進展する [13,18]。また、面外衝撃問題のように変形が局所化するような現象においては、引張・圧縮によらずある層での繊維方向破壊が試験片全体の破断に直結しないため、飛翔体が跳ね返る、もしくは貫通するまで繊維方向破壊は段階的に進展する。

ここで、繊維支配の損傷の進展をモデル化する上では、進展過程での散逸エネルギー

ギーがマトリクス支配の損傷での散逸エネルギーと比較して格段に大きいことに注意が必要であり，エネルギー散逸量を適切に再現することが重要となる．FEMを用いて繊維方向破壊の進展をモデル化する手法としては，かねてから，破壊基準を満たした有限要素の剛性を直ちに0もしくはある一定の微小量に低下させるという手法がとられてきた．しかし，Fig. 1.10 (a)に示すように，このような手法では損傷進展のエネルギー条件が満たされない可能性がある．これは，要素内で散逸されるエネルギー(応力-ひずみ曲線の下側の面積 $=\frac{1}{2}\sigma\varepsilon V$ )が要素寸法に依存するためであり，損傷進展のメッシュ依存性の原因となる．

このようなメッシュ依存性を避けるため，BažantによってCrack Band Model [24,25]が提案されている．Crack Band ModelはFracture Energy Approachとも呼ばれ，損傷域におけるエネルギー散逸がその要素内に破壊面が形成するために必要な臨界エネルギー解放率と等しくなるよう，有限要素寸法を設定することで局所化を回避する手法として提案された．しかし，様々な損傷形態や開口モードが混在する問題を扱う場合には，エネルギー条件を満たす要素寸法が損傷形態や開口モードによって異なることに加え，要素寸法が制限されると場合によっては計算精度の悪化を招く恐れもある．

このため，Crack Band ModelはSmearred Crack Model [26]と組み合わせて使用される場合が多い．Smearred Crack Modelとは，連続体内部に生じる損傷(クラック)の開口変位を要素内で平均化し，全ひずみを弾性ひずみとクラック開口ひずみに分解して定式化する手法である．近年，Smearred Crack Modelと組み合わせた手法をSmearred Crack (Band) Model (SCM)と呼ぶことが多いため，以降本論文でSCMと表記する場合には

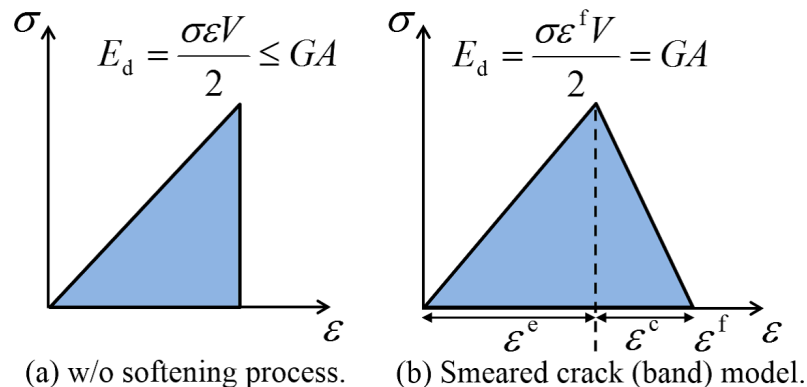


Fig. 1.10 Schematic figure of smeared crack band model.

Crack Band ModelとSmeared Crack Modelを組み合わせた手法を指すこととする。SCMでは、エネルギー条件を満たすように、損傷のプロセスゾーン(応力-ひずみ応答の軟化プロセス)を有限要素寸法で調整(スケーリング)し、クラック開口ひずみを導入することで局所化を防ぐ(Fig. 1.10 (b))<sup>3</sup>。本手法は、その簡便さゆえ、現在最も広く用いられている局所化対策となっている。複合材料の損傷解析分野では、繊維支配の損傷、マトリクス支配の損傷について応力基準の損傷発生基準を導入し、さらに混合モードでのクラック開口を考慮したSCMがPinho等によって提案されている [27, 28]。

既述のように、先進複合材料では繊維支配の損傷によるエネルギー散逸は他の損傷形態と比較して格段に大きく、エネルギー散逸量を適切に再現することが重要となるため、応力基準の損傷発生とエネルギーベースの進展を扱うことができるSCMによるモデル化が望ましいと言える。

本研究では、面外衝撃試験、円孔材圧縮 (Open-Hole Compression; OHC) 試験など、繊維支配の損傷が段階的(安定)に進展する問題では、SCMを採用することとする。

最後に、繊維支配の損傷の分類とモデル化手法をFig. 1.11にまとめる。

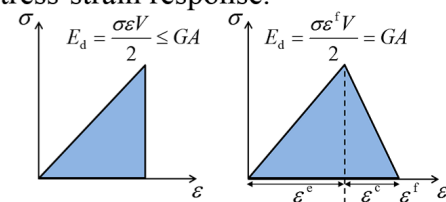
Propagation characteristics	Immediate (unstable) propagation	Gradual (stable) propagation
Loading configuration	In-plane tensile loading	In-plane compression loading Out of-plane loading
Characteristics to be reproduced	Size-dependent failure onset	Energy-dissipative propagation
Model	Weibull criterion	Smeared crack (band) model (SCM)
Overview	This criterion is based on the Weibull volumetric statistical strength theory. This is a global criterion which evaluate the probability of survival of the specimen by integrating the fiber direction stresses in the plies parallel to the loading direction.	Energy-condition is guaranteed by scaling the post-peak process of stress-strain response. 

Fig. 1.11 Classification of fiber dominate damages and the modelling strategy.

<sup>3</sup>SCMの詳細な定式化は3.3.2節を参照されたい。

## 1.4.2 マトリクス支配の損傷

マトリクス支配の損傷は基本的に段階的に進展するため、進展過程のモデル化が必要となる。マトリクス支配の損傷進展をモデル化する上で、クラック形態に基づいて(i)拡散クラック、(ii)離散クラックに分類する。本分類はクラックがメゾスケールで離散化可能かどうかに基づく、例えば、Fig. 1.8に示す損傷の中では、マイクロクラックはメゾスケールでは離散化困難なため、前者に分類する。また、層レベルのトランスバースクラックであっても、1つ1つを離散化してモデル化するのが困難なほど密に分布する場合には前者に分類する。一方で、比較的大規模に生じ、一本一本が破壊現象を支配しうる大規模なトランスバースクラック<sup>4</sup>や層間はく離は離散化してモデル化する必要があると考えられるため、後者に分類する。

### 拡散クラック

拡散クラックをモデル化する上では、1つ1つを離散化してモデル化するのは困難であるため、均質化された非線形(剛性低下)挙動として扱う必要がある。このような挙動を扱う手法として、連続体損傷力学(Continuum Damage Mechanics; CDM)モデルが挙げられる。

ここで、CDMにより材料の軟化過程までを取り扱う場合には、Fig. 1.12に示すように、変形帯が可能な限り狭い帯状領域(つまり、有限要素の列)に局所化し、完全損傷領域(クラック)の幅とその進展方向が有限要素分割に支配されるという、解析結果のメッシュ依存性(Figs. 1.13, 1.14 (a))に注意する必要がある。

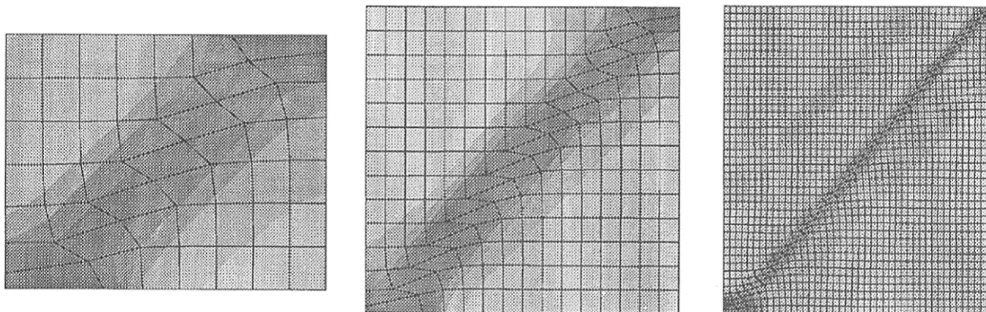


Fig. 1.12 Examples of damage localization [29].

<sup>4</sup>英語表記ではDominant crackと記述される。

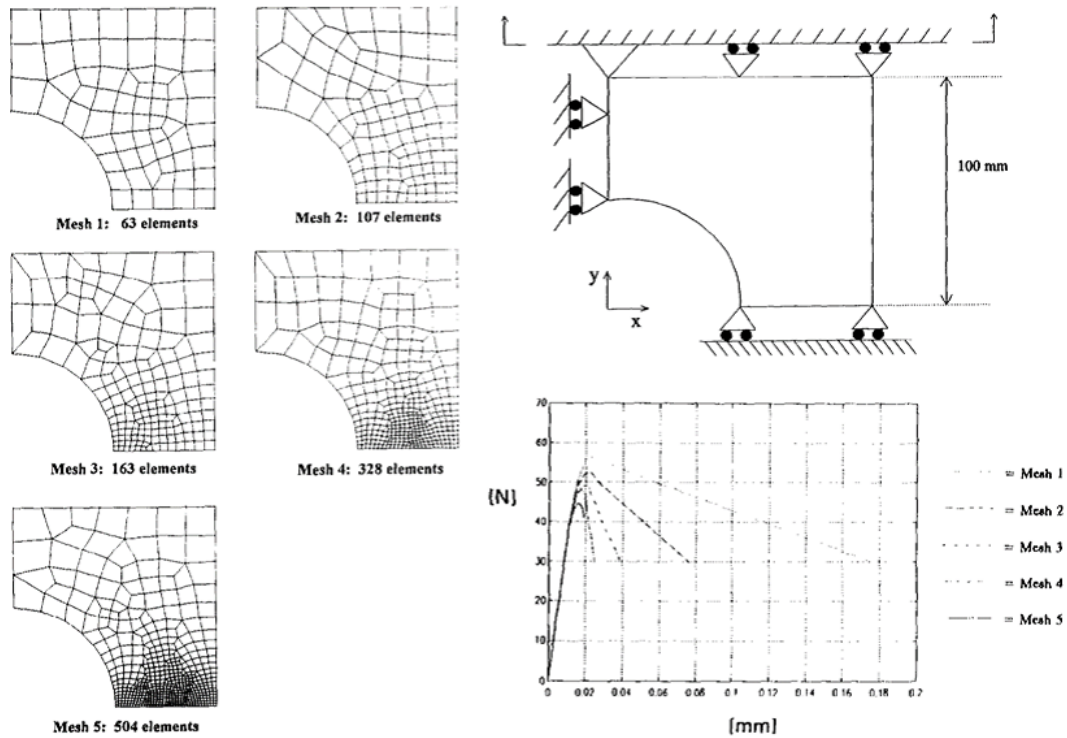


Fig. 1.13 Study of mesh dependency in damage analysis of brittle material [30].

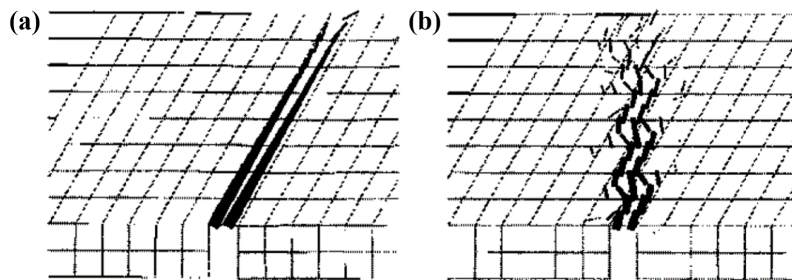


Fig. 1.14 Simulated crack pattern in the notched three-point bending specimen [31].

このような局所化問題を抑制する方法として，1.4.1 節でも紹介した Crack Band Model [24, 25] と CDM を組み合わせた手法が Camanho 等によって提案されている [32–34]。但し，本手法により，材料全体の応答は正確に得られるが，軟化が生じる破壊プロセス領域の幅はメッシュ寸法に依存するほか，進展方向のメッシュ方向依存性も解消されないため，メッシュ分割には注意を要する [35]。

Crack Band Model とは異なる局所化抑制手法として，非局所的損傷理論 [25, 36] が Bažant 等によって提案されている。非局所的損傷理論では，応力-ひずみ応答の軟化過程での損傷変数(もしくはひずみ)を破壊プロセス領域内の重み付き平均値に置き換えることで，各要素での軟化過程をスケールリングし，局所化を防ぐ。実際の破壊プ



ロセス領域より小さい要素分割を採用している限り、本手法では破壊プロセス領域の幅は要素寸法に依存しない。さらには、要素分割を十分に細かく(破壊プロセス領域の1/3以下)し、非局所的損傷理論を適用することで進展方向のメッシュ方向依存性も緩和されることが報告されている (Fig. 1.14 (b)) [31,37]. 従って、計算コストを度外視してメッシュ分割を細かくし、非局所的損傷理論を採用することが局所化を抑制する最も理想的な手法と考えられている。しかし、計算コスト以外にも欠点があり、周囲の要素の情報(ひずみや損傷状態など)を使用する必要があるため、並列計算などを行う際には特別な工夫が必要とされる。

本研究では、解析規模や並列計算の必要性に応じて、**Crack Band Model**と非局所的損傷理論を選択し、**CDM**と組み合わせて拡散クラックをモデル化することとする。

### 離散クラック

離散クラックのモデル化に対しても、**CDM**が適用される場合もある。但し、**CDM**により完全に剛性が低下した要素を完全損傷領域、つまりクラックとして扱う場合には、クラック幅がメッシュ寸法に依存するため、クラック先端での応力集中が鈍化し、クラック進展の過小評価を引き起こす場合がある。本問題は極めて密に要素分割することで緩和されることが報告されているが [38]、計算コストの高騰を招いてしまう。

離散クラックに対する別のモデル化手法として、結合力モデル(**Cohesive Zone Model; CZM**) [39–41]が挙げられる。**CZM**とは、クラック先端に、クラック面を閉じる方向に結合力が働く領域(結合力領域)を仮定し、クラック面間の相対変位と結合力を結びつけた“結合力-相対変位関係則”によってクラック挙動を記述するモデルである。結合力によってクラック先端の応力特異性を解消することができ、さらに、結合力領域が消費するエネルギーをクラック進展条件にすることにより、エネルギー基準のクラック進展を再現することができる。**CZM**は軟化プロセスをエネルギー条件にてスケールリングするため、メッシュ寸法に依存しない解が得られる。これは**SCM**と同様の考え方であるが、**SCM**が拡散クラックを有限の幅を持った破壊プロセス領域として、つまり連続体としてモデル化することを目的として提案されている一方で、**CZM**は破壊現象に対して支配的な離散クラックを、極度に局所化した破壊領域として、離

散的にモデル化する目的で提案されている。このため、**CZM**の**FEM**への実装方法は様々提案されているものの、基本的には二重節点をもつ厚さ0の要素を用いて実装される場合が多く、この要素は結合力要素と呼ばれる。以降、混同を避けるため、**CZM**は結合力モデルを、結合力要素は**CZM**をベースとして定式化された厚さ0の要素を指すこととする。

複合材料の損傷解析分野では、結合力要素は主に層間はく離のモデル化に使用されてきたが [42–44]、近年はトランスバースクラックのモデル化にも適用が進んでいる [15,45–49]。さらに、損傷発生基準に疲労則を導入し、疲労解析への拡張も試みられている [50–55]。結合力要素はクラックの開口という離散的な物理現象を再現可能であるため、クラック先端の応力集中も捉えることができ、主な数本の離散クラック進展が破壊現象を支配する場合には非常に有用な手法である [49]。しかし、結合力要素を用いたクラックのモデル化においては、一般的に以下の問題点があることが知られている。

- クラック発生が予想される位置に予め要素を挿入しておく必要があるため、クラック位置が未知の問題には適用が難しい。
- 結合力要素によって離散化するのが困難な拡散クラックのモデル化には不向きである。
- 複雑な形状・積層構成の部材に多数本の離散クラックが生じる場合には結合力要素の導入やメッシングの困難が伴う。
- クラック周囲の応力分布を適切に捉えるためには、クラック先端前方の軟化領域を1要素以上でモデル化する必要がある [56]、モデル規模が大きくなる。
- 陰解法の場合には軟化過程での収束性悪化、動的陽解法の場合には0または非常に薄い要素厚さがもたらす安定時間増分の低下によって、計算効率が悪化する。
- 動的問題において、複数のクラックを結合力要素にてモデル化する場合、クラックで囲まれる領域が応力フリーになってしまうため、振動などの数値的不安定現象を引き起こす可能性がある。

このように、標準的な**FEM**において、離散クラック (=変位場の不連続性) を要素

## 1.4 先進複合材料の内部損傷とメソスケールでのモデル化

ベースでモデル化する上では、計算精度、計算コスト、汎用性などの面で様々な問題が伴う。これは、FEMがそもそも変位およびその微係数の連続性を大前提として開発された手法であることに起因する。

このような背景から、要素内での変位の不連続性を導入する試みが行われてきた。近年、複合材料の損傷進展解析分野で用いられている手法としては、拡張有限要素法(eXtended Finite Element Method; XFEM) [57,58]、その派生手法であるPhantom Node Method (PNM) [59]、Floating Node Method (FNM) [60]が挙げられる。これらの手法は、層間はく離のモデル化 [61–63]、トランスバースクラックのモデル化 [64–68]、層間はく離のMigration [66,69]、さらには繊維方向破壊のモデル化 [70]など、先進複合材料の様々な損傷のモデル化に適用されている。これらの手法は計算コストが高いことが問題であるが、計算機能力の向上と共に、今後更なる適用拡大が期待されている。

本研究では、離散クラックに対し、発生位置が限定でき、要素ベースでの離散化が可能な問題に対しては結合力要素を採用する。一方で、あらゆる層に多数本の離散クラックが発生し、要素ベースでの離散化が困難な問題に対してはXFEMを採用する。

マトリクス支配の損傷の分類とモデル化手法をFig. 1.15にまとめる。

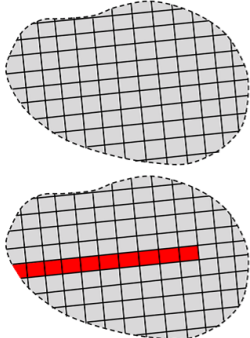
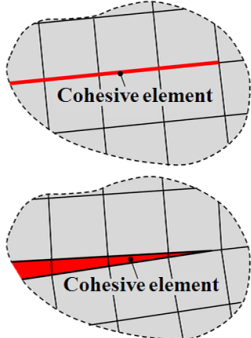
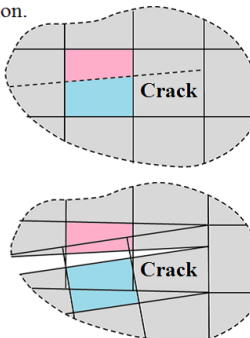
Crack type	Diffuse crack	Discrete crack	
Model	Continuum damage mechanics (CDM)	Cohesive element (CE)	eXtended Finite Element Method (XFEM)
Overview	The material deterioration due to diffuse cracks is treated through the constitutive law applied into elements. 	Zero thickness elements are embedded at the crack location to model the interface connection and separation. 	Discontinuity of displacement field due to crack is reproduced by the introduction of extra degrees of freedom and enrichment function. 
Advantage	Computational robustness. Ability to reproduce the cracks whose positions are difficult to predict in advance.	Ability to capture stress concentration around the crack tip.	Ability to capture stress concentration around the crack tip. Ability to reproduce the cracks whose positions are difficult to predict in advance.
Disadvantage	Lack of ability to capture stress concentration around crack tip. Mesh dependency of crack orientation.	Numerical instability. Lack of ability to reproduce the cracks whose positions are difficult to predict in advance. Difficulty of meshing.	High computational cost.

Fig. 1.15 Classification of matrix dominate damages and the modelling strategy.

## 1.5 本論文の概要と構成

本研究では、民間航空機の機体・エンジン構造部材への適用が進むCMC, CFRPを対象とし、計算機援用仮想試験の実現へ向け、高精度・高効率な数値解析手法開発に取り組む。特に、非線形挙動、損傷進展、最終強度といった3つの指標に着目し、あらゆる負荷条件下でこれらを予測可能な解析手法確立を目指す。解析手法構築の上では、対象とする負荷条件下でCMC, CFRPに生じ得る内部損傷について、繊維支配の損傷とマトリクス支配の損傷に分類し、さらに前者は進展特性、後者はクラック形態に基づいて分類した上で、モデル化手法の選択を行う。各章で取り扱う現象と発生する内部損傷の分類についてFig. 1.16にまとめる。各章を通じてFig. 1.16に示す全分類の損傷形態に対する数値解析手法を確立し、計算機援用仮想試験の実現へ向けた指針・知見を得ることを目的とする。

本論文は全編5章からなる。次章以降の構成を以下に示す。

第2章では、航空機エンジン向け三次元織物CMCを対象とし、面内引張負荷条件下での非線形挙動と最終強度を予測可能な数値解析手法の構築を目指す。三次元織物CMCでは、各方向に配向された繊維束がマトリクス支配の損傷を架橋し、卓越した大規模クラックは発生しないため、拡散クラックとみなせる。また、対象とする面内引張負荷条件下では繊維方向破壊は即時的に進展すると考えられる。これらの挙動

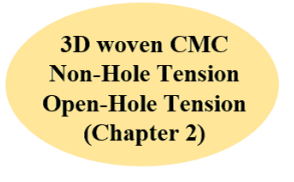
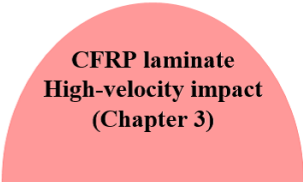
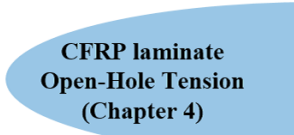
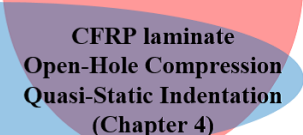
		Fiber dominate damage mode	
		Immediate propagation (Size-dependent failure onset) <b>Weibull criterion</b>	Gradual propagation (Energy-dissipative propagation) <b>SCM</b>
Matrix dominate damage mode	Diffuse crack <b>CDM</b>		
	Discrete crack <b>Cohesive element XFEM</b>		

Fig. 1.16 Outline of this paper based on the classification of internal damages.

のモデル化のため、CDM、非局所的損傷理論、およびWeibull破壊基準を導入した解析手法を構築し、解析結果を実験結果と比較することで予測精度を検証する。

第3章では、航空機エンジンにCFRPを適用する際の重要課題である高速衝撃下での耐衝撃性(貫通特性・損傷面積)を予測可能な数値解析手法の構築を目指す。高速衝撃下では拡散クラックと離散クラックという両形態のクラックが発生する。また、繊維支配の損傷は貫通に伴って段階的に進展する。このような複雑な現象をモデル化する上で、まずは実験により詳細に損傷挙動を観察する。解析では、実験結果に基づき、混在する両クラック形態をCDMと結合力要素を併用してモデル化し、段階的な繊維方向破壊をSCMにてモデル化する。提案手法での予測結果は実験結果および従来手法と比較し、予測精度及びモデル化の妥当性について検証する。

第4章では、CFRP製航空機構造の設計時の強度指標として重要な円孔材引張・圧縮強度、面外負荷損傷特性を対象とし、高精度な数値解析手法の構築を目指す。これらの問題ではあらゆる層に多数本の離散クラックが発生し、標準的なFEMではモデル化が困難であるため、XFEMを導入する。さらに、繊維支配の損傷の進展特性は負荷条件によって異なるため、Weibull破壊基準とSCMを併用してモデル化する。各試験において、提案手法で予測された非線形挙動、内部損傷進展、最終強度を実験結果と比較し、予測精度について検証する。

第5章は本論文の結論であり、研究全体を通して得られた知見を包括的に述べる。

## 参考文献

- [1] B. Griffiths, Boeing sets pace for composite usage in large civil aircraft, High Performance Composites 5 (1) (2005).
- [2] H. Scheugenpflug, Technologies for the next engine generation, presented at the 21th International Symposium on Air Breathing Engines: (ISABE 2013): Challenges in Technology Innovation: Global Collaboration (2013).
- [3] 吉岡健一, 航空機構造用炭素繊維複合材料の損傷挙動と実用特性に関する研究, 東北大学博士論文, (2016).

- [4] A. Fawcett, J. Trostle, S. Ward, 777 empennage certification approach, in: Proceedings of the 11th International Conference on Composite Materials (1997) 14–18.
- [5] B. N. Cox, Q. D. Yang, In quest of virtual tests for structural composites, *Science* 314 (5802) (2006) 1102–1107.
- [6] B. N. Cox, S. M. Spearing, D. R. Mumm, Practical challenges in formulating virtual tests for structural composites, in: P. P. Camanho, C. G. Dávila, S. T. Pinho, J. J. C. Remmers (Eds.), *Mechanical Response of Composites*, Springer Science + Business Media, (2008) 57–75.
- [7] J. LLorca, C. González, J. M. Molina-Aldareguía, J. Segurado, R. Seltzer, F. Sket, M. Rodríguez, S. Sádaba, R. Muñoz, L. P. Canal, Multiscale modeling of composite materials: a roadmap towards virtual testing, *Adv. Mater.* 23 (44) (2011) 5130–5147.
- [8] T. Okabe, Recent studies on numerical modelling of damage progression in fibre-reinforced plastic composites, *Mech. Eng. Rev.* 2 (1) (2015) 14–00226.
- [9] S. Yang, J. Qu, Coarse-grained molecular dynamics simulations of the tensile behavior of a thermosetting polymer, *Phys. Rev. E* 90 (1) 012601.
- [10] T. Hobbiebrunken, M. Hojo, T. Adachi, C. D. Jong, B. Fiedler, Evaluation of interfacial strength in CF/epoxies using FEM and in-situ experiments, *Compos. Part A-Appl. S.* 37 (12) (2006) 2248–2256.
- [11] S. R. Hallett, B. G. Green, W. G. Jiang, M. R. Wisnom, An experimental and numerical investigation into the damage mechanisms in notched composites, *Compos. Part A-Appl. S.* 40 (5) (2009) 613–624.
- [12] B. G. Green, M. R. Wisnom, S. R. Hallett, An experimental investigation into the tensile strength scaling of notched composites, *Compos. Part A-Appl. S.* 38 (3) (2007) 867–878.
- [13] H. Suemasu, Y. Naito, K. Gozu, Y. Aoki, Damage initiation and growth in composite laminates during open hole compression tests, *Adv. Compos. Mater.* 21 (3) (2012) 209–220.

- [14] J. López-Puente, R. Zaera, C. Navarro, Experimental and numerical analysis of normal and oblique ballistic impacts on thin carbon/epoxy woven laminates, *Compos. Part A-Appl. S.* 39 (2) (2008) 374–387.
- [15] T. Okabe, M. Nishikawa, N. Takeda, Numerical modeling of progressive damage in fiber reinforced plastic cross-ply laminates, *Compos. Sci. Technol.* 68 (10-11) (2008) 2282–2289.
- [16] S. T. Pinho, C. G. Dávila, P. P. Camanho, L. Iannucci, P. Robinson, Failure models and criteria for FRP under in-plane or three-dimensional stress states including shear non-linearity, NASA/TM-2005-213530 (2005) 1–69.
- [17] N. V. De Carvalho, B. Y. Chen, S. T. Pinho, J. G. Ratcliffe, P. M. Baiz, T. E. Tay, Modeling delamination migration in cross-ply tape laminates, *Compos. Part A-Appl. S.* 71 (2015) 192–203.
- [18] M. R. Wisnom, S. R. Hallett, C. Soutis, Scaling effects in notched composites, *J. Compos. Mater.* 44 (2) (2010) 195–210.
- [19] 渡邊潤, 田中文彦, 樋口諒, 松谷浩明, 奥田治己, 岡部朋永, ダブルファイバーフラグメンテーション試験を用いた一方向CF/エポキシ複合材料の繊維破断部近傍における応力集中係数の検討, *日本複合材料学会誌* 42 (3) (2016) 89–97.
- [20] T. Okabe, H. Sekine, K. Ishii, M. Nishikawa, N. Takeda, Numerical method for failure simulation of unidirectional fiber-reinforced composites with spring element model, *Compos. Sci. Technol.* 65 (6) (2005) 921–933.
- [21] 岡部朋永, 石井健介, 西川雅章, 武田展雄, 一方向CFRP複合材料の引張強度予測, *日本複合材料学会誌* 33 (5) (2007) 205–212.
- [22] T. Okabe, K. Ishii, M. Nishikawa, N. Takeda, Prediction of tensile strength of unidirectional CFRP composites, *Adv. Compos. Mater.* 19 (3) (2010) 229–241.
- [23] M. R. Wisnom, B. Khan, S. R. Hallett, Size effects in unnotched tensile strength of unidirectional and quasi-isotropic carbon/epoxy composites, *Compos. Struct.* 84 (1) (2008) 21–28.

- [24] Z. P. Bažant, B. H. Oh, Crack band theory for fracture of concrete, *Mat. Constr.* 16 (3) (1983) 155–177.
- [25] Z. P. Bažant, M. Jirásek, Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: Survey of progress, *J. Eng. Mech.* 128 (11) (2002) 1119–1149.
- [26] Y. Rashid, Analysis of prestressed concrete pressure vessels, *Nucl. Eng. Des.* 7 (4) (1968) 334–344.
- [27] S. T. Pinho, L. Iannucci, P. Robinson, Physically-based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking: Part I: Development, *Compos. Part A-Appl. S.* 37 (1) (2006) 63–73.
- [28] S. T. Pinho, L. Iannucci, P. Robinson, Physically-based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking. Part II: FE implementation, *Compos. Part A-Appl. S.* 37 (5) (2006) 766–777.
- [29] J. de Vree, W. Brekelmans, M. van Gils, Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics, *Comput. Struct.* 55 (4) (1995) 581–588.
- [30] V. Tvergaard, A. Needleman, Effects of nonlocal damage in porous plastic solids, *Int. J. Solids Struct.* 32 (8-9) (1995) 1063–1077.
- [31] M. Jirásek, T. Zimmermann, Rotating crack model with transition to scalar damage, *J. Eng. Mech.* 124 (3) (1998) 277–284.
- [32] P. P. Camanho, P. Maimí, C. G. Dávila, Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics, *Compos. Sci. Technol.* 67 (13) (2007) 2715–2727.
- [33] P. Maimí, P. P. Camanho, J. A. Mayugo, C. G. Dávila, A continuum damage model for composite laminates: Part I – Constitutive model, *Mech. Mater.* 39 (10) (2007) 897–908.
- [34] P. Maimí, P. P. Camanho, J. A. Mayugo, C. G. Dávila, A continuum damage model for composite laminates: Part II – Computational implementation and validation, *Mech. Mater.* 39 (10) (2007) 909–919.
- [35] R. de Borst, Numerical aspects of cohesive-zone models, *Eng. Fract. Mech.* 70 (14) (2003) 1743–1757.



- 
- [36] Z. P. Bazžant, G. Pijaudier-Cabot, Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence, *J. Appl. Mech.* 55 (2) (1988) 287–293.
- [37] Z. P. Bažant, F.-B. Lin, Nonlocal smeared cracking model for concrete fracture, *J. Struct. Eng.* 114 (11) (1988) 2493–2510.
- [38] C. S. Lopes, S. Sádaba, C. González, J. LLorca, P. P. Camanho, Physically-sound simulation of low-velocity impact on fiber reinforced laminates, *Int. J. Impact Eng.* 92 (2016) 3–17.
- [39] D. S. Dugdale, Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mech. Phys. Solids.* 8 (2) (1960) 100–104.
- [40] G. I. Barenblatt, The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, *Adv. Appl. Mech.* 7 (1962) 55–129.
- [41] A. Hillerborg, M. Modéer, P.-E. Petersson, Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement Concrete Res.* 6 (6) (1976) 773–781.
- [42] P. P. Camanho, C. G. Dávila, M. F. D. Moura, Numerical simulation of mixed-mode progressive delamination in composite materials, *J. Compos. Mater.* 37 (16) (2003) 1415–1438.
- [43] S. T. Pinho, L. Iannucci, P. Robinson, Formulation and implementation of decohesion elements in an explicit finite element code, *Compos. Part A-Appl. S.* 37 (5) (2006) 778–789.
- [44] M. Nishikawa, T. Okabe, N. Takeda, Numerical simulation of interlaminar damage propagation in CFRP cross-ply laminates under transverse loading, *Int. J. Solids Struct.* 44 (10) (2007) 3101–3113.
- [45] M. R. Wisnom, F.-K. Chang, Modelling of splitting and delamination in notched cross-ply laminates, *Compos. Sci. Technol.* 60 (15) (2000) 2849–2856.
- [46] S. R. Hallett, M. R. Wisnom, Numerical investigation of progressive damage and the effect of layup in notched tensile tests, *J. Compos. Mater.* 40 (14) (2005) 1229–1245.

- [47] S. Yashiro, N. Takeda, T. Okabe, H. Sekine, A new approach to predicting multiple damage states in composite laminates with embedded FBG sensors, *Compos. Sci. Technol.* 65 (3-4) (2005) 659–667.
- [48] A. Yoshimura, S. Yashiro, T. Okabe, N. Takeda, Characterization of tensile damage progress in stitched CFRP laminates, *Adv. Compos. Mater.* 16 (3) (2007) 223–244.
- [49] M. R. Wisnom, Modelling discrete failures in composites with interface elements, *Compos. Part A-Appl. S.* 41 (7) (2010) 795–805.
- [50] T. Okabe, S. Yashiro, Numerical simulation for predicting fatigue damage progress in notched CFRP laminates by using cohesive elements, *J. Solid Mech. Mater. Eng.* 3 (11) (2009) 1202–1211.
- [51] S. Yashiro, T. Okabe, Numerical prediction of fatigue damage progress in holed CFRP laminates using cohesive elements, *J. Solid Mech. Mater. Eng.* 3 (11) (2009) 1212–1221.
- [52] T. Yamaguchi, T. Okabe, S. Yashiro, Fatigue simulation for titanium/CFRP hybrid laminates using cohesive elements, *Compos. Sci. Technol.* 69 (11-12) (2009) 1968–1973.
- [53] T. Yamaguchi, T. Okabe, T. Kosaka, Fatigue simulation for Ti/GFRP laminates using cohesive elements, *Adv. Compos. Mater.* 19 (2) (2010) 107–122.
- [54] P. W. Harper, S. R. Hallett, A fatigue degradation law for cohesive interface elements – development and application to composite materials, *Int. J. Fatigue* 32 (11) (2010) 1774–1787.
- [55] O. J. Nixon-Pearson, S. R. Hallett, P. W. Harper, L. F. Kawashita, Damage development in open-hole composite specimens in fatigue. Part 2: Numerical modelling, *Compos. Struct.* 106 (2013) 890–898.
- [56] P. W. Harper, S. R. Hallett, Cohesive zone length in numerical simulations of composite delamination, *Eng. Fract. Mech.* 75 (16) (2008) 4774–4792.
- [57] T. Belytschko, T. Black, Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 45 (5) (1999) 601–620.

- 
- [58] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko, A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 46 (1) (1999) 131–150.
- [59] A. Hansbo, P. Hansbo, A finite element method for the simulation of strong and weak discontinuities in solid mechanics, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* 193 (33-35) (2004) 3523–3540.
- [60] B. Y. Chen, S. T. Pinho, N. V. de Carvalho, P. M. Baiz, T. E. Tay, A floating node method for the modelling of discontinuities in composites, *Eng. Fract. Mech.* 127 (2014) 104–134.
- [61] X. S. Sun, V. B. C. Tan, G. Liu, T. E. Tay, An enriched element-failure method (REFM) for delamination analysis of composite structures, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 79 (6) (2009) 639–666.
- [62] T. Nagashima, H. Suemasu, X-FEM analyses of a thin-walled composite shell structure with a delamination, *Comput. Struct.* 88 (9-10) (2010) 549–557.
- [63] S. E. Ashari, S. Mohammadi, Delamination analysis of composites by new orthotropic bimaterial extended finite element method, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 86 (13) (2011) 1507–1543.
- [64] F. P. van der Meer, L. J. Sluys, S. R. Hallett, M. R. Wisnom, Computational modeling of complex failure mechanisms in laminates, *J. Compos. Mater.* 46 (5) (2011) 603–623.
- [65] E. V. Iarve, M. R. Gurvich, D. H. Mollenhauer, C. A. Rose, C. G. Dávila, Mesh-independent matrix cracking and delamination modeling in laminated composites, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 88 (8) (2011) 749–773.
- [66] T. E. Tay, X. S. Sun, V. B. C. Tan, Recent efforts toward modeling interactions of matrix cracks and delaminations: an integrated XFEM-CE approach, *Adv. Compos. Mater.* 23 (5-6) (2014) 391–408.
- [67] T. Nagashima, M. Sawada, Development of a damage propagation analysis system based on level set XFEM using the cohesive zone model, *Comput. Struct.* 174 (2016) 42–53.

- [68] G. Viguera, F. Sket, C. Samaniego, L. Wu, L. Noels, D. Tjahjanto, E. Casoni, G. Houzeaux, A. Makradi, J. M. Molina-Aldareguia, M. Vázquez, A. Jérusalem, An XFEM/CZM implementation for massively parallel simulations of composites fracture, *Compos. Struct.* 125 (2015) 542–557.
- [69] X. F. Hu, B. Y. Chen, M. Tirvaudey, V. B. C. Tan, T. E. Tay, Integrated XFEM-CE analysis of delamination migration in multi-directional composite laminates, *Compos. Part A-Appl. S.* 90 (2016) 161–173.
- [70] B. Y. Chen, T. E. Tay, S. T. Pinho, V. B. C. Tan, Modelling the tensile failure of composites with the floating node method, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* 308 (2016) 414–442.

## 第2章

# 三次元織物セラミック基複合材料の面内引張 負荷下での損傷進展・強度特性評価

### 2.1 緒言

近年、航空機エンジンの高圧力化による燃費向上を目的とし、耐熱Ni基合金などと比べて耐熱性に優れ、かつ比重が1/4程度であるCMCをエンジン構造部材へ適用しようとする動きが活発となっている [1,2]. 特に、面外方向にも強化繊維が配向された三次元織物CMCは、積層板構造で問題となることの多い層間はく離が生じ辛く、航空機エンジン部材にとって重要となる耐衝撃性に優れる [3,4]. 本章では、三次元織物CMCの中でも軽量で耐熱性に優れるSiCマトリクスを高強度なSiC繊維で強化した三次元織物SiC/SiC複合材料を対象とし、損傷に伴う非線形挙動および最終強度の予測が可能な数値解析手法の確立を目指す。

三次元織物SiC/SiC複合材料はFig. 2.1に示すような特徴的なスケール階層を有するが、本研究では、繊維／マトリクスおよび繊維束の織構造を区別せず均質体とみなしたクーポンスケールを取り扱う。その上で、まずは先行研究 [6,8–12]に基づき、繊維

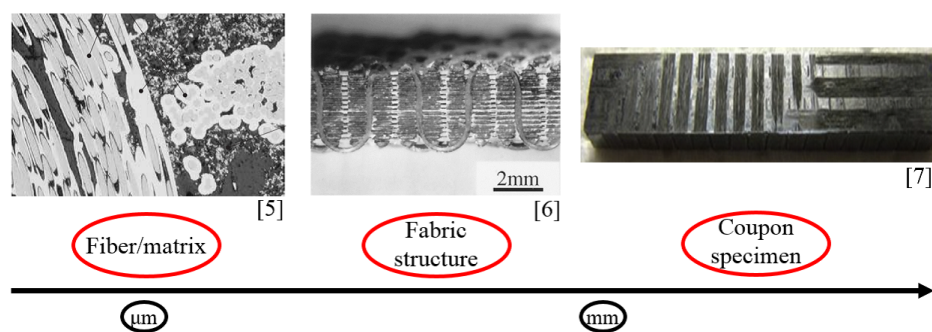


Fig. 2.1 Multiscale structure of 3D woven SiC/SiC composites [5–7].

／マトリクスおよび織構造のスケールにおいて生じる微視的な損傷累積挙動，およびそれらがクーポンスケールでの非線形・強度特性へ及ぼす影響について整理する．

三次元織物SiC/SiC複合材料に引張負荷が作用する場合，比較的低応力領域から荷重方向に並行な繊維束内部にマトリクスクラック，荷重方向に垂直な繊維束内部にトランスバースクラックが発生するほか，マトリクス部にもクラックが発生し，クーポンスケールでの応力-ひずみ応答に著しい非線形性を誘起する [6]．各種クラックの模式図をFig. 2.2に示す．ここで，三次元織物SiC/SiC複合材料に限らず，CMCでは繊維／マトリクス間の界面強度が複合材料としての破壊様式と強度特性を支配することに注意が必要である．界面強度が強すぎる場合，マトリクス部で生じたクラックは繊維を破壊しながら進んでしまい，モノリシックセラミックと同程度の強度となるため，複合化するメリットが得られない．このため，繊維にコーティング等の表面処理

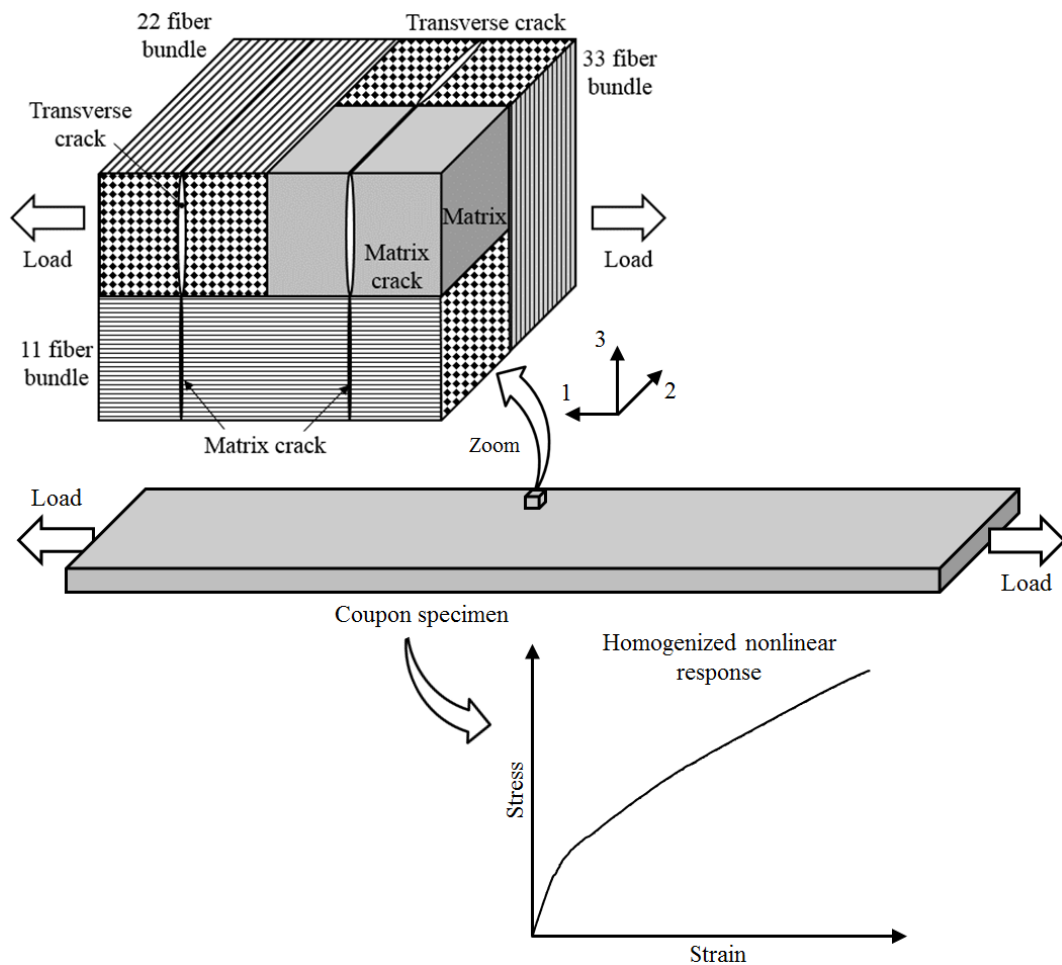


Fig. 2.2 Crack propagation and resultant nonlinear response of 3D woven SiC/SiC composites under tensile loading.

を行うことで界面強度をある程度<sup>1</sup>弱くし、クラックが繊維に達した際に界面はく離を促して繊維を健全に保つことで、モノリシックセラミックに比して優れた強度やじん性を発現させている。このようなメカニズムにより、三次元織物SiC/SiC複合材料では各方向に配向された繊維がクラックを架橋することで、等方的に強度・じん性を向上させているが、クラックが飽和した後には荷重の大半を繊維が負担することとなり、最終的には局所的な繊維破断が引き金となってクーポンスケールでの繊維方向引張破壊は即時的に進展する。このため、クーポンスケールでの最終強度は繊維単体の強度分布に大きく依存し、寸法依存性が発現する [8]。以降、上記で述べた微視的な損傷累積挙動に伴うクーポンスケールでの(i)非線形挙動、(ii)寸法依存性を有する強度特性について、どのように取り扱うかについて述べる。

まず、マトリクスクラックやトランスバースクラックに伴う非線形挙動をどのようにモデル化するかについて考える。本章では繊維束の1つ1つを区別しないため、繊維束内部に生じる各種クラックは離散化不可能である。また、既述の通り、各種クラックは繊維表面へのコーティングの導入に伴い繊維によって架橋されるため、繊維方向破壊による最終破断に至るまで卓越した大規模なクラックは生じない。従って、本章で取り扱うクラックは拡散クラックと分類でき、CDMによるモデル化が適切と考えられる。CMCのクーポンレベルでの非線形応答をモデル化するため、Chaboche等は熱力学構成式理論に基づいたCDMの定式化を提案した [14-17]。さらに、Marcin等はこれらのモデルを三次元織物C/SiC複合材料へと適用している [18]。本モデルはOnera Damage Model Load (ODM.LD)と呼ばれ、熱力学構成式理論に基づき、かつクラック挙動の段階的なunilateral(片方向的)効果<sup>2</sup>を考慮した極めて厳密な定式化である。その一方で、フィッティングパラメータが膨大であり、産業用途での利用には不向きな側面も有する。フィッティングパラメータを有さない現象論的なCDMの定式化として、Lemaitreは実験での材料の剛性低下挙動に基づいたCDMの定式化を提案した [19]。この手法は金属などの延性材料、コンクリート、岩石などの脆性材料を含め、等方性材料には適用されているが、CMCをはじめとした異方性材料への適用例

<sup>1</sup>先行研究 [13]によると、界面の臨界エネルギー解放率が繊維の1/4程度とされている。

<sup>2</sup>クラックを開口させていた荷重が反転して除荷される際に、クラックが少しずつ閉口して剛性が徐々に回復する効果のこと。

はまだない。本章では、剛性低下に基づくCDMの三次元織物SiC/SiC複合材料への適用を試み、非線形特性の予測精度について先行研究で提案されているODMLDとの比較を実施する。

ここで、序論でも述べた通り、CDMにて損傷進展を扱う場合には損傷やひずみの局所化が問題となる。この問題を防ぐために、本研究ではBažant等によって提案された非局所的損傷理論 [20,21]を採用する。非局所的損傷理論は、応力-ひずみ応答の軟化過程での損傷変数(もしくはひずみ)を破壊プロセス領域内の重み付き平均値に置き換えることで、各要素での軟化過程をスケールリングし、局所化を防ぐ手法である。本手法では、実際の破壊プロセス領域より小さい要素分割を採用している限り、破壊プロセス領域の幅は要素寸法に依存せず、進展方向のメッシュ依存性も緩和される。その上、理論上どのような定式化のCDMに対しても適用可能であり、局所化を抑制する最も理想的な手法といえる。本手法の最大の欠点は計算コストであるが、本研究で対象とするクーポンレベルでは計算コストは大きな問題とならないため、本手法を採用することとする。

次に、即時的に進展する繊維方向引張破壊について、強度の寸法依存性をどのようにモデル化するかについて考える。繊維方向引張強度の寸法効果はSiC繊維に限らず、炭素繊維、ガラス繊維を強化繊維とした複合材料においても報告されている。これは、各繊維が基本的に脆性な材料であり、その引張強度が繊維表面の欠陥の統計的分布に支配されることに起因する。このような特性は最弱リンク仮説に基づくWeibull破壊基準によって良く再現されることが知られている。Hallett等はCFRP擬似等方積層板のOHT試験において、荷重負担層にWeibull破壊基準を適用することで、繊維方向破壊主体の最終強度を予測できることを示している [22]。さらに、Li等は本破壊基準をGFRP擬似等方積層板の四点曲げ試験へ適用し、予測強度が実験と良く一致することを報告している [23]。本章では、Weibull破壊基準を三次元織物SiC/SiC複合材料へ応用し、繊維方向引張強度の寸法効果の評価を試みる。

本研究では、三次元織物SiC/SiC複合材料の損傷進展に伴う非線形挙動および最終強度の予測を行うため、CDM・非局所的損傷理論・Weibull破壊基準といった数値モデルを導入した数値解析手法を構築する。構築した解析手法の精度検証の為、NHT



試験およびOHT試験を対象とした解析を実施し、非線形な応力-ひずみ応答、および最終強度について実験結果との比較を行う。

## 2.2 実験

### 2.2.1 供試材

供試材には、直交三次元織物チラノ™ZMI繊維(56%Si, 1%Zr, 34%C, 9%O : 宇部興産)/Si-Ti-C-O複合材料を使用した。繊維体積配向率は11方向、22方向は同一であるが、33方向には異なる。繊維界面には化学気相含浸法(Cheical Vapor Infiltration; CVI)により炭素コーティングを施している。マトリクスはCVI法、固相含浸法(Solid Phase Infiltration; SPI)、ポリマー含浸焼成法(Polymer Impregnation and Pyrolysis; PIP)によって充填した。

### 2.2.2 実験方法

材料特性の評価のため、NHT試験、OHT試験を実施した。NHT試験では、11方向、22方向、12方向の機械特性および損傷特性を評価する目的で、0°、45°材を対象として実施した。OHT試験では、円孔直径 $\phi=4\text{mm}$ 、8mmのダンベル型試験片を対象とし、強度の寸法効果を調査した。加えて、円孔直径 $\phi=8\text{mm}$ の矩形試験片を対象とし、円孔周囲のひずみ分布を詳細に評価した。幅方向に測定箇所を多くとる目的で、ダンベル型試験片ではなく矩形試験片を採用した。全試験において、タブには厚さ方向にテーパを有する最大厚2mmのアルミ製タブを用いた。全試験は室温かつ大気条件下で実施し、クロスヘッド速度をTable 2.1のように設定した。ひずみ分布計測を目

Table 2.1 Conditions of the monotonic loading test.

Test	Crosshead speed (mm/min)
NHT test (0°)	3.0
NHT test (45°)	1.5
OHT test ( $\phi=4\text{mm}$ (dumbbell))	5.0
OHT test ( $\phi=8\text{mm}$ (dumbbell))	5.0
OHT test ( $\phi=8\text{mm}$ (rect.))	0.6

的とした円孔直径 $\phi=8\text{mm}$ の矩形試験片を除き，全試験は最終破断まで実施した。

## 2.3 数値解析手法

本節では，数値解析手法の概要，特に導入したCDM，Weibull破壊基準，非局所的損傷理論について述べる。

### 2.3.1 現象論的剛性低下(Phenomenological Stiffness Degradation; PSD) 損傷モデル

本研究では Lemaitre 等が提案した現象論的な剛性低下モデル [19] の三次元織物 SiC/SiC 複合材料への適用を試みる。以降，本モデルを PSD モデルと呼ぶ。

まず，ひずみ等価性の仮説に基づき，損傷材料の構成則を次式にて定義する。

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbf{C}} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.1)$$

ここで， $\boldsymbol{\sigma}$  は応力テンソル， $\boldsymbol{\varepsilon}$  はひずみテンソル， $\tilde{\mathbf{C}}$  は損傷材料の弾性係数テンソルであり，健全材料の弾性係数テンソル  $\mathbf{C}^{\text{ini}}$  および4階の損傷効果テンソル  $\mathbf{M}$  を用いて次式で表される。

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{M}^{-1} : \mathbf{C}^{\text{ini}} \quad (2.2)$$

損傷効果テンソルには様々な形が提案されているが，本研究では Chow 等が提案した次式の損傷効果テンソル [24] を用いる。(尚，Voigt 表記を採用し，行列表記にて表す。)

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_1^P} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-d_2^P} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-d_3^P} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1-d_1^P} + \frac{1}{1-d_2^P} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1-d_2^P} + \frac{1}{1-d_3^P} \right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1-d_3^P} + \frac{1}{1-d_1^P} \right) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

ここで， $d_i^P (i = 1, 2, 3)$  は各繊維束方向の剛性低下率を表す損傷変数である。上付き添字“P”は PSD モデルにて定式化される損傷変数であることを表す。Ogasawara 等の研究 [6,12] によると，各繊維束方向の剛性は繊維方向負荷，せん断負荷のいずれにおい

でも低下することが報告されている．このため，PSDモデルでは，繊維方向ひずみに起因する損傷変数 $d_f^P$ とせん断ひずみに起因する損傷変数 $d_s^P$ を導入し，これらを用いて $d_i^P(i = 1, 2, 3)$ が次式にて表されると仮定する．

$$d_1^P = \sqrt{\{d_f^P(\varepsilon_{11})\}^2 + \{d_s^P(\gamma_{12})\}^2 + \{d_s^P(\gamma_{13})\}^2} \quad (2.4)$$

$$d_2^P = \sqrt{\{d_f^P(\varepsilon_{22})\}^2 + \{d_s^P(\gamma_{12})\}^2 + \{d_s^P(\gamma_{23})\}^2} \quad (2.5)$$

$$d_3^P = \sqrt{\{d_f^P(\varepsilon_{33})\}^2 + \{d_s^P(\gamma_{13})\}^2 + \{d_s^P(\gamma_{23})\}^2} \quad (2.6)$$

$d_f^P$ および $d_s^P$ は $0^\circ$ ， $45^\circ$ 材のNHT試験における剛性低下率に基づいて決定する．例えば，11方向繊維束に関して，繊維方向ひずみ $\varepsilon_{11}$ に起因する損傷変数 $d_f^P(\varepsilon_{11})$ を考える場合，11方向に載荷した $0^\circ$ 材NHT試験でのヤング率 $E_{11}$ の低下率に基づき，

$$d_f^P(\varepsilon_{11}) = 1 - \frac{E_{11}(\varepsilon_{11})}{E_{11}^{ini}} \quad (2.7)$$

として定義する．ここで，上付き添字“ini”は初期値(健全材料である時の値)を表している．式(2.7)と $0^\circ$ 材NHT試験結果を用いることで， $d_f^P - \varepsilon_{11}$ 曲線がFig. 2.3のように一意に求まる．

$d_s^P$ については $45^\circ$ 材NHT試験に基づいて決定するが， $45^\circ$ 材NHT試験においては $\varepsilon_{11} \neq 0$ ， $\varepsilon_{22} \neq 0$ となり，式(2.1)～(2.5)より面内せん断剛性 $G_{12}$ の低下挙動には $d_f^P(\varepsilon_{11})$ と $d_f^P(\varepsilon_{22})$ の寄与が含まれていることに注意が必要である．従って，本研究では，式(2.1)～(2.5)に基づき， $45^\circ$ 材NHT試験での面内せん断剛性 $G_{12}$ の低下率から $d_f^P(\varepsilon_{11})$ と $d_f^P(\varepsilon_{22})$ の寄与分を差し引いた上で $d_s^P - \gamma_{12}$ 曲線を算出した．

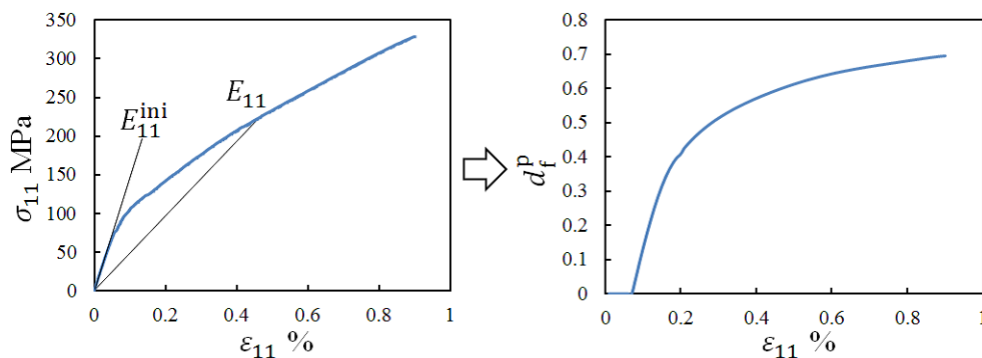


Fig. 2.3 Conceptual scheme of deriving the strain - damage variable relation.

また、2.2.1節にて述べたように、本研究で扱う材料は、繊維体積配向率が11方向、22方向には同一であるが、33方向には異なる。このため、11方向－33方向間、12方向－13方向(23方向)間では、本来異なる損傷特性となるはずである。しかし、本章では面内引張負荷のみを対象とするため、簡単のため、11方向、12方向への引張試験で決定した損傷変数－ひずみ曲線を全方向に採用することとする。

### 2.3.2 ONERA 損傷モデル(Onera Damage Model Load; ODM\_LD)

前節で述べたPSDモデルの比較対象として、Marcin等によって定式化されたODM\_LD [18]を導入する。ODM\_LDでは、5つのスカラー損傷変数 $d_i^0$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ )を導入する。ここで、Fig. 2.4に示すように、 $d_1^0$ ,  $d_2^0$ ,  $d_3^0$ は各繊維方向の損傷変数、 $d_4^0$ ,  $d_5^0$ は面内せん断の損傷変数である。上付き添字“O”はODM\_LDにて定式化される損傷変数であることを表す。

本モデルはHelmholtz自由エネルギー $e$ と損傷散逸ポテンシャル $F_i$ という2つのポテンシャルの存在に基づいて定式化される。三次元織物SiC/SiC複合材料では、Helmholtz自由エネルギー $e$ は次式にて定義される。

$$e = \frac{1}{2\rho} (\boldsymbol{\varepsilon} : \tilde{\mathbf{C}} : \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{C}^{\text{ini}} : \boldsymbol{\varepsilon}^s - \boldsymbol{\varepsilon}^s : \mathbf{C}^{\text{ini}} : \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (2.8)$$

このとき、構成則は次式にて与えられる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial e}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \tilde{\mathbf{C}} : \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{C}^{\text{ini}} : \boldsymbol{\varepsilon}^s \quad (2.9)$$

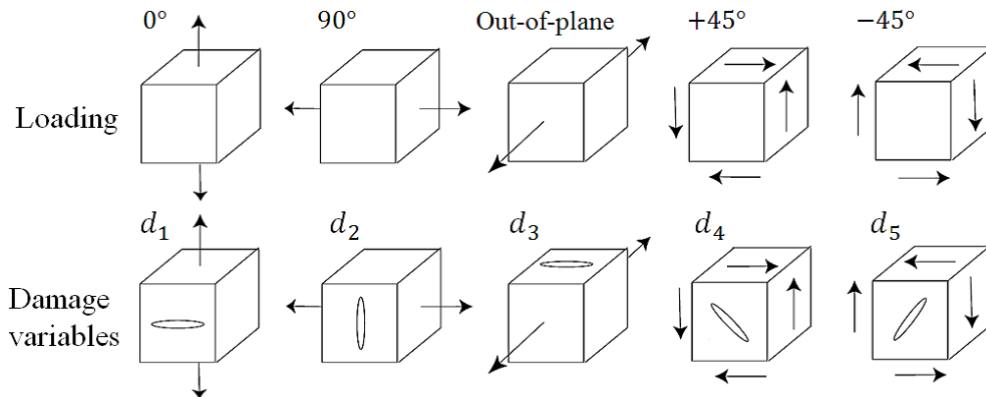


Fig. 2.4 Definition of damage variables in ODM\_LD.

但し,

$$\tilde{\mathbf{C}} = (\tilde{\mathbf{S}})^{-1} \quad (2.10)$$

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^{\text{ini}} + \Delta\mathbf{S} \quad (2.11)$$

である. ここで,  $\rho$ は密度,  $\mathbf{C}^{\text{ini}}$ は健全材料の弾性係数テンソルであり,  $\tilde{\mathbf{C}}$ は損傷材料の弾性係数テンソルである. さらに,  $\mathbf{S}^{\text{ini}}$ は健全材料のコンプライアンステンソルであり,  $\tilde{\mathbf{S}}$ は損傷材料のコンプライアンステンソルである. また, 式(2.8)中の $\boldsymbol{\varepsilon}^s$ はChaboche等によって損傷のunilateral効果を考慮するために導入された蓄積ひずみ [16, 17]であり, 次式にて定義される.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^s = -\mathbf{S}^{\text{ini}} : \left( \sum_{i=1}^5 \dot{\eta}_i d_i^0 \tilde{\mathbf{C}} : \mathbf{H}_i : \tilde{\mathbf{C}} \right) : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.12)$$

但し,  $(\cdot) \equiv \partial/\partial t$ である. ここで,  $\eta_i$ は負荷方向が反転した際に, 全てのクラックが直ちに閉口するのではなく, 徐々に閉口が進む効果を導入するための損傷非活性パラメータであり,

$$\eta_i = \begin{cases} 1 & (\Delta\lambda_i \leq \delta_i) \\ \frac{1}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\delta_i + \Delta\lambda_i}{\Delta\lambda_i}\right) \right) & (-\Delta\lambda_i \leq \delta_i \leq \Delta\lambda_i) \\ 0 & (\delta_i \leq -\Delta\lambda_i) \end{cases} \quad (2.13)$$

として定義される. 但し,  $\Delta\lambda_i = (1 + a_i d_i^0) \Delta\lambda_i^0$ であり,  $a_i$ および $\Delta\lambda_i^0$ は材料定数である. さらに,  $\delta_i$ は次式にて与えられる.

$$\delta_i = \begin{cases} \varepsilon_{ii} & (i = 1, 2, 3) \\ (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \gamma_{12})/2 & (i = 4) \\ (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} - \gamma_{12})/2 & (i = 5) \end{cases} \quad (2.14)$$

このとき, 式(2.11)中の $\Delta\mathbf{S}$ は,

$$\Delta\mathbf{S} = \sum_{i=1}^5 \dot{\eta}_i d_i^0 \mathbf{H}_i \quad (2.15)$$

として与えられる. ここで,  $\mathbf{H}_i$ は4階の損傷効果テンソル [25]である. 一般に, クラックの存在は横方向変形に一切寄与しないことを仮定することができ [26],  $\mathbf{H}_i$ はVoigt表記を用いてそれぞれ以下のように表すことができる.

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} h_{11}^1 S_{11}^{\text{ini}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{44}^1 S_{44}^{\text{ini}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{66}^1 S_{66}^{\text{ini}} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{22}^2 S_{22}^{\text{ini}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{44}^2 S_{44}^{\text{ini}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{55}^2 S_{55}^{\text{ini}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{H}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{33}^3 S_{33}^{\text{ini}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{55}^3 S_{55}^{\text{ini}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{66}^3 S_{66}^{\text{ini}} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} h_{11}^4 S_{11}^{\text{ini}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{22}^4 S_{22}^{\text{ini}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{44}^4 S_{44}^{\text{ini}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{H}_5 = \begin{bmatrix} h_{11}^5 S_{11}^{\text{ini}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{22}^5 S_{22}^{\text{ini}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{44}^5 S_{44}^{\text{ini}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

ここで、係数 $h_{11}^1$ ,  $h_{44}^1$ , ...,  $h_{44}^5$ は材料定数である。

損傷の発展に対し、損傷同伴変数空間における損傷散逸ポテンシャル $F_i(y_i, d_i^0)$ を

$$F_i(y_i, d_i^0) = g(y_i) - r(d_i^0) \quad (2.21)$$

として、各損傷変数につき独立に仮定する。但し、

$$g(y_i) = 1 - \exp \left\{ - \left( \frac{\langle \sqrt{y_i} - \sqrt{y_i^0} \rangle}{\sqrt{y_i^c}} \right)^{p_i} \right\} \quad (2.22)$$

$$r(d_i^0) = \frac{d_i^0}{d_i^c} \quad (2.23)$$

である．ここで、 $y_i$ は損傷同伴変数、 $d_i^C$ 、 $y_i^0$ 、 $y_i^C$ 、 $p_i$ は材料定数である．それぞれ、 $d_i^C$ は損傷変数の臨界値、 $y_i^0$ は損傷発生に関するしきい値、 $y_i^C$ は損傷進展の速度に影響する材料定数、 $p_i$ は損傷進展曲線の関数形状を決める材料定数である． $\langle \cdot \rangle$ はMacaulay括弧であり、 $\langle x \rangle = (x + |x|)/2$ として定義される．

損傷同伴変数 $y_i$ は次式にて定義される．

$$y_1 = y_{f1} - |y_s| \quad (2.24)$$

$$y_2 = y_{f2} - |y_s| \quad (2.25)$$

$$y_3 = y_{f3} \quad (2.26)$$

$$y_4 = \langle y_s \rangle \quad (2.27)$$

$$y_5 = \langle -y_s \rangle \quad (2.28)$$

但し、

$$\begin{cases} y_{f1} = \frac{1}{2} \left( C_{11}^0 \langle \varepsilon_{11} \rangle^2 + b_1 C_{44}^0 \langle \gamma_{12} \rangle^2 + b_2 C_{66}^0 \langle \gamma_{31} \rangle^2 \right) \\ y_{f2} = \frac{1}{2} \left( C_{22}^0 \langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + b_1 C_{44}^0 \langle \gamma_{12} \rangle^2 + b_2 C_{55}^0 \langle \gamma_{23} \rangle^2 \right) \\ y_{f3} = \frac{1}{2} \left( C_{33}^0 \langle \varepsilon_{33} \rangle^2 + b_3 \left( C_{55}^0 \langle \gamma_{23} \rangle^2 + C_{66}^0 \langle \gamma_{31} \rangle^2 \right) \right) \\ y_s = \frac{1}{4} \left( \langle \varepsilon_{11} \rangle C_{11}^0 \langle \gamma_{12} \rangle + \langle \varepsilon_{22} \rangle C_{22}^0 \langle \gamma_{12} \rangle + b_1 \langle \gamma_{12} \rangle C_{44}^0 (\langle \varepsilon_{11} \rangle + \langle \varepsilon_{22} \rangle) \right) \end{cases} \quad (2.29)$$

であり、 $b_1$ 、 $b_2$ 、 $b_3$ はカップリング係数である．

このとき、熱力学構成則理論に基づくと、損傷進展則は損傷散逸ポテンシャル $F_i$ の損傷同伴変数 $y_i$ による偏微分にて与えられる [27,28]ため、

$$d_i^O = \Lambda_i \frac{\partial F_i}{\partial y_i} \quad (2.30)$$

となる．ここで、 $\Lambda_i$ はLagrange未定乗数であり、弾性変形中はゼロ、損傷進展状態では任意の非負の値となる．Lagrange未定乗数を決定するためには、整合条件を考慮する必要がある．整合条件とは、現在の損傷同伴変数が必ず損傷散逸ポテンシャル上に存在する(仮に損傷散逸ポテンシャルの内側に存在する場合には弾性状態であり、外側に存在する場合にはさらに損傷が進展しなければならない)ことを表す条件であり、次式にて表される．

$$\dot{F}_i = \frac{\partial F_i}{\partial y_i} \dot{y}_i + \frac{\partial F_i}{\partial d_i^O} \dot{d}_i^O = 0 \quad (2.31)$$

式(2.21)～(2.23)および式(2.30)を式(2.31)へ代入し整理すると，Lagrange未定乗数 $\Lambda_i$ は

$$\Lambda_i = H(F_i) \frac{\left\langle \frac{\partial g}{\partial y_\alpha} \dot{y}_\alpha \right\rangle}{\frac{\partial g}{\partial y_\beta} \frac{\partial r}{\partial d_\beta^0}} \quad (2.32)$$

として与えられる．ここで， $\alpha$ と $\beta$ は総和規約のダミー指標である．また， $H$ はヘビサイド関数であり，次式にて定義される．

$$H(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (2.33)$$

PSDモデルの場合と同様に，本研究では平面負荷のみ扱うため，11，22，33方向に全て同じパラメータを用いることとする．さらに，単調負荷のみを扱うため，unilateral効果を考慮する必要がない．従って， $\boldsymbol{\varepsilon}^s = \mathbf{0}$ であり， $a_i$ および $\Delta\lambda_i^0$ は本研究では使用しない． $a_i$ ， $\Delta\lambda_i^0$ 以外の各パラメータは $0^\circ$ ， $45^\circ$ 材のNHT試験結果を基に決定した．パラメータの決定手順については先行研究 [18] を参照されたい．各種パラメータの値をTable 2.2にまとめる．Table 2.2に示される通り，11，22，33方向に全て同じパラメータを用いるという単純化を導入しているにもかかわらず，ODM.LDでは13種類ものパラメータのフィッティングが必要となる．

Table 2.2 The values for material parameters used in the ODM.LD.

Material parameter	Value
$h_{11}^1, h_{22}^2, h_{33}^3$	3.15
$h_{44}^1, h_{66}^1, h_{44}^2, h_{55}^3, h_{55}^3, h_{66}^3$	2.75
$h_{11}^4, h_{22}^4, h_{11}^5, h_{22}^5$	2.75
$h_{44}^4, h_{44}^5$	3.05
$y_1^0, y_2^0, y_3^0$	0.0295MPa
$y_1^C, y_2^C, y_3^C$	1.7MPa
$y_4^0, y_5^0$	0.005MPa
$y_4^C, y_5^C$	2.6MPa
$d_1^C, d_2^C, d_3^C$	0.92
$d_4^C, d_5^C$	1.23
$p_1, p_2, p_3$	0.86
$p_4, p_5$	1.25
$b_1, b_2, b_3$	3.65



### 2.3.3 非局所的損傷理論

本研究では、CDMのメッシュ依存性を防止するため、Bažant等によって提案された非局所的損傷理論 [20,21]を導入する。非局所的損傷理論の概念図をFig. 2.5に示す。図に示すように、本理論においては、損傷の発達はその点の損傷変数だけでなく、近傍の損傷変数によっても支配されると考える。位置 $\mathbf{x}$ における非局所化した値 $\bar{d}_i(\mathbf{x})$ は、ある位置 $\mathbf{s}$ における損傷変数 $d_i(\mathbf{s})$ を用いて以下の式で表される。

$$\bar{d}_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{V_r(\mathbf{x})} \int_V h(\mathbf{s} - \mathbf{x}) d_i(\mathbf{s}) dV(\mathbf{s}) \quad (2.34)$$

ここで、 $V_r$ は式(2.35)にて表される参照領域体積であり、 $h$ は非局所重み関数である。本研究では式(2.36)に示すガウス分布関数を用いた。

$$V_r(\mathbf{x}) = \int_V h(\mathbf{s} - \mathbf{x}) dV(\mathbf{s}) \quad (2.35)$$

$$h(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{k|\mathbf{x}|^2}{l^2}\right) \quad (2.36)$$

ここで、 $k$ は対象とする次元数、 $l$ は参照領域の半径である。 $l$ は材料の非均一性を特徴づける材料定数であり、特性長さと呼ばれる。本研究では、 $k = 3$ とし、特性長さは織構造のユニットセル幅の半分となるよう $l=0.5\text{mm}$ とした。

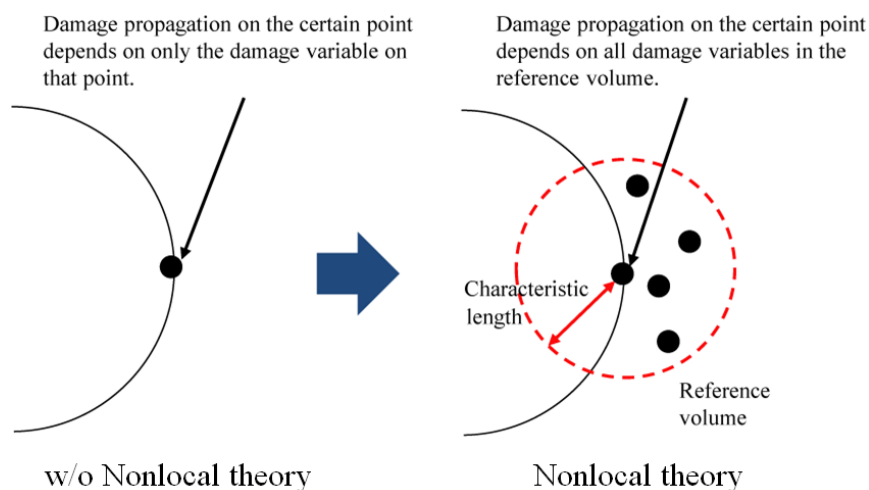


Fig. 2.5 Conceptual scheme of nonlocal damage theory.

### 2.3.4 Weibull破壊基準

寸法依存性を有する繊維方向引張強度を予測するために、Hallett 等が提案した Weibull破壊基準 [22] を導入する．ここでは詳細な定式化は割愛するが、強度指標にひずみ $\varepsilon$ を採用した場合の、有限要素離散化されたWeibull破壊基準は

$$\sum_{i=1}^n \frac{V_i}{V_0} \left( \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0} \right)^m \geq 1 \quad (2.37)$$

として表される．ここで、 $m$ はWeibull係数、 $\varepsilon_0$ は基準化ひずみ、 $V$ は試験片体積、 $V_0$ は基準化体積、 $n$ は検査領域内の要素数である．上式の詳細な定式化は付録Cを参照されたい．本研究では、 $0^\circ$ 材のNHT試験結果を基に、 $\varepsilon_0 = 0.89\%$ 、 $V_0 = 7.4 \times 10^2 \text{mm}^3$ とした．また、Weibull係数 $m$ はフィッティングパラメータとし、2種類の円孔直径( $\phi=4\text{mm}$ ,  $8\text{mm}$ )のOHT試験における破断ひずみを再現できる値に決定した(2.4.2節参照)．

### 2.3.5 解析手順

提案手法の解析手順をFig. 2.6に示す．尚、NHT解析ではひずみ(損傷)に分布が生じないため、非局所的損傷理論は導入していない．解析には商用有限要素法ソフトウェアANSYSを用いたが、各数値モデルは内製の外部プログラムとして実装した．増分解析の各ステップにおいて、ANSYSから全節点でのひずみを出力し、その結果を基に外部プログラムにおいて非局所化損傷変数、および損傷を考慮した弾性係数テンソルを更新する．更新された弾性係数テンソルはユーザーサブルーチンusermat3dおよびusolbegを介してANSYSへとインプットし、弾性係数テンソルの各成分が収束するまで各ステップ繰り返し計算を行った．解析モデルは8節点完全積分ソリッド要素にて分割し、負荷は変位制御にて与えた．OHT解析では、対称条件より、計算コスト削減のため1/8モデルを採用した．

## 2.4 検証解析

本節では、提案手法の非線形特性および強度の予測精度検証のため、NHT試験、OHT試験を対象とした解析を実施し、解析結果を実験結果と比較する．

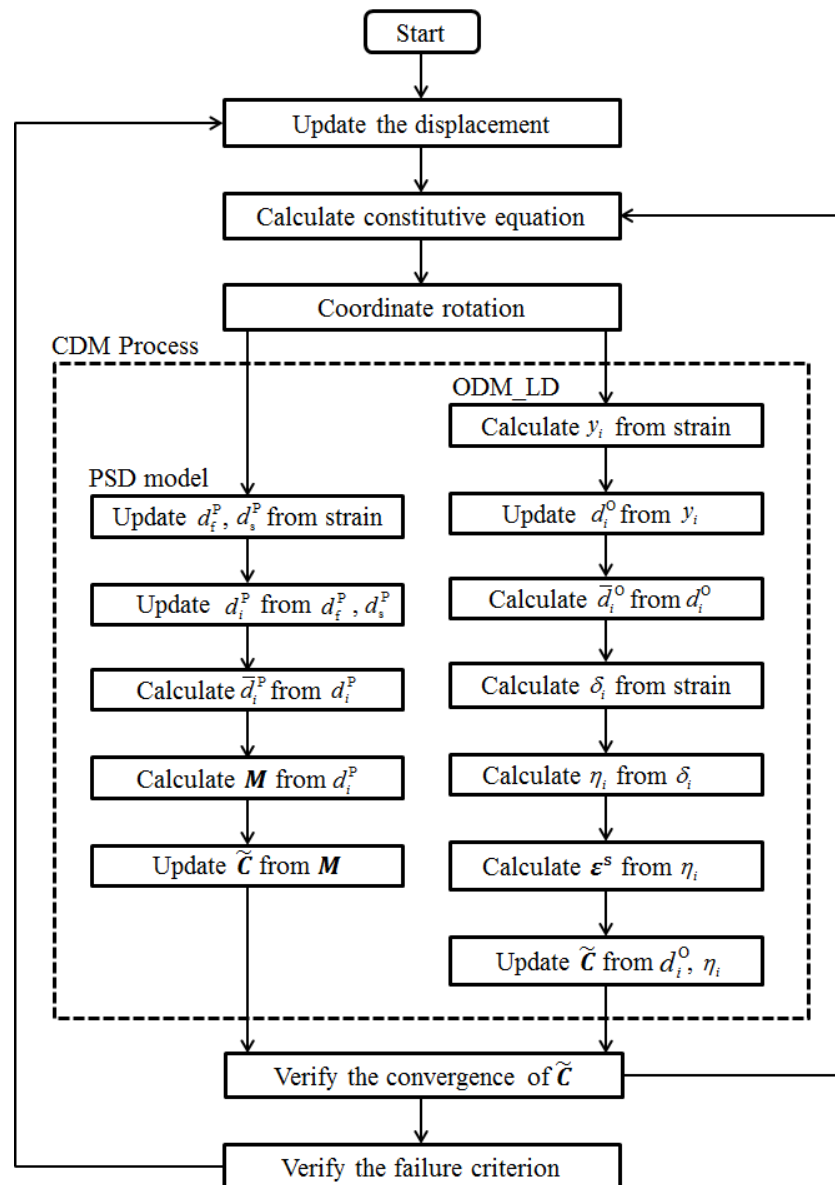


Fig. 2.6 Flowchart of proposed simulation method.

### 2.4.1 無孔平板引張試験

0°材および45°材のNHT試験結果および解析結果の応力-ひずみ曲線の比較をそれぞれFigs. 2.7, 2.8に示す。Figs. 2.7, 2.8より、両CDMモデルともに0°材および45°材の非線形特性について、実験結果と非常に良く一致することが分かる。0°材では11方向損傷のみ考慮すれば良く、一方で45°材では11方向損傷、22方向損傷、12方向損傷を考慮する必要があるが、両モデルともにこれらの挙動を予測可能であることが確認された。さらに、今後33方向損傷特性を導入することで、面外負荷を含む複雑な負荷条件下の損傷予測へも拡張が可能であると期待される。

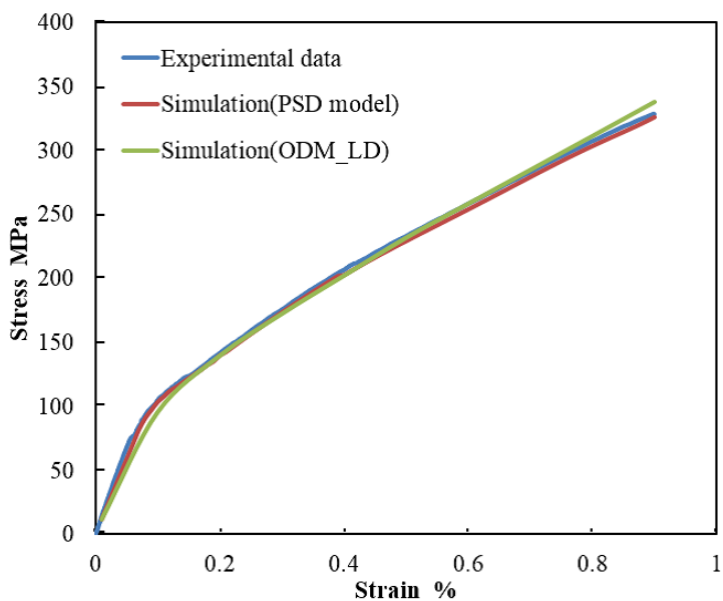


Fig. 2.7 Comparison of experiment and predicted stress - strain curves in NHT test of 0° specimen.

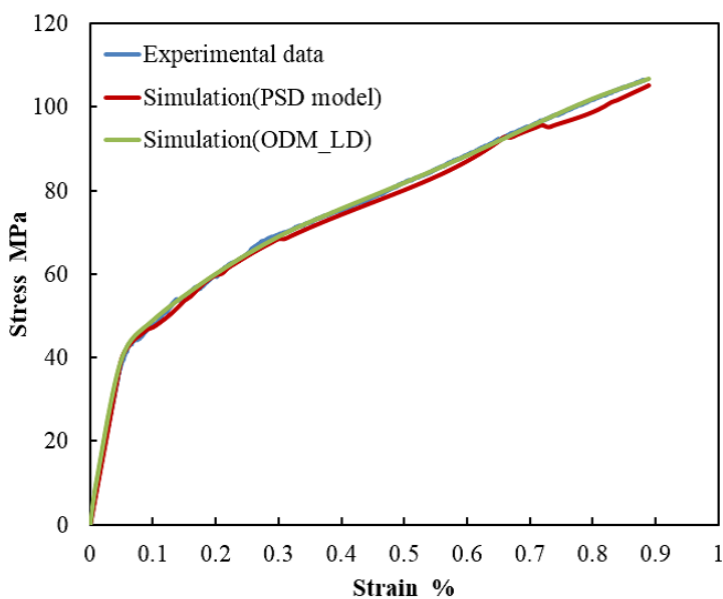


Fig. 2.8 Comparison of experiment and predicted stress - strain curves in NHT test of 45° specimen.

## 2.4.2 円孔平板引張試験

本研究では、Weibull破壊基準のパラメータの1つであるWeibull係数をフィッティングパラメータとし、2種類の円孔直径のダンベル型OHT試験片の破断ひずみを再現可能な値に決定した。Weibull係数を変化させた際の各OHT解析での予測破断ひずみに

Table 2.3 Comparison of the failure strains from experiment and simulations in OHT test.

	$m$	Failure strain in $\phi=4\text{mm}$ (Error %)	Failure strain in $\phi=8\text{mm}$ (Error %)
Experiment	—	$4.49 \times 10^{-3}$ (—)	$3.04 \times 10^{-3}$ (—)
PSD model	9	$3.76 \times 10^{-3}$ (-16.4)	$3.17 \times 10^{-3}$ (4.34)
	10	$4.04 \times 10^{-3}$ (-10.1)	$3.07 \times 10^{-3}$ (0.85)
	11	$4.43 \times 10^{-3}$ (-1.35)	$2.86 \times 10^{-3}$ (-5.95)
ODM_LD	10	$4.25 \times 10^{-3}$ (-5.36)	$2.97 \times 10^{-3}$ (-2.37)

ついてTable 2.3にまとめる. Table 2.3より,  $m=10, 11$ において両円孔径において破断ひずみが試験結果と良く一致し, Weibull破壊基準によって寸法効果の予測が可能であることが示唆される. 材料が極めて高価であり, 十分な試験数が確保できなかったが, 今後の課題として, Weibull係数の試験に基づく同定を試みる必要がある.

次に, 円孔直径 $\phi=4\text{mm}$ ,  $8\text{mm}$ のダンベル型試験片について, 応力-ひずみ線図の比較をFigs. 2.9, 2.10に示す<sup>3</sup>. 解析結果は $m=10$ のものを示している. これらのグラフより, 両CDMにおいて, 両円孔径での非線形挙動および破断ひずみを良く再現していることが分かる.

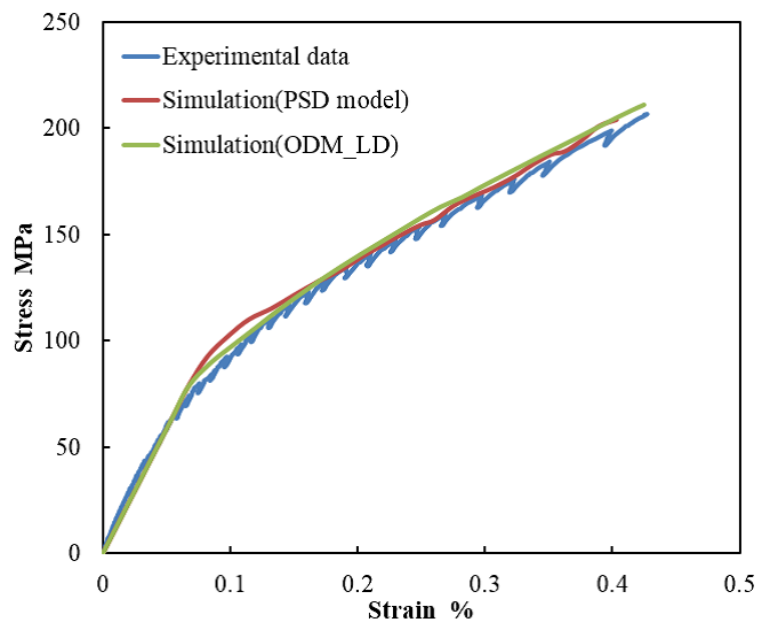


Fig. 2.9 Comparison of experiment and predicted stress - strain curves in OHT test ( $\phi=4\text{mm}$  (dumbbell)).

<sup>3</sup>Figs. 2.9, 2.10における実験結果は, レプリカ観察の目的で荷重を途中中断している為, 応力-ひずみ曲線に多少の除荷挙動が見られる.

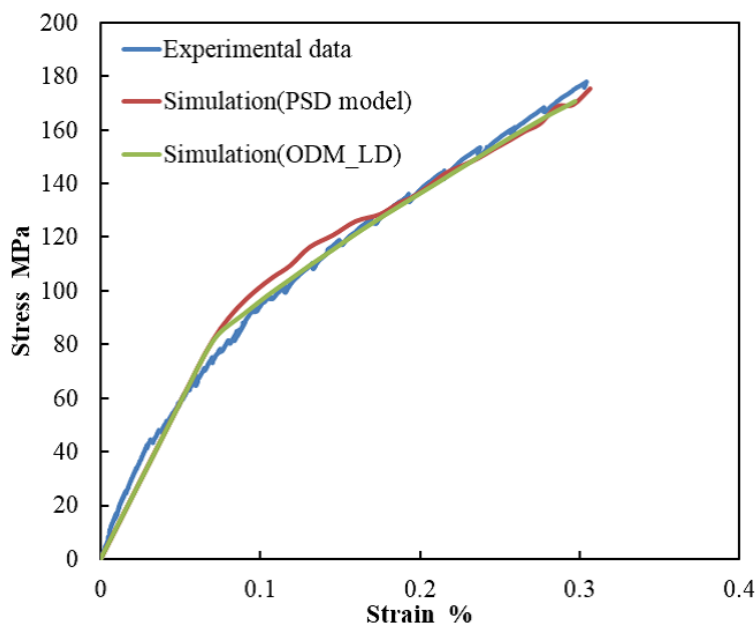


Fig. 2.10 Comparison of experiment and predicted stress - strain curves in OHT test ( $\phi=8\text{mm}$  (dumbbell)).

0°材，45°材のNHT解析，2種類の円孔直径のダンベル型OHT試験片の解析を通じて，本研究で提案するPSDモデルは三次元織物SiC/SiC複合材料の非線形特性について先行研究のODM<sub>LD</sub>と概ね同精度での予測が可能であることが確認された．ここで，PSDモデル，ODM<sub>LD</sub>の長所・短所について，以下にまとめる．

PSDモデルの最大の長所はフィッティングを要する材料定数が無いことである．NHT試験結果に基づき，Fig. 2.3に示すような損傷変数－ひずみ関係則を得ることで，各ひずみ状態での損傷変数を1対1対応させることができ，一切のパラメータフィッティングを要さない．その一方で，ODM<sub>LD</sub>は膨大な材料定数が存在し (Table 2.2 参照)，複数の試験結果に基づくフィッティングが必要となる．

一方で，PSDモデルの短所として，損傷のunilateral効果を適切に考慮できないことが挙げられる．PSDモデルでは，除荷状態でも常に損傷は履歴中最大値を取り，圧縮負荷になって初めて剛性が回復するものとして定式化している．このため，Chaboche等が報告しているような徐々にクラックが閉口する段階的なunilateral効果 [16, 17] を適切に再現することはできない．ODM<sub>LD</sub>ではこの効果を蓄積ひずみの導入によってモデル化している．本研究では単調引張負荷のみ扱うため，本効果は無視できるが，負荷除荷試験等を対象とする場合には本効果の取り扱いに注意が必要である．

最後に、本研究で提案するPSDモデルに関して、より詳細な検証として円孔周囲の複数個所での非線形応答を実験結果と比較した。 $\phi=8\text{mm}$ の矩形試験片における、円孔周囲の各位置での荷重－ひずみ応答について、実験と解析の比較をFig. 2.11に示す。縦軸の荷重はグリップ部でロードセルにて計測した値を示している。Fig. 2.11より、PSDモデルは円孔周囲の損傷進展に伴う非線形な荷重－ひずみ応答を非常によく再現していることが分かる。円孔周囲では位置毎に応力の二軸度が異なり、非線形特性にも違いが生じる。本検証により、PSDモデルは様々な応力二軸度での損傷挙動および非線形特性を概ね再現可能であり、三次元織物CMCの損傷進展解析に有用なモデルであることが示された。

## 2.5 結言

本章では、三次元織物SiC/SiC複合材料を対象とし、損傷に伴う非線形挙動および寸法効果を有する最終強度の予測へ向け、(i)CDM、(ii)非局所的損傷理論、(iii)Weibull破壊基準を組み合わせた数値解析手法を構築した。提案手法の予測精度検証としてNHT試験、OHT試験を対象とした検証解析を実施し、解析結果を実験結果と比較した。得られた知見を以下に示す。

- NHT・OHT試験より、本章で提案するPSDモデルは先行研究のODM<sub>LD</sub>と概ね同精度での非線形特性の予測が可能であった。但し、フィッティングを要するパラメータ数の観点から、実用面ではPSDモデルが優れる。
- 円孔周囲の様々な応力二軸度での精度検証の結果、PSDモデルは二軸応力条件下でも非線形挙動を予測可能であった。
- Weibull係数をフィッティングすることで、Weibull破壊基準により2種類の円孔径のOHT試験における破断ひずみを予測可能であった。

これらの検証により、提案手法は三次元織物SiC/SiC複合材料の非線形特性および最終強度を予測可能であることが示された。本研究では面内負荷のみ扱ったが、今後、33方向損傷特性を実験的に取得し、実装することで、提案手法は面外方向も含めた多軸負荷問題へも拡張可能であると期待される。

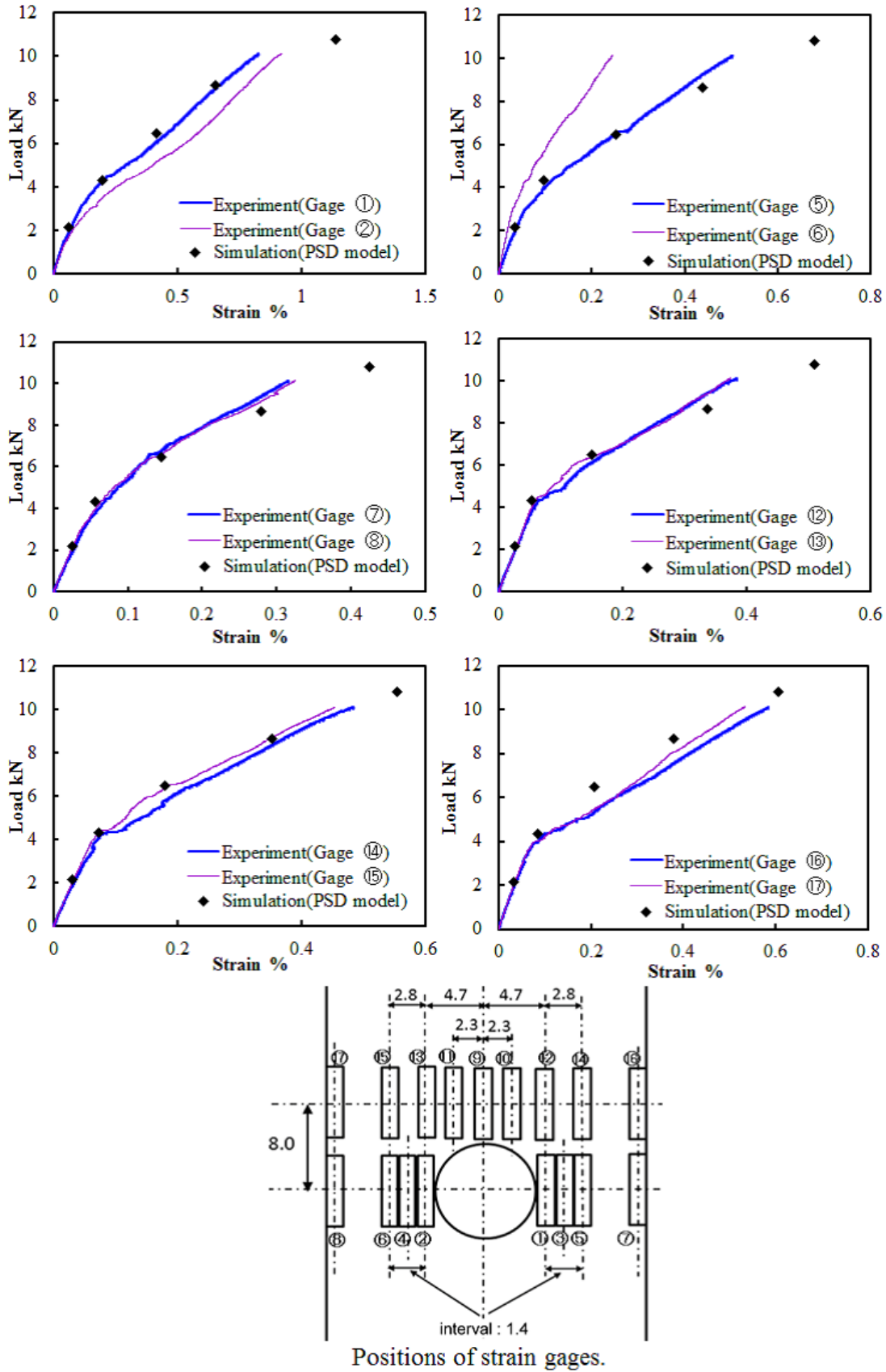


Fig. 2.11 Comparison of experiment and predicted results in OHT test ( $\phi=8\text{mm}$  (rect.)).



## 参考文献

- [1] H. Ohnabe, S. Masaki, M. Onozuka, K. Miyahara, T. Sasa, Potential application of ceramic matrix composites to aero-engine components, *Compos. Part A-Appl. S.* 30 (4) (1999) 489–496.
- [2] H. Kaya, The application of ceramic-matrix composites to the automotive ceramic gas turbine, *Compos. Sci. Technol.* 59 (6) (1999) 861–872.
- [3] B. N. Cox, M. S. Dadkhah, W. Morris, On the tensile failure of 3D woven composites, *Compos. Part A-Appl. S.* 27 (6) (1996) 447–458.
- [4] J. N. Baucom, M. A. Zikry, Low-velocity impact damage progression in woven E-glass composite systems, *Compos. Part A-Appl. S.* 36 (5) (2005) 658–664.
- [5] 中村武志, 岡尚志, 今成邦之, 篠原健一, 石崎雅人, 航空機エンジン用 CMC タービン部品の開発, *IHI技報*, 53 (4) (2013) 34–37.
- [6] T. Ogasawara, T. Ishikawa, H. Ito, N. Watanabe, I. J. Davies, Multiple cracking and tensile behavior for an orthogonal 3-D woven Si-Ti-C-O fiber/Si-Ti-C-O matrix composite, *J. Am. Ceram. Soc.* 84 (7) (2001) 1565–1574.
- [7] T. Aoki, T. Ogasawara, Y. Okubo, K. Yoshida, T. Yano, Fabrication and properties of Si-hf alloy melt-infiltrated tyranno ZMI fiber/SiC-based matrix composites, *Compos. Part A-Appl. S.* 66 (2014) 155–162.
- [8] I. J. Davies, T. Ishikawa, M. Shibuya, T. Hirokawa, Fibre strength parameters measured in situ for ceramic-matrix composites tested at elevated temperature in vacuum and in air, *Compos. Sci. Technol.* 59 (6) (1999) 801–811.
- [9] T. Okabe, N. Takeda, J. Komotori, M. Shimizu, W. A. Curtin, A new fracture mechanics model for multiple matrix cracks of SiC fiber reinforced brittle-matrix composites, *Acta Mater.* 47 (17) (1999) 4299–4309.
- [10] T. Okabe, J. Komotori, M. Shimizu, N. Takeda, Mechanical behavior of SiC fiber reinforced brittle-matrix composites, *J. Mater. Sci.* 34 (14) (1999) 3405–3412.

- [11] T. Okabe, N. Takeda, J. Komotori, M. Shimizu, K. Imai, Y. Imai, Tensile matrix cracking behavior of Hi-Nicalon fiber/glass matrix cross-ply laminate composites, *Key Eng. Mat.* 164-165 (1999) 221–224.
- [12] T. Ogasawara, T. Ishikawa, T. Yokozeki, T. Shiraishi, N. Watanabe, Effect of on-axis tensile loading on shear properties of an orthogonal 3D woven SiC/SiC composite, *Compos. Sci. Technol.* 65 (15-16) (2005) 2541–2549.
- [13] M. -Y. He, J. W. Hutchinson, Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials, *Int. J. Solids Struct.* 25 (9) (1989) 1053–1067.
- [14] J. L. Chaboche, P. M. Lesne, J. F. Maire, Continuum damage mechanics, anisotropy and damage deactivation for brittle materials like concrete and ceramic composites, *Int. J. Damage Mech.* 4 (1) (1995) 5–22.
- [15] J. F. Maire, J. L. Chaboche, A new formulation of continuum damage mechanics (CDM) for composite materials, *Aerosp. Sci. Technol.* 1 (4) (1997) 247–257.
- [16] J. L. Chaboche, J. F. Maire, New progress in micromechanics-based CDM models and their application to CMCs, *Compos. Sci. Technol.* 61 (15) (2001) 2239–2246.
- [17] J. L. Chaboche, J. F. Maire, A new micromechanics based CDM model and its application to CMC's, *Aerosp. Sci. Technol.* 6 (2) (2002) 131–145.
- [18] L. Marcin, J. F. Maire, N. Carrere, E. Martin, Development of a macroscopic damage model for woven ceramic matrix composites, *Int. J. Damage Mech.* 20 (6) (2010) 939–957.
- [19] J. Lemaitre, *A Course on Damage Mechanics*, Springer Science + Business Media, (1996).
- [20] Z. P. Bažant, G. Pijaudier-Cabot, Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence, *J. Appl. Mech.* 55 (2) (1988) 287–293.
- [21] Z. P. Bažant, M. Jirásek, Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: Survey of progress, *J. Eng. Mech.* 128 (11) (2002) 1119–1149.

- 
- [22] S. R. Hallett, B. G. Green, W. G. Jiang, M. R. Wisnom, An experimental and numerical investigation into the damage mechanisms in notched composites, *Compos. Part A-Appl. S.* 40 (5) (2009) 613–624.
- [23] X. Li, S. R. Hallett, M. R. Wisnom, A finite element based statistical model for progressive tensile fibre failure in composite laminates, *Compos. Part B-Eng.* 45 (1) (2013) 433–439.
- [24] C. L. Chow, T. J. Lu, On evolution laws of anisotropic damage, *Eng. Fract. Mech.* 34 (3) (1989) 679–701.
- [25] Q. S. Zheng, J. Betten, On damage effective stress and equivalence hypothesis, *Int. J. Damage Mech.* 5 (3) (1996) 219–240.
- [26] D. Perreux, C. Oytana, Continuum damage mechanics for microcracked composites, *Compos. Eng.* 3 (2) (1993) 115–122.
- [27] S. Murakami, K. Kamiya, Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics, *Int. J. Mech. Sci.* 39 (4) (1997) 473–486.
- [28] S. Murakami, *Continuum Damage Mechanics*, Springer Netherlands, 2012.

## 第3章

# 炭素繊維強化プラスチック積層板の高速衝撃下での損傷進展・貫通特性評価

### 3.1 緒言

本章では、航空機エンジンにCFRPを適用する際の重要課題である高速衝撃下での耐衝撃性(貫通特性・損傷面積)評価のための数値解析手法の確立を目指す。

序論にて述べたように、航空機エンジンの大型化、高バイパス比による燃費向上を目的とし、合金よりも比強度・比剛性に優れるCFRPのエンジン構造部材への適用が進んでいる。具体的には、軽量化効果の大きいファンブレード、ファンケース、さらにはSGVへの適用が進められているが、これらの部材は鳥衝突や雹衝突といった高速衝撃のリスクが高く、耐衝撃性が非常に重要な設計指標となる。

過去数十年に渡って行われてきた実験的な先行研究 [1-4]により、高速衝撃下での貫通特性、損傷進展の程度、エネルギー吸収量に対しては、飛翔体の特性、材料物性、積層構成、層厚など様々な因子が影響を及ぼすことが知られている。耐衝撃性を保証するためにはこれらの影響因子について包括的に調査する必要があるが、コストや時間などの面から実験的な調査には限界があるため、信頼性の高い数値解析手法の開発および計算機援用仮想試験に対する期待が高まっている。

一般に、金属や樹脂からなる構造では弾性変形と塑性変形により衝撃エネルギーを吸収するのに対し、CFRP積層板構造においては、弾性変形に加え、繊維方向破壊をはじめとした内部損傷の段階的な進展挙動によってエネルギーを吸収する [5-7]。このため、各内部損傷の進展挙動がエネルギー吸収において非常に重要な役割を持ち [8]、数値解析において耐衝撃性を評価する上では、各内部損傷の進展とそれに伴うエネルギー散逸をどのようにモデル化するかが重要となる。

高速衝撃問題に関する数値解析的研究は、低速衝撃問題と比較して研究数が少なく、解析手法・モデル化手法が確立していないのが現状である。先行研究 [9–13] では、メゾスケールでの動的陽解法FEMを用いた数値解析が行われている。Raimondo等はNCF (Non-Crimp Fabric)複合材料を対象とし、高速衝撃試験及び解析を実施している [9,10]。彼等はひずみ速度依存の破壊基準および弾塑性構成則 [14]とSCMを組み合わせ、繊維方向破壊およびトランスバースクラックをモデル化しており、衝突速度100–500m/sにおけるNCFの貫通特性やエネルギー吸収特性を概ね予測可能であることを報告している。また、Yoshimura等はCFRPクロスプライ積層板、擬似等方積層板を対象とし、高速衝撃試験及び解析を実施している [11–13]。彼等は、繊維方向破壊を最大応力基準、トランスバースクラックをCDM、層間はく離を結合要素にてモデル化している。彼等の研究では、Raimondo等とは対照的に静的な負荷除荷試験に基づいてCDMを定式化しているが、衝突速度100–200m/sにおける貫通特性、損傷面積、さらには面外変形特性について、解析結果が実験結果と概ね一致することを報告している。このことは、100–200m/s程度の速度域においては、弾性特性および強度特性の速度依存性の影響は耐衝撃性評価の上で限定的であることを示している。

ここで、高速衝撃を受けるCFRPにおいては、内部損傷の中でもトランスバースクラックのモデル化に注意を要する。Yoshimura等 [11,12]は、高速衝撃下ではメゾスケールでの離散化が困難なほど密に生じるマルチプルクラックと大規模クラックが混在することを報告しているが、上記の先行研究 [9–13]では後者を過小評価することが報告されている。序論での分類に基づく、前者は拡散クラック、後者は離散クラックと分類できる。先行研究ではトランスバースクラックのモデル化にSCM、CDMといった構成則ベースの連続体損傷モデルを使用しているが、これらのモデルではクラック幅が要素寸法に依存し、クラック先端の応力集中が鈍化されるため、離散クラックの進展を過小評価することが知られている [15]。離散クラックに対しては結合要素やXFEMによるモデル化が適切であるが、これらのモデルは拡散クラックのモデル化には不向きである。つまり、高速衝撃下での混在する拡散クラックと離散クラックの双方を1種類の損傷モデルでモデル化することは困難であり、これらをどのようにモデル化するかが重大な問題となる。

そこで、本研究では、実験での損傷観察に基づく現象論的な損傷モデリングを提案する。まず、2種類の速度域にて高速衝撃試験を実施し、X線CT (Computed Tomography) および軟X線探傷を用いた非破壊検査により、高速衝撃損傷を詳細に観察する。特にトランスバースクラックに着目し、拡散クラックと離散クラックがどのように分布するかを詳細に観察する。次に、観察結果に基づき、高速衝撃損傷に対する解析モデルを構築する。最後に、構築したモデルでの解析結果を実験結果および従来手法と比較することで、妥当性および有用性について検証する。

## 3.2 高速衝撃試験

### 3.2.1 供試材

材料はT700S/2592 (東レ), 積層構成は $[0/90]_{4s}$ のクロスプライ積層板を対象とした。試験片寸法は、長さ60mm, 幅60mm, 厚さ1.9mm, 密度は $1580\text{kg/m}^3$ である。

### 3.2.2 実験方法

高速衝撃試験は圧縮空気式加速機を用いて行った。試験システムの概要をFig. 3.1に示す。空気タンクに圧縮した空気(約200MPa)を貯め、排気弁を開放することにより加速管に空気を送り込み、飛翔体を入れたサボを加速させ、治具に単純支持された試験片へ向けて発射する。飛翔体にはSUJ2 (高炭素クロム軸受鋼鋼材, JIS G4805)製のベアリング球(JIS B1501, ISO 3290)を用いた。飛翔体の直径は6mm, 重さは0.9gである。飛翔体をサボに設置することで効率良く圧縮空気を受けて速度を得ることができ、また安定した射出方向を得ることができる。サボはストッパーで停止させるた

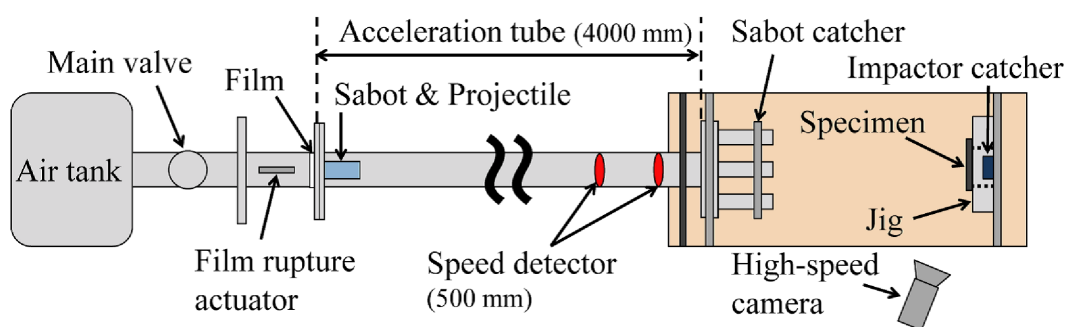


Fig. 3.1 Single-stage air gun (top view).

め、飛翔体のみが試験片へと衝突する。サボには発泡ポリスチレン(スタイロフォーム EK-II, ダウ化工)を用い、加速管の壁との間をシールし、摩擦係数を低減する目的で、ポリフルオロエチレン製のニトフロンテープ(NITOFRON, 日東電工)をサボの周囲に巻いた。飛翔体の速度は加速管の2箇所の赤外線センサを通過する時間とセンサ間の距離(500mm)から測定した。また、衝突挙動を観察し、貫通の有無を判定する目的で、高速度カメラ(FASTCAM SA-X2, Photron USA, Inc.)を使用した。試験は対象材料の貫通限界以下と予想される120–130m/s、貫通限界以上と予想される180–200m/sの2つの速度域にて行った。

衝撃試験後の試験片に対し、内部損傷を観察するため、2種類の非破壊検査を実施した。まず、マイクロフォーカスX線CT(TOSCANER-32300 $\mu$ FPD, 東芝ITコントロールシステム)を用いた損傷観察を実施した。マイクロフォーカスX線CTとは、X線源に焦点サイズがミクロン単位のものを使用したX線CTのことであり、高解像度での物体の断面観察、三次元的な損傷の観察が可能となる。各試験片について、0°方向、90°方向の両断層画像を撮影し、面外方向の損傷分布を観察した。さらに、試験片を360°回転させながら断層画像を撮影し、それらを画像処理によって再構築することで三次元CTデータを取得した。尚、撮影条件は管電圧150kV、管電流150 $\mu$ Aとした。

次に、軟X線探傷(SV-100AW, SOFTEX, Inc.)によって面内損傷分布を撮影した。軟X線探傷はX線の透過量の差異をフィルムに記録するもので、損傷部に造影剤となるヨウ化亜鉛を毛細管現象によって浸透させることで損傷部を明瞭に記録することができる。管電圧は17.5kV、管電流は1.5mA、露光時間5分の条件にて撮影を行った。

### 3.2.3 結果および考察

非貫通のケース( $v=124.4\text{m/s}$ )、貫通のケース( $v=195.3\text{m/s}$ )における軟X線写真、X線CT断層画像(0°方向)をFig. 3.2に示す。

Fig. 3.2より、衝撃によって誘起される内部損傷は、繊維方向破壊、トランスバースクラック、層間はく離の3種類であることが確認できる。まず、繊維方向破壊について、Figs. 3.2 (c), (d)を比較すると、非貫通のケースでは上面側の数層にのみ繊維方向破壊がみられるが、貫通のケースでは厚さ方向に渡って繊維方向破壊が確認され

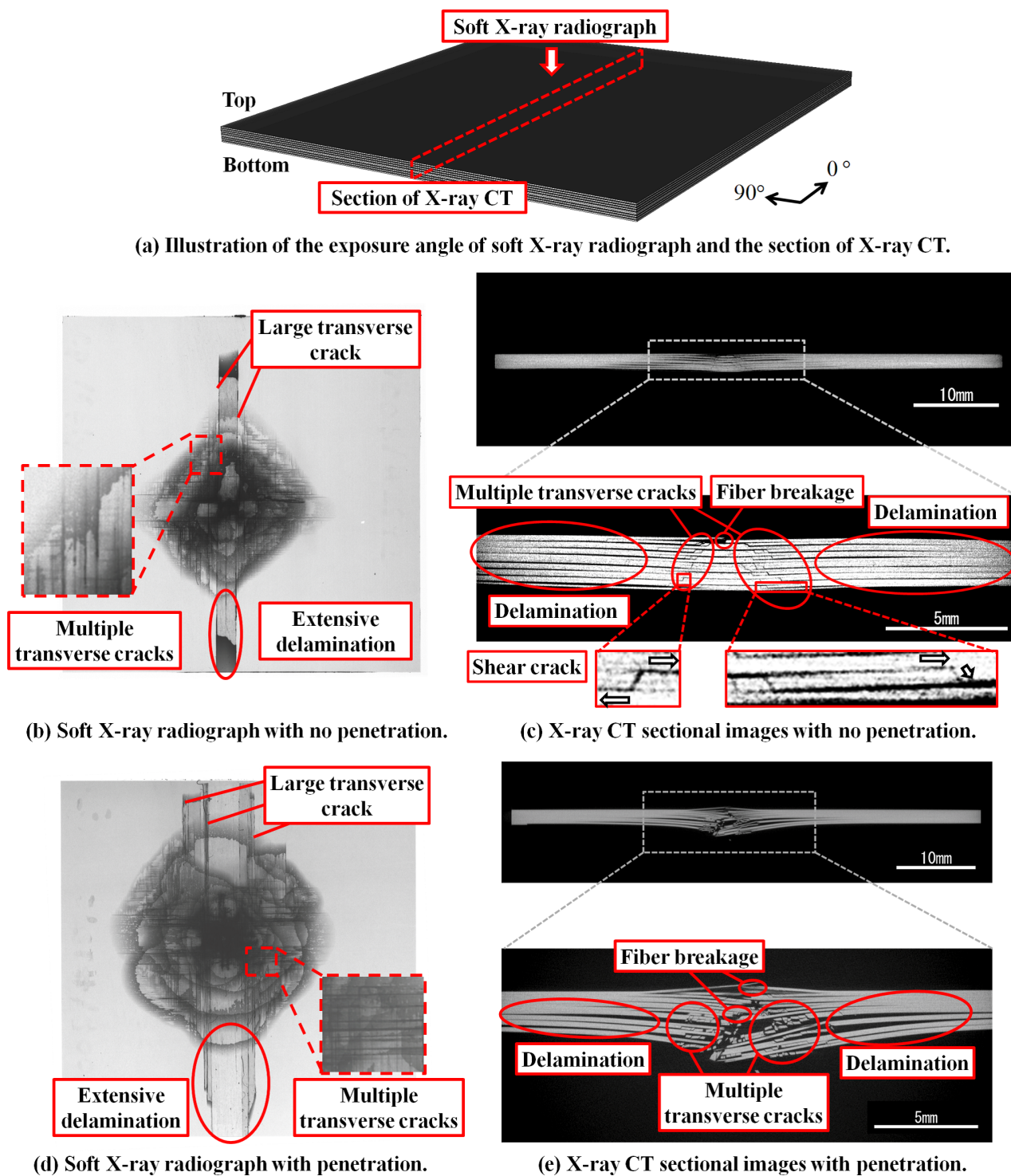


Fig. 3.2 Damage distribution with no penetration ( $v = 124.4\text{m/s}$ ) and with penetration ( $v = 195.3\text{m/s}$ ).

た. このため, 繊維方向破壊は飛翔体の貫通に伴って段階的に進展するものと考えられる. 次に, トランスバースクラックについては, 衝撃点周りに生じるマルチプルクラックと背面層に生じる大規模クラックの2種類に大別できる. 背面層を除く全層で



は衝撃点周りにマルチプルクラックが生じ，これらのクラックの面内方向への進展は限定的である．これらのクラックに連成した層間はく離もまた，面内にはその進展は限定的であり，トランスバースクラックを介して面外方向へと進展している．一方，背面層では，大規模クラックが繊維方向へ大規模に進展し，隣接層間にも大規模なはく離を誘起している．このような背面層とそれ以外の内部層でのクラック進展挙動の差異は，クラックの発生メカニズムに起因するものと考えられる．

内部層でのクラックは，Fig. 3.3 (a)に示すように，最大せん断応力位置にて生じ，上下の層間にはく離を誘起する．これらの層間にはく離は必ずしも層間を進展し続ける訳ではなく，特に曲げ変形下では応力状態次第で層内へ再び進展することが知られている．この現象はMigrationと呼ばれ，このような層内クラックと層間にはく離の相互干渉的進展により，マルチプルクラックが形成されるものと考えられる (Fig. 3.3 (a)). このような損傷進展メカニズムはChang等によって低速衝撃試験にて報告されている [16].

背面層でのクラック形成メカニズムとしては2つの可能性が考えられる．1つ目は，“surface-bending crack”と呼ばれるクラック形成メカニズムである．これは，曲げ変形を受ける積層板の背面側において，繊維直交方向に引張応力状態となり，モードI

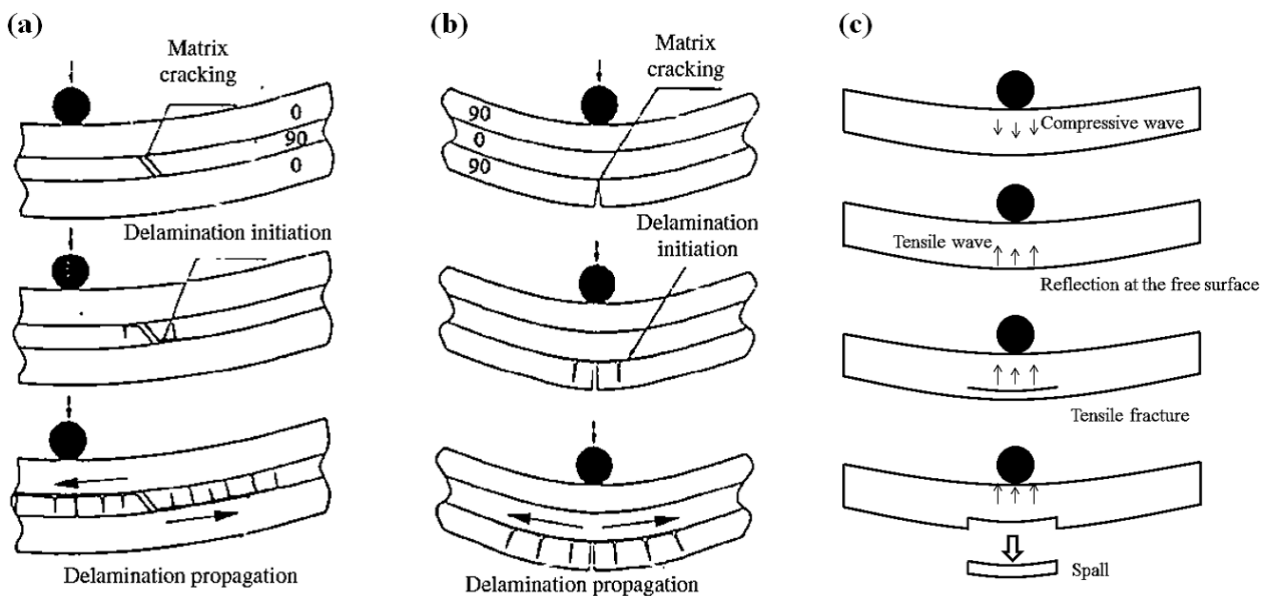


Fig. 3.3 Three kinds of damage propagation mechanism; (a) shear crack, (b) surface-bending crack, and (c) spall fracture [16, 17].

クラックが開口する現象である。このクラックは繊維直交方向に引張応力状態となっている領域では容易に進展する (Fig. 3.3 (b)). このような “surface-bending crack” は低速衝撃試験において, Changら [16], およびBouvetら [17]によって報告されている。

2つ目はスポール破壊と呼ばれる現象である。スポール破壊とは, 衝突によって生じる圧縮波が背面の自由端で反射した際に逆方向の引張波となり, 圧縮強度よりも引張強度の弱い材料において, この引張波によってクラックおよびはく離を生じる現象であり, ホプキンソン効果とも呼ばれる (Fig. 3.3 (c)). この現象は準静的な力学の取り扱いが可能な低速衝撃下では生じず [18], 衝撃応答が応力波に依存する高速衝撃下で発生することが報告されている [19,20].

今回の実験において観察された背面層の大規模クラックがどちらの破壊モードであるかは, 今回の観察結果のみからは判断することができず, どちらか, あるいは両方の破壊モードの混合により生じている可能性がある。この点に関して, より詳細に検証するためには, 背面にて自由端反射が生じない境界条件, もしくは曲げがなるべく生じない境界条件にて, どちらかの効果を排除しての追加実験が必要と考えられるが, 上記を厳密に満足する試験を行うのは極めて困難と考えられる。

次に, X線写真から測定した投影損傷面積と衝突速度の関係を Fig. 3.4に示す。図中には衝撃試験時の高速度カメラの映像から判定した貫通特性についても示してい

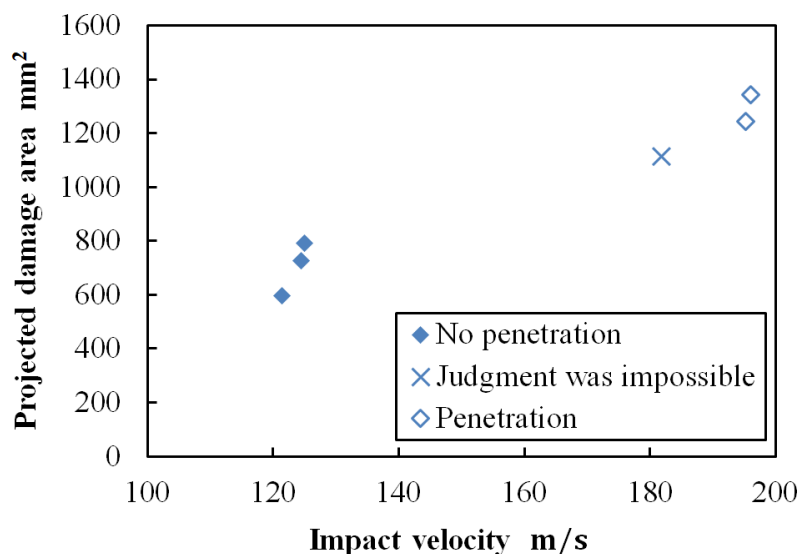


Fig. 3.4 Relationship between impact velocity and projected damage areas measured from soft X-ray radiographs.

る. Fig. 3.4より, 飛翔体の衝突速度の増加に伴って投影損傷面積も増加することが確認できる. 貫通特性は1つの試験片( $v=181.8\text{m/s}$ )を除き, 速度カメラの映像から判定可能であった. これらの結果より, 対象材料の貫通限界は $125-195\text{m/s}$ であることが分かった.

最後に, X線CT三次元画像から得られた内部損傷(層間はく離・トランスバースクラック)分布についてFig. 3.5に示す. 図中では, 試験片の残留変形(凹み)により, 1つの層間およびその隣接層での損傷分布が示されている. さらに, 主なクラックを赤破線にて示している. Fig. 3.5より, 背面側の層および層間にて, より大規模な損傷が生じていることが分かる. また, 層間はく離は隣接層の最低2本以上のクラックに誘起され, はく離形状はこれらのクラックに支配されている様子が確認できる. さらに, 衝撃点直下では非常に高いヘルツ応力により, はく離が生じない領域が存在することも確認できる. このような現象は準静的面外負荷試験においてAbisset等によっても報告されている [21].

以上の観察結果より, 次節での損傷モデリングへ向け, 次の知見が得られた.

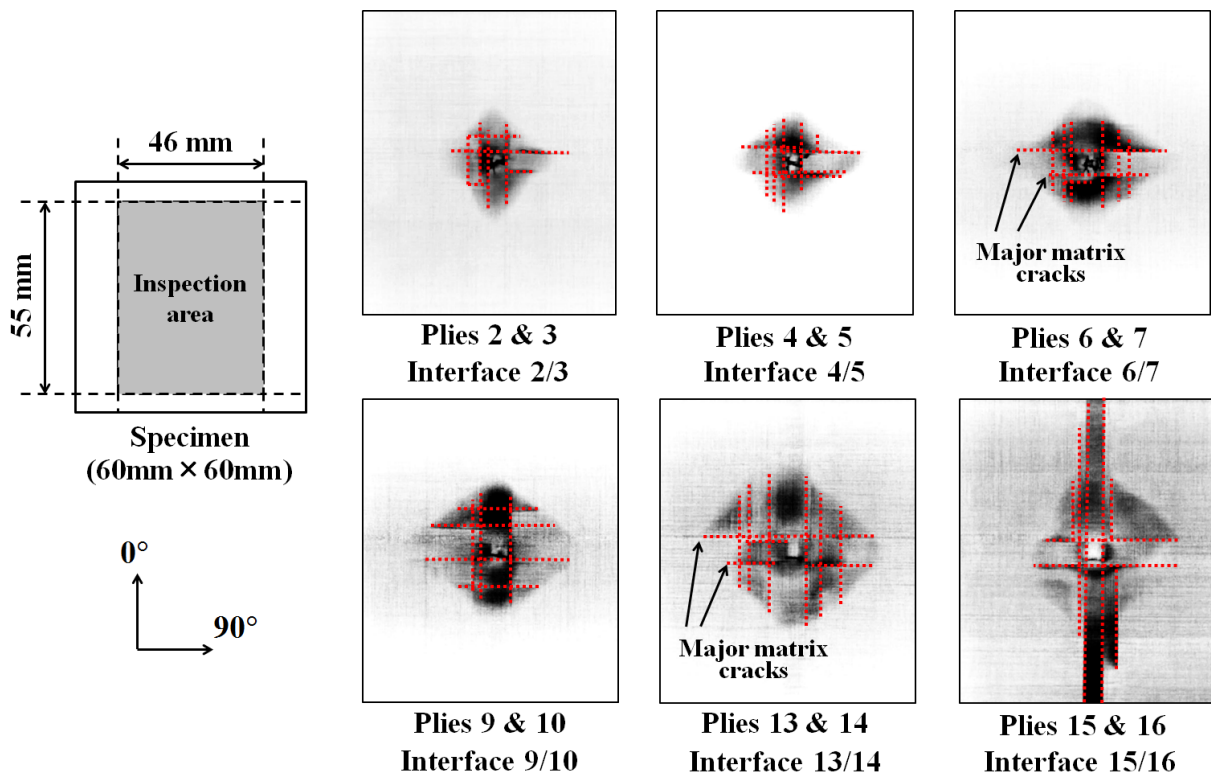


Fig. 3.5 Distribution of internal damage, as measured using X-ray computed tomography images of the specimens ( $v = 125\text{m/s}$ ).

- 内部損傷は繊維方向破壊，トランスバースクラック，層間はく離の3種類である．
- 繊維方向破壊は飛翔体の貫通に伴って段階的に進展する．
- トランスバースクラックの形態は，衝撃点近傍で生じるマルチプルクラック，背面層で生じる大規模クラックの2種類に大別できる．
- 層間はく離の形状は，隣接層の2本以上のトランスバースクラックに依存する．
- 対象材料の貫通限界は125-195m/sである．

### 3.3 高速衝撃解析

#### 3.3.1 損傷のメゾモデリング

本節では，3.2節で得られた観察結果に基づき，まず高速衝撃損傷のメゾスケールでのモデル化について検証する．まず，3種類の内部損傷(繊維方向破壊，トランスバースクラック，層間はく離)のうち繊維方向破壊をSCMにてモデル化する．実験での観察結果より，高速衝撃下での繊維方向破壊は段階的に進展するものと考えられ，貫通特性の予測の上では繊維方向破壊の進展およびそれに伴うエネルギー散逸のモデル化が重要と考えられるためである．次に，トランスバースクラックに関しては，背面層の大規模クラックを離散クラック，それ以外の層でのマルチプルクラックを拡散クラックと分類し，それぞれ異なるモデルを使用する．背面層以外の層での拡散クラックに対しては，Yoshimuraら [11-13]によって提案されたCDMを使用する．一方で，先行研究にて指摘されているように，CDMでは大規模に進展する離散クラックは追従できない．この問題は繊維方向(クラック進展方向)に沿った非常に密なメッシュを採用することで改善することが報告されているが [22]，自由度数の増加，計算コストの悪化が問題となる．そこで，本研究では背面層の大規模な離散クラックを結合力要素にてモデル化する．高速衝撃下での離散クラックは発生位置が背面層に限定され，かつ同一層内に進展するのは数本であるため，要素ベースでのモデル化が十分可能である．このため，XFEMではなく結合力要素を採用する．ここで，1層当たり少なくとも2本以上のクラックのモデル化が必要という観察結果に基づき，結合力要素を1.5mm間隔で5列挿入する．最後に，層間はく離に関しても離散クラックで

あるため、結合力要素にてモデル化する．このように構築した解析モデルをModel (I)とし、比較対象として、全層のトランスバースクラックを結合力要素にてモデル化したModel (II)、CDMにてモデル化したModel (III)をそれぞれ準備した．各解析モデルの概念図をFig. 3.6に示す．ここで、結合力要素の層では、後述する結合力領域長さ (Cohesive Zone Length; CZL) [23,24]に基づいてメッシュ分割を行うため、ソリッド要素の層と結合力要素の層で異なるメッシュ分割を採用する．本研究では、これらの異なるメッシュ分割の層同士を、多点拘束法の1種であるタイピングにより結合する．

### 3.3.2 損傷モデルの定式化

繊維方向破壊およびトランスバースクラックといった損傷が生じる層における構成則、および各損傷の数値モデルについて以下に示す．以下では、下付き添字1, 2, 3はそれぞれ繊維方向、面内繊維直交方向、面外繊維直交方向を表すこととする．また、引張・圧縮条件下での各種パラメータを区別するため、それぞれ下付き添字+, -にて表す．

構成則の定式化においては、Yoshimura等が提案した有効ひずみテンソルを採用す

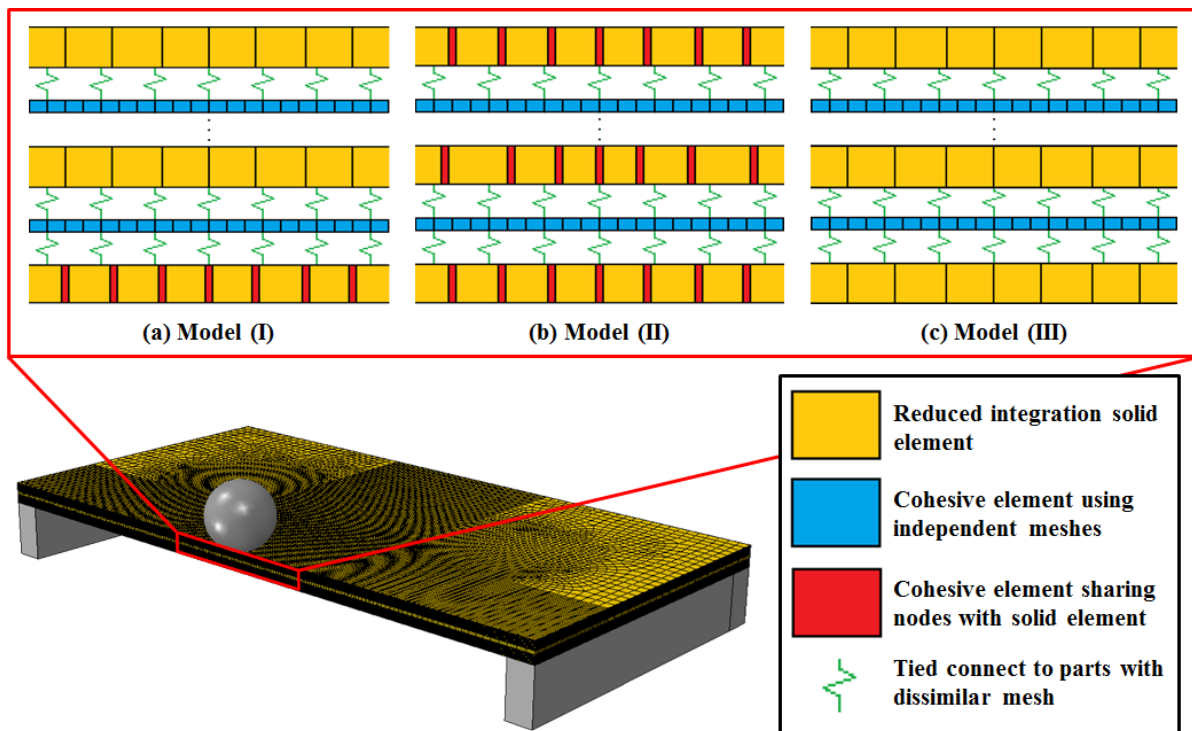


Fig. 3.6 Model setups in (a) Model (I), (b) Model (II), and (c) Model (III).

る．繊維方向破壊およびトランスバースクラックを含む損傷層での有効ひずみテンソル $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ は、

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}\{(\mathbf{I} - \mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon} : (\mathbf{I} - \mathbf{D})\} \quad (3.1)$$

として与えられる．ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみテンソル、 $\mathbf{I}$ と $\mathbf{D}$ は2階の単位テンソルおよび損傷テンソルである．損傷テンソル $\mathbf{D}$ は次式にて定義される．

$$\mathbf{D} = d_1 \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + d_2 \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2 \quad (3.2)$$

$d_1$ および $d_2$ はそれぞれ繊維方向と面内繊維直交方向の損傷変数であり、 $\mathbf{n}_1$ および $\mathbf{n}_2$ はそれぞれ繊維方向と面内繊維直交方向の単位ベクトルである．有効ひずみテンソルを用いると、損傷材料の構成則は

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}\mathbf{C} : \{(\mathbf{I} - \mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon} : (\mathbf{I} - \mathbf{D})\} \quad (3.3)$$

として与えられる．ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル、 $\mathbf{C}$ は健全材料の弾性係数テンソルである．Voigt表記を用いると、式(3.3)は次式のように書き換えられる．

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{12} & \tilde{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & \tilde{C}_{22} & \tilde{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & \tilde{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & sym. & & \tilde{C}_{44} & 0 & 0 \\ & & & & \tilde{C}_{55} & 0 \\ & & & & & \tilde{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

但し、

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{11} &= (1 - d_1) C_{11}, \quad \tilde{C}_{12} = \left(1 - \frac{d_1 + \langle \varepsilon_{22} \rangle d_2 / \varepsilon_{22}}{2}\right) C_{12}, \\ \tilde{C}_{13} &= \left(1 - \frac{d_1}{2}\right) C_{13}, \quad \tilde{C}_{22} = (1 - \langle \varepsilon_{22} \rangle d_2 / \varepsilon_{22}) C_{22}, \\ \tilde{C}_{23} &= \left(1 - \frac{\langle \varepsilon_{22} \rangle d_2 / \varepsilon_{22}}{2}\right) C_{23}, \quad \tilde{C}_{33} = C_{33}, \\ \tilde{C}_{44} &= \left(1 - \frac{d_1 + d_2}{2}\right) C_{44}, \quad \tilde{C}_{55} = \left(1 - \frac{d_2}{2}\right) C_{55}, \\ \tilde{C}_{66} &= \left(1 - \frac{d_1}{2}\right) C_{66} \end{aligned} \quad (3.5)$$

である． $C_{11}$ 、 $C_{12}$ 、 $\dots$ 、 $C_{66}$ は健全材料の弾性係数テンソル $\mathbf{C}$ の各成分、 $\langle \rangle$ はMacaulay括弧であり、 $\langle x \rangle = (x + |x|) / 2$ として定義される．

繊維方向破壊による剛性低下を表す繊維方向損傷変数 $d_1$ は

$$d_1 = \begin{cases} d_{1+} & (\sigma_{11} \geq 0) \\ d_{1-} & (\sigma_{11} < 0) \end{cases} \quad (3.6)$$

として定義される．ここで， $d_{1+}$ および $d_{1-}$ はそれぞれ繊維方向引張破壊，圧縮破壊に関連する損傷変数である．高速衝撃負荷下では，繊維方向破壊に伴うエネルギー散逸が耐衝撃性に与える影響が非常に大きいため，破壊に伴うエネルギー散逸を考慮可能なSCMに基づいて $d_{1+}$ および $d_{1-}$ を定義する．SCMの概念図をFig. 3.7に示す．比較のため，一般的な最大応力基準によるモデル化概念図も示す．上付き添字oおよびfは，破壊基準を満たした時点での値，破壊が完全に進展した時点での値をそれぞれ表すものとする．SCMを用いない通常の方法では，ある要素で破壊基準が満たされた際，その要素の剛性を直ちに0に低下させる処置を施す．このとき，要素内で破壊に伴って散逸するエネルギー $E_d$ は，応力-ひずみ線図の下側の面積に要素体積を乗じたものとなるので，要素寸法に依存する．従って，その要素内にクラックが生成するために必要な表面エネルギー $E_f$ と $E_d$ が等しくなることが保証されない．これは解析結果のメッシュ依存性を誘起する．この問題を解消するため，要素寸法を

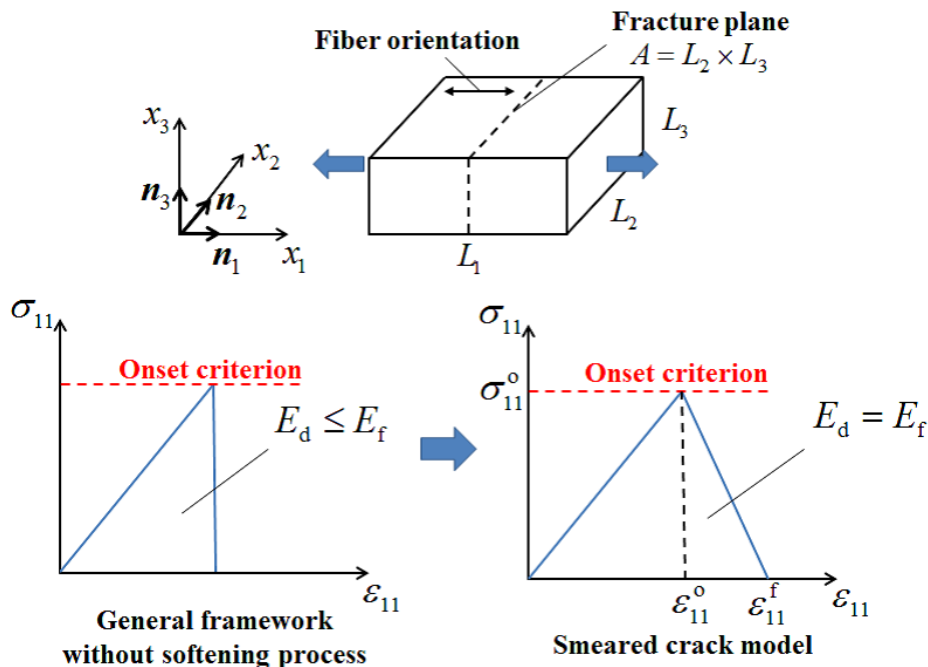


Fig. 3.7 Conceptual scheme of the SCM. Top: Example of failure under longitudinal tensile loading. Bottom: Comparison of the constitutive relationship in the SCM with that in the general framework without softening process.

$E_f = E_d$ となるように設定するか、散逸エネルギーを要素寸法に関連した長さの次元で正規化する必要がある。まず、要素内での散逸エネルギー $E_d$ は次式で表される。

$$E_d = V \times \frac{\sigma_{11}^o \varepsilon_{11}^f}{2} = L_1 L_2 L_3 \times \frac{\sigma_{11}^o \varepsilon_{11}^f}{2} \quad (3.7)$$

ここで、 $V$ は要素体積、 $\sigma_{11}^o$ は破壊基準を満たした時点での繊維方向応力、 $\varepsilon_{11}^f$ は破壊が完全に進展した時点での繊維方向最大ひずみである。次に、要素内に負荷方向と直交したクラック面が生成するために必要な表面エネルギー $E_f$ は

$$E_f = G_{1+}^C \times A = G_{1+}^C \times L_2 L_3 \quad (3.8)$$

となる。ここで、 $G_{1+}^C$ は繊維方向引張破壊に伴う臨界エネルギー解放率、 $A$ はクラック面の面積である。式(3.7)、(3.8)より、 $E_f = E_d$ を満たすためには、最大ひずみ $\varepsilon_{11}^f$ を

$$\varepsilon_{11}^f = \frac{2G_{1+}^C}{\sigma_{11}^o L_1} \quad (3.9)$$

として導入すれば良い。また本研究では、繊維方向引張・圧縮破壊の破壊基準に下記の最大応力基準を採用する。

$$\langle \sigma_{11} \rangle = X_+, \quad \langle -\sigma_{11} \rangle = X_- \quad (3.10)$$

ここで、 $X_+$ は繊維方向引張強度、 $X_-$ は繊維方向圧縮強度である。式(3.10)を式(3.9)に代入すると、引張・圧縮条件下での最大ひずみは

$$\varepsilon_{11}^f = \begin{cases} \frac{2G_{1+}^C}{X_+ L_1} & (\varepsilon_{11} \geq 0) \\ \frac{2G_{1-}^C}{X_- L_1} & (\varepsilon_{11} < 0) \end{cases} \quad (3.11)$$

として与えられる。ここで、 $G_{1-}^C$ は繊維方向圧縮破壊の臨界エネルギー解放率である。破壊基準を満たした時点以降の軟化過程について、線形軟化を仮定すると、 $d_{1+}$ および $d_{1-}$ の進展則は以下のように与えられる。

$$d_{1+} = \max \left[ 0, \min \left\{ 1, \varepsilon_{11}^f \frac{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^o}{\varepsilon_{11} (\varepsilon_{11}^f - \varepsilon_{11}^o)} \right\} \right] \quad (3.12)$$

$$d_{1-} = \max \left[ 0, \min \left\{ 1, |\varepsilon_{11}^f| \frac{|\varepsilon_{11}| - |\varepsilon_{11}^o|}{|\varepsilon_{11}| (|\varepsilon_{11}^f| - |\varepsilon_{11}^o|)} \right\} \right] \quad (3.13)$$

ここで、 $\varepsilon_{11}^o$ は破壊基準を満たした時点での繊維方向ひずみである。



面内繊維直交方向の損傷変数 $d_2$ については、Yoshimura等が提案するCDM [11–13]に基づいて定式化する。本モデルでは、熱力学構成則理論に基づき、損傷材料のHelmholtz自由エネルギー $e$ を下記のように導入する。

$$\begin{aligned}
 e = & \frac{1}{2} \left[ (1 - d_1) C_{11} \varepsilon_{11}^2 + \{2 - (d_1 + d_2)\} C_{12} \varepsilon_{11} \langle \varepsilon_{22} \rangle \right. \\
 & + (2 - d_1) 2C_{12} \varepsilon_{11} \langle -\varepsilon_{22} \rangle + (2 - d_1) 2C_{13} \varepsilon_{11} \varepsilon_{33} \\
 & + (1 - d_2) C_{22} \langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + C_{22} \langle -\varepsilon_{22} \rangle^2 + (2 - d_2) C_{23} \langle \varepsilon_{22} \rangle \varepsilon_{33} \\
 & + 2C_{23} \langle -\varepsilon_{22} \rangle \varepsilon_{33} + C_{33} \varepsilon_{33}^2 + \left( 1 - \frac{d_1 + d_2}{2} \right) C_{44} \gamma_{12}^2 \\
 & \left. + \left( 1 - \frac{d_2}{2} \right) C_{55} \gamma_{23}^2 + \left( 1 - \frac{d_1}{2} \right) C_{66} \gamma_{31}^2 \right] \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

次に、損傷変数 $d_2$ と熱力学的に同伴な損傷同伴変数 $y_2$ を導入する。ここで、損傷同伴変数 $y_2$ はHelmholtz自由エネルギー $e$ の損傷変数 $d_2$ による偏微分によって与えられるため、次式にて与えられる。

$$y_2 = \frac{\partial e}{\partial d_2} = \frac{1}{2} \left[ C_{12} \varepsilon_{11} \langle \varepsilon_{22} \rangle + C_{22} \langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + C_{23} \langle \varepsilon_{22} \rangle \varepsilon_{33} + \frac{1}{2} C_{44} \gamma_{12}^2 + \frac{1}{2} C_{55} \gamma_{23}^2 \right] \quad (3.15)$$

本研究では、Allix等の先行研究 [15, 25, 26]を参考に、損傷進展則を損傷同伴変数 $y_2$ の関数として下記のように仮定する。

$$d_2 = \left( \frac{\langle \sqrt{y_2} - \sqrt{y_2^{\text{th}}} \rangle}{\sqrt{y_2^{\text{C}}}} \right)^m \quad (3.16)$$

ここで、 $y_2^{\text{th}}$ 、 $y_2^{\text{C}}$ 、 $m$ は材料定数であり、クロスプライ積層板 $[0/90_3]_s$ の静的負荷除荷試験での剛性低下挙動を基に、 $\sqrt{y_2^{\text{th}}} = 0.28$ 、 $\sqrt{y_2^{\text{C}}} = 1.12$ 、 $m = 1.5$ と決定した。

また、CDMにて損傷進展を取り扱う際には、局所化に伴うメッシュ依存性が問題となるが、本章ではCrack Band Model [27, 28]の概念に基づき、要素寸法を調整することでメッシュ依存性を排除する。詳細は次節を参照されたい。

層間はく離については、商用有限要素法ソフトAbaqus実装の結合力要素 [29, 30]にてモデル化する。また、Model (I)の背面層、Model (II)の全層におけるトランスバースクラックも同一の要素にてモデル化する。構成則には双線形の結合力–相対変位関係則を採用し、損傷のオンセットには二次の結合力基準(式(3.17))、損傷進展には

エネルギーのべき乗則(式(3.18))を採用する.

$$\left(\frac{\langle t_I \rangle}{t_I^C}\right)^2 + \left(\frac{t_{II}}{t_{II}^C}\right)^2 + \left(\frac{t_{III}}{t_{III}^C}\right)^2 = 1 \quad (3.17)$$

$$\left(\frac{G_I}{G_I^C}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{II}^C}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{III}}{G_{III}^C}\right)^\alpha = 1 \quad (3.18)$$

ここで,  $t_I$ ,  $t_{II}$ ,  $t_{III}$ は各モードの結合力成分,  $t_I^C$ ,  $t_{II}^C$ ,  $t_{III}^C$ はそれらの臨界値であり,  $G_I$ ,  $G_{II}$ ,  $G_{III}$ は各モードのエネルギー解放率,  $G_I^C$ ,  $G_{II}^C$ ,  $G_{III}^C$ はそれらの臨界値である. また,  $\alpha$ は各モードの相互作用の程度を表す材料定数であり, 混合モード層間破壊じん性(Mixed Mode Bending; MMB)試験によって決定される.

結合力要素の寸法は結合力領域(プロセスゾーン)長さを表すCZL ( $l_{cz}$ )に基づいて決定した. CZLとは, クラック前方の軟化領域の長さを表し, クラック周囲の応力分布を適切に再現するためにはCZLを1要素以上で分割する必要がある. 比較的薄い積層板内のある層間でのみ離を考える場合, CZLは次式にて与えられる.

$$l_{cz} = \min(l_{cz,I}, l_{cz,II}, l_{cz,III}) \quad (3.19)$$

但し,

$$l_{cz,I} = \left(\frac{E'_I G_I^C}{(t_I^C)^2}\right)^{\frac{1}{4}} h^{\frac{3}{4}} \quad (3.20)$$

$$l_{cz,II} = l_{cz,III} = \sqrt{\left(\frac{E'_{II} G_{II}^C}{(t_{II}^C)^2}\right)} h \quad (3.21)$$

である. ここで,  $E'$ は直交異方性材の薄層板での等価剛性 [23,24,31,32]であり,  $h$ は積層板の層厚の半分である.

### 3.3.3 解析手順

解析には商用有限要素法ソフトウェア Abaqus/Explicit 6.14-5 [29]を使用し, 損傷モデルはユーザーサブルーチンVUMATを用いて実装した. 解析に用いたT700S/2592の材料物性 [30,33–36]をTable 3.1に示す.

積層板の各層は低減積分ソリッド要素 (C3D8R) にて分割し, 層間は結合力要素 (COH3D8)にて分割した. 飛翔体および治具は解析的剛体にてモデル化し, 参照点に

Table 3.1 Material properties of T700S/2592 [30, 33–36].

Elastic properties [33, 34]	
Longitudinal Young's modulus $E_{11}$	135GPa
Transverse Young's modulus $E_{22}$	8.5GPa
Out-of-plane Young's modulus $E_{33}$	8.5GPa
In-plane shear modulus $G_{12}$	4.8GPa
Out-of-plane shear modulus $G_{23}$	2.7GPa
Out-of-plane shear modulus $G_{31}$	4.8GPa
In-plane Poisson's ratio $\nu_{12}$	0.34
Out-of-plane Poisson's ratio $\nu_{23}$	0.49
Out-of-plane Poisson's ratio $\nu_{13}$	0.34
Fiber failure	
Longitudinal tensile strength $X_+$	2550MPa [33]
Longitudinal compressive strength $X_-$	1470MPa [33]
Fracture toughness for fiber tensile failure $G_{I+}^C$	60.0N/mm
Fracture toughness for fiber compressive failure $G_{I-}^C$	40.0N/mm [35]
Delamination	
Mode I interlaminar maximum traction $t_I^C$	69MPa [34]
Mode II and III interlaminar maximum traction $t_{II,III}^C, \sigma_{III}^C$	100MPa [34]
Mode I interlaminar fracture toughness $G_I^C$	0.277N/mm [36]
Mode II and III interlaminar fracture toughness $G_{II}^C, G_{III}^C$	0.788N/mm [36]
Mode interaction parameter $\alpha$	1.0 [30]

集中質量として質量を定義した。解析モデル、境界条件、およびメッシュ寸法をFig. 3.8に示す。高速衝撃試験にて、試験片は治具に単純支持されているため、積層板端部には境界条件は付与していない。飛翔体－積層板間、積層板－治具間の接触解析を行うため、Abaqus実装のLagrange未定乗数法に基づく接触アルゴリズムを使用した。また、層間や層内の結合力要素が完全に破壊した際には、クラック面同士の接触についても同一のアルゴリズムにて扱うこととする。メッシュ寸法については、CZLに基づいて決定した。ソリッド要素の層では、中心部では曲げに伴う引張応力によりモードIでのクラック開口が予想されるため、メッシュ寸法を $l_{cz,I}$ 以下とし、外側の領域では計算コスト削減のため $l_{cz,I}$ より大きく、 $l_{cz,II}$ 以下となるよう分割した。一方で、結合力要素の層では、飛翔体が貫通するに伴い、モードIでの離進展が生じると予想されるため、全域で $l_{cz,I}$ 以下となるようにメッシュ分割した。

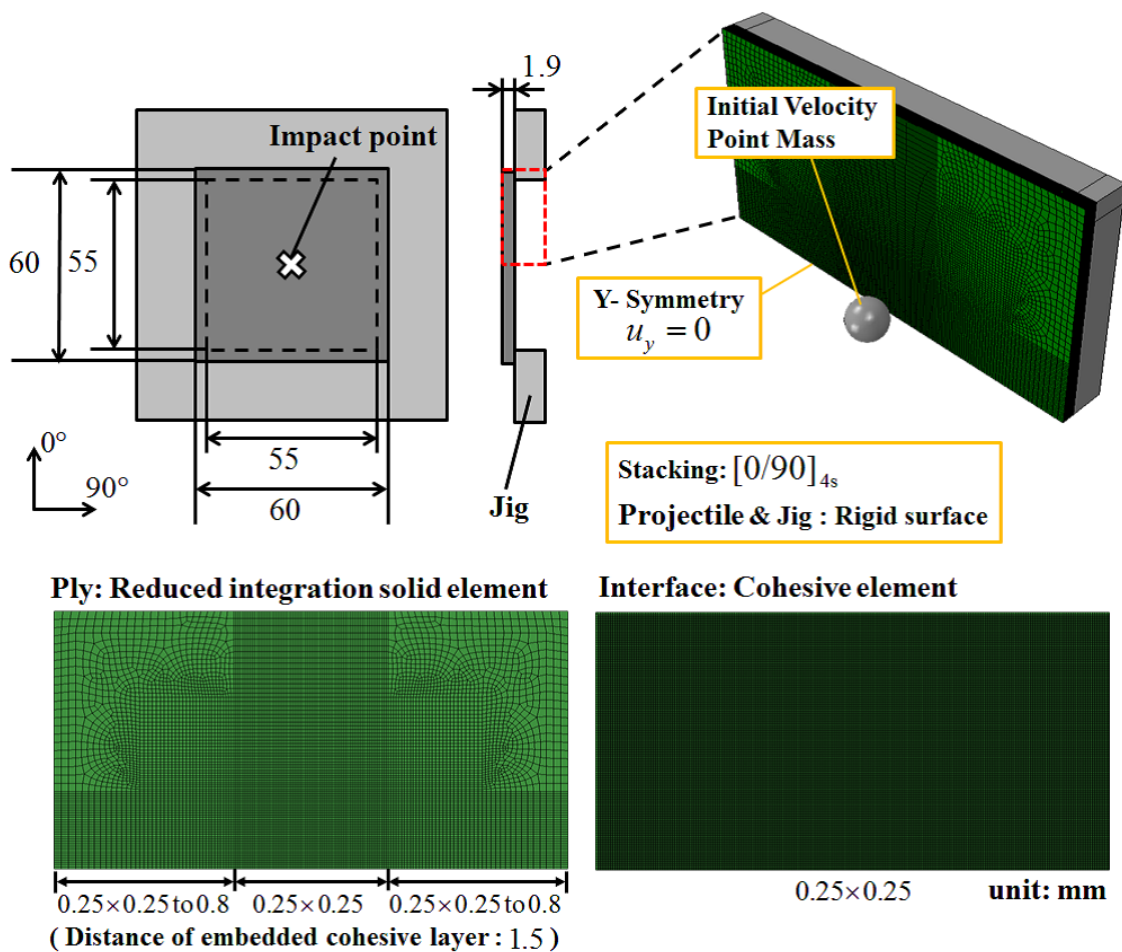


Fig. 3.8 Geometry and boundary conditions for simulating a high-velocity impact.

### 3.3.3.1 メッシュ依存性

FEMを用いて材料の損傷、破壊問題を扱う場合、解析結果のメッシュ依存性に注意する必要がある。以下では、本章で扱う高速衝撃問題において着目すべき指標である貫通特性、損傷面積、および損傷分布それぞれについて、解析結果のメッシュ依存性を考察する。

まず、貫通特性の予測に対しては、繊維方向破壊に伴うエネルギー散逸が支配的な要因となる。本研究では、定式化内でエネルギーバランスを考慮するSCMを用いて繊維方向破壊をモデル化している。従って、貫通特性の解析結果についてはメッシュ依存性を有さないと考えられる。

次に、結合力要素にてモデル化した層間はく離の予測面積・分布に関しては、メッシュサイズをCZLに基づいて決定しているため、解析結果のメッシュ依存性は限定的

であると考えられる。一方で、トランスバースクラックの予測面積・分布についてはクラックの形態とモデル化手法の観点から注意深く議論する必要がある。

#### 背面層以外の層でのマルチプルクラック

マルチプルクラックについて、結合力要素にてモデル化する場合には、損傷の面積及び分布はソリッド層への結合力要素の挿入間隔に依存する。このメッシュ依存性に関しては3.3.4節にて詳細に議論する。一方で、マルチプルクラックをCDMにてモデル化する場合には、実現象で生じるクラック密度を再現し得るよう、メッシュサイズを十分に小さくとることにより、メッシュ依存性を緩和することができる。本研究では、使用するメッシュ寸法の検証のため、CDMに関するメッシュ感度解析を実施した。感度解析では、6種類のメッシュサイズ(0.15mm, 0.25mm, 0.35mm, 0.5mm, 0.75mm, 1.0mm)にて、非貫通のケース( $v=125\text{m/s}$ )を対象として解析を実施した。尚、全層のトランスバースクラックをCDMにてモデル化している。6種類のメッシュサイズでの解析結果の比較をFig. 3.9に示す。縦軸はCDMにて定式化される面内繊維直交方向の損傷変数 $d_2$ が臨界値に達した要素の投影面積を示している。Fig. 3.9を見ると、メッシュサイズを小さくとるほど投影損傷面積は大きくなるが、0.25mm以下ではその傾向が収束していることが分かる。従って、本研究で使用するメッシュサイズ(0.25mm)は十分に小さく、予測結果はメッシュ依存性を有さないことが確認された。

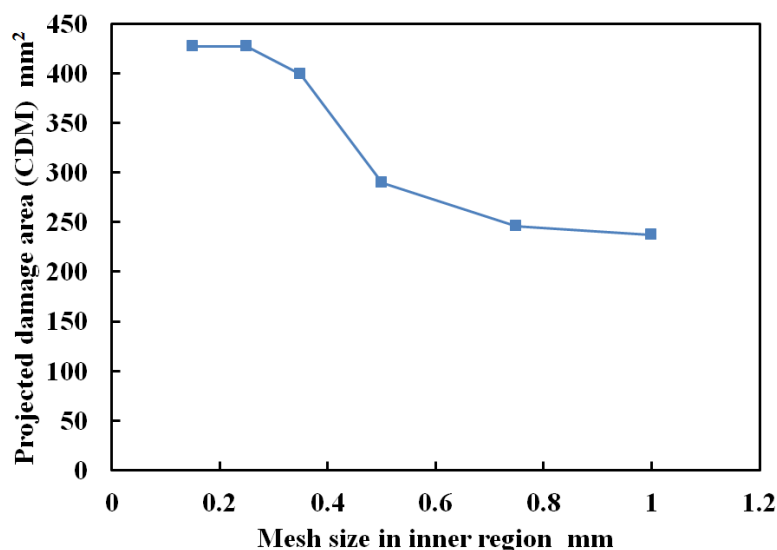


Fig. 3.9 Projected damage area predicted by CDM with various element sizes.

## 背面層での大規模クラック

緒言にて述べたように、CDMを用いて大規模クラックをモデル化する場合、クラックの幅、進展方向、長さは著しいメッシュ依存性を有する。従って、大規模クラックに対しては、結合力要素の使用が望ましい。但し、CZL条件を満たすメッシュサイズの使用と適切な個所への埋め込みが必要となる。

### 3.3.3.2 要素削除条件

FEMを用いて貫通を伴う高速衝撃解析などの“材料の浸食問題”を扱う場合、要素の過剰変形、それに伴う計算精度悪化、安定時間増分の低下が引き起こされ易い。このため、要素が過剰変形する前にそのような要素を取り除きながら解析を進める必要がある [9,10]。一方で、応力を受け持っている要素を早期に削除してしまうと、過剰なエネルギー散逸を招く恐れもあるため、注意が必要である。本研究では、損傷変数値に基づく要素削除基準 $f_{\text{removal}}^d$ とひずみ値に基づく要素削除基準 $f_{\text{removal}}^s$ を導入した。繊維方向引張・圧縮の損傷変数の臨界値はそれぞれ $d_{1+}^C = 0.999$ ,  $d_{1-}^C = 0.99$ とし、臨界値に達した要素は逐次削除する。一方で、面内繊維直交方向の損傷変数の臨界値は $d_2^C = 0.9$ とするが、トランスバースクラックが生じても繊維方向が健全であれば荷重負担能力は損なわれないため、要素は削除せず、臨界値にて保持する。従って、損傷変数値に基づく要素削除基準 $f_{\text{removal}}^d$ は

$$\begin{aligned} f_{\text{removal}}^d &= \min(d_{1+}^C - d_{1+}, d_{1-}^C - d_{1-}) = 0 \\ \text{with : } \quad d_{1+}^C &= 0.999 \\ \quad \quad \quad d_{1-}^C &= 0.99 \end{aligned} \quad (3.22)$$

となる。加えて、ひずみ値に基づく要素削除基準 $f_{\text{removal}}^s$ を

$$f_{\text{removal}}^s = \min\{\varepsilon^C - \max(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}), \gamma^C - \max(|\gamma_{12}|, |\gamma_{23}|, |\gamma_{31}|)\} = 0 \quad (3.23)$$

として導入する。ここで、 $\varepsilon^C$ と $\gamma^C$ は垂直方向、せん断方向のひずみの最大値であり、エネルギー散逸に影響を及ぼさず、かつ計算効率を悪化させない範囲で適切に定める必要がある。本研究では、先行研究 [9,10] および感度解析に基づき、それぞれ $\varepsilon^C = 0.6$ ,  $\gamma^C = 1.2$ と設定した。

## 3.3.4 結果および考察

非貫通のケース ( $v=120 - 130\text{m/s}$ ), 貫通のケース ( $v=180 - 200\text{m/s}$ ) における各モデルでの損傷投影画像の実験結果と解析結果の比較をFig. 3.10に示す. また, 各モデルのモデルサイズ, 投影損傷面積, 実験との誤差, 計算時間についてTable 3.2にまとめる. 損傷投影画像の比較より, 両速度域において, 背面層に結合力要素を導入している

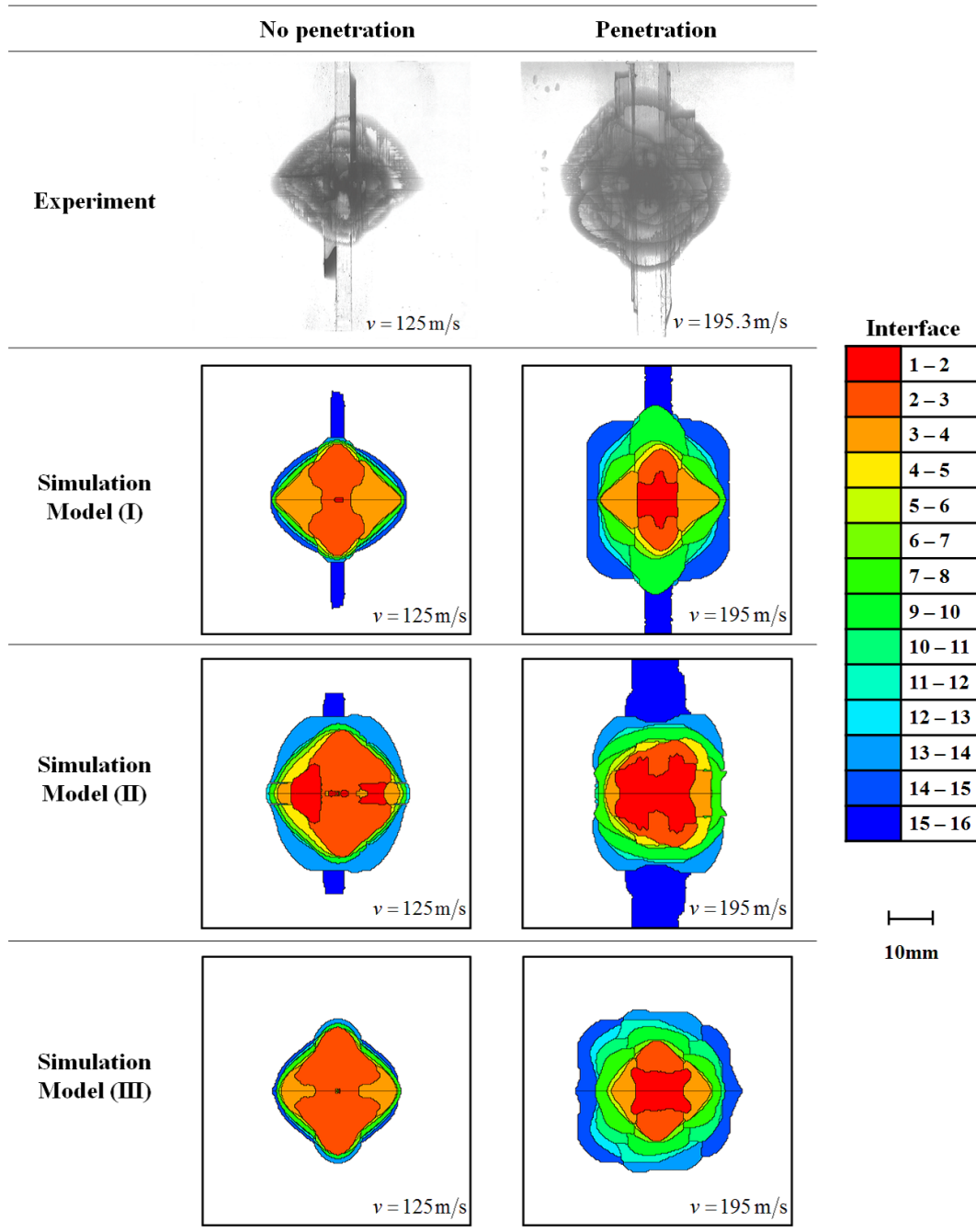


Fig. 3.10 Comparison of experiment and simulated damage behavior with and without penetration.

Table 3.2 Comparison of experiment and simulated damage area and CPU time with and without penetration.

		Experiment	Model (I)	Model (II)	Model (III)
No penetration	Number of nodes	—	1381204	1418458	1378006
	Number of elements	—	773790	798402	771684
	Damage area (mm <sup>2</sup> )	726	659	952	607
	Error (%)	—	10.2	23.8	19.7
	CPU time (min)	—	240	617	346
Penetration	Damage area (mm <sup>2</sup> )	1245	1260	1286	1123
	Error (%)	—	1.2	3.2	10.9
	CPU time (min)	—	724	1665	546

るModel (I), (II)では背面層の大規模クラックおよびそれに伴う層間はく離進展を再現できているが、背面層にCDMを適用したModel (III)ではこれらの損傷進展を捉えられていない。この結果は序論にて述べたクラック形態の分類とモデル化手法に関する議論を支持する結果である。また、Table 3.2においてModel (I), (II)を比較すると、投影損傷面積の予測誤差、計算時間共に、Model (II)よりもModel (I)が優れていることが分かる。特に、計算時間の差は顕著であり、全層のクラックを結合力要素にてモデル化したModel (II)は全モデルで最も解析時間が長いのに対し、結合力要素の使用を背面層に限定し、他の層ではCDMを適用することでModel (I)では計算時間を半分以下に低減できることが分かる。

各モデルの解析精度をより詳細に検証するため、各層間はく離や隣接層のクラック分布について、実験結果と解析結果を比較したものをFig. 3.11に示す。Fig. 3.11においては、トランスバースクラックをCDMにてモデル化した層では、CDMで定式化した損傷変数 $d_2$ が臨界値に達したソリッド要素を示しており、結合力要素にてモデル化した層では完全に損傷した結合力要素を示している。実験結果を見ると、各層にて複数本のクラックが生じ、隣接層間にはく離を誘起している様子が確認できる。このような損傷の傾向を最もよく再現しているのはModel (II)である。しかしながら、Model (II)では、結合力要素の挿入間隔より密なクラックの発生、それに伴うエネルギー散逸が捉えられないため、その分のエネルギーを層間はく離として散逸し、はく離面積の過大評価に繋がっているものと考えられる。結合力要素をより密に挿入



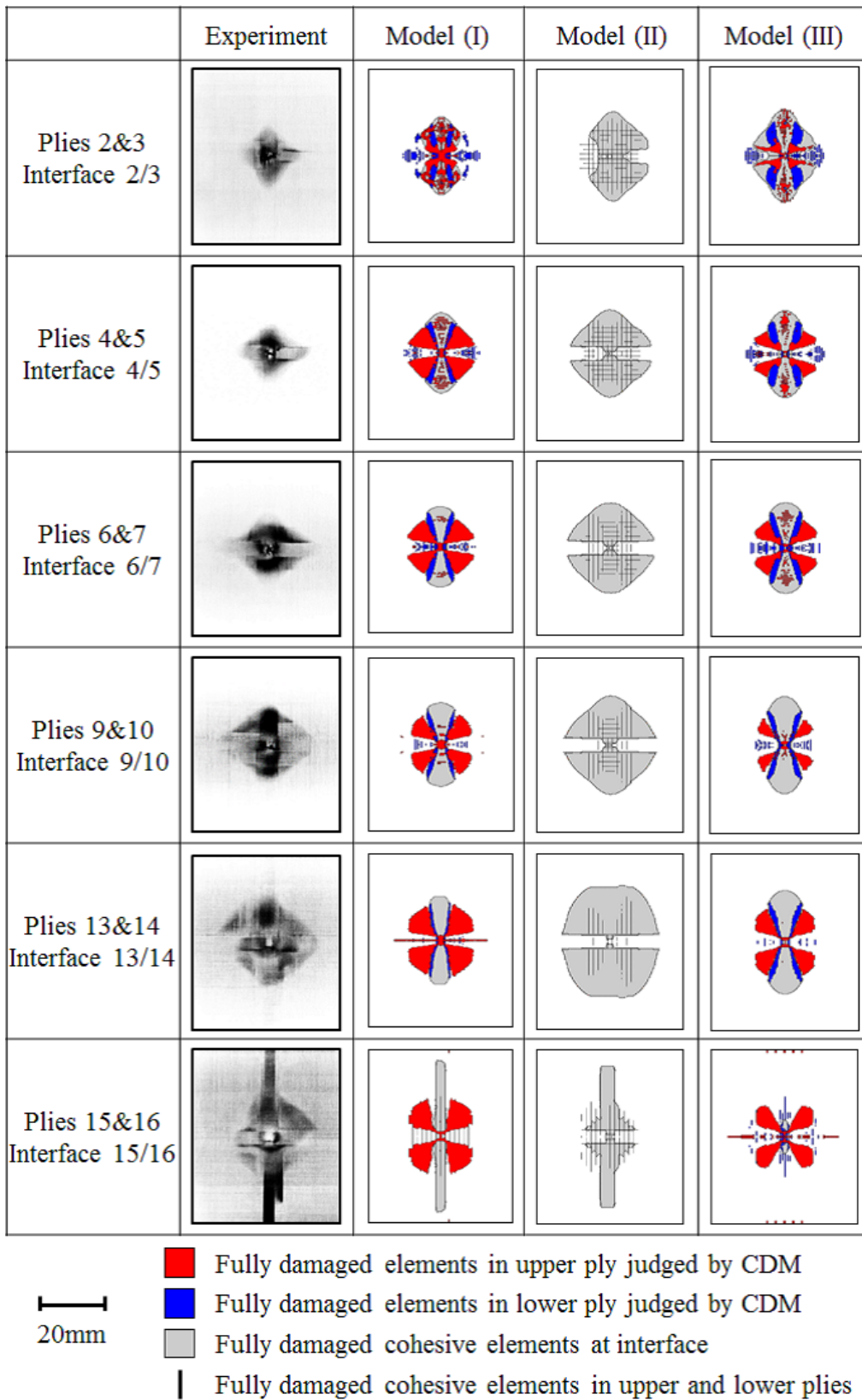


Fig. 3.11 Comparison of experiment and predicted internal damage distributions ( $v = 125\text{m/s}$ ).

すれば、より高精度な予測が可能と考えられるが、計算コストの増加を招くことが予想される。Model (I), (III)では、背面層を除き、概ね似た損傷分布を示した。背面層では、結合力要素を使用するか否かでの大規模クラック予測能力の明らかな差異が認められる。背面層以外のCDMを適用した層では明瞭なクラックは再現できていないが、損傷が分布する面積は実験とほぼ一致する結果となっている。これらの結果から、大規模クラックのモデル化が必要な領域、はく離形状の厳密な予測が必要となる場合にはCDMは適していないが、マルチプルクラックの分布領域、それに伴うはく離面積等を予測する上では、CDMは十分な予測精度を有すると言える。

貫通特性については、全ての解析モデルにおいて予測可能であったが、数値解析において、貫通特性は繊維方向引張破壊の破壊じん性値 $G_{1+}^C$ の値に大きく依存した。つまり、貫通特性の予測の上ではSCMによって繊維方向引張破壊に伴うエネルギー散逸を適切に考慮することが重要であると言える。本研究では、対象材料の $G_{1+}^C$ が明らかでなかったため、フィッティングパラメータとし、両速度域にて貫通特性および損傷面積の両方を予測可能な値にフィッティングした。 $G_{1+}^C$ が小さ過ぎる場合、飛翔体は積層板を簡単に貫通し、変形は衝撃点付近の局所領域に限定されるため、予測はく離面積は小さくなる。逆に、 $G_{1+}^C$ が大き過ぎる場合、貫通が再現できない。このため、本研究で決定した値 $G_{1+}^C = 60\text{N/mm}$ は合理的な値であると考えられる。実際、この値は、材料は異なるが、Hexcel F593に対し、擬似等方積層板のOHT強度を再現できるよう、Ridha等がフィッティングした値と同一である [37]。

### 3.4 結言

本章では、CFRP積層板の高速衝撃下での耐衝撃性を予測可能な数値解析手法確立を目的とし、実験での詳細な損傷観察に基づく現象論的な損傷モデリングを提案した。まず、高速衝撃試験を対象材料の貫通限界前後の2つの速度域にて実施し、X線CTおよび軟X線探傷による損傷分布の非破壊検査を行った。観察結果から得られた知見は以下の通りである。

- 内部損傷は繊維方向破壊、トランスバースクラック、層間はく離の3種類である。
- 繊維方向破壊は飛翔体の貫通に伴って段階的に進展する。

- トランスバースクラックの形態は，衝撃点近傍で生じるマルチプルクラック，背面層で生じる大規模クラックの2種類に大別できる．
- 層間はく離の形状は，隣接層の2本以上のトランスバースクラックに依存する．
- 対象とした材料の貫通限界は125-195m/sである．

上記の観察結果に基づき，高速衝撃損傷に対する現象論的な損傷モデリングを提案した．まず，繊維方向破壊のエネルギーベースの進展をモデル化するためにSCMを採用した．次に，トランスバースクラックについては，内部層でのマルチプルクラックに対してはCDMを使用し，背面層では結合力要素を使用する，といったように，CDMと結合力要素を併用した．最後に，層間はく離については結合力要素にてモデル化した．貫通限界前後の両速度域において，構築した解析モデルにて予測された貫通特性，投影損傷面積，損傷分布は実験結果と非常に良く一致した．さらに，トランスバースクラックを全て結合力要素，CDMでそれぞれモデル化した解析結果と比較し，計算精度，計算効率の面で利点を有することが示された．

以上の結果より，高速衝撃問題のようなクラック形態が混在する複雑な現象に対しても，実験に基づいて再現すべき現象を詳細に把握し，その上で適切なモデル化手法を選択することで，十分な解析精度を低計算コストで得られることが明らかとなった．

## 参考文献

- [1] J. López-Puente, R. Zaera, C. Navarro, An analytical model for high velocity impacts on thin CFRPs woven laminated plates, *Int. J. Solids Struct.* 44 (9) (2007) 2837–2851.
- [2] J. López-Puente, R. Zaera, C. Navarro, Experimental and numerical analysis of normal and oblique ballistic impacts on thin carbon/epoxy woven laminates, *Compos. Part A-Appl. S.* 39 (2) (2008) 374–387.
- [3] G. Caprino, V. Lopresto, D. Santoro, Ballistic impact behaviour of stitched graphite/epoxy laminates, *Compos. Sci. Technol.* 67 (3-4) (2007) 325–335.

- [4] Y. Tanabe, M. Aoki, K. Fujii, H. Kasano, E. Yasuda, Fracture behavior of CFRPs impacted by relatively high-velocity steel sphere, *Int. J. Impact Eng.* 28 (6) (2003) 627–642.
- [5] D. Hull, A unified approach to progressive crushing of fibre-reinforced composite tubes, *Compos. Sci. Technol.* 40 (4) (1991) 377–421.
- [6] G. L. Farley, R. M. Jones, Crushing characteristics of continuous fiber-reinforced composite tubes, *J. Compos. Mater.* 26 (1) (1992) 37–50.
- [7] A. G. Mamalis, D. E. Manolakos, G. A. Demosthenous, M. B. Ioannidis, The static and dynamic axial collapse of fibreglass composite automotive frame rails, *Compos. Struct.* 34 (1) (1996) 77–90.
- [8] S. Agrawal, K. K. Singh, P. Sarkar, Impact damage on fibre-reinforced polymer matrix composite - a review, *J. Compos. Mater.* 48 (3) (2013) 317–332.
- [9] L. Raimondo, L. Iannucci, P. Robinson, S. T. Pinho, P. T. Curtis, G. M. Wells, Predicting the dynamic behaviour of polymer composites, in: *Proceeding of the 16 th International Conference on Composite Materials* (2007).
- [10] L. Raimondo, L. Iannucci, P. Robinson, S. T. Pinho, A numerical material model for predicting the high velocity impact behaviour of polymer composites, in: P. P. Camanho, C. G. Dávila, S. T. Pinho, J. J. C. Remmers (Eds.), *Mechanical Response of Composites*, Springer Science + Business Media, (2008) 161–177.
- [11] A. Yoshimura, T. Okabe, M. Yamada, T. Ogasawara, Y. Tanabe, Damage simulation of CFRP laminates under high velocity projectile impact, in: *Proceeding of the 18 th International Conference on Composite Materials* (2011).
- [12] A. Yoshimura, K. Nagakura, T. Okabe, H. Kusano, T. Ogasawara, S. Ogihara, Damage simulation of high velocity impact of CFRP laminates, in: *Proceedings of the American Society for Composites 27th Technical Conference 15th US-Japan Conference on Composite Materials ASTM-D30 Meeting* (2012).

- 
- [13] M. Yamada, Y. Tanabe, A. Yoshimura, T. Ogasawara, Three-dimensional measurement of CFRP deformation during high-speed impact loading, *Nucl. Instrum. Meth. A* 646 (1) (2011) 219–226.
- [14] L. Raimondo, L. Iannucci, P. Robinson, P. T. Curtis, Modelling of strain rate effects on matrix dominated elastic and failure properties of unidirectional fibre-reinforced polymer–matrix composites, *Compos. Sci. Technol.* 72 (7) (2012) 819–827.
- [15] S. Murakami, *Continuum Damage Mechanics*, Springer Netherlands, 2012.
- [16] F. K. Chang, K. Y. Chang, A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations, *J. Compos. Mater.* 21 (9) (1987) 834–855.
- [17] C. Bouvet, S. Rivallant, J. J. Barrau, Low velocity impact modeling in composite laminates capturing permanent indentation, *Compos. Sci. Technol.* 72 (16) (2012) 1977–1988.
- [18] P. Kumar, B. Rai, Delaminations of barely visible impact damage in CFRP laminates, *Compos. Struct.* 23 (4) (1993) 313–318.
- [19] W. J. Cantwell, J. Morton, Detection of impact damage in CFRP laminates, *Compos. Struct.* 3 (3-4) (1985) 241–257.
- [20] Y. Tanabe, M. Yamada, N. Kobayashi, N. Sato, M. Hashimoto, Effects of elements in CFRP on its deformation behavior and energy dissipation under projectile impact, *J. Jpn. Soc. Compos. Mater.* 39 (1) (2013) 16–23.
- [21] E. Abisset, F. Daghia, X. C. Sun, M. R. Wisnom, S. R. Hallett, Interaction of inter- and intralaminar damage in scaled quasi-static indentation tests: Part 1 – Experiments, *Compos. Struct.* 136 (2016) 712–726.
- [22] C. S. Lopes, S. Sádaba, C. González, J. LLorca, P. P. Camanho, Physically-sound simulation of low-velocity impact on fiber reinforced laminates, *Int. J. Impact Eng.* 92 (2016) 3–17.
- [23] P. W. Harper, S. R. Hallett, Cohesive zone length in numerical simulations of composite delamination, *Eng. Fract. Mech.* 75 (16) (2008) 4774–4792.

- [24] A. Turon, J. Costa, P. P. Camanho, P. Maimí, Analytical and numerical investigation of the length of the cohesive zone in delaminated composite materials, in: P. P. Camanho, C. G. Dávila, S. T. Pinho, J. J. C. Remmers (Eds.), *Mechanical Response of Composites*, Springer Science + Business Media, (2008) 77–97.
- [25] O. Allix, P. Ladevéze, E. Le Dantec, E. Vittecoq, Damage mechanics for composite laminates under complex loading, *Yielding, Damage and Failure of Anisotropic Solids*, EGF5 (Edited by JP Boehler), Mechanical Engineering Publications, London, (1990) 551–569.
- [26] O. Allix, P. Ladevéze, A. Corigliano, Damage analysis of interlaminar fracture specimens, *Compos. Struct.* 31 (1) (1995) 61–74.
- [27] Z. P. Bažant, B. H. Oh, Crack band theory for fracture of concrete, *Mat. Constr.* 16 (3) (1983) 155–177.
- [28] Z. P. Bažant, M. Jirásek, Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: Survey of progress, *J. Eng. Mech.* 128 (11) (2002) 1119–1149.
- [29] ABAQUS, 6.14 documentation, Dassault Systemes Simulia Corporation.
- [30] P. P. Camanho, C. G. Dávila, Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials, *NASA/TM-2002-211737* (2002) 1–37.
- [31] Q. D. Yang, B. N. Cox, R. K. Nalla, R. O. Ritchie, Fracture length scales in human cortical bone: The necessity of nonlinear fracture models, *Biomaterials* 27 (9) (2006) 2095–2113.
- [32] R. Massabo, B. N. Cox, Concepts for bridged Mode II delamination cracks, *J. Mech. Phys. Solids* 47 (6) (1999) 1265–1300.
- [33] Toray Industries, Inc., Torayca technical reference.  
URL <http://www.toraycfa.com/pdfs/T700SDataSheet.pdf>
- [34] 灘部岳晃, 西川雅章, 水口周, 中村達也, J. T. Siivola, 武田展雄, ひずみ計測による CFRP ボルト接合部の損傷検出のための数値解析, *日本複合材料学会誌* 38 (1) (2012) 22–29.

- 
- [35] N. Hongkarnjanakul, C. Bouvet, S. Rivallant, Validation of low velocity impact modelling on different stacking sequences of CFRP laminates and influence of fibre failure, *Compos. Struct.* 106 (2013) 549–559.
- [36] P. P. Camanho, P. Maimí, C. G. Dávila, Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics, *Compos. Sci. Technol.* 67 (13) (2007) 2715–2727.
- [37] M. Ridha, C. H. Wang, B. Y. Chen, T. E. Tay, Modelling complex progressive failure in notched composite laminates with varying sizes and stacking sequences, *Compos. Part A-Appl. S.* 58 (2014) 16–23.

## 第4章

# 炭素繊維強化プラスチック積層板の面内引張／圧縮・面外負荷下での損傷進展・強度特性評価

### 4.1 緒言

本章では、CFRP積層板のOHT試験、OHC試験、準静的面外押し込み(Quasi-Static Indentation; QSI)試験での損傷・強度特性を予測可能な数値解析手法の構築を目指す。これらの試験での損傷・強度特性は、CFRP製航空機構造の設計段階において重要な実用強度指標となるため、これらの高精度な予測は計算機援用仮想試験の実現へ向けた必須課題と考えられる。

序論にて述べたように、CFRP積層板の最終強度は破断に至るまでの内部損傷進展に依存する。その上、内部損傷進展は試験片の寸法および積層構成に依存するため、最終強度や破壊モード(破断面の様子)が試験片寸法や積層構成によって変わる、寸法効果を有することが知られている。このような寸法効果について、Green等がOHT試験 [1]、Lee等がOHC試験 [2]、Abisset等がQSI試験 [3]を対象として実験的研究を行っている。寸法効果を有する強度特性を数値解析により評価するためには、各内部損傷の相互作用的な進展挙動を適切に追従する必要がある。

先行研究で報告されている各試験における内部損傷分布をFig. 4.1にまとめる。図中に示すように、全試験においてトランスバースクラックはあらゆる層にマルチプルに発生する。van der Meer等は、OHT試験を対象とし、トランスバースクラックを各層の代表的な数本のみモデル化した数値解析とマルチプルトランスバースクラックを離散的にモデル化した数値解析を比較し、後者で強度予測精度が向上すること



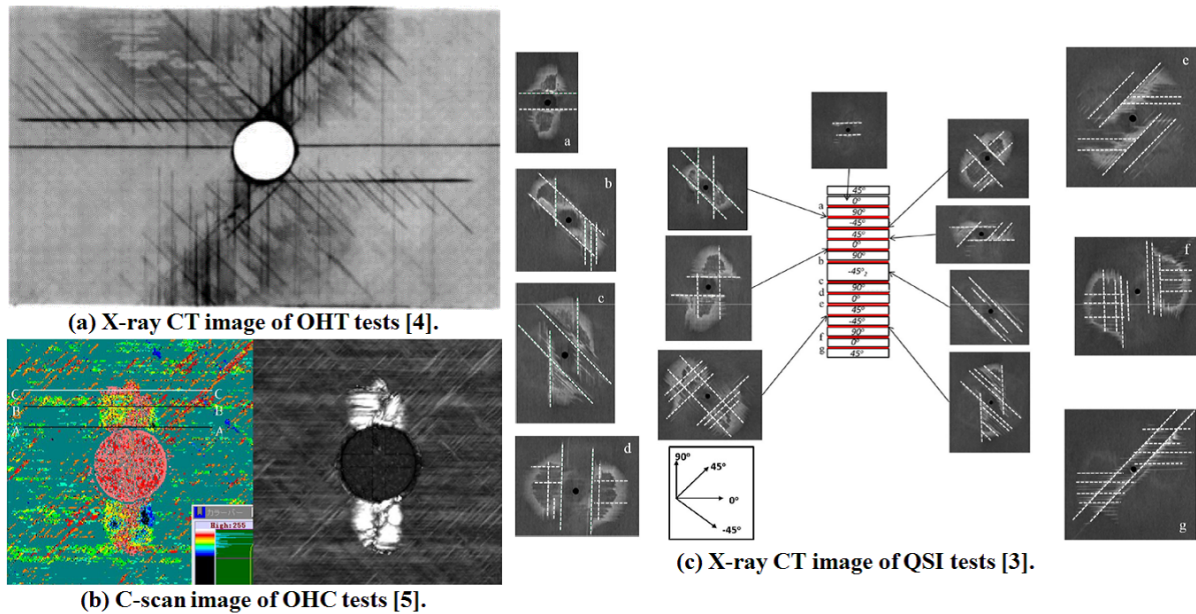


Fig. 4.1 Internal damage distributions of CFRP laminates in OHT, OHC, and QSI tests [3–5].

を報告している [6]. これは、マルチプルトランスバースクラックの1つ1つが隣接層間のはく離を伴って段階的に進展し、これらの損傷進展に伴う各層の応力分布の変化が最終強度に影響を及ぼすためである。このようなクラックは離散的なモデル化が必要と考えられるが、第3章のように結合力要素によって要素ベースで離散化することは困難である。

そこで本章では、あらゆる層でのマルチプルトランスバースクラックのモデル化に XFEM [7,8] を採用する。XFEM においては、事前に解の特性(クラック問題では変位場の不連続性)が分かっている問題に対し、その特性を表すことができる拡充関数(クラック問題の場合にはヘビサイド関数など)を導入することで、局所的にその特性を近似可能な形状関数を生成する(詳細は付録A参照)。これにより、メッシュ分割によらずに不連続性を導入することができる。また、XFEM と CZM を組み合わせた手法が Moës と Belytschko [9] によって提案され、これにより要素と独立なクラックのモデル化と CZM に基づくクラック進展予測が可能となった。本手法は、CFRP 積層板の損傷進展解析に対しても、様々な問題へと適用が試みられている。具体的には、NHT 試験 [10,11]、OHT 試験 [6,10–12]、コンパクトテンション試験 [6]、端面切欠き曲げ(End Notched Flexure; ENF)試験 [13,14]などが挙げられる。但し、OHC 試験や QSI 試験への適用はこれまでに試みられていない。

OHC試験やQSI試験への適用を考える上では、CFRPの様々な特性(弾塑性挙動、マトリクス支配の損傷、繊維支配の損傷)が引張側と圧縮側で異なる挙動を示すことに注意する必要がある。CFRPの母材として用いられるエポキシ樹脂は、弾塑性応答および強度特性が静水圧依存性を有することが知られており、これにより複合材料としての応答にも静水圧依存性が発現する。また、序論でも議論した通り、繊維支配の損傷は引張側と圧縮側で損傷メカニズムが大きく異なる。引張・圧縮の両条件を扱う上ではこれらをどのようにモデル化するかが重要となる。本研究でのモデル化手法について以下にまとめる。

### 弾塑性挙動

CFRPの非線形挙動は、マトリクスの塑性変形、マイクロクラックなどの微視的損傷、繊維の回転、幾何学的非線形など複数の要素を含む非常に複雑な挙動である。このような挙動の予測のため、これまでに多くの数理塑性モデルが提案されている。中でも、その簡便さから広く用いられているのはSunとChen [15]によって、Hillの塑性ポテンシャル [16]に基づいて提案されたモデルである。また、このモデルに基づいた多くの派生モデルも提案されている [17-19]。Yokozeki等は、引張条件下と圧縮条件下で異なる非線形応答を示すという、CFRP特有の性質を考慮するため、SunとChenのモデルに静水圧応力に関する項を加え、静水圧依存の弾塑性モデルを提案した [19]。本モデルは簡便で材料定数が少なく、フィッティングパラメータが存在しないことに加え、引張条件下、圧縮条件下の両挙動を再現可能であるため、本研究では、本モデルを採用することとする。

### マトリクス支配の損傷(トランスバースクラック, 層間はく離)

引張・圧縮両条件下でのトランスバースクラック, 層間はく離を扱う上ではせん断強度の静水圧依存性に注意する必要がある。層内せん断強度がクラック面外方向の圧縮応力によって上昇することは実験 [20-22], 解析 [23,24]両面から報告されており、さらに、層間せん断強度についても同様の挙動を示すことが実験的に報告されている [25,26]。LLorca等は、繊維／樹脂スケールを対象としたマイクロスケール解析に基づき、複合材料としてのせん断強度の向上は、樹脂強度の静水圧依存性に起因する

ものと報告している [23]. また, このような挙動はMohr-Coulombモデルにて良く再現されることが知られており, Li等はMohr-Coulombモデルに立脚し, 静水圧依存型の結合力モデル<sup>1</sup>を提案している [25]. 本研究では, Li等の静水圧依存型結合力モデルを静的陰解法FEMへ導入する上で, 収束性悪化を防ぐ目的でZig-zag軟化則 [27]を導入し, Zig-zag Enhanced Cohesive Zone Model (ZECZM)と呼ぶこととする. ここで, 同一層内にマルチプルに発生するトランスバースクラックに対してはXFEM, 層間はく離に対しては結合力要素によってそれぞれZECZMを導入する.

#### 繊維支配の損傷(繊維方向引張・圧縮破壊)

繊維方向引張・圧縮破壊については, それぞれWeibull破壊基準 [4], LaRC03破壊基準 [28]にて破壊判定を行う. 前者は荷重負担層全体の繊維方向応力の積分値に基づいてグローバルな破壊判定を行う破壊基準, 後者は各要素での応力値に基づき局所破壊を判定する破壊基準であり, ともに破壊開始の基準であり, 進展条件ではない. 序論で述べたように, 面内引張負荷下では局所的な繊維方向引張破壊は即時的に進展し, 試験片全体の最終破断に直結する. このため, 本研究ではWeibull破壊基準が満たされた時点で最終破断に至ると仮定する. 一方で, 繊維方向圧縮破壊では試験片全体の最終破断に至るまでに局所的なキンクバンドの形成および進展が生じる. このため, 破壊進展に関する数値モデルが必要となる. 本研究では, エネルギー基準での破壊進展モデルであるSCM [29]を導入する. さらに, SCMを静的陰解法FEMへ導入する上で, 軟化過程での収束性悪化を防ぐ目的でZig-zag軟化則 [27]を導入する.

ここまでに述べた損傷モデル化の概念図を Fig. 4.2 にまとめる. 本章では, まず4.2節にて導入する各数値モデルの概要についてまとめる. 次に, 4.3節では2種類のCFRP (IM7/8552 (Hexcel), T800S/3900-2B (東レ))を対象として, 斜向材引張(Off-Axis Tension; OAT)・圧縮(Off-Axis Compression; OAC)解析, OHT解析, OHC解析, QSI解析を実施する. 予測された非線形挙動, 損傷進展, 最終強度について実験結果と比較することで, 提案手法の予測精度について検証する.

<sup>1</sup>Li等の先行研究 [25]では, 圧縮負荷に伴うせん断強度の上昇を“enhancement effect”と表記している. 本論文では, 日本語表記では意味を明確にするため“静水圧依存性”と表記するが, 英語表記では先行研究を踏襲することとする.

Characteristics	Numerical models	
Nonlinear stress-strain response	<b>(i) Pressure-dependent elasto-plastic model</b>	
Transverse crack & Delamination > Interaction > Pressure-dependent strength	Transverse crack <b>(ii) XFEM / Zig-zag enhanced CZM</b>	Delamination <b>(iii) Interface element / Zig-zag enhanced CZM</b>
Longitudinal tensile failure	<b>(iv) Weibull criteria</b>	
Longitudinal compressive failure	<b>(v) Smearred crack model with LaRC03 criteria</b>	

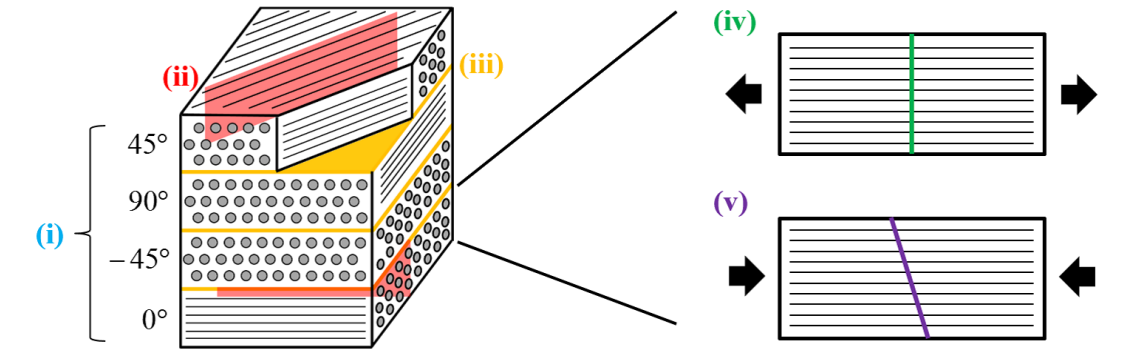


Fig. 4.2 Modeling strategy for progressive internal damage and failure of composite laminates.

## 4.2 数値解析手法

本節では解析手法についてまとめる．但し，章全体の見通しを良くするため，解析手法および数値モデルの詳細な定式化は付録に委ねる．

### 4.2.1 準三次元拡張有限要素法

本研究で構築する解析ツールは，NagashimaおよびSawadaによって提案された静的陰解法準三次元XFEM解析手法 [11]に基づく．この手法では，板厚が均一な複合材料積層板構造に対し，各層のクラックを二次元でモデル化し，層厚方向に押し出すことによって三次元のクラック問題を取り扱う．本手法では層内垂直のクラックしかモデル化できないが，薄い層厚を扱う範囲においてはクラックの面外方向の傾きの影響は限定的であると考えられる．従って，本手法は複合材料積層板構造に対しては効率的な手法となり得る．

Fig. 4.3に示すような，特徴平面上にてクラック線 $\Gamma$ で表される任意長さの繊維方向に沿うクラックを有する一方向材における境界値問題を考える．クラック線 $\Gamma$ を板厚方向に押し出して得られるクラック面を $S$ とし，クラック面の上側，下側をそれぞれ

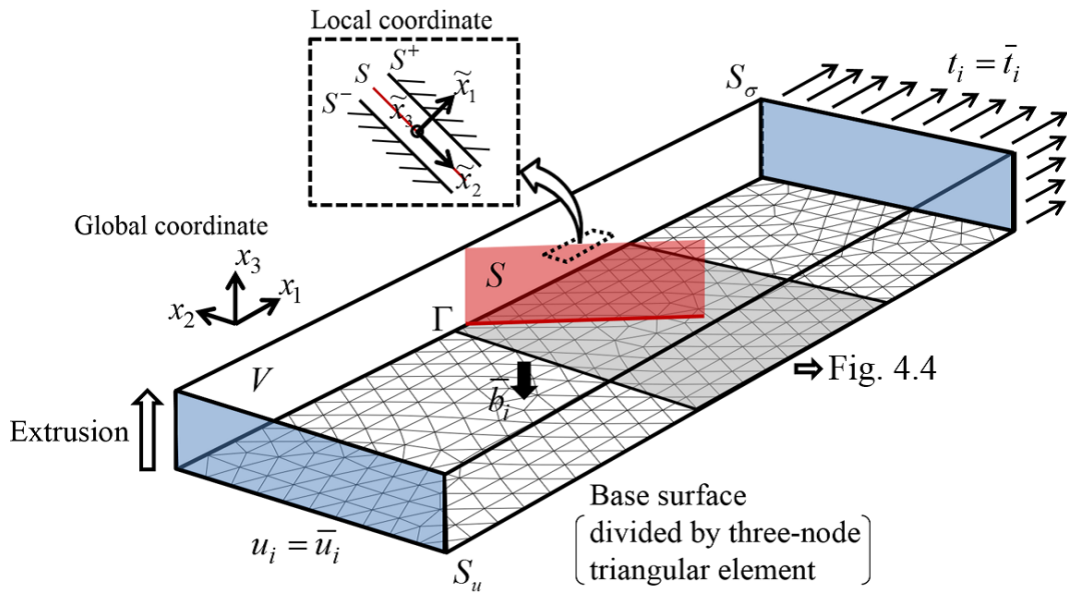


Fig. 4.3 Boundary-value problem for 3D elasto-plastic off-axis unidirectional laminate including arbitrary-length crack along fiber direction.

$S^+$ ,  $S^-$ と表す.  $S^+$ ,  $S^-$ は力学的境界となるが, 本研究ではクラック面間に結合力モデルを導入するため, これらの境界では結合力が作用するものとする. 全体座標系を  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )とし, クラック面における結合力, 変位成分に関してはクラック面下側に設けた局所座標系  $\tilde{x}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )にて表すこととする. このとき, 仮想仕事の原理による基礎方程式は次式のように表される.

$$\iiint_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV + \iint_S \tilde{t}_i \delta \tilde{u}_i dS = \iiint_V \bar{b}_i \delta u_i dV + \iint_{S_\sigma} \bar{t}_i \delta u_i dS \quad (4.1)$$

ここで,  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $u_i$ は応力, ひずみ, 変位成分,  $V$ は体積,  $\bar{b}_i$ ,  $\bar{t}_i$ は物体力と表面力の既定値である. また,  $\tilde{t}_i$ ,  $\tilde{u}_i$ は各モードでの結合力, 相対変位成分である. 上式では, 左辺第一項が内力仮想仕事, 左辺第二項が結合力による仮想仕事, 右辺第一項が物体力による仮想仕事, 右辺第二項が表面力による仮想仕事を表す. 本研究では, 内力仮想仕事を算出する際に弾塑性構成則(4.2.2節)および繊維方向圧縮損傷モデル(4.2.5節)を導入し, 結合力による仮想仕事を評価する上でZECZM(4.2.3節)を採用する.

準三次元クラックモデル化手法の概念図をFig. 4.4に示す. 特徴平面は二次元三節点三角形一次要素にて分割する. 特徴平面上での二次元クラックの形状は複数本の線分にてモデル化し, レベルセット法によって陰的にモデル化する. レベルセット法においては, 2種類の符号付き距離関数  $\phi$ ,  $\psi$ を導入する.  $\phi$ はクラック線  $\Gamma$ に関する

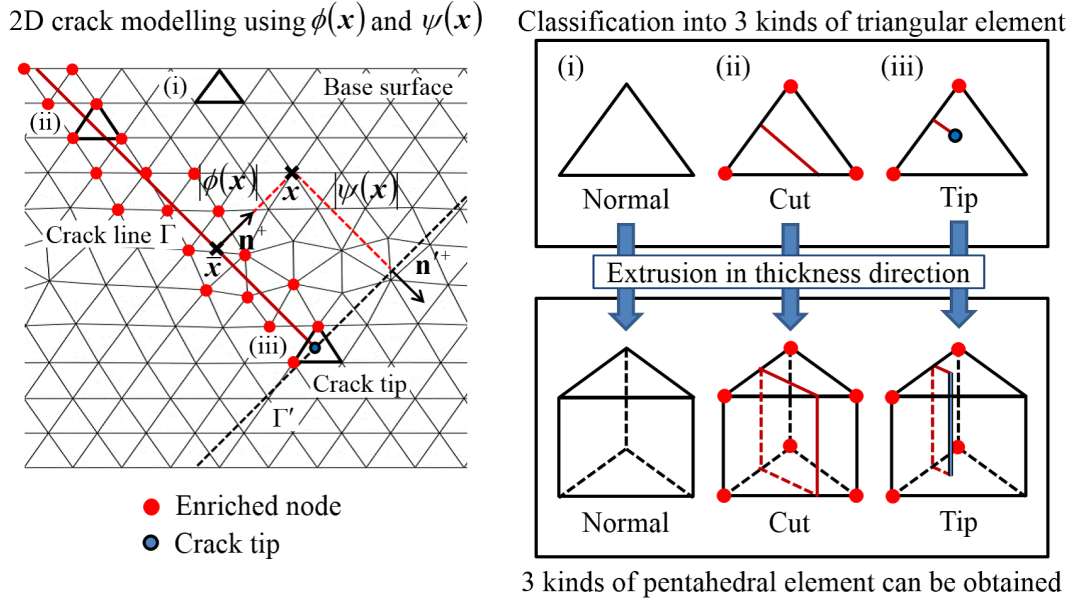


Fig. 4.4 Schematic diagrams of quasi-3D crack modeling. Left: 2D crack modeling on the base surface by the level-set XFEM. Right: Creation methodology for semi-structured 3D pentahedral elements based on the classification of triangular elements according to nodal values of sign distance functions.

符号付き距離関数， $\psi$ はクラック先端においてクラック線 $\Gamma$ に直交する直線 $\Gamma'$ に関する符号付き距離関数であり，それぞれ次式で定義される．

$$\begin{cases} \phi(\mathbf{x}) = \min_{\bar{\mathbf{x}} \in \Gamma} \|\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}\| \text{sign}(\mathbf{n}^+(\bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})) & (4.2a) \\ \psi(\mathbf{x}) = \min_{\bar{\mathbf{x}} \in \Gamma'} \|\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}\| \text{sign}(\mathbf{n}'^+(\bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})) & (4.2b) \end{cases}$$

ここで， $\mathbf{n}^+$ はクラック線 $\Gamma$ 上で上側を向く法線ベクトル， $\mathbf{n}'^+$ は $\Gamma'$ 上でリガメント側を向く法線ベクトルである．ある節点での $\phi$ の値は，その節点がクラック線 $\Gamma$ の上側にある( $\phi > 0$ )か，下側にある( $\phi < 0$ )か，もしくはクラック線 $\Gamma$ 上に存在する( $\phi = 0$ )かを表す．一方で，ある節点での $\psi$ の値は，その節点が線 $\Gamma'$ より前方にある( $\psi > 0$ )か，後方にある( $\psi < 0$ )か，線 $\Gamma'$ 上に存在する( $\psi = 0$ )かを表す．特徴平面上の全三角形要素について，要素を構成する全節点の $\phi$ および $\psi$ の値を用いると，三角形要素を標準要素，切断要素，先端要素の3種類に分類することができる．最後に，これらの三角形要素を厚さ方向に押し出すことで，3種類の六節点五面体要素が得られる．要素の分類方法の詳細については文献 [11]を参照されたい．

## 五面体要素における変位場一切断要素

クラックが貫通している五面体要素内部の任意の位置 $(\mathbf{x}, r_3)$ での変位場 $\mathbf{u}^h$ は次式にて近似される。(導出は付録Aを参照されたい.)

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}, r_3) = \sum_{I=1}^3 L_I(\mathbf{x})(N_B(r_3)\mathbf{u}_I + N_T(r_3)\mathbf{u}_{I+3}) + \sum_{I=1}^3 L_I(\mathbf{x}) \times (H(\bar{\phi}(\mathbf{x})) - H(\bar{\phi}(\mathbf{x}_I)))(N_B(r_3)\mathbf{a}_I + N_T(r_3)\mathbf{a}_{I+3}) \quad (4.3)$$

with:

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^3 L_I \phi_I \quad (4.4)$$

$$N_B(r_3) = \frac{1 - r_3}{2} \quad (4.5)$$

$$N_T(r_3) = \frac{1 + r_3}{2} \quad (4.6)$$

ここで、 $L_I$  は三角形の面積座標、 $\mathbf{u}_I$ 、 $\mathbf{a}_I$  は節点自由度、 $r_3$  は板厚方向の自然座標 ( $-1 \leq r_3 \leq 1$ )、 $N_B$  および  $N_T$  は板厚方向の内挿関数である。また、 $H(x)$  は次式のように定義されるヘビサイド関数<sup>2</sup>である。

$$H(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases} \quad (4.7)$$

## 五面体要素における変位場一端要素

本研究では、ZiとBelytschkoが提案する三角形先端要素 [30] に基づき、五面体先端要素への拡充を行う。Fig. 4.5 に示すようなクラック先端を含有する五面体要素を考える。図に示すように、特徴平面上のクラック先端点を点T、辺3-Tと辺1-2との交点を点Pとする。このとき、追加自由度の拡充は節点1へのみ行い、任意の位置 $(\mathbf{x}, r_3)$ での変位場 $\mathbf{u}^h$ を次式にて近似する。

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}, r_3) = \sum_{I=1}^3 L_I(\mathbf{x})(N_B(r_3)\mathbf{u}_I + N_T(r_3)\mathbf{u}_{I+3}) + L_1^*(\mathbf{x}) \times (H(\bar{\phi}(\mathbf{x})) - H(\bar{\phi}(\mathbf{x}_1)))(N_B(r_3)\mathbf{a}_1 + N_T(r_3)\mathbf{a}_4), \quad (4.8)$$

<sup>2</sup>式(4.7)は一般的なヘビサイド関数の定義と異なるが、XFEMの分野では慣例的に本定義が用いられる場合があるため、本章でもそれに従うこととする。

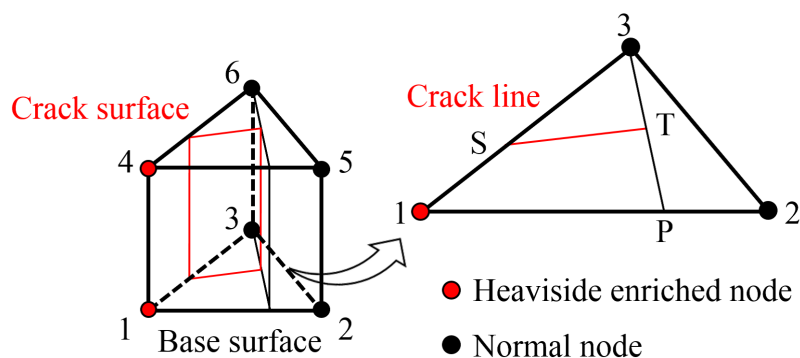


Fig. 4.5 Definition of a pentahedral crack tip element.

ここで、 $L_j^*$ は三角形1P3の面積座標にて表される内挿関数であり

$$L_1^* = 1 - L_P^* - L_3^* \quad (4.9)$$

$$L_P^* = L_2/L_2(x_P) \quad (4.10)$$

$$L_3^* = L_3 \quad (4.11)$$

として与えられる．ここで、 $x_P$ は点Pの座標を表す． $L_1^*$ は辺3-P上で $L_1^* = 0$ を満たすため、式(4.8)において変位場の不連続性を表す右辺第二項は辺3-P上で0となる．つまり、クラックにより切断されない領域では変位場は連続となる．

本研究では、弾塑性解析を行う都合上、クラックを解析前に挿入して破壊解析を実施する．このため、先端要素を本来の用途では使用しない．しかしながら、比較的大規模な解析対象に対しては、解析コストの観点から部分的にクラックを挿入する方が望ましい．先端要素を導入することで、部分的に挿入するクラックの端部が要素辺上に存在している必要がなくなるため、非常に便利かつ汎用的となる．このような背景から、4.3節で示す幾つかの解析例では、解析コスト削減のため、部分的にクラックを挿入し、先端要素を使用している．

### 結合力要素における変位場

界面においては、トランスバースクラックと層間はく離の相互作用を取り扱う目的で、結合力要素の節点に対しても追加自由度の拡充を行う．但し、界面の上側の層、下側の層で異なるクラックが発生し得るため、次式のように上側と下側で別々に拡充



を行う。

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}^{\text{h,top}}(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^3 L_I(\mathbf{x})(\mathbf{u}_I^{\text{top}} + (H(\bar{\phi}^{\text{top}}(\mathbf{x})) - H(\bar{\phi}^{\text{top}}(\mathbf{x}_I)))\mathbf{a}_I^{\text{top}}) \\ \mathbf{u}^{\text{h,bot}}(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^3 L_I(\mathbf{x})(\mathbf{u}_I^{\text{bot}} + (H(\bar{\phi}^{\text{bot}}(\mathbf{x})) - H(\bar{\phi}^{\text{bot}}(\mathbf{x}_I)))\mathbf{a}_I^{\text{bot}}) \end{array} \right. \quad (4.12a)$$

$$(4.12b)$$

ここで、上付きの“top”，“bot”はそれぞれ上面側と下面側を表す。また、ソリッド要素と同様に、先端要素では切断要素と異なる拡充方法を採用する。

### 4.2.2 静水圧依存弾塑性構成則

本節では、式(4.1)左辺第一項の内力仮想仕事を評価する際に導入する弾塑性構成則について概説する。CFRPでは、引張側と圧縮側で異なる、いわゆる静水圧依存の非線形応答を示すことが知られている。本研究では、このような挙動を再現するため、Yokozeki等が提案する静水圧依存型の弾塑性構成則 [15, 19]を採用する。まず、全ひずみ増分 $d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ を、次式のように弾性ひずみ増分 $d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e$ と塑性ひずみ増分 $d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^p$ に分解する。

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^p \quad (4.13)$$

ここで、弾性成分についての増分形構成則は

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e = S_{ijkl}^e d\sigma_{kl} \quad (4.14)$$

として与えられる。ここで、 $S_{ijkl}^e$ は4階の弾性コンプライアンステンソルである。次に、塑性ポテンシャル $f$ および有効応力 $\bar{\sigma}$ を次式のように導入する。

$$f = \bar{\sigma}^2/3 \quad (4.15)$$

$$\bar{\sigma} \equiv \tilde{\sigma}_{\text{eff}} + a_1(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (4.16)$$

但し、

$$\tilde{\sigma}_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{3}{2} \left\{ (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 2a_{66}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) + 2a_{44}\sigma_{23}^2 \right\} + a_1^2\sigma_{11}^2} \quad (4.17)$$

である。ここで、 $a_1$ ,  $a_{44}$ ,  $a_{66}$ は材料定数である。

次に，塑性ひずみ増分は流れ則により，次式で与えられる．

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.18)$$

但し， $\Lambda$ はLagrangeの未定乗数である．ここで，有効塑性ひずみ $\varepsilon^p$ を導入すると，塑性仕事増分 $dW^p$ は次式であらわされる．

$$dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \bar{\sigma} d\varepsilon^p \quad (4.19)$$

式(4.18)に式(4.15)，(4.19)を代入し整理すると，

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^p &= d\Lambda \frac{\partial \bar{\sigma}^2/3}{\partial \sigma_{ij}} = d\Lambda \frac{2}{3} \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} = d\Lambda \frac{2}{3} \bar{\sigma} \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{d\varepsilon^p} \\ \Leftrightarrow d\Lambda &= \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon^p}{\bar{\sigma}} \end{aligned} \quad (4.20)$$

が得られる．式(4.20)を式(4.18)へ代入すると，流れ則は

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} d\varepsilon^p \quad (4.21)$$

として，有効塑性ひずみ増分の関数として書き換えられる．次に，Xie等の先行研究[18]に基づき，有効応力 $\bar{\sigma}$ と有効塑性ひずみ $\varepsilon^p$ の関係を，下記のべき乗則にて近似する．

$$\varepsilon^p = \begin{cases} A_1 (\bar{\sigma})^{n_1} & (\bar{\sigma} \leq \bar{\sigma}^t) \\ A_2 (\bar{\sigma})^{n_2} & (\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^t) \end{cases} \quad (4.22)$$

ここで， $\bar{\sigma}^t$ は2つの近似曲線が交差する有効応力値であり， $A_1$ ， $n_1$ ， $A_2$ ， $n_2$ は材料定数である．

式(4.16)～(4.22)より，塑性成分に関する増分形構成則は次式にて与えられる．ここで，便宜のため，式(4.22)において $n$ と $A$ を区別せず， $\varepsilon^p = A(\bar{\sigma})^n$ とする．

$$d\varepsilon_{ij}^p = nA\bar{\sigma}^{n-1} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} d\bar{\sigma} = nA\bar{\sigma}^{n-1} \frac{d\bar{\sigma}}{d\sigma_{ij}} \frac{d\bar{\sigma}}{d\sigma_{kl}} d\sigma_{kl} = S_{ijkl}^p d\sigma_{kl} \quad (4.23)$$

ここで， $S_{ijkl}^p$ は4階の塑性コンプライアンステンソルである．

本研究では，弾塑性構成則の時間積分には弾性予測子，塑性修正子を用いるリターンマッピングアルゴリズム[31]を採用する．また，弾塑性解析を実施する上で，塑性域での体積ロッキング問題を解消するため，本研究ではB-Bar法[32]を用いた選択的次數低減積分を導入した．B-Bar法の詳細およびXFEMにおけるB-Bar法の取り扱いについては付録Fを参照されたい．

## 4.2.3 トランスバースクラック／層間はく離－静水圧依存型結合カモデル

本研究では、CFRPのせん断強度の静水圧依存性を考慮するため、トランスバースクラックと層間はく離のモデル化にZECZMを使用する。ZECZMでは、Li等が提案する静水圧依存型CZM [25]に基づき、損傷の開始を判定する二次の結合カ基準、進展条件のエネルギーのべき乗則を次式のように修正する。

$$\left(\frac{\langle t_I \rangle}{t_I^C}\right)^2 + \left(\frac{t_{II}}{t_{shear}^{C*}}\right)^2 + \left(\frac{t_{III}}{t_{shear}^{C*}}\right)^2 = 1 \quad (4.24)$$

$$\left(\frac{G_I}{G_I^C}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{shear}^{C*}}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{III}}{G_{shear}^{C*}}\right)^\alpha = 1 \quad (4.25)$$

ここで、 $t_I$ ,  $t_{II}$ ,  $t_{III}$ および $G_I$ ,  $G_{II}$ ,  $G_{III}$ はそれぞれ各モードの結合カ成分およびエネルギー解放率である。また、 $t_I^C$ ,  $G_I^C$ はモードIの強度および臨界エネルギー解放率である。上式では、モードII, IIIの強度および臨界エネルギー解放率が同一であると仮定し、それぞれ $t_{shear}^{C*}$ ,  $G_{shear}^{C*}$ と表記している。ここで、 $t_{shear}^{C*}$ および $G_{shear}^{C*}$ は静水圧依存性を考慮した強度値および臨界エネルギー解放率であり、それぞれ次式にて表される。

$$t_{shear}^{C*} = t_{shear}^C - \eta t_I \quad (4.26)$$

$$G_{shear}^{C*} = G_{shear}^C \left(\frac{t_{shear}^{C*}}{t_{shear}^C}\right)^2 \quad (4.27)$$

但し、 $t_{shear}^C$ ,  $G_{shear}^C$ は静水圧依存性を考慮しない場合のせん断モードの強度と臨界エネルギー解放率、 $\eta$ はせん断強度に対する面外垂直応力の影響度合いを表す摩擦係数である。ZECZMにおける破壊判定基準および構成関係の概念図をFig. 4.6に示す。強

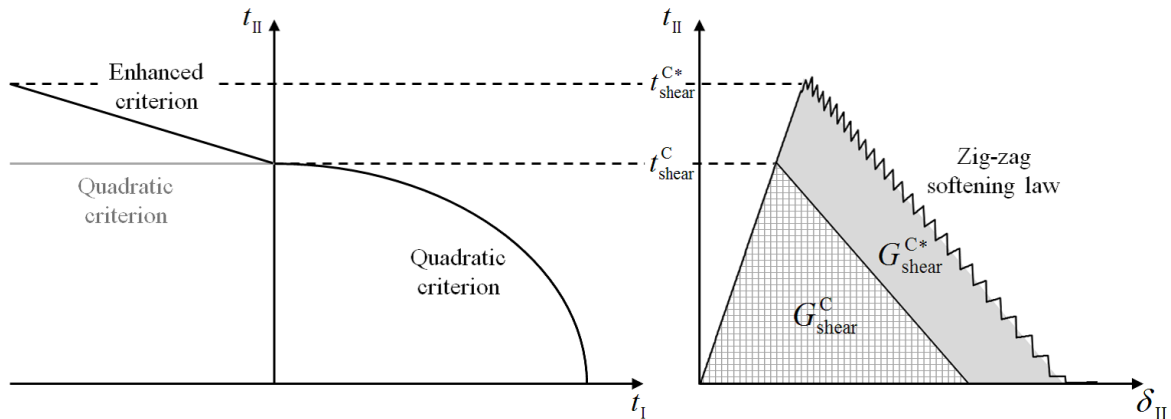


Fig. 4.6 Schematics of zig-zag enhanced cohesive zone model in Mode II.

度の静水圧依存性(式(4.26))はMohr-Coulombモデルに基づいている一方で、臨界エネルギー解放率の静水圧依存特性は未だに実験的にも明らかにされていない。そのため、式(4.27)では、軟化過程の傾きが静水圧依存性を考慮しない場合と平行となることを仮定し、臨界エネルギー解放率を増加させている。

また、Fig. 4.6に示す通り、破壊開始以降の軟化過程では、収束性悪化を防ぐ目的で線形軟化則をベースとしたZig-zag軟化則を導入している。Zig-zag軟化則とは、軟化過程において区分的に一定の正の剛性を用いることで、陰解法での収束性悪化を防ぐモデルである。ここで、剛性を一定値に保つ間隔(Zig-zag間隔)は下記二つの条件から決定される。

- 線形軟化則からの偏差が十分に小さく保たれること
- 総エネルギー散逸量が線形軟化則と一致すること

Zig-zag軟化則を含め、ZECZMの定式化の詳細については付録Eを参照されたい。また、本研究では、トランスバースクラックについてはXFEM、層間はく離については結合要素を用いてZECZMを導入する。

#### 4.2.4 繊維方向引張破壊－Weibull破壊基準

基本的に、炭素繊維は脆性的な材料であり、その引張強度は繊維表面の欠陥の統計的分布に支配されることが知られている [33]。従って、これらの繊維により構成される一方向複合材料の繊維方向引張強度についても同様に、潜在する欠陥の統計的分布に支配されるものと考えられる。このような一方向複合材料の繊維方向引張強度を予測するために、本研究ではHallett等が提案したWeibull破壊基準 [4]を採用する。ここでは詳細な定式化は割愛するが、強度指標に応力 $\sigma$ を採用した場合の、有限要素離散化されたWeibull破壊基準は次式にて表される。

$$\sum_{i=1}^n \frac{V_i}{V_0} \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_0} \right)^m \geq 1 \quad (4.28)$$

ここで、 $m$ はWeibull係数、 $\sigma_0$ は基準化強度、 $V$ は試験片体積、 $V_0$ は基準化体積、 $n$ は検査領域内の要素数である。上式の詳細な定式化は付録Cを参照されたい。式(4.28)は荷重負担層の繊維方向応力を全て足し合わせた形式となっており、層全体の健全性

を評価するグローバルな破壊発生基準となっている。本破壊基準は破壊の進展基準ではないが、一般に局所領域での繊維方向引張破壊は瞬時に試験片全体の最終破断に直結するため、本研究においては、引張負荷下ではWeibull破壊基準が満たされた時点で最終破断に至ると仮定する。

#### 4.2.5 繊維方向圧縮破壊－LaRC03破壊基準／Smearred Crack Model

Schultheisz と Waas のレビュー [34] によると、高強度繊維と高剛性マトリクスからなるCFRPが繊維方向圧縮負荷にさらされる場合、キックバンド形成(Fig. 4.7 [35])が主要な破壊メカニズムとなる。一般に、CFRPは理想的な一方向への配向とはならず、初期不整角を有するため、圧縮応力下では繊維間にせん断応力が生じる(A)。このせん断応力は繊維の更なる回転を促し(B)、角度が増すごとにせん断応力は増加する(C)。この(A)～(C)のサイクルにより、増加したせん断応力が臨界値に達すると、繊維を支えるマトリクスの破壊が生じ、キックバンド形成に至る [36]。DávilaとCamanhoはキックバンド形成に関する破壊基準として、LaRC03破壊基準 [28]を提案している。本破壊基準の定式化の詳細は付録Dを参照されたい。LaRC03破壊基準では、一方向材の圧縮試験結果に基づき、破断に至る際の臨界繊維回転角度 $\theta^{cri}$ および初期不整角

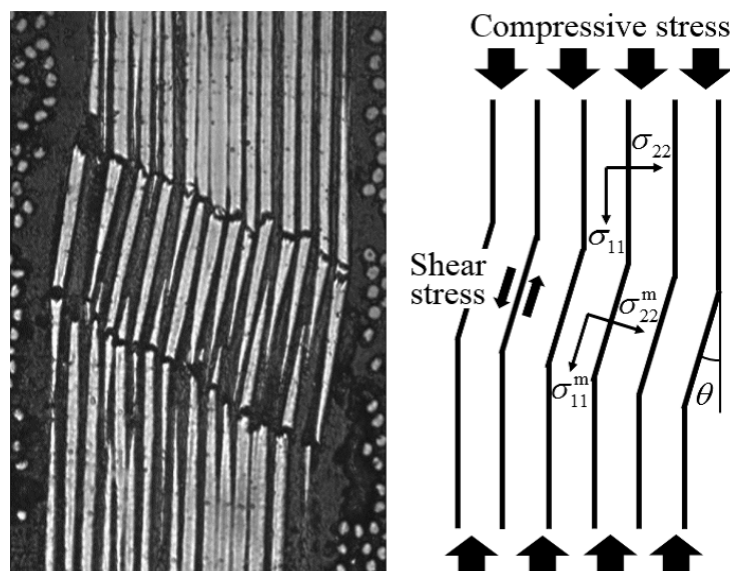


Fig. 4.7 Kink-band formation [35] and coordinate definition.

度 $\theta^{\text{ini}}$ をそれぞれ次式のように算出する．

$$\theta^{\text{cri}} = \arctan \left( \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \left( \frac{S_L}{X_-} + \eta_L \right) \frac{S_L}{X_-}}}{2 \left( \frac{S_L}{X_-} + \eta_L \right)} \right) \quad (4.29)$$

$$\theta^{\text{ini}} = \left( 1 - \frac{X_-}{G_{12}} \right) \theta^{\text{cri}} \quad (4.30)$$

ここで、 $S_L$ 、 $X_-$ 、 $G_{12}$ は一方向材の繊維方向に関するせん断強度、圧縮強度、せん断剛性である．また、 $\eta_L$ は繊維方向せん断強度に対する面外垂直応力の影響度合いを表す摩擦係数であり、次式にて近似される [28]．

$$\eta_L \approx - \frac{S_L \cos(2\alpha_0)}{Y_- \cos^2 \alpha_0} \quad (4.31)$$

ここで、 $Y_-$ は一方向材の繊維直交方向圧縮強度、 $\alpha_0$ は周囲のマトリクスに生じる破壊面の角度であり、本研究では $\alpha_0 = 0^\circ$ としている．LaRC 03破壊基準では、繊維回転角度の初期値を式(4.30)で算出される $\theta^{\text{ini}}$ とし、せん断ひずみを用いて増分ステップ毎に繊維回転角度を更新し、繊維回転角度の座標系での応力成分を用いて次式にて破壊判定を行う．

$$\left\langle \frac{|\tau_{12}^{\text{m}}| + \eta_L \sigma_{22}^{\text{m}}}{S_L} \right\rangle = 1 \quad (4.32)$$

上記で示した LaRC03 破壊基準では、増分ステップ毎に繊維回転角度を更新する必要があるが、この手順は一般に陰解法の収束性を悪化させることが知られている．Maimi等は、破壊基準判定の座標系を式(4.29)で算出される一方向材の臨界回転角度 $\theta^{\text{cri}}$ に固定し、次式にて座標回転した応力成分にて式(4.32)の破壊判定を実施する修正LaRC03破壊基準を提案している [37, 38]．

$$\begin{cases} \sigma_{11}^{\text{m}} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\theta^{\text{cri}} + \tau_{12} \sin 2\theta^{\text{cri}} & (4.33a) \\ \sigma_{22}^{\text{m}} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} - \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\theta^{\text{cri}} - \tau_{12} \sin 2\theta^{\text{cri}} & (4.33b) \\ \tau_{12}^{\text{m}} = -\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \sin 2\theta^{\text{cri}} + \tau_{12} \cos 2\theta^{\text{cri}} & (4.33c) \end{cases}$$

本研究ではこの修正LaRC03破壊基準を採用することとする．

また、繊維方向圧縮破壊では、試験片全体の最終破断に至る前に局所的なキンクバンド進展が生じるため、破壊進展の数値モデルを導入する必要がある．本研究で

は、キंकバンド進展に伴うエネルギー散逸を適切に取り扱う目的で、Pinho等が提案するSCM [29]を導入する。SCMに基づく繊維方向圧縮応力下での構成関係をFig. 4.8に示す。Fig. 4.8において、 $E_{11-}$ は圧縮側での繊維方向ヤング率、 $G_{1-}^C$ はキंकバンド進展に伴う臨界エネルギー解放率、 $\sigma_{11}^0$ 、 $\varepsilon_{11}^0$ は破壊基準を満たした時点での繊維方向応力とひずみ、 $\varepsilon_{11}^f$ は破壊が完全に進展した時点での繊維方向ひずみである。SCMでは、要素内で散逸するひずみエネルギー(応力ひずみ線図の下側の面積)と要素内にキंकバンドが形成するために必要なエネルギーが等しくなるよう、次式のように $\varepsilon_{11}^f$ を導入する。SCMの定式化の詳細に関しては3.3.2節を参照されたい。

$$\varepsilon_{11}^f = \frac{2G_{1-}^C}{\sigma_{11}^0 L} \quad (4.34)$$

但し、 $L$ は要素の特性長さであり、ここではキंकバンドの幅に相当する。本研究では、五面体要素を採用するが、要素の特性長さは特徴平面上の三角形要素の面積 $A$ を用いて次式にて算出する [6].

$$L = \frac{6}{\pi} \sqrt{\frac{A}{\sqrt{3}}} \quad (4.35)$$

また、Fig. 4.8に示す通り、軟化過程にはZig-zag軟化則を導入する。Zig-zag軟化則の定式化の詳細は付録Eを参照されたい。

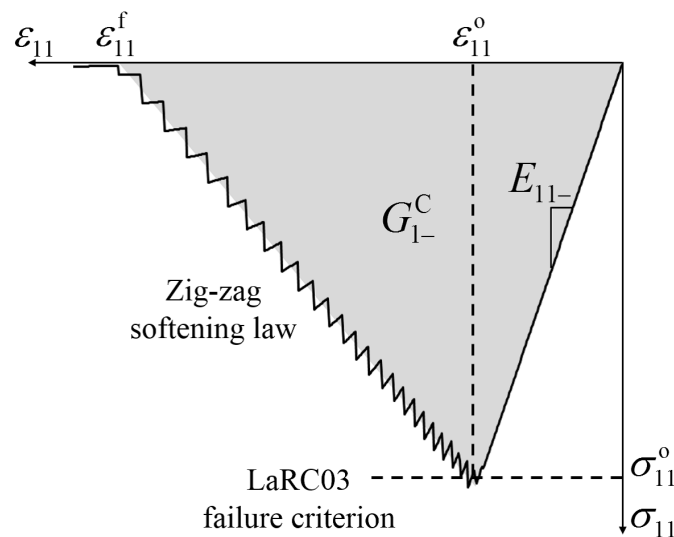


Fig. 4.8 Constitutive relationship under longitudinal compression.

### 4.3 検証解析

本章では、提案手法の予測精度検証のため、IM7/8552およびT800S/3900-2Bを対象とし、OAT・OAC解析、OHT・OHC解析、QSI解析を実施し、解析結果と実験結果の比較を行う。IM7/8552、T800S/3900-2Bの各種材料物性をTables 4.1, 4.2に示す。各材料種の弾塑性構成則の材料定数は、それぞれ吉岡等のOAT試験結果 [48]、Koerber等のOAC試験結果 [22]に基づいて決定した。材料定数の同定方法については付録Bを参照されたい。

提案手法の解析手順をFig. 4.9に示す。積層板を対象とする場合には、成形過程での熱残留応力がトランスバースクラックや層間はく離の発生・進展に影響を及ぼすため、負荷解析前に熱解析を実施した。熱解析では、両材料種で成形温度(180°C)から室温(20°C)への温度変化を想定し、-160°Cの温度変化を与えた。また、熱解析と負荷解析では境界条件を変更する必要があるため、熱解析実施後、節点座標、各積分点での応力・ひずみを引き継いだ上で、境界条件を変更し、負荷解析を実施した。

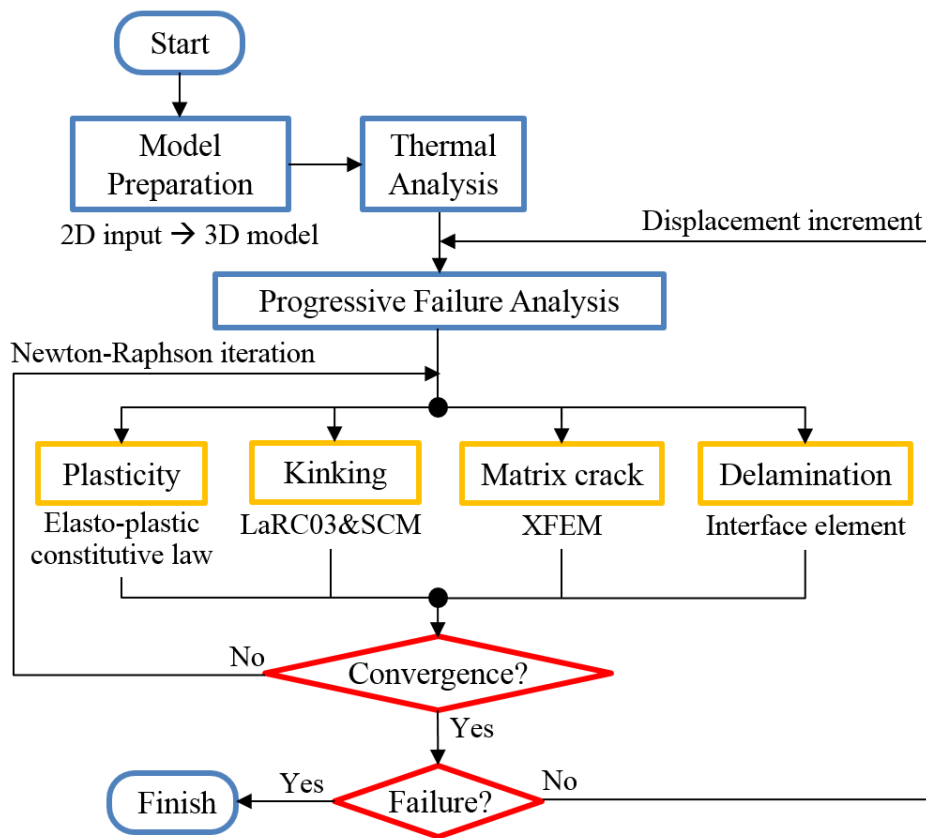


Fig. 4.9 Flowchart of proposed simulation method.



Table 4.1 Material properties of IM7/8552.

Laminate properties [39]	
Longitudinal Young's modulus (tension) $E_{11+}$	171GPa
Longitudinal Young's modulus (compression) $E_{11-}$	140.9GPa [40]
Transverse Young's modulus $E_{22}$	9.1GPa
Out-of-plane Young's modulus $E_{33}$	9.1GPa
In-plane shear modulus $G_{12}$	5.3GPa
Out-of-plane shear modulus $G_{23}$	3.0GPa
Out-of-plane shear modulus $G_{31}$	5.3GPa
In-plane Poisson's ratio $\nu_{12}$	0.32
Out-of-plane Poisson's ratio $\nu_{23}$	0.52
Out-of-plane Poisson's ratio $\nu_{13}$	0.32
Coefficient of Thermal expansion $\alpha_1$	$-5.5 \times 10^{-6}/K$
Coefficient of Thermal expansion $\alpha_2$	$2.58 \times 10^{-5}/K$
Coefficient of Thermal expansion $\alpha_3$	$2.58 \times 10^{-5}/K$
Parameters for ZECZM [39]	
Mode I interlaminar maximum traction $t_1^C$	62.3MPa
Shear mode interlaminar maximum traction $t_{\text{shear}}^C$	92.3MPa
Mode I interlaminar fracture toughness $G_1^C$	0.277N/mm
Shear mode interlaminar fracture toughness $G_{\text{shear}}^C$	0.788N/mm
Mode interaction parameter $\alpha$	1.0 [41]
Friction coefficient $\eta$	0.3 [26]
Parameters for Weibull criterion [42]	
Weibull modulus $m$	40.1
Characteristic strength $\sigma_0$	3131MPa
Characteristic volume $V_0$	1mm <sup>2</sup>
Parameters for LaRC03 criterion & SCM	
Longitudinal compressive strength $X_-$	1690MPa [43]
Transverse compressive strength $Y_-$	185MPa [44]
Longitudinal shear strength $S_L$	92.3MPa [39]
Fracture toughness for longitudinal compressive failure $G_{1-}^C$	25.9N/mm [45]
Parameters for plasticity	
$a_1$	0.001
$a_{44}$	2.0
$a_{66}$	2.99
$A_1$	$2.0 \times 10^{-12}$
$n_1$	3.8
$A_2$	$1.76 \times 10^{-20}$
$n_2$	7.0
$\bar{\sigma}^t$	332.5MPa

Table 4.2 Material properties of T800S/3900-2B.

Laminate properties [46]	
Longitudinal Young's modulus (tension) $E_{11+}$	153GPa
Longitudinal Young's modulus (compression) $E_{11-}$	132.6GPa
Transverse Young's modulus $E_{22}$	8.0GPa
Out-of-plane Young's modulus $E_{33}$	8.0GPa
In-plane shear modulus $G_{12}$	4.03GPa
Out-of-plane shear modulus $G_{23}$	2.75GPa
Out-of-plane shear modulus $G_{31}$	4.03GPa
In-plane Poisson's ratio $\nu_{12}$	0.34
Out-of-plane Poisson's ratio $\nu_{23}$	0.45
Out-of-plane Poisson's ratio $\nu_{13}$	0.34
Coefficient of Thermal expansion $\alpha_1$	0.0 /K [47]
Coefficient of Thermal expansion $\alpha_2$	$3.31 \times 10^{-5}$ /K [47]
Coefficient of Thermal expansion $\alpha_3$	$3.31 \times 10^{-5}$ /K [47]
Parameters for ZECZM [46]	
Mode I interlaminar maximum traction $t_1^C$	66.9MPa
Shear mode interlaminar maximum traction $t_{\text{shear}}^C$	100MPa
Mode I interlaminar fracture toughness $G_1^C$	0.54N/mm
Shear mode interlaminar fracture toughness $G_{\text{shear}}^C$	1.64N/mm
Mode interaction parameter $\alpha$	1.0 [41]
Friction coefficient $\eta$	0.3 [26]
Parameters for Weibull criterion	
Weibull modulus $m$	40.1 [42]
Characteristic strength $\sigma_0$	3100MPa [46]
Characteristic volume $V_0$	2200mm <sup>2</sup> [46]
Parameters for LaRC03 criterion & SCM [46]	
Longitudinal compressive strength $X_-$	719.4MPa
Transverse compressive strength $Y_-$	193.3MPa
Longitudinal shear strength $S_L$	118MPa
Fracture toughness for longitudinal compressive failure $G_{1-}^C$	25.9N/mm [45]
Parameters for plasticity	
$a_1$	0.01
$a_{44}$	2.0
$a_{66}$	1.6
$A_1$	$3.2 \times 10^{-11}$
$n_1$	3.8
$A_2$	$4.5 \times 10^{-18}$
$n_2$	7.0
$\bar{\sigma}^t$	138MPa

### 4.3.1 斜向材引張・圧縮解析

本節では、非線形挙動の予測精度検証のため、OAT・OAC解析を実施する。ここで、一方向材内のクラックは発生と同時に著しく進展し、完全に進展すると剛体モードの発現により収束解を得ることが困難となるため、破壊解析は行わないこととする。

#### IM7/8552

IM7/8552に関するOAT試験結果は先行研究で報告されていないため、OAC解析のみを実施し、Koerber等の試験結果 [22] との比較を行う。対象とする積層構成は $[\theta_{32}]$  ( $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ )、試験片寸法は長さ20.0mm、幅10.0mm、厚さは4.0mmである。解析結果と実験結果 [22] の応力-ひずみ曲線の比較をFigs. 4.10 (a), (b)に示す。Fig. 4.10において、実線、破線はそれぞれ解析結果および実験結果 [22] を示している。Fig. 4.10を見ると、解析結果は斜向角度によって異なる非線形挙動について、実験結果と良い一致を示していることが確認できる。このため、本研究で採用した弾塑性構成則はOAC試験での圧縮-せん断混合応力条件下での非線形挙動を再現可能であることが示された。

#### T800S/3900-2B

T800S/3900-2Bに関しては、OAT試験結果のみ先行研究 [48] にて報告されているため、OAC解析のみ実施する。対象とする積層構成は $[\theta_{24}]$  ( $\theta = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$ )、

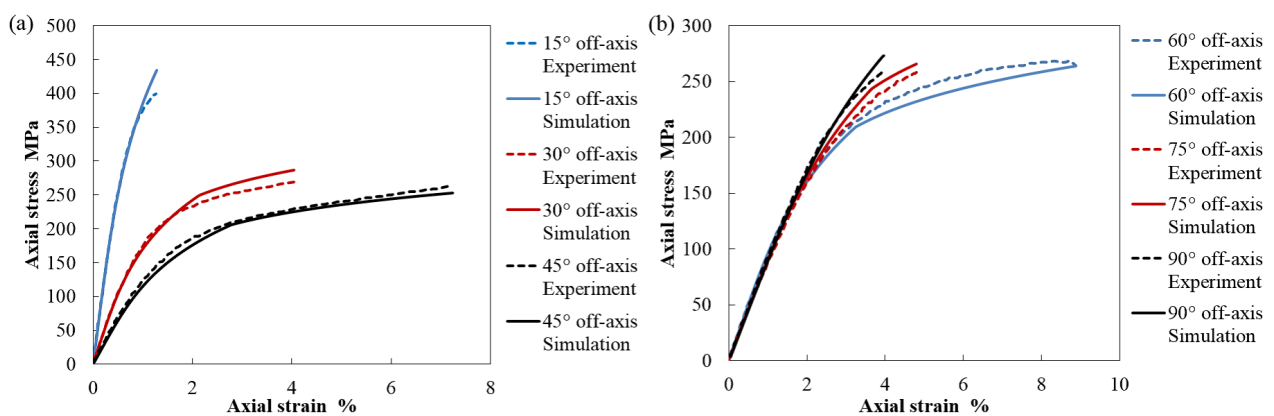


Fig. 4.10 Comparisons of experiment [22] and predicted stress - strain curves for various off-axis angles in IM7/8552 OAC tests.

試験片寸法は長さ152.4mm，幅19.1mm，厚さは4.5mmである．解析結果と実験結果 [48] の応力－ひずみ曲線との比較をFigs. 4.11 (a), (b)に示す．図中の実線，破線はそれぞれ解析結果および実験結果 [48]を示している． Fig. 4.11を見ると，解析結果は斜向角度によって異なる非線形挙動を良く再現していることが分かる．本結果より，本研究で採用した弾塑性構成則はOAT試験での引張－せん断混合応力条件下でも非線形挙動を予測可能であることが示された．また，材料種は異なるが，OAT，OAC両解析に適用可能であり，引張・圧縮両条件下で非線形挙動を予測可能であることが確認された．

### 4.3.2 円孔材引張解析

本節では，各材料種での擬似等方積層板を対象とし，OHT強度の予測精度検証を実施する．それぞれ，IM7/8552はGreenら [1]の試験結果，T800S/3900-2BはJAXA先進複合材料力学特性データベース [46]およびJAXA社内データ [49]との比較を行う．序論でも述べたが，CFRP擬似等方積層板のOHT試験では，試験片の各種寸法(長さ，幅，厚さ，円孔径)や積層構成を変えると強度や破壊モードが変化する寸法効果が見られることが報告されている [1]．この寸法効果は内部損傷進展を反映したものであるため，解析手法の予測精度検証に適した解析例であると言える．破壊モードは破断面の形態から (i)脆性破壊モード，(ii)プルアウト破壊モード，(iii)層間はく離破壊モードの3種類に分類できる．各種破断面はFig. 1.7に示した通りである．

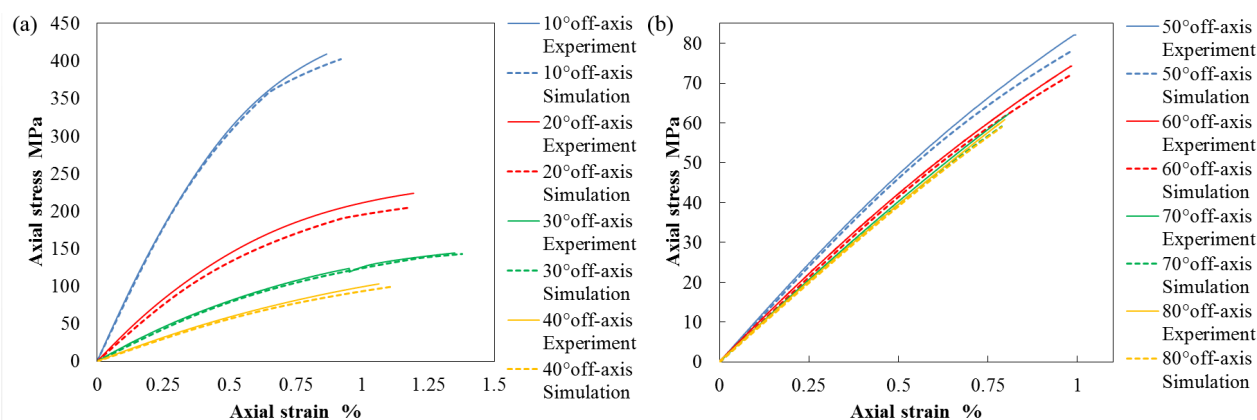


Fig. 4.11 Comparisons of experiment [48] and predicted stress - strain curves for various off-axis angles in T800S/3900-2B OAT tests.

本研究では，破壊モードの判定には，Hallett等が提案する手法 [4]を採用する．破壊モード判定方法の概要を Fig. 4.12に示す．Fig. 4.12中のグラフはCFRP擬似等方積層板のOHT試験における典型的な荷重－変位曲線を示している．繊維方向破壊が発生することなく，トランスバースクラックと層間はく離が主体となって最終破壊に至る場合，荷重負担層(0°層)でのスプリッティング，およびこれに誘起される隣接層間のはく離が不安定進展に至った際に著しい荷重低下を引き起こす．このような挙動を示す場合は層間はく離破壊モードと判定する．一方で，上記ような荷重低下が引き起こされる以前に荷重負担層でWeibull破壊基準が満たされる場合，繊維方向破壊主体の脆性破壊モード，もしくはプルアウト破壊モードと判定する．本手法では，脆性破壊モードとプルアウト破壊モードを区別することはできない．

### IM7/8552

本節ではIM7/8552を対象としたOHT解析を実施し，Green等の試験結果 [1]と比較する．基準積層構成は $[45/90/-45/0]_s$ とし，2種類のスケーリング方法によって板厚を変更した計7種類の擬似等方積層板を対象とする．1種類目のスケーリング方法は“Ply-level scaling”であり， $[45_m/90_m/-45_m/0_m]_s$  ( $m = 1, 2, 4, 8$ )のように，各層厚を

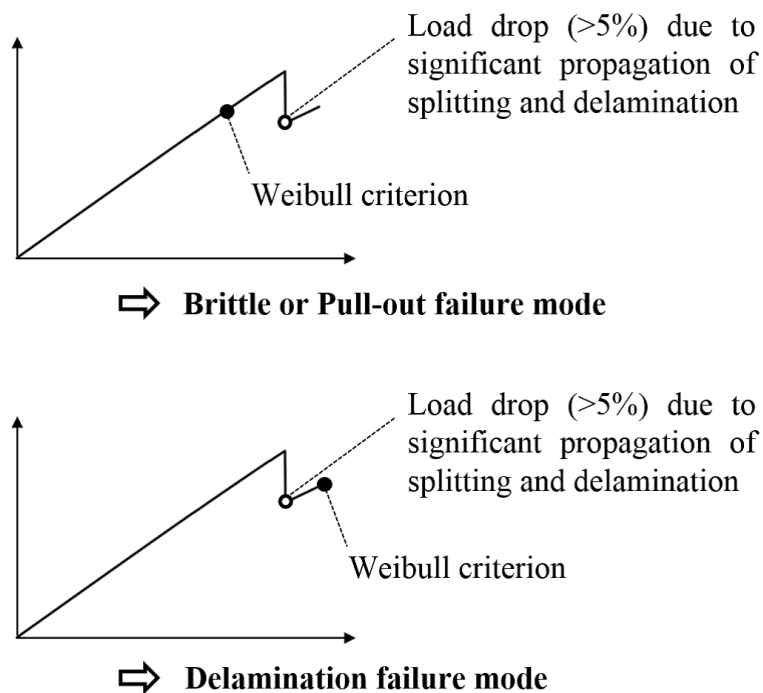


Fig. 4.12 Methodology for failure mode judgment.

1, 2, 4, 8倍とすることで、板厚を変化させる方法である。2種類目のスケーリング方法は“Sub-laminate level scaling”であり、 $[45/90/-45/0]_{ms}$  ( $n = 1, 2, 4, 8$ ) のように、 $[45/90/-45/0]$  という積層構成を1, 2, 4, 8回と反復することで、板厚を変化させる方法である。スケーリング方法の概念図を Fig. 4.13 に示す。以降、文中では簡単のため前者をP ( $m=1, 2, 4, 8$ )、後者をS ( $n=1, 2, 4, 8$ ) と表記することとする。例えば、P ( $m=2$ ) と表記した場合、Ply-level scaling  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  を表す。

クラックの挿入間隔は先行研究 [50] を参考に決定した。試験片の幾何形状、モデルサイズ、境界条件、トランスバースクラック挿入位置を Fig. 4.14 にまとめる。Fig. 4.14 中に示すように、XFEM を用いて(節点に追加自由度を拡充することで)、クラックはメッシュと独立に導入が可能である。各層のトランスバースクラックは発生が予想される箇所に解析前に事前挿入した。本研究では弾塑性解析およびSCMにおいて各積分点で履歴変数を要するが、クラックの事後挿入に伴い、積分点のリマッピングを行うと、履歴変数の引き継ぎが困難となるためである。メッシュサイズはHarper等が提案するCZL [51] に基づいて決定した。ここで、円孔周囲では、クラックのモードI開口が予想されるため、モードIのCZLに基づいて、メッシュ寸法を決定し、円孔から遠く、モードI開口が生じないと予想される領域では、モードIIのCZLに基づいて、メッシュ寸法を決定した。CZLについては文献 [51] および3.3.2節を参照されたい。

強度および破壊モードの予測結果、実験との比較を Figs. 4.15 (a), (b) に示す。図中において、黒色シンボルが実験結果、白抜きシンボルが解析結果を示している。また、丸プロットが脆性もしくはプルアウト破壊モード、三角プロットが層間はく離破

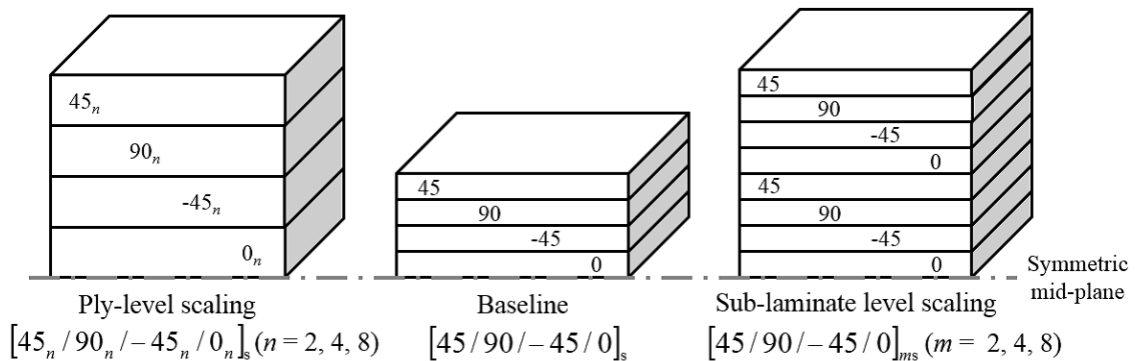


Fig. 4.13 Different scaling methods used in Ref. [1].

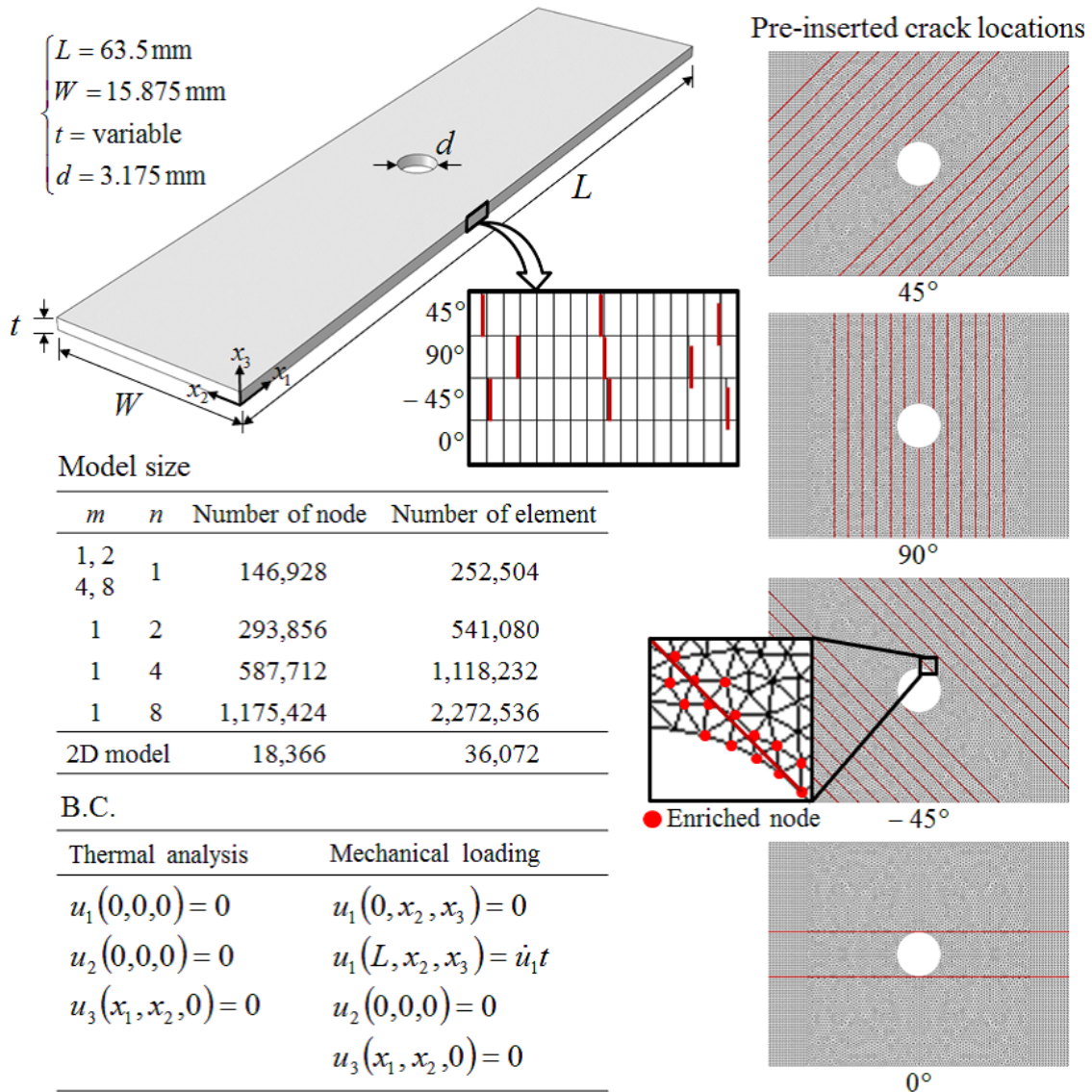


Fig. 4.14 Specimen geometry, model size, boundary conditions, and pre-inserted crack locations in each ply for OHT simulation of IM7/8552.

壊モードを示す。両グラフより、提案手法では、 $P$  ( $m=1, 2, 4, 8$ ) および  $S$  ( $n=1, 2, 4, 8$ ) の全てのケースにおいて、板厚の変化に伴う強度および破壊モードの遷移を追従可能であることが分かる。さらに、全てのケースにおいて、強度は10%以下の予測精度であった。これは先行研究 [4,6] に比して優れた精度である。

より詳細に解析結果を検証するため、 $P$  ( $m=4$ ) および  $S$  ( $n=4$ ) のそれぞれについて、平均応力-変位関係を Fig. 4.16 に示す。まず、 $S$  ( $n=4$ ) について、繊維方向破壊による最終破断まで応力低下は生じず、平均応力-変位関係は線形であることが分かる。従って、本ケースは脆性もしくはプリアウト破壊モードと判定した。一方で、 $P$  ( $m=4$ )

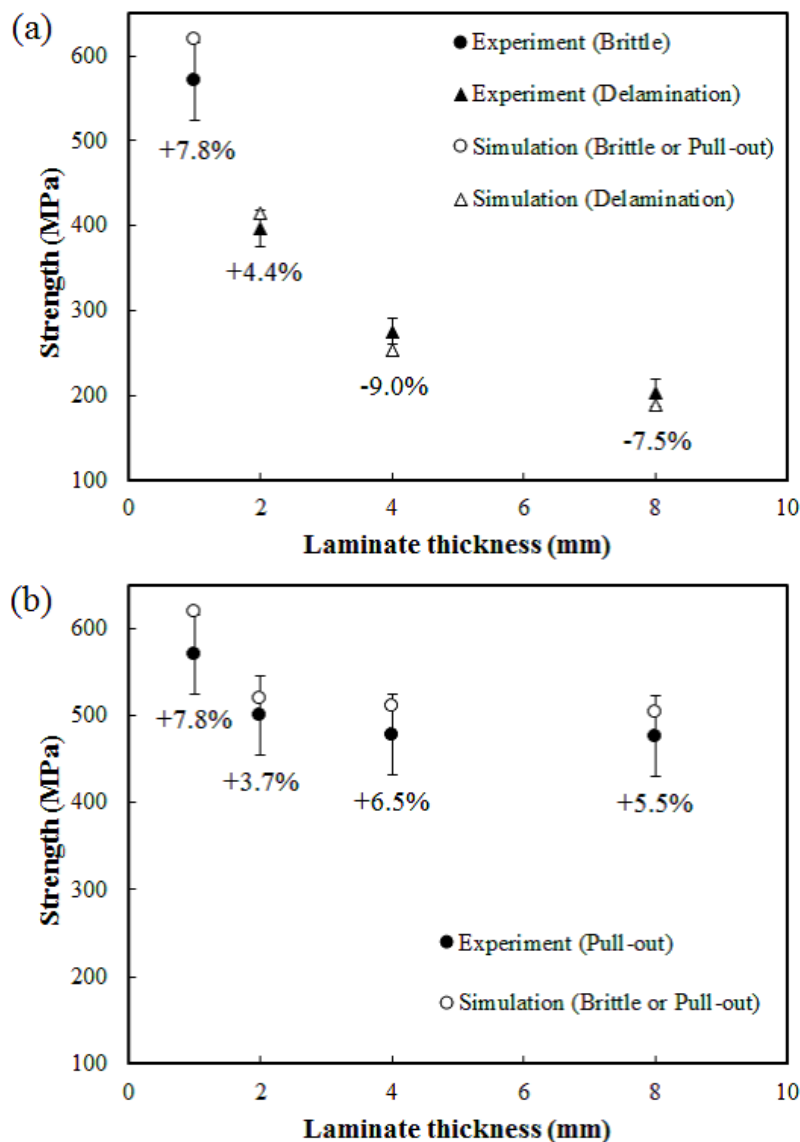


Fig. 4.15 Comparisons of experiment [1] and predicted strength and failure modes with various stacking laminates. (a) P ( $m=1, 2, 4, 8$ ). (b) S ( $n=1, 2, 4, 8$ ).

では、平均応力は変位に対して途中まで線形に増加するが、変位  $d=0.225\text{mm}$  付近から非線形応答となり、変位  $d=0.275\text{mm}$  付近で初期の応力低下、変位  $d=0.289\text{mm}$  にて著しい応力低下を示すことが分かる。また、グラフに示した範囲内では  $0^\circ$  層で Weibull 破壊基準は満たされなかった。このため、本ケースは層間はく離破壊モードであると判定した。

平均応力－変位関係に違いが生じる原因を詳細に検証するため、S ( $n=4$ )での最終破断直前の内部損傷分布をFig. 4.17、P ( $m=4$ )での各変位での内部損傷分布をFig. 4.18に示す。まず、Fig. 4.17を見ると、S ( $n=4$ )では最終破断の直前まで内部損傷は大きく



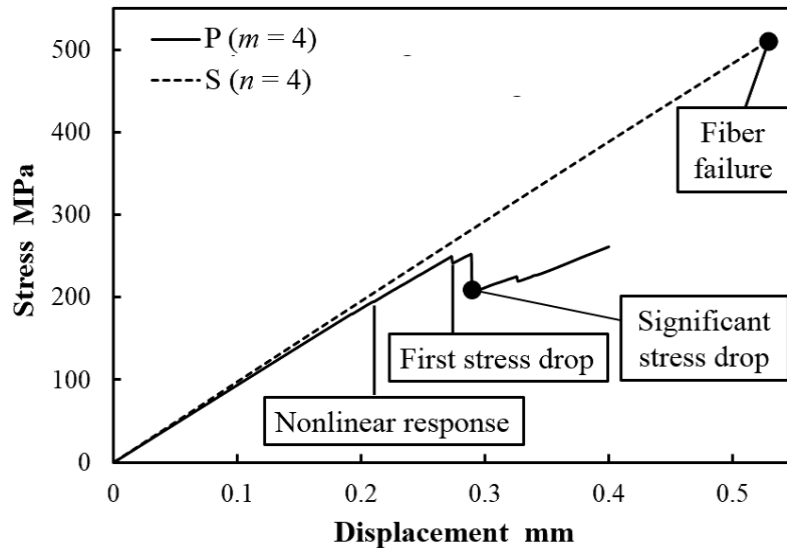


Fig. 4.16 Predicted average stress - displacement relation in specimens P ( $m=4$ ) and S ( $n=4$ ).

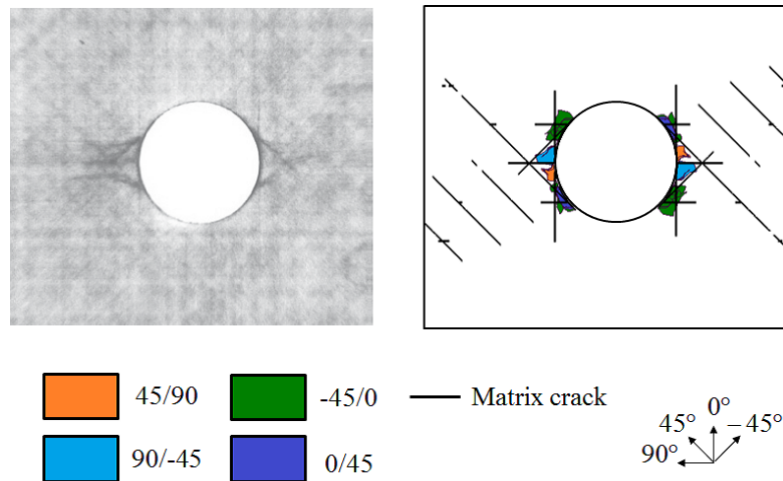


Fig. 4.17 Comparison of experimental [1] and predicted damage distributions just before final failure in S ( $n=4$ ).

進展していないことが分かる。但し、円孔周囲ではトランスバースクラックおよび層間はく離が発生しており、これらの損傷による応力緩和が繊維方向破壊の開始に影響を及ぼすものと推察される。また、実験結果ではS ( $n=4$ )はプルアウト破壊モードと判定されている。従って、繊維方向破壊発生後、繊維方向破壊の進展に伴う応力再分配により、図中に示す円孔周囲でのトランスバースクラックや層間はく離が進展し、最終的な破断面として脆性破断面とならずにプルアウト破壊モードとなるものと考えられる。つまり、脆性破壊モードかプルアウト破壊モードかは繊維方向破壊発生時の円孔周囲の損傷の程度に依存するものと考えられる。一方で、Fig. 4.18を見ると、

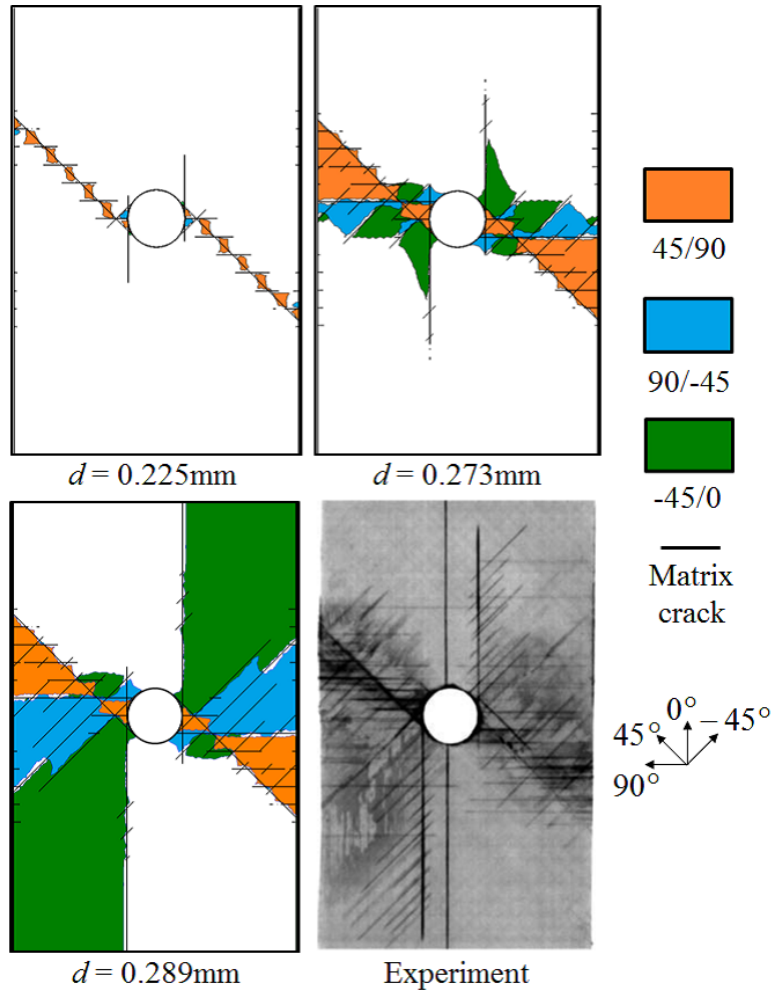


Fig. 4.18 Predicted damage distributions ( $d=0.225\text{mm}$ ,  $0.273\text{mm}$ ,  $0.289\text{mm}$ ) and X-ray CT image [1] after stress-drop in P ( $m=4$ ).

P ( $m=4$ )では比較的変位の小さい領域から内部損傷が進展していることが分かる。まず、 $d=0.225\text{mm}$ においては、 $45^\circ$ 層の大規模クラックに沿って、 $90^\circ$ 層および $-45^\circ$ 層に小規模なクラックが多数発生し、 $45^\circ/90^\circ$ 層間および $90^\circ/-45^\circ$ 層間に段階的なはく離が幅方向に渡って進展している。この際、 $0^\circ$ 層のスプリットリングはそれほど進展していない。このような局所的な損傷が段階的に少しずつ進展することにより、剛性を低下させ、非線形挙動を誘起しているものと思われる。次に、 $d=0.273\text{mm}$ においては、 $90^\circ$ 、 $-45^\circ$ 層のクラックが $d=0.225\text{mm}$ よりも進展しているだけでなく、 $0^\circ$ 層のスプリットリング進展に伴って $-45^\circ/0^\circ$ 層間のはく離が大きく進展している。これにより、初期の応力低下が引き起こされたものと考えられる。最後に、 $d=0.289\text{mm}$ においては、 $0^\circ$ 層のスプリットリングおよび $-45^\circ/0^\circ$ 層間のはく離が繊維方向に大規模に

進展している様子が確認でき、これらの不安定進展が応力の著しい低下を引き起こしたものと考えられる。また、 $d=0.289\text{mm}$ での損傷分布は応力低下後の実験でのX線CT観察結果と非常によく一致しており、解析ツールは損傷進展について十分な予測精度を有することが示唆される。得られた解析結果をまとめると、以下のような損傷進展プロセスと平均応力-変位曲線の関係性が考察される。

- 層内クラックおよび層間はく離は、まず厚さ方向へ $45^\circ$ 層 $\rightarrow 45^\circ/90^\circ$ 層間 $\rightarrow 90^\circ$ 層 $\rightarrow 90^\circ/-45^\circ$ 層間 $\rightarrow -45^\circ$ 層と進展し、 $0^\circ$ 層に達すると、厚さ方向への進展が抑制され、面内方向へ進展する。これらの損傷は剛性の低下を引き起こす。
- 上記の損傷の過程で $0^\circ$ 層にて繊維方向破壊が生じると積層板は荷重負担能力を失う。
- 繊維方向破壊の発生前に $0^\circ$ 層でのスプリッティング、それに伴う $-45^\circ/0^\circ$ 層間のはく離が不安定進展する場合にも積層板は荷重負担能力を失う。

つまり、 $0^\circ$ 層スプリッティングの不安定進展もしくは $0^\circ$ 層繊維方向破壊のいずれかが生じると、擬似等方OHT積層板は健全性を失うと言える。

最後に、 $P(m=4)$ での平均応力低下直後の変形挙動、自由端でのクラック・はく離進展挙動の実験との比較について、Fig. 4.19に示す。実験結果ではクラックの明瞭な観察のために造影剤を使用し、積層板の全層を示している。一方で、解析は厚さ方向1/2モデルにて実施しているため、上側半分の層のみを示している。解析結果を見

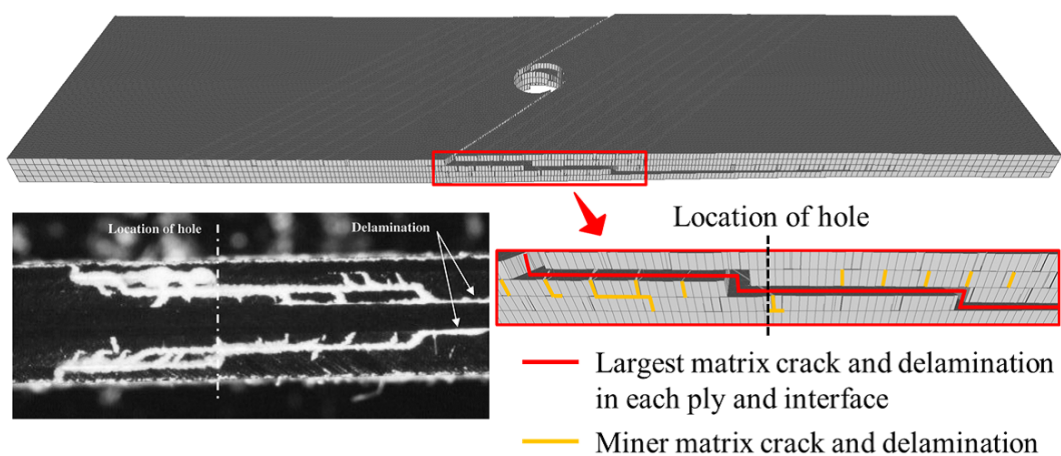


Fig. 4.19 Predicted deformation behavior and comparison of experiment [1] and predicted delamination progression behavior at the free edge in  $P(m=4)$ .

ると、層内クラックと層間はく離が連結しながら厚さ方向へ階段状に進展している様子が確認でき、この挙動は実験での観察結果と非常によく一致している。

以上の解析結果と実験結果の比較より、構築した解析ツールは、IM7/8552擬似等方積層板OHT試験での損傷進展、最終強度、破壊モードについて、あらゆる積層構成において高精度に予測可能であることが示された。

### T800S/3900-2B

本節ではT800S/3900-2Bを対象としたOHT解析を実施し、JAXA先進複合材料力学特性データベース [46]およびJAXA社内データ [49]と比較する。試験はASTM D5766 [52]に基づいており、試験片寸法は長さ305mm、幅38mm、厚さ3mm、円孔径6.35mm、積層構成は[45/0/-45/90]<sub>2s</sub>である。解析モデルの幾何形状、クラック挿入位置および境界条件をFig. 4.20に示す。

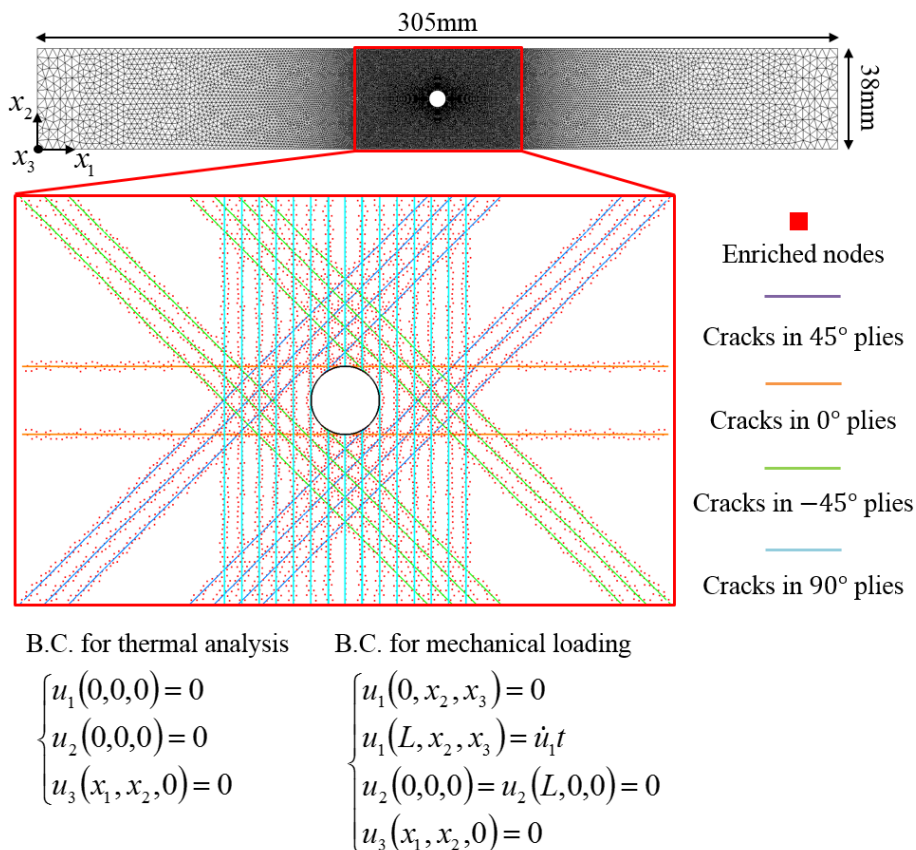


Fig. 4.20 Geometry, inserted crack locations, and boundary conditions for OHT simulation of T800S/3900-2B.

解析結果と実験結果の剛性、破断応力、破断ひずみ、破壊モードの比較をTable 4.3, 応力-ひずみ線図の比較をFig. 4.21に示す. Table 4.3より, 全ての項目で解析は実験とよく整合する結果が得られていることが分かる. 破断ひずみについて, その他の項目よりも予測誤差が大きい, これは $0^\circ$ 層の非線形挙動に起因するものと考えられる. Fig. 4.21を見ると, ひずみ0.4%までは解析結果は実験結果とよく一致するのに対し, それ以降は解析結果は実験結果の剛性を過小評価していることが分かる. これは, 実際の挙動では炭素繊維内部の結晶構造が負荷方向に再配向することにより繊維方向の剛性が向上するのに対し, 解析では $0^\circ$ 層の応答を線形と仮定しているためである. このような挙動は繊維単体 [53]としてもCFRP [54]としても観察されており, “Non-Hookean” 挙動と呼ばれる. 本研究では, この挙動を考慮していないことが, 途中からの剛性過小評価, 破断ひずみの過大評価の原因となっていると考えられ

Table 4.3 Comparisons of experiment [46] and predicted results in OHT test of T800S/3900-2B.

	Experiment [46]	Simulation	Error
Young's modulus MPa	56.4	56.1	-0.53 %
Strength MPa	526	527.1	0.21 %
Failure strain %	0.93	0.972	4.32 %
Failure mode	Pull-out	Brittle or Pull-out	—

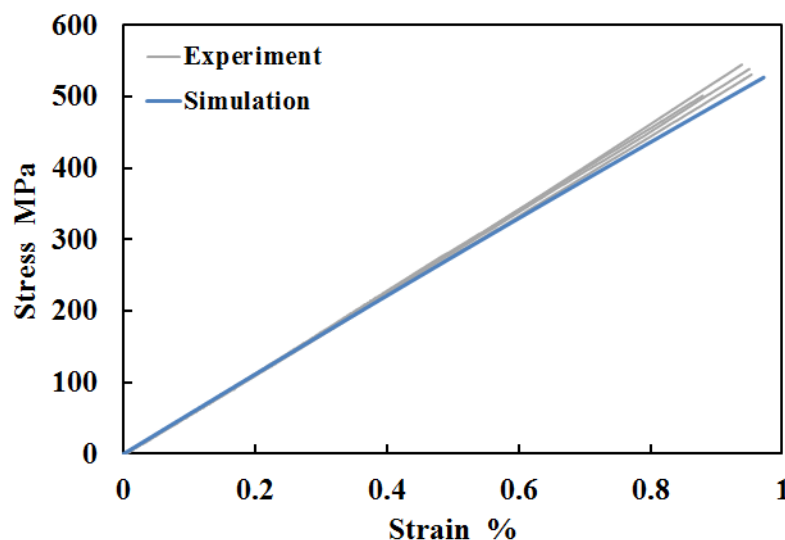


Fig. 4.21 Comparisons of experiment [49] and predicted stress - strain curves in OHT test of T800S/3900-2B.

る。但し、破断ひずみの誤差は4.3%であり、影響は無視できるものと考え、以降の解析でも本挙動を考慮しないこととする。

実験結果の破壊モードについては、Fig. 4.22 (a)に示す破断後試験片の写真から判別した。Fig. 4.22 (b)には比較対象として、0°層でWeibull破壊基準が満たされた際の解析結果の内部損傷分布を示す。Fig. 4.22 (a)では、写真から視認可能であった表層側2層目の0°層での繊維方向破壊箇所を赤色実線、表層側3層目の-45°層での大規模トランスバースクラックを橙色破線にて示している<sup>3</sup>。Fig. 4.22 (a)より、実験では顕著な繊維方向破壊が確認されるものの、脆性的な破断面にはなっておらず、プリアウト破壊モードと判定できる。解析においても、0°層でWeibull破壊基準が満たされるま

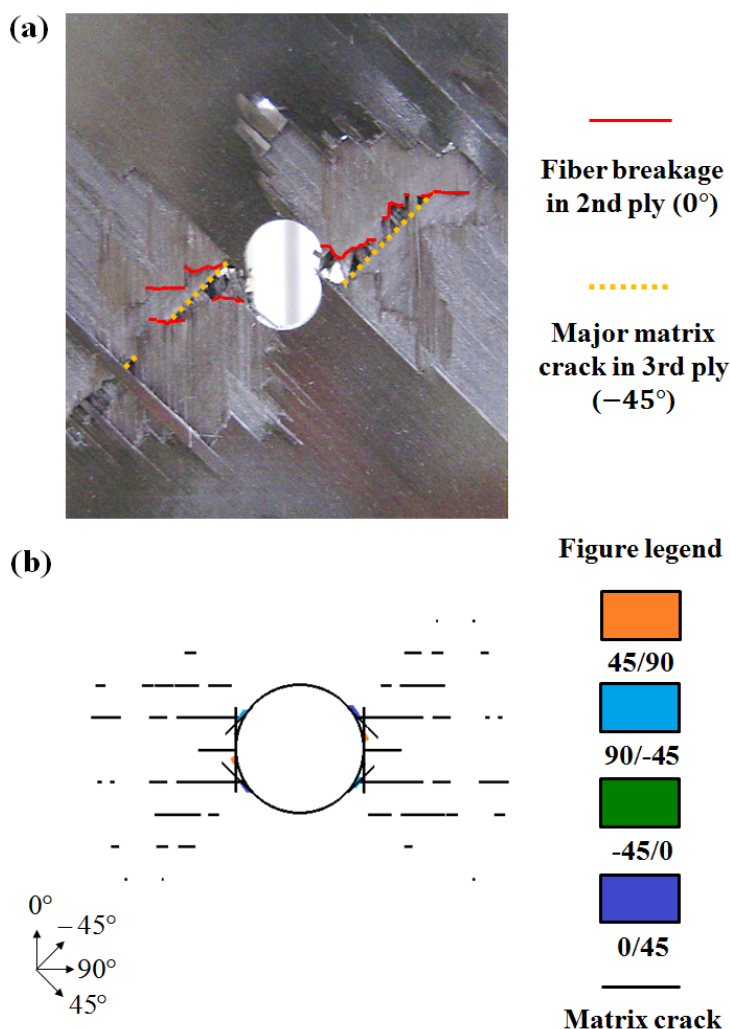


Fig. 4.22 Comparisons of damage behaviors in OHT test of T800S/3900-2B. (a)Experiment [49]. (b)Simulation.

<sup>3</sup>読者理解のため、ご提供頂いたJAXA社内データの写真に加工を施している。

でに明確な応力低下は生じなかったことから、脆性破壊モードもしくはプルアウト破壊モードと判定した。また、Fig. 4.22 (a)を見ると、表層側2層目の0°層での繊維方向破壊は円孔端部を起点に発生するが、隣接する-45°層でのトランスバースクラックと連成し、-45°方向へ進展していることが分かる。但し、別の試験片では表層1層目の45°層の大規模トランスバースクラックと連成して45°方向へ進展する挙動も確認された。一方で、解析結果を見ると、0°層でWeibull破壊基準により破壊開始が判定された段階では各層のトランスバースクラックはそれほど進展していないことが分かる。材料種、試験片寸法が異なるが、IM7/8552で同様にプルアウト破壊モードと判定された試験片においても、破断前のX線CT写真では、内部損傷の大きな進展は見られていない (Fig. 4.17)。このため、本解析結果は妥当であり、繊維方向破壊開始後、瞬間的な繊維方向破壊進展に伴う応力の再配分により、隣接層のトランスバースクラックが不安定進展し、上下どちらかのトランスバースクラックと相互作用しながら繊維方向破壊が進展するのではないかと考えられる。尚、±45°層どちらのトランスバースクラックも起点の位置は実験と解析で整合している。

以上の結果より、構築した解析ツールは、T800S/3900-2B擬似等方積層板OHT試験での最終強度、破壊モードについて予測可能であることが示された。

### 4.3.3 円孔材圧縮解析

本節では、各材料種でのOHC強度の予測精度検証を実施する。それぞれ、IM7/8552はMarlettら [40]およびJosephら [55]の試験結果、T800S/3900-2BはJAXA先進複合材料力学特性データベース [46]およびJAXA社内データ [49]との比較を行う。尚、全ての解析において、(i)円孔端部でのキンクバンドの形成・進展、(ii)キンクバンドがある程度進展すると応力が低下、(iii)キンクバンドが不安定進展すると収束解が得られなくなる、といった挙動が観察された。このため、本研究では応力低下開始前の最大応力を強度と判定し、実験結果との比較を行った。

## IM7/8552

本節ではIM7/8552を対象としてOHC解析を実施し、Marlettら[40]およびJosephら[55]の試験結果と比較する。試験はASTM D6484[56]に基づいており、寸法は長さ305mm、幅38.1mm、1層の厚さは1.25mm、円孔径6.35mmである。試験片寸法が同一であるため、解析モデル、クラック挿入位置、境界条件はFig. 4.20と同一とした。但し、負荷解析の強制変位の符号のみ逆である。対象とする積層構成は $0^\circ$ 層、 $\pm 45^\circ$ 層、 $90^\circ$ 層の比率を変えた以下3種類である。

- Stacking A :  $[0/45/0/90/0/-45/0/45/0/-45]_s$  ( $0^\circ : \pm 45^\circ : 90^\circ = 5 : 4 : 1$ )
- Stacking B :  $[45/90/-45/0]_{2s}$  ( $0^\circ : \pm 45^\circ : 90^\circ = 2.5 : 5 : 2.5$ )
- Stacking C :  $[45/-45/0/45/-45/90/45/-45/45/-45]_s$  ( $0^\circ : \pm 45^\circ : 90^\circ = 1 : 8 : 1$ )

各積層構成における実験と解析での剛性と強度の比較をFig. 4.23 (a), (b)に示す。

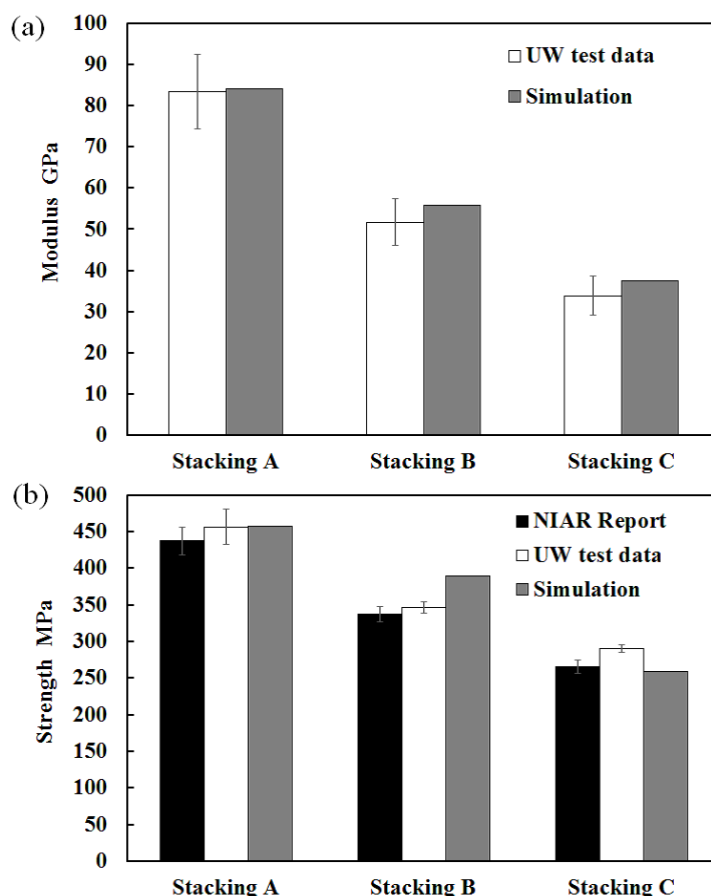


Fig. 4.23 Comparisons of experimental [40,55] and predicted results in OHC test of IM7/8552. (a)Modulus. (b)Strength.



剛性は全ての積層構成で実験のエラーバーの範囲に収まっており、強度はStacking Bにてやや過大評価するものの、積層構成の違いによる強度の違いを概ね追従できていることが分かる。次に、Stacking Bでの損傷分布の比較をFig. 4.24に示す。実験結果は最終破断後のX線CT画像であり、解析結果では不安定進展に至る前の最大応力時点でのキंकバンド、トランスバースクラック、およびはく離の分布を示している。Fig. 4.24より、キंकバンドの起点および途中までの進展経路に関し、実験と解析は良く一致していることが分かる。また、層間はく離はキंकバンドの進展に伴って隣接層間で進展している様子が確認された。トランスバースクラックは最大応力時点でも円孔周囲に数本生じているのみであり、生じているクラックの進展量も大きくない。但し、0°層にスプリッティングが生じているため、これにより円孔端部での応力集中が緩和され、キंकバンド形成が遅延されている可能性が考えられる。また、圧縮負荷下でのトランスバースクラックは板厚方向に対して傾いて生じることが知られているが、本研究で採用している準三次元XFEMでは層内垂直のクラックのみしかモデル化することができない。特に90°層においては圧縮応力の寄与が大きく、クラックは傾いて生じることが予想されるため、提案手法では過小評価側に予測している可能性がある。但し、解析での予測強度は概ね実験結果を再現しており、OHC強度の予測においては90°層のトランスバースクラックの影響度合いは限定的なので

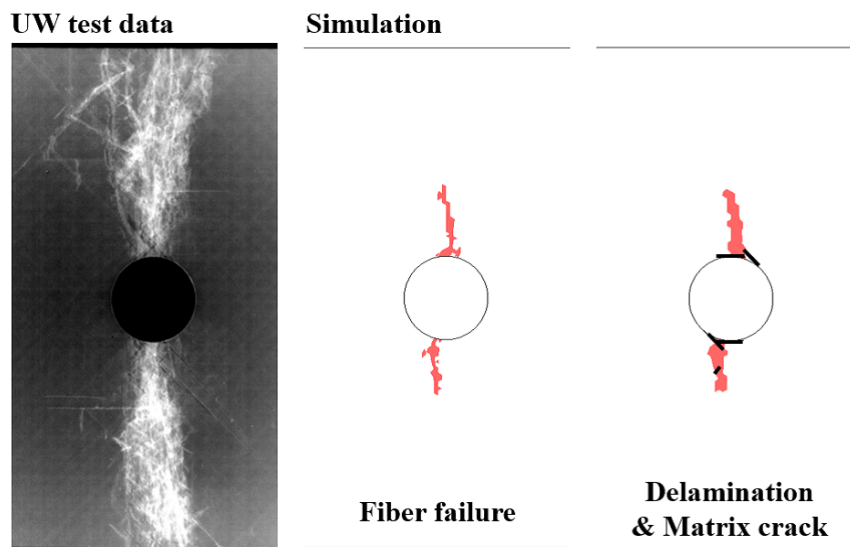


Fig. 4.24 Comparison of experiment [55] and predicted damage behaviors in OHC test of IM7/8552.

はないかと推察される．この点については先行研究でも検証した例がなく，今後の検証課題と考えられる．

### T800S/3900-2B

本節ではT800S/3900-2Bを対象としてOHC解析を実施し，JAXA先進複合材料力学特性データベース [46]およびJAXA社内データ [49]と比較する．試験はASTM D6484 [56]に基づいており，寸法は長さ305mm，幅38mm，厚さは3mm，円孔径6.35mm，積層構成は $[45/0/-45/90]_{2s}$ である．ここでも，試験片寸法が同一であるため，解析モデル，クラック挿入位置，境界条件はFig. 4.20と同一とした．但し，負荷解析の強制変位の符号のみ逆である．

応力-ひずみ曲線の実験と解析の比較をFig. 4.25に示す．また，図中には88%破断ひずみ，95%破断ひずみ，および破断時のキックバンド分布の解析結果および実験での破断写真も併せて記載している．Fig. 4.25より，解析結果は実験結果に見られる非線形挙動および最終強度を非常に精度良く予測できていることが分かる．IM7/8552での考察において，提案手法では90°層において板厚方向に斜めに生じるクラックが再現できず，クラックを過小評価する可能性について触れたが，非線形応答の予測という観点からも，この影響は限定的なのではないかと推察される．また，繊維圧縮破壊の分布をみると，応力-ひずみ線図に非線形性が発現する88%破断ひずみ付近からキックバンドが形成し始める様子が確認された．このため，応力-ひずみ線図の非線形挙動に対しては，キックバンド形成が支配的であるものと考えられる．さらに，T800S/3900-2Bでは破断ひずみに至るまで明瞭なトランスバースクラックや層間はく離が観察されなかった．一方で，Fig. 4.24を見ると，同一積層構成のIM7/8552では円孔周囲にトランスバースクラックの形成が認められた．このようなトランスバースクラックの解析結果の差異は樹脂の破壊じん性の差異によるものと考えられる．T800S/3900-2Bでは熱可塑性粒子を導入することで高じん化が図られており，実際，Tables 4.1, 4.2をみると，モードI, IIの臨界エネルギー解放率はIM7/8552に比して優れていることが分かる．一方で，IM7/8552の同一積層構成でのOHC強度がMarlett等の試験で346MPa [40]，Joseph等の試験で337MPa [55]であるのに対し，T800S/3900-2B

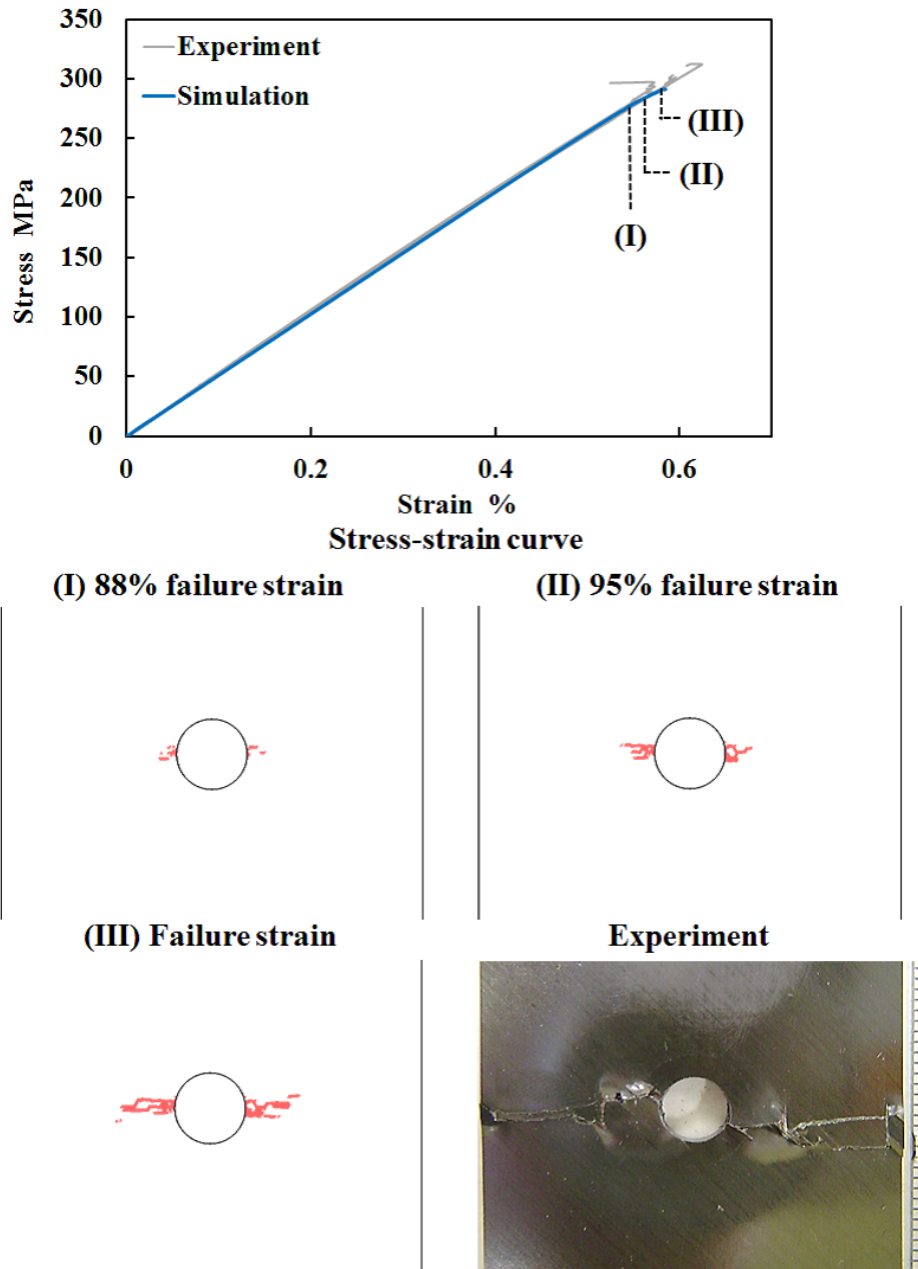


Fig. 4.25 Comparison of experiment [49] and predicted stress - strain curves and damage behaviors in OHC test of T800S/3900-2B.

のOHC強度は298MPaであり，IM7/8552の方が高いOHC強度を示している．これは， $0^\circ$ 層にてキックバンドが形成される以前に $0^\circ$ 層内にスプリッティングが発生し，円孔端部での応力集中を緩和するためではないかと考えられる．但し，1種類の積層構成のみでの強度比較であるため，今後あらゆる積層構成での実験・解析を行い，より詳細に検証すべきである．

以上の結果より，提案手法はIM7/8552，T800S/3900-2BのOHC強度について精度良

く予測可能であり、T800S/3900-2Bに関しては非線形応答についても良く再現可能であることが示された。

#### 4.3.4 準静的面外押し込み解析

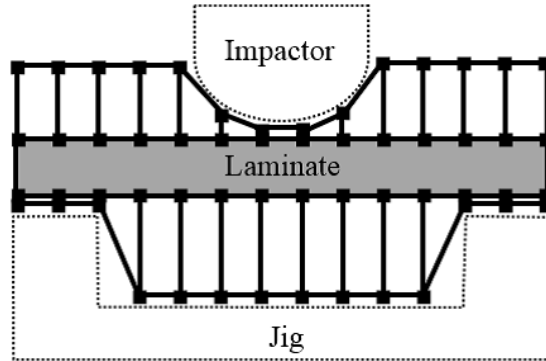
最後に、面外負荷損傷に関する予測精度検証として、QSI解析を実施する。尚、T800S/3900-2Bについては引用可能なQSI試験データが報告されていないため、本節ではIM7/8552のみを対象とする。

初めに、準三次元XFEMでの、QSI解析の実施手順をFig. 4.26に示す。準三次元XFEMでは特徴平面の二次元メッシュデータを厚さ方向へ押し出して三次元構造のモデルをコード内で作成する。そのため、QSI解析における圧子および治具のモデル化に工夫が必要である。まず、積層板の上下に各1層ずつ節点を追加で挿入し、圧子および治具の形状に対応するよう $x_3$ 座標を調節する。さらに、上側の追加節点－積層板の上面節点間、および下側の追加節点－積層板の下面節点間それぞれで接触要素を組み、これにより圧子－積層板間、治具－積層板間の接触を要素ベースでモデル化する。最後に、上側の追加節点－参照節点1 (RP1)間、下側の追加節点－参照節点2 (RP2)間で多点拘束を組み、追加節点の自由度を縮退させる。以上の手順により、準三次元XFEMの基本アルゴリズムを崩すことなく、さらに解析全体の自由度を大きく増加させることなく、QSI解析が可能である。

対象とする試験片の寸法は長さ75mm、幅50mm、厚さ2mm、圧子直径は8mmである。また、積層構成は $[45/0/90/-45]_{2s}$ とする。解析モデルの幾何形状、クラック挿入位置、および境界条件についてFig. 4.27に示す。剛体並進運動を拘束する目的で周囲エッジ上の節点の $x_3$ を固定し、底面の中心節点の $x_1$ 、 $x_2$ を固定した。さらに、剛体回転を防ぐ目的で底面の周囲エッジ上において、 $x_1$ 、 $x_2$ を各2点ずつ固定した。また、圧子側の参照節点(RP1)に強制変位を付与し、治具側の参照節点(RP2)は完全固定とした。

Abisset等の実験結果 [3]と解析結果の比較をTable 4.4にまとめる。せん断強度の静水圧依存性の影響を検証する目的で、静水圧依存性を考慮した解析結果を“Simulation w ZECZM”，考慮していない解析結果を“Simulation w CZM”として表に記載してい

(i) Create additional layer as contact elements

(ii) Adjust  $x_3$ -coordinate of additional nodes

(iii) Contract degrees of freedom on additional nodes to reference point

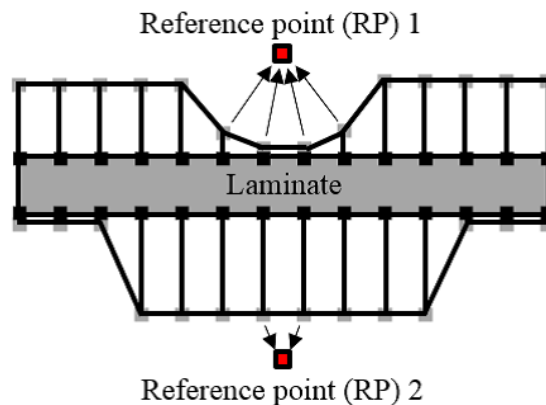


Fig. 4.26 Modelling strategy for impactor and jig using quasi-3D simulation.

る。また、荷重－変位曲線において損傷進展に伴って初期荷重低下が生じる際の荷重を最大荷重(Peak load)と定義した。表より、樹脂強度の静水圧依存性を考慮することで、最大荷重の予測精度が飛躍的に向上していることが分かる。QSI試験では、層間はく離が面外圧縮応力を受けながらモードII支配で進展するため、樹脂強度の静水圧依存性を考慮することが重要であることが確認された。

次に、静水圧依存性を考慮した解析結果と実験結果の荷重－変位曲線、初期荷重低下後の損傷分布の比較をそれぞれFig. 4.28, Fig. 4.29に示す。まず、Fig. 4.28より、初期荷重低下までの荷重－変位応答は実験と解析で概ね一致していることが分かる。但し、変位1.5mm以降は実験に比して剛性を過小評価している。これは、幾何学的非

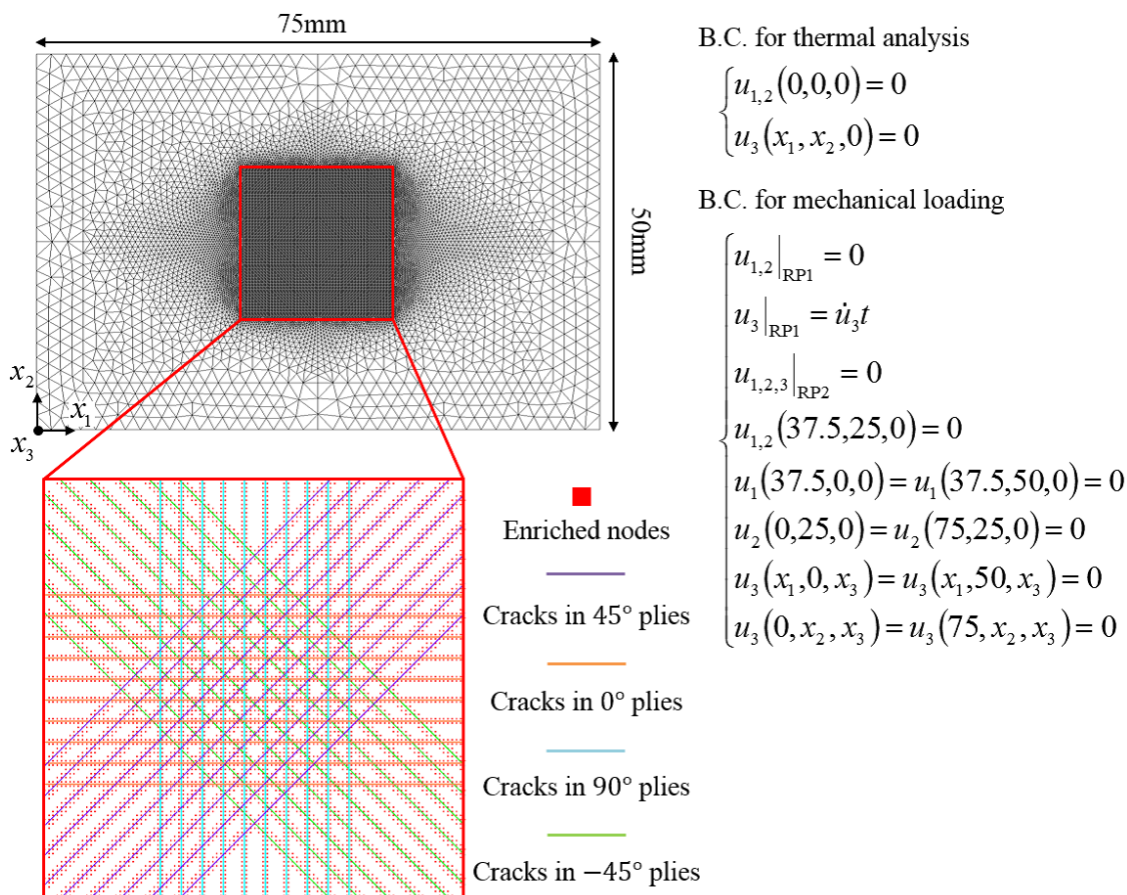


Fig. 4.27 Geometry, inserted crack locations, and boundary conditions for QSI simulation of IM7/8552.

Table 4.4 Comparisons of experiment [3] and predicted results in QSI test of IM7/8552.

	Peak load kN (Error %)	Projected damage area mm <sup>2</sup> (Error %)
Experiment [3]	1.28 (—)	34.2 (—)
Simulation w ZECZM	1.19 (-7.0 %)	29.0 (-15.2 %)
Simulation w CZM	0.98 (-23.4 %)	38.0 (-11.1 %)

線形の影響であるため、今後、解析手法の幾何学的非線形解析への拡張が必要と考えられる。また、Fig. 4.29を見ると、損傷の分布は実験と解析で概ね一致しているものの、トランスバースクラックに関しては過大評価していることが分かる。動的陽解法にてQSI解析を行っているSun等の研究 [57]においても、同様にトランスバースクラックの過大評価が報告されている。これは、実際のトランスバースクラックの発生における強度のばらつきについて、解析では考慮していないことが一因と考えられる。OHT・OHC解析においては、円孔周囲での応力分布が大きく、強度の統計分布

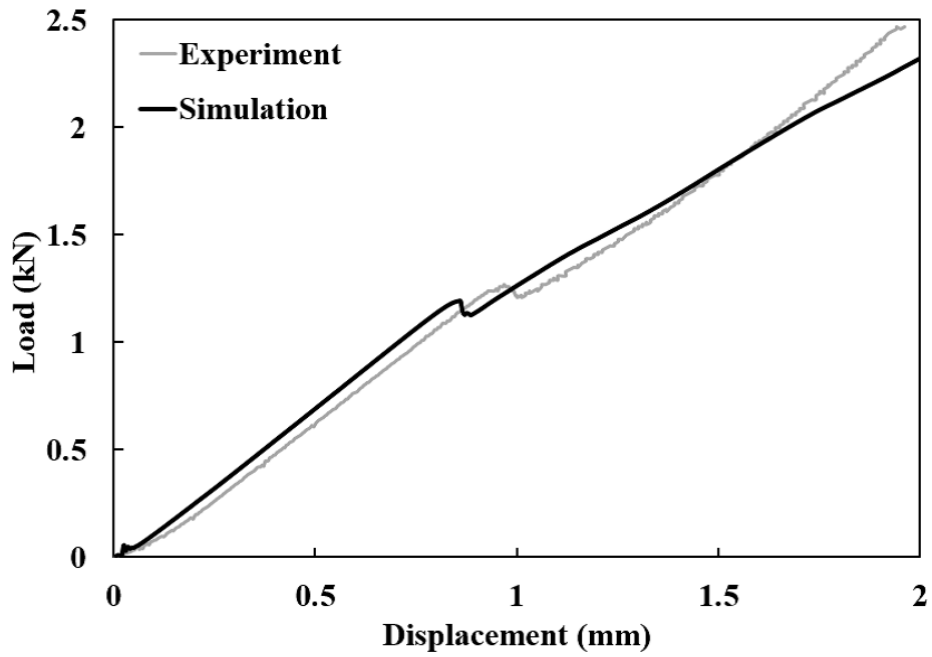


Fig. 4.28 Comparison of experiment [3] and predicted load - displacement curve in QSI test of IM7/8552.

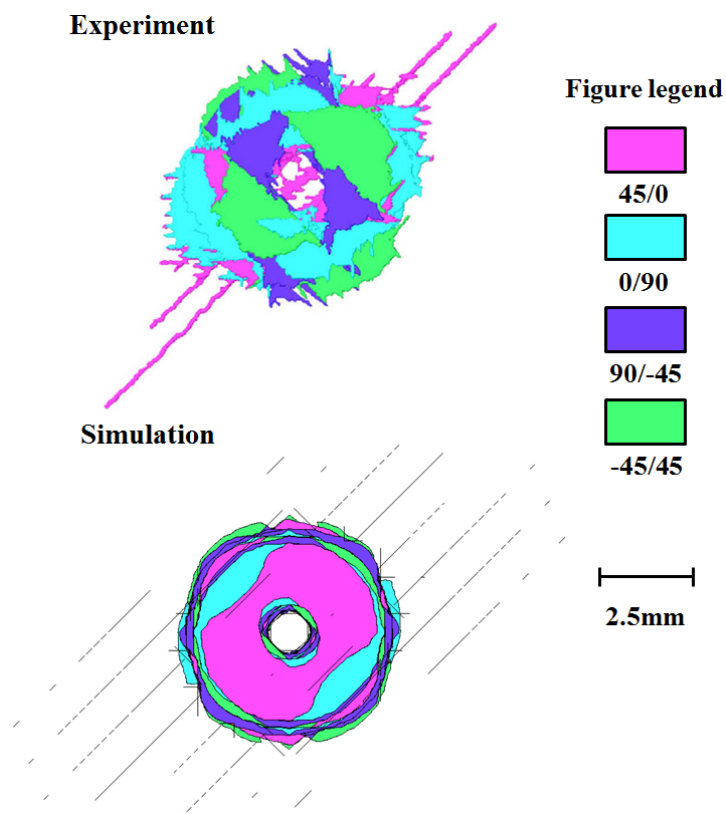


Fig. 4.29 Comparison of experiment [3] and predicted damage distribution after initial load drop in QSI test of IM7/8552.

の影響は限定的と考えられるが、QSI試験においては、底面層での曲げによる応力分布は前者と比較してなだらかであるため、強度のばらつきを考慮しない場合にはあらゆる箇所で同時に破壊基準を満たし、クラック数を過大評価するものと考えられる。一方で、損傷の投影面積や最大クラックの長さなど、試験片の損傷特性を議論する上で重要な特徴については、実験と概ね一致する結果を得ており、提案手法は面外負荷損傷特性を予測する上で有用な手法であることが確認された。

## 4.4 結言

本章では、CFRP製航空機構造の設計時に重要な強度指標となるOHT強度、OHC強度、および面外負荷損傷特性を予測可能な数値解析手法開発に取り組んだ。CFRPは引張側と圧縮側で弾塑性挙動、強度特性、および損傷メカニズムが大きく異なるため、高精度な解析手法構築の上ではこれらをどのようにモデル化するかが重要となる。提案手法におけるモデル化手法について以下にまとめる。

- 引張側と圧縮側で異なる非線形応力-ひずみ関係を再現するため、静水圧依存性の弾塑性構成則を組み込んだ。
- トランスバースクラックおよび層間はく離のモデル化には、せん断強度の静水圧依存性を考慮可能であり、陰解法での収束性を改善したZECZMを用いた。
- OHT試験、OHC試験、およびQSI試験では、トランスバースクラックはあらゆる層にマルチプルに生じるためXFEMにてモデル化し、層間はく離は結合力要素にてモデル化した。
- 繊維方向引張破壊は即時的に進展し、強度は寸法依存性を有するため、荷重負担層全体の健全性を評価するWeibull破壊基準にてモデル化した。
- 繊維方向圧縮負荷下では損傷(キンクバンド)が段階的に進展するため、要素毎にLaRC03破壊基準により破壊判定を行い、SCMにより進展をモデル化した。

また、成形時の熱残留応力を考慮するために熱解析を実施し、弾塑性解析での体積ロッキングを緩和するためにB-Bar法を導入した。



提案手法の予測精度検証として、IM7/8552およびT800S/3900-2Bを対象としてOAT・OAC解析，OHT・OHC解析，およびQSI解析を実施した。これら全ての解析において、非線形挙動，最終強度，および損傷分布について，解析結果は実験結果と概ね良い一致をみており，提案手法の妥当性が示された。

## 参考文献

- [1] B. G. Green, M. R. Wisnom, S. R. Hallett, An experimental investigation into the tensile strength scaling of notched composites, *Compos. Part A-Appl. S.* 38 (3) (2007) 867–878.
- [2] J. Lee, C. Soutis, Measuring the notched compressive strength of composite laminates: Specimen size effects, *Compos. Sci. Technol.* 68 (12) (2008) 2359–2366.
- [3] E. Abisset, F. Daghia, X. C. Sun, M. R. Wisnom, S. R. Hallett, Interaction of inter- and intralaminar damage in scaled quasi-static indentation tests: Part 1 – Experiments, *Compos. Struct.* 136 (2016) 712–726.
- [4] S. R. Hallett, B. G. Green, W. G. Jiang, M. R. Wisnom, An experimental and numerical investigation into the damage mechanisms in notched composites, *Compos. Part A-Appl. S.* 40 (5) (2009) 613–624.
- [5] H. Suemasu, H. Takahashi, T. Ishikawa, On failure mechanisms of composite laminates with an open hole subjected to compressive load, *Compos. Sci. Technol.* 66 (5) (2006) 634–641.
- [6] F. P. van der Meer, L. J. Sluys, S. R. Hallett, M. R. Wisnom, Computational modeling of complex failure mechanisms in laminates, *J. Compos. Mater.* 46 (5) (2011) 603–623.
- [7] T. Belytschko, T. Black, Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 45 (5) (1999) 601–620.
- [8] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko, A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 46 (1) (1999) 131–150.
- [9] N. Moës, T. Belytschko, Extended finite element method for cohesive crack growth, *Eng. Fract. Mech.* 69 (7) (2002) 813–833.

- [10] E. V. Iarve, M. R. Gurvich, D. H. Mollenhauer, C. A. Rose, C. G. Dávila, Mesh-independent matrix cracking and delamination modeling in laminated composites, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 88 (8) (2011) 749–773.
- [11] T. Nagashima, M. Sawada, Development of a damage propagation analysis system based on level set XFEM using the cohesive zone model, *Comput. Struct.* 174 (2016) 42–53.
- [12] G. Viguera, F. Sket, C. Samaniego, L. Wu, L. Noels, D. Tjahjanto, E. Casoni, G. Houzeaux, A. Makradi, J. M. Molina-Aldareguia, M. Vázquez, A. Jérusalem, An XFEM/CZM implementation for massively parallel simulations of composites fracture, *Compos. Struct.* 125 (2015) 542–557.
- [13] T. E. Tay, X. S. Sun, V. B. C. Tan, Recent efforts toward modeling interactions of matrix cracks and delaminations: an integrated XFEM-CE approach, *Adv. Compos. Mater.* 23 (5-6) (2014) 391–408.
- [14] X. F. Hu, B. Y. Chen, M. Tirvaudey, V. B. C. Tan, T. E. Tay, Integrated XFEM-CE analysis of delamination migration in multi-directional composite laminates, *Compos. Part A-Appl. S.* 90 (2016) 161–173.
- [15] C. T. Sun, J. L. Chen, A simple flow rule for characterizing nonlinear behavior of fiber composites, *J. Compos. Mater.* 23 (10) (1989) 1009–1020.
- [16] R. Hill, *The mathematical theory of plasticity*, Vol. 11, Oxford university press, 1998.
- [17] C. A. Weeks, C. T. Sun, Modeling non-linear rate-dependent behavior in fiber-reinforced composites, *Compos. Sci. Technol.* 58 (3-4) (1998) 603–611.
- [18] M. Xie, D. F. Adams, A plasticity model for unidirectional composite materials and its applications in modeling composites testing, *Compos. Sci. Technol.* 54 (1) (1995) 11–21.
- [19] T. Yokozeki, S. Ogihara, S. Yoshida, T. Ogasawara, Simple constitutive model for nonlinear response of fiber-reinforced composites with loading-directional dependence, *Compos. Sci. Technol.* 67 (1) (2007) 111–118.
- [20] T. Collings, Transverse compressive behaviour of unidirectional carbon fibre reinforced plastics, *Composites* 5 (3) (1974) 108–116.

- [21] S. J. DeTeresa, D. C. Freeman, S. E. Groves, The effects of through-thickness compression on the interlaminar shear response of laminated fiber composites, *J. Compos. Mater.* 38 (8) (2004) 681–697.
- [22] H. Koerber, J. Xavier, P. P. Camanho, High strain rate characterisation of unidirectional carbon-epoxy IM7-8552 in transverse compression and in-plane shear using digital image correlation, *Mech. Mater.* 42 (11) (2010) 1004–1019.
- [23] J. LLorca, C. González, J. M. Molina-Aldareguía, J. Segurado, R. Seltzer, F. Sket, M. Rodríguez, S. Sádaba, R. Muñoz, L. P. Canal, Multiscale modeling of composite materials: a roadmap towards virtual testing, *Adv. Mater.* 23 (44) (2011) 5130–5147.
- [24] T. Okabe, Y. Kumagai, R. Higuchi, M. Nishikawa, Onset of matrix cracking in fiber reinforced polymer composites: A historical review and a comparison between periodic unit cell analysis and analytic failure criteria, in: *Advanced Structured Materials*, Springer International Publishing, (2015) 299–317.
- [25] X. Li, S. R. Hallett, M. R. Wisnom, Predicting the effect of through-thickness compressive stress on delamination using interface elements, *Compos. Part A-Appl. S.* 39 (2) (2008) 218–230.
- [26] K. W. Gan, S. R. Hallett, M. R. Wisnom, Measurement and modelling of interlaminar shear strength enhancement under moderate through-thickness compression, *Compos. Part A-Appl. S.* 49 (2013) 18–25.
- [27] M. Ridha, C. H. Wang, B. Y. Chen, T. E. Tay, Modelling complex progressive failure in notched composite laminates with varying sizes and stacking sequences, *Compos. Part A-Appl. S.* 58 (2014) 16–23.
- [28] C. G. Dávila, P. P. Camanho, Failure criteria for FRP laminates in plane stress, *NASA/TM-2003-212663* (2004) 1–28.
- [29] S. T. Pinho, L. Iannucci, P. Robinson, Physically based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking. Part II: FE implementation, *Compos. Part A-Appl. S.* 37 (5) (2006) 766–777.

- [30] G. Zi, T. Belytschko, New crack-tip elements for XFEM and applications to cohesive cracks, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 57 (15) (2003) 2221–2240.
- [31] J. C. Simo, T. J. Hughes, *Computational inelasticity*, Vol. 7, Springer Science & Business Media, 1998.
- [32] T. J. R. Hughes, Generalization of selective integration procedures to anisotropic and nonlinear media, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 15 (9) (1980) 1413–1418.
- [33] R. B. Henstenburg, S. L. Phoenix, Interfacial shear strength studies using the single-filament-composite test. Part II: A probability model and monte carlo simulation, *Polym. Compos.* 10 (6) (1989) 389–408.
- [34] C. R. Schultheisz, A. M. Waas, Compressive failure of composites, Part I: Testing and micromechanical theories, *Prog. Aerosp. Sci.* 32 (1) (1996) 1–42.
- [35] S. T. Pinho, R. Darvizeh, P. Robinson, C. Schuecker, P. P. Camanho, Material and structural response of polymer-matrix fibre-reinforced composites, *J. Compos. Mater.* 46 (19–20) (2012) 2313–2341.
- [36] A. Argon, Fracture of composites, in: *Treatise on Materials Science & Technology*, Elsevier BV, (1972) 79–114.
- [37] P. Maimí, P. P. Camanho, J. A. Mayugo, C. Dávila, A continuum damage model for composite laminates: Part I – Constitutive model, *Mech. Mater.* 39 (10) (2007) 897–908.
- [38] P. Maimí, P. P. Camanho, J. A. Mayugo, C. Dávila, A continuum damage model for composite laminates: Part II – Computational implementation and validation, *Mech. Mater.* 39 (10) (2007) 909–919.
- [39] P. P. Camanho, P. Maimí, C. G. Dávila, Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics, *Compos. Sci. Technol.* 67 (13) (2007) 2715–2727.
- [40] K. Marlett, Y. Ng, J. Tomblin, Hexcel 8552 IM7 unidirectional prepreg 190 gsm & 35% RC qualification material property data report, National Center for Advanced Materials Performance, Wichita, Kansas. Test Report CAM-RP-2009-015, Rev. A (2011) 1–238.

- [41] P. P. Camanho, C. G. Dávila, Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials, NASA/TM-2002-211737 (2002) 1–37.
- [42] M. R. Wisnom, B. Khan, S. R. Hallett, Size effects in unnotched tensile strength of uni-directional and quasi-isotropic carbon/epoxy composites, *Compos. Struct.* 84 (1) (2008) 21–28.
- [43] Z. C. Su, T. E. Tay, M. Ridha, B. Y. Chen, Progressive damage modeling of open-hole composite laminates under compression, *Compos. Struct.* 139 (2016) 507–517.
- [44] A. Kaddour, M. Hinton, S. Li, P. Smith, Instructions to contributors of the third world-wide failure exercise (WWFE-III): Part A, *Compos. Sci. Technol.* (2008).
- [45] M. J. Laffan, S. T. Pinho, P. Robinson, L. Iannucci, A. McMillan, Measurement of the fracture toughness associated with the longitudinal fibre compressive failure mode of laminated composites, *Compos. Part A-Appl. S.* 43 (11) (2012) 1930–1938.
- [46] 森本哲也, 杉本直, 加藤久弥, 原栄一, 安岡哲夫, 岩掘豊, 小笠原俊夫, 伊藤誠一, JAXA先進複合材料力学特性データベース, 宇宙航空研究開発機構研究開発資料, JAXA-RM-14-004 (2015).  
URL <https://repository.exst.jaxa.jp/dspace/handle/a-is/185731>
- [47] 重盛洗, 細井厚志, 藤田雄三, 川田宏之, 面外方向繰り返し荷重を受ける層間高靱性化 CFRP 積層板の疲労強度特性, 日本機械学会論文集 A 編 80 (812) (2014) SMM0087.
- [48] 吉岡健一, 熊谷裕太, 樋口諒, Donyeon Lee, 岡部朋永, 一方向強化CFRP複合材の斜め方向引張試験における破断延性に関するマルチスケールモデリング, 材料システム 34 (2016) 7–13.
- [49] 宇宙航空研究開発機構, (private communication).
- [50] F. P. van der Meer, L. J. Sluys, Mesh-independent modeling of both distributed and discrete matrix cracking in interaction with delamination in composites, *Eng. Fract. Mech.* 77 (4) (2010) 719–735.

- [51] P. W. Harper, S. R. Hallett, Cohesive zone length in numerical simulations of composite delamination, *Eng. Fract. Mech.* 75 (16) (2008) 4774–4792.
- [52] ASTM D5766 / D5766M-11, Standard Test Method for Open-Hole Tensile Strength of Polymer Matrix Composite Laminates, ASTM International, West Conshohocken, PA, (2011).
- [53] G. J. Curtis, J. M. Milne, W. N. Reynolds, Non-hookean behaviour of strong carbon fibres, *Nature* 220 (5171) (1968) 1024–1025.
- [54] W. H. Van Dreumel, J. L. Kamp, Non hookean behaviour in the fibre direction of carbon-fibre composites and the influence of fibre waviness on the tensile properties, *J. Compos. Mater.* 11 (4) (1977) 461–469.
- [55] A. P. K. Joseph, A. M. Waas, W. Ji, E. J. Pineda, S. L. Liguore, S. P. Wanthal, Progressive damage and failure prediction of open hole tension and open hole compression specimens, in: *Proceedings of the 56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2015.
- [56] ASTM D6484 / D6484M-14, Standard Test Method for Open-Hole Compressive Strength of Polymer Matrix Composite Laminates, ASTM International, West Conshohocken, PA, (2014).
- [57] X. C. Sun, M. R. Wisnom, S. R. Hallett, Interaction of inter- and intralaminar damage in scaled quasi-static indentation tests: Part 2 – Numerical simulation, *Compos. Struct.* 136 (2016) 727–742.

# 第5章

## 結論

本研究では、航空機の開発コスト低減を目的とした、先進複合材料の計算機援用仮想試験の実現へ向け、高精度かつ汎用性の高いメゾスケール数値解析手法の開発に取り組んだ。計算機援用仮想試験の実現へ向けては、様々な負荷条件下で(i)非線形挙動、(ii)損傷進展、(iii)最終強度を予測可能であることが、数値解析への最低限度の要求と考えられている。複合材料においては、材料の構成および負荷条件に応じて多様な形態の内部損傷が生じるため、数値解析手法構築の上では、これらをどのようにモデル化するかが重要となる。そこで、本研究では、対象とする材料種および負荷条件において生じ得る内部損傷を把握、分類した上で、モデル化手法の選択を行った。具体的には、まず繊維支配の損傷とマトリクス支配の損傷に分類し、さらに前者は即時的進展と段階的進展、後者は拡散クラックと離散クラックに分類した。それぞれの損傷形態に対し、各章を通じてモデル化手法を確立し、上記で示した数値解析への最低限度の要求を達成することを目的とした。各章で得られた知見を以下に示す。

第2章では、三次元織物 SiC/SiC 複合材料を対象とし、拡散クラックに伴う非線形挙動および即時的に進展する繊維方向引張破壊における強度の寸法依存性の予測へ向け、(i)CDM、(ii)非局所的損傷理論、(iii)Weibull 破壊基準を組み合わせた数値解析手法を構築した。CDMの定式化には現象論的な剛性低下挙動に基づく PSD モデルを提案し、予測精度・汎用性について先行研究と比較した。検証解析として NHT 解析、OHT 解析を実施し、非線形挙動および最終強度を実験結果と比較した。得られた知見を以下に示す。

- NHT・OHT 解析より、本研究で提案する PSD モデルは先行研究と概ね同精度で

非線形挙動の予測が可能であった。但し、先行研究では膨大なフィッティングパラメータを有するのに対し、本研究で提案するPSDモデルはフィッティングパラメータを有さず、実用性・汎用性に優れる。

- 円孔周囲の複数箇所でのひずみを計測したOHT試験との比較においても、PSDモデルは様々な応力二軸度での損傷進展および局所的な非線形挙動を高精度に予測可能であった。
- Weibull係数をフィッティングすることで、Weibull破壊基準により2種類の円孔径のOHT強度を予測可能であった。

以上の検証により、拡散クラックはCDM、即時的に進展する繊維方向引張破壊はWeibull破壊基準によりモデル化可能であることが示され、提案手法は三次元織物SiC/SiC複合材料の非線形特性および最終強度を予測可能であることが示された。本研究では面内負荷のみ扱ったが、今後、面外方向損傷特性を実験的に取得し、実装することで、面外方向も含めた多軸負荷問題へも拡張可能であると期待される。

第3章では、CFRP積層板の高速衝撃下での耐衝撃性(貫通特性・損傷面積)を予測可能な数値解析手法開発に取り組んだ。高速衝撃下での損傷挙動は非常に複雑であるため、まず高速衝撃試験を実施し、内部損傷挙動の詳細な観察に基づいて解析モデルを構築した。実験にて得られた知見とそれに基づく損傷モデリングについて以下にまとめる。

- 発生した内部損傷は繊維方向破壊、トランスバースクラック、層間はく離の3種類であり、解析ではそれぞれについて損傷モデルを導入した。
- 繊維方向破壊は飛翔体の貫通に伴って段階的に進展し、エネルギー吸収に大きく寄与するため、SCMによりモデル化した。
- トランスバースクラックは衝撃点近傍で生じる極めて密なクラックと背面層で生じる大規模クラックに大別できた。前者を拡散クラックとみなしてCDM、後者を離散クラックとみなして結合力要素にてそれぞれモデル化した。
- 層間はく離は隣接層の2本以上のトランスバースクラックに誘起されるため、トランスバースクラックを結合力要素にてモデル化する場合は複数本のクラック



---

をモデル化した。

- 層間はく離は離散クラックとみなし、結合力要素にてモデル化した。

上記の提案モデルの検証として、貫通限界前後の両速度域にて高速衝撃解析を実施したところ、貫通特性、投影損傷面積、損傷分布は実験結果と非常に良く一致した。さらに、トランスバースクラックを全て結合力要素、CDMでそれぞれモデル化する従来手法と比較し、提案モデルは計算精度、計算効率の両面で優れることが明らかとなった。

第4章では、CFRP製航空機構造の設計時に重要な強度指標となるOHT強度、OHC強度、および面外負荷損傷特性を予測可能な数値解析手法開発に取り組んだ。CFRPは引張側と圧縮側で弾塑性挙動、強度特性、および損傷メカニズムが大きく異なるため、高精度な解析手法構築の上ではこれらをどのようにモデル化するかが重要となる。提案手法におけるモデル化手法について以下にまとめる。

- 引張側と圧縮側で異なる非線形応力-ひずみ関係を再現するため、静水圧依存性の弾塑性構成則を組み込んだ。
- トランスバースクラックおよび層間はく離のモデル化には、せん断強度の静水圧依存性を考慮可能であり、陰解法での収束性を改善したZECZMを用いた。
- OHT試験、OHC試験、およびQSI試験では、トランスバースクラックはあらゆる層にマルチプルに生じるためXFEMにてモデル化し、層間はく離は結合力要素にてモデル化した。
- 繊維方向引張破壊は即時的に進展し、強度は寸法依存性を有するため、荷重負担層全体の健全性を評価するWeibull破壊基準にてモデル化した。
- 繊維方向圧縮負荷下では損傷(キンクバンド)が段階的に進展するため、要素毎にLaRC03破壊基準により破壊判定を行い、SCMにより進展をモデル化した。

提案手法の予測精度検証として、IM7/8552およびT800S/3900-2Bを対象としてOAT・OAC解析、OHT・OHC解析、およびQSI解析を実施した。これら全ての解析において、非線形挙動、最終強度、および損傷分布について、解析結果は実験結果と概ね良い一致をみており、提案手法の妥当性が示された。

各章を通じ、様々な負荷条件下での先進複合材料の多様な損傷形態に対するモデル化手法を確立し、非線形挙動、損傷進展、最終強度を予測可能な数値解析手法を構築することができた。これにより、計算機援用仮想試験の実現へ向けた最低限度の課題に関しては一定の目途を付けることができたと著者は考えている。将来的に、本研究が少しでも計算機援用仮想試験の実現へ貢献できることを期待したい。

# 謝辞

本研究はJSPS 特別研究員奨励費 15J01426 の助成を受けたものです。ここに記し、深く感謝の意を表します。

また、本研究を遂行するに当たり、多くの人の御協力、御助言を賜りました。

指導教員である岡部朋永教授(東北大学)には、単なる研究指導に止まらず、研究の意義や信念に至るまで、懇切なる御指導、御鞭撻を賜りました。また、英国、シンガポールへの留学、宇宙航空研究開発機構での技術研修生活動など、大学の枠を超えて何不自由ない研究環境をご提供頂きました。深く感謝の意を表します。

本論文の審査を快く引き受けて頂き、審査、試問の労と有益な御助言を賜りました小川和洋教授(東北大学)、橋田俊之教授(東北大学)、坂真澄教授(東北大学)および山本剛准教授(東北大学)に心から感謝の意を表します。

長嶋利夫教授(上智大学)には、拡張有限要素法についてご指導頂くとともに、研究の意義や方向性、進め方について、数多くの御助言を賜りました。また、吉村彰記博士(宇宙航空研究開発機構)には、実験、数値解析の両面で御指導頂くとともに、研究内容に関して入念なご討論を賜りました。御二方の御協力なしには本論文を纏めることはできませんでした。厚く御礼申し上げます。

さらに、研究活動全体を通して多大な御尽力を頂きました大矢豊大助教(東北大学)、南雲佳子助教(東北大学)、中山真弘博士(宇宙航空研究開発機構)に深謝申し上げます。また、森本哲也博士(宇宙航空研究開発機構)には宇宙航空研究開発機構社内データの使用に当たり、深い御理解と御配慮を頂きました。心より感謝申し上げます。

英国、シンガポールへ留学した際には、Tay 教授 (National University of Singapore), Wisnom 教授 (University of Bristol), Hallett 教授 (University of Bristol), Chen 博士 (National University of Singapore), Ridha 博士 (National University of Singapore), Xu 博士 (University of Bristol), Sun 博士 (University of Bristol) から、数値解析技術について貴重な御指導を

---

賜りました。深く感謝申し上げます。

学位研究を纏めるに当たり、共同研究者である吉岡健一博士(Toray Composite America, Inc.)、橋本雅弘博士(東レ株式会社)、渡邊潤博士(東レ株式会社)、大竹泰弘博士(株式会社IHI)、本多達人様(株式会社IHI)、植田祐介様(株式会社IHI)、春山大地様(株式会社IHI)、倉石晃博士(川崎重工業株式会社)、石丸大祐様(株式会社SUBARU)、綱島豊容様(住友ゴム工業株式会社)には、貴重な御助言を多く頂いただけでなく、様々な御支援を賜りました。心より御礼申し上げます。

研究室秘書の郷土由里様、技術補佐員の高橋博子様には、日頃の研究室生活を支えて頂いただけでなく、様々な人生相談にも乗って頂きました。また、同時期を過ごした岡部・大矢／山本研究室の皆様、宇宙航空研究開発機構の技術研修生の皆様には、研究に止まらず、様々な御支援を頂きました。ここに感謝の意を表します。

最後に私事ですが、よき理解者であり、これまで何不自由なく育ててくれた両親と姉に心から感謝の意を表します。

2017年7月

樋口諒

# 学術論文および学会発表

## 本論文に関する公刊論文

1. R. Higuchi, T. Okabe, Y. Ohtake, T. Honda, Y. Ueda, and S. Ogihara, "Numerical simulation of damage progression and fracture in structures made of 3D woven ceramic matrix composites", *Advanced Composite Materials*, 25 (3), 209-227, 2016.
2. R. Higuchi, T. Okabe, and T. Nagashima, "Numerical simulation of progressive damage and failure in composite laminates using XFEM/CZM coupled approach", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 95, 197-207, 2017.
3. R. Higuchi, T. Okabe, A. Yoshimura, and T.E. Tay, "Progressive Failure under High-Velocity Impact on Composite Laminates; Experiment and Phenomenological Mesomodelling", *Engineering Fracture Mechanics*, 178, 346-361, 2017.

## その他の公刊論文

1. Y. Sato, T. Okabe, R. Higuchi, and K. Yoshioka, "Multiscale approach to predict crack initiation in unidirectional off-axis laminates", *Advanced Composite Materials*, 23 (5-6), 461-475, 2014.
2. T. Okabe, H. Imamura, Y. Sato, R. Higuchi, J. Koyanagi, and R. Talreja, "Experimental and Numerical Studies of Initial Cracking in CFRP Cross-Ply Laminates", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 68, 81-89, 2015.
3. T. Okabe, Y. Kumagai, R. Higuchi, and M. Nishikawa, "Onset of Matrix Cracking in Fiber Reinforced Polymer Composites: A Historical Review and a Comparison Between Periodic Unit Cell Analysis and Analytic Failure Criteria", *Advanced Structured Materials* 64, H. Altenbach et al. (eds.), Springer International Publishing, 299-317, 2015.

- 
4. 吉岡健一, 熊谷裕太, 樋口諒, Donyeon Lee, 岡部朋永, ”一方向強化CFRP複合材の斜め方向引張試験における破断延性に関するマルチスケールモデリング”, 材料システム, 34, 7-13, 2016.
  5. 渡邊潤, 田中文彦, 松谷浩明, 奥田治己, 津田皓正, 樋口諒, 山本剛, 岡部朋永, ”ばね要素モデルを用いた一方向炭素繊維/エポキシ複合材料の引張強度予測”, 材料システム, 34, 15-19, 2016.
  6. 渡邊潤, 田中文彦, 樋口諒, 松谷浩明, 奥田治己, 岡部朋永, ”ダブルファイバーフラグメンテーション試験を用いた一方向CF/エポキシ複合材料の繊維破断部近傍における応力集中係数の検討”, 日本複合材料学会誌, 42 (3), 89-97, 2016.
  7. 吉岡健一, 橋本雅弘, 樋口諒, 坂本鎌治, 宮地岳彦, 岡部朋永, ”動的陽解法有限要素法を用いた有孔CFRP積層板および織物材の引張破壊シミュレーション”, 日本複合材料学会誌, 42 (4), 125-137, 2016.

# 付録A

## 準三次元拡張有限要素法

本節では、拡張有限要素法(XFEM)の基礎として一次元問題を出発点とし、第4章で採用する準三次元XFEMの定式化をまとめる。下記の定式化は文献 [1,2]に基づく。

### A.1 XFEMの基礎－XFEMの形状関数の一般形

本節では簡単のため一次元問題を考える。XFEMではPU (Partition of Unity)条件 [3]を満足する形状関数を用いて変位場の近似を次式にて表す。

$$u^h(x) = \sum_I N_I(x)u_I + \sum_I N_I(x)g(x)a_I \quad (\text{A.1})$$

ここで、 $N_I$ は通常のFEMにて用いられる形状関数、 $g(x)$ は局所的に導入される関数であり、拡充関数と呼ばれる。

式(A.1)において、全ての節点 $I$ について $a_I = 0$ とすると、従来のFEMと同じ形状関数が得られる。従って、FEMの形状関数が有するPU特性および線形場の近似特性である次式が継承される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_I N_I = 1 \\ \sum_I N_I x_I = x \end{array} \right. \quad (\text{A.2a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_I N_I x_I = x \end{array} \right. \quad (\text{A.2b})$$

式 (A.2a), (A.2b) は有限要素が剛体変形および線形変形を再現できるための条件である。

次に、要素内にある評価点を考え、その評価点を含む要素の全ての節点で $u_I = 0$ および $a_I = 1$ であるとき、式(A.2a)の条件より

$$u^h(x) = \sum_I N_I g(x) = g(x) \quad (\text{A.3})$$

が得られる。つまり，導入した拡充関数を完全に再構成できることが分かる。従って，XFEMでの変位場の近似式(A.1)は，通常のFEMの近似特性を有し，かつ導入した拡充関数を再構成できることが分かる。

## A.2 クラックのモデル化

ここでも簡単のため一次元の破壊問題を考える。一次元問題ではクラックは単なる不連続点となる。クラックのような強い不連続性<sup>1</sup>をモデル化する際には，拡充関数も強い不連続性を有する必要がある。一般的に，強い不連続性を扱う場合には次式のように定義されるヘビサイド関数<sup>2</sup>を用いる。

$$H(\xi) = \begin{cases} 1 & (\xi > 0) \\ -1 & (\xi < 0) \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

クラックをモデル化するに当たり，符号付き距離関数を用いたレベルセット法 [4]を採用することで，プログラムを単純化することができる。レベルセット法とは，自由表面形状を関数で陰的に表し，時々刻々と変化する過渡的な現象を追跡する数値解析手法である。一次元問題において，符号付き距離関数は次式にて表される。

$$\phi(x) = x - X^C \quad (\text{A.5})$$

ここで， $X^C$ はクラックの発生点である。式(A.4)，(A.5)を式(A.1)へ代入すると，次式が得られる。

$$u^h(x) = \sum_I N_I(x)u_I + \sum_J N_J(x)H(\phi(x))a_J \quad (\text{A.6})$$

本式がXFEMにおいてヘビサイド関数を用いてクラックをモデル化する際の近似変位場の一般形式である。但し，このとき，ある拡充節点 $N$ での近似変位 $u^h(x_N)$ は

$$u^h(x_N) = u_N + H(\phi(x_N))a_N \quad (\text{A.7})$$

となり，節点値 $u_N$ は近似変位 $u^h(x_N)$ と一致しない。従って，拡充節点での節点値の取り扱い(境界条件の付与など)には注意を要する。この問題を解消するため，節点上で

<sup>1</sup>クラックのように変位場が不連続になる場合を強い不連続性(Strong discontinuity)，異種材料問題などのようにひずみ場が不連続となる場合を弱い不連続性(Weak discontinuity)と呼ぶ。

<sup>2</sup>一般的なヘビサイド関数の定義とは異なるが，XFEMの分野では慣例的に本定義が用いられる場合がある。



の追加自由度の影響を排除するよう、内挿関数の定数部分を移動させるシフティングが提案されている [1]. 具体的には、式(A.6)を次式のように修正する.

$$u^h(x) = \sum_I N_I(x)u_I + \sum_J N_J(x)\{H(\phi(x)) - H(\phi(x_J))\}a_J \quad (\text{A.8})$$

これにより、節点 $N$ では $u^h(x_N) = u_N$ が満たされ、節点値と近似変位が一致する. 本研究では式(A.8)の形式を採用する.

また、一般にクラック先端近傍では線形破壊力学に基づく漸近解基底を用いて変位場を再構成するが多いが、本研究ではクラック面に結合力モデルを導入しており、クラック先端の特異応力場を扱う必要がないため、漸近解基底は導入していない.

### A.3 準三次元XFEM－五面体切断要素における変位場

通常、六節点五面体要素内部の変位場は、Fig. A.1に示すように、面内方向の面積座標 $L_I(I = 1, 2, 3)$ および厚さ方向の自然座標 $r_3$ を用いて内挿される. 例えば、任意の位置 $P(L_1, L_2, L_3, r_3)$ での変位ベクトル $\mathbf{u}_p$ を考える. 仮想の三角形要素 $1'-2'-3'$ について、点 $P$ での変位ベクトル $\mathbf{u}_p$ を面積座標および点 $1', 2', 3'$ での変位ベクトルを用いて内挿すると、

$$\mathbf{u}_p = \{L_1 \ L_2 \ L_3\} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{1'} \\ \mathbf{u}_{2'} \\ \mathbf{u}_{3'} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

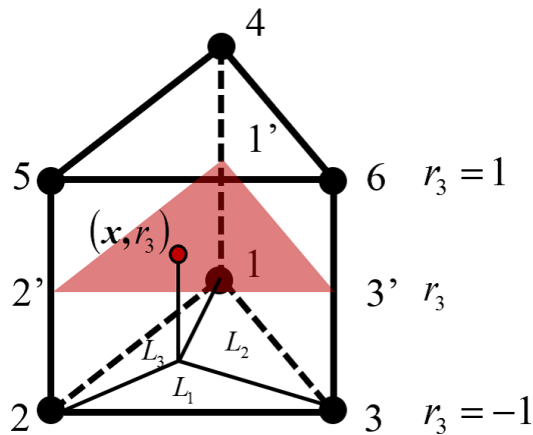


Fig. A.1 Definition of 6-nodes pentahedral element.

となる．また，点1'の変位ベクトル $\mathbf{u}_{1'}$ を節点1, 4での変位ベクトルを用いてLagrange補間多項式の1次式で内挿すると，

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{1'} &= \frac{1}{2} \{-(r_3 - 1)(r_3 + 1)\} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_4 \end{Bmatrix} \\ &= N_B(r_3)\mathbf{u}_1 + N_T(r_3)\mathbf{u}_4\end{aligned}\quad (\text{A.10})$$

となる．ここで，内挿関数 $N_T$ ， $N_B$ をそれぞれ

$$N_T = \frac{1 + r_3}{2} \quad (\text{A.11})$$

$$N_B = \frac{1 - r_3}{2} \quad (\text{A.12})$$

として導入した．式(A.10)は点2', 3'についても成り立つので，一般化すると

$$\mathbf{u}_{I'} = N_B(r_3)\mathbf{u}_I + N_T(r_3)\mathbf{u}_{I+3} \quad (\text{A.13})$$

が得られる．上式を式(A.9)へ代入すると，六節点五面体要素内部の変位場の内挿は次式にて与えられる．

$$\mathbf{u}_P = \sum_{I=1}^3 L_I(\mathbf{x}) (N_B(r_3)\mathbf{u}_I + N_T(r_3)\mathbf{u}_{I+3}) \quad (\text{A.14})$$

本要素においてヘビサイド関数を用いてクラックのモデル化を行う場合，式(A.8)を三次元へ拡張し，式(A.14)を組み合わせることで，次式が得られる．

$$\begin{aligned}\mathbf{u}^h(\mathbf{x}, r_3) &= \sum_{I=1}^3 L_I(\mathbf{x}) (N_B(r_3)\mathbf{u}_I + N_T(r_3)\mathbf{u}_{I+3}) + \sum_{I=1}^3 L_I(\mathbf{x}) \\ &\quad \times (H(\bar{\phi}(\mathbf{x})) - H(\bar{\phi}(\mathbf{x}_I))) (N_B(r_3)\mathbf{a}_I + N_T(r_3)\mathbf{a}_{I+3})\end{aligned}\quad (\text{A.15})$$

## 付録B

# 静水圧依存弾塑性構成則の材料定数同定方法

本節では、第4章にて採用する静水圧依存弾塑性構成則の材料定数の同定方法について、先行研究 [5,6] に基づいて概説する。本構成則の材料定数は斜向材引張・圧縮試験の応力-ひずみ曲線より同定することができる。導出は文献 [6] に委ねるが、斜向材引張・圧縮試験での軸方向応力を  $\sigma_x$ 、軸方向塑性ひずみを  $\varepsilon_x^p$ 、斜向材の繊維方向と負荷方向のなす角を  $\theta$  とすると、有効応力  $\bar{\sigma}$  および有効塑性ひずみ  $\bar{\varepsilon}^p$  はそれぞれ次式にて表される。

$$\bar{\sigma} = (h(\theta) + a_1) \sigma_x \quad (\text{B.1})$$

$$\bar{\varepsilon}^p = \frac{\varepsilon_x^p}{h(\theta) + a_1} \quad (\text{B.2})$$

但し、

$$h(\theta) = \begin{cases} \sqrt{\frac{3}{2} \sin^4 \theta + 3a_{66} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + a_1^2 \cos^4 \theta} & (\sigma_x \geq 0) \\ -\sqrt{\frac{3}{2} \sin^4 \theta + 3a_{66} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + a_1^2 \cos^4 \theta} & (\sigma_x \leq 0) \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

である。また、 $\varepsilon_x^p$  は軸方向ヤング率  $E_x$  を用いて次式にて表される。

$$\varepsilon_x^p = \varepsilon_x - \frac{\sigma_x}{E_x} \quad (\text{B.4})$$

式(B.1)~(B.4)を用いて斜向材引張・圧縮試験の応力-ひずみ曲線を有効応力、有効塑性ひずみに変換してプロットした場合、理論上、全ての曲線は1本の曲線(マスターカーブ)上にプロットされるはずである。この条件を用い、全ての曲線が1本の曲線になるべく近づくように、式(4.16)、(4.17)中の  $a_1$  および  $a_{66}$  をまず決定する。但し、 $a_{44}$  については、先行研究 [7] を参考に、 $a_{44} = 2.0$  とした。例として、Koerber等の斜向

材圧縮試験結果 [8] より導出したIM7/8552のマスターカーブをFig. B.1に示す。さらに、 $a_1$ および $a_{66}$ をフィッティングして作成したマスターカーブをなるべく精度良く近似できるように、式(4.22)のべき乗則のパラメータを決定する。以上の手順により、全ての材料定数を同定することが可能である。

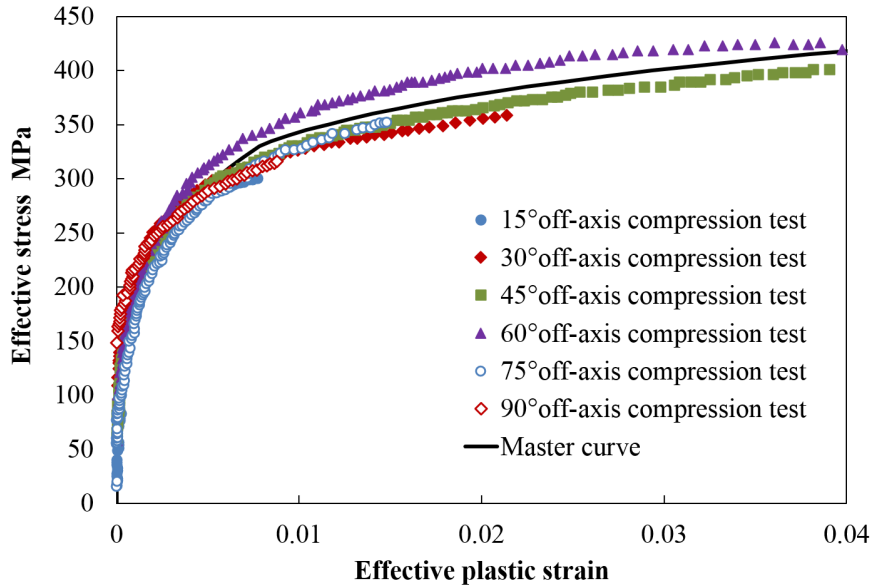


Fig. B.1 Master curve of effective stress - effective plastic strain relation for IM7/8552.

## 付録C

### Weibull破壊基準の定式化

本節では、第2章、第4章にて採用するWeibull破壊基準について、文献 [9]に基づいて定式化をまとめる。

応力 $\sigma$ が負荷された際の微小体積当たりの平均の欠陥の数を $\mu(\sigma)$ とすると、応力 $\sigma$ から $\sigma + \Delta\sigma$ の間で強度に達する平均の欠陥数 $\Delta M$ は、次式にて表される。

$$\Delta M = \int_V \int_{\sigma}^{\sigma+\Delta\sigma} \mu(\sigma^*) d\sigma^* dV \quad (C.1)$$

従って、応力 $\sigma$ が負荷された時、強度に達した平均の欠陥数 $M$ は、

$$M = \int_V \int_0^{\sigma} \mu(\sigma^*) d\sigma^* dV \quad (C.2)$$

となる。ここで、応力 $\sigma$ から $\sigma + \Delta\sigma$ の間を $n$ 分割した時、この区間で応力が欠陥の強度に達する確率が一定と考えると、1つ1つの区間に欠陥が存在する確率 $P$ は次式にて表される。

$$P = \frac{\int_V \int_{\sigma}^{\sigma+\Delta\sigma} \mu(\sigma^*) d\sigma^* dV}{n} = \frac{\int_V \mu(\sigma^*) \Delta\sigma dV}{n} \quad (C.3)$$

このとき、応力 $\sigma$ から $\sigma + \Delta\sigma$ の間において、強度に達した欠陥の数が $r$ 個存在する確率は、二項分布より

$$P(r) = {}_n C_r P^r (1 - P)^{n-r} \quad (C.4)$$

となる。これを展開し、 $n$ が非常に大きくなった時( $n \rightarrow \infty$ )を考えると、

$$P(r) = \frac{1}{r!} \left\{ \int_V \mu(\sigma^*) \Delta\sigma dV \right\}^r \exp \left\{ - \int_V \mu(\sigma^*) \Delta\sigma dV \right\} \quad (C.5)$$

が得られる．よって，この区間において強度に達する欠陥が存在しない( $r = 0$ )確率は，

$$P(0)|_{\sigma \sim \sigma + \Delta\sigma} = \exp\left\{-\int_V \mu(\sigma^*) \Delta\sigma dV\right\} \quad (C.6)$$

従って，応力 $\sigma$ に至るまでの累積非破壊確率 $S$ は，次式にて与えられる．

$$S = P(0)|_{0 \sim \Delta\sigma} \dots P(0)|_{\sigma \sim \sigma + \Delta\sigma} = \exp\left\{-\int_V \int_0^\sigma \mu(\sigma^*) d\sigma^* dV\right\} = \exp(-M) \quad (C.7)$$

一般に，単位体積における $\mu(\sigma)$ は，以下のように与えられる．

$$\mu(\sigma) = \frac{1}{V_0} \frac{m}{\sigma_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{m-1} \quad (C.8)$$

ここで， $m$ はWeibull係数， $\sigma_0$ は基準化強度， $V_0$ は基準化体積である．Weibull係数 $m$ は強度のばらつきの程度を表す指標であり，小さいほどばらつきが大きく，大きいほどばらつきが小さいことを表す．

式(C.8)を式(C.2)および式(C.7)へと代入すると，累積非破壊確率 $S$ および平均欠陥数 $M$ は

$$S = \exp\left\{-\int_V \int_0^\sigma \frac{1}{V_0} \frac{m}{\sigma_0} \left(\frac{\sigma^*}{\sigma_0}\right)^{m-1} d\sigma^* dV\right\} = \exp\left\{-\int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m \frac{dV}{V_0}\right\} \quad (C.9)$$

$$M = \int_V \int_0^\sigma \frac{1}{V_0} \frac{m}{\sigma_0} \left(\frac{\sigma^*}{\sigma_0}\right)^{m-1} d\sigma^* dV = \int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m \frac{dV}{V_0} \quad (C.10)$$

となる．

Hallettら [10]は，検査体積中に弱部の数が1つ以上存在する場合に最終的な破断に至ると考え， $M \geq 1$ を破壊基準とした．有限要素法へ実装する上で式(C.10)を $n$ 個の要素で離散化すると，破壊基準は次式にて与えられる．

$$M(\sigma) = \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{V_0} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0}\right)^m \geq 1 \quad (C.11)$$

尚，本節では強度指標として応力 $\sigma$ を採用しているが，幾何量であり実験的にも測定が容易なひずみ $\varepsilon$ を強度指標に取ることもできる．

## 付録D

# LaRC03破壊基準の定式化

本節では，繊維強化複合材料の繊維方向圧縮破壊のメカニズムおよび第4章にて採用するLaRC03破壊基準の定式化をまとめる．

### D.1 繊維強化複合材料の繊維方向圧縮破壊

SchultheiszとWaasのレビュー [11,12]によると，繊維方向圧縮負荷を受ける一方向連続繊維強化複合材料においては，破壊モードは以下の4つに分類される．

- マイクロバックリング(Microbuckling)：高圧縮強度繊維／低剛性マトリクスの複合材料にて支配的となる破壊モード．
- キンキング(Kinking)：高圧縮強度繊維／高剛性マトリクスの複合材料にて支配的となる破壊モード．
- 繊維破壊(Fiber failure)：アラミド繊維など低圧縮強度繊維を対象とする場合に支配的となる破壊モード．一般に炭素繊維やガラス繊維では生じない．
- 繊維方向クラック(Longitudinal cracking/splitting)：高圧縮強度繊維／脆性マトリクスの複合材料にて生じ得る破壊モード．一般に層厚が厚い場合にのみ発生する．

上記の破壊モードは1つの試験片内に混在する場合もあれば，同じ幾何形状であっても，負荷条件が異なると別々の破壊モードを示すこともある．キンキングはマイクロバックリングの最終形態として生じると解釈される場合もあるが，これらは異なる破壊モードであると解釈すべきである．マイクロバックリングの最終形態としてキンキングが生じるならば，繊維に最も高い曲げ応力が生じる箇所にてキックバンドが生じるはずであり，キックバンドは負荷方向に対して垂直となるはずである．高温高

湿条件下で(つまり軟化させたマトリクスを対象として)EwinsとHam [13], PurslowとPotter [14]によって行われた実験においては, このような負荷方向に垂直なキンクバンドが確認されており, 低剛性マトリクスではマイクロバックリングの結果としてキンクバンドが生じるものと考えられる. 一方で, Hahn等 [15]によって行われたCFRPを対象とした実験では, 負荷方向に対して70°ほど傾いたキンクバンドが生成することが報告されている. また, Chaplin [16]は, マイクロバックリングは試験片中至る箇所と同時に生じるはずであるが, 実験においてキンキングは明らかに何かしらの欠陥から局所的な領域に生じているため, キンキングはマイクロバックリングと異なる現象と考えるべきであると述べている.

上記で示した4つの破壊モードのうち, 先進複合材料で主に問題となるマイクロバックリングおよびキンキングに関する破壊モデルについて, 以下にまとめる.

## マイクロバックリング

マイクロバックリングに関する最初の解析解はRosen [17]によって提案された. Rosenは, 平行に配向された剛な繊維の周囲にマトリクスが存在するFig. D.1(a)のような二次元問題を考え, 生じ得る2種類の座屈モード (Extensionモード, Shearモード) での圧縮強度をエネルギー法により導出した. Extensionモードとは, Fig. D.1(b)に示すように隣接する繊維の変形が逆位相に生じるモードであり, その際の圧縮強度 $X_-$ は

$$X_- = 2V_f \sqrt{\frac{V_f E_m E_f}{3(1 - V_f)}} \quad (\text{D.1})$$

として表される. ここで,  $V_f$ は繊維体積含有率,  $E_f$ および $E_m$ は繊維及び樹脂のヤング率である. 次に, Shearモードとは, Fig. D.1(c)に示すように隣接する繊維の変形が同位相に生じるモードであり, 圧縮強度 $X_-$ は次式で表される.

$$X_- = \frac{G_m}{1 - V_f} \quad (\text{D.2})$$

ここで,  $G_m$ はマトリクスのせん断弾性係数である. 混合則を用いると, 上式は $X_- = G_c$ となる. 但し,  $G_c$ は複合材料としてのせん断弾性係数である. また, Rosenは $V_f$ が高い場合にはShearモードが支配的となることを示している. しかしながら, 式(D.2)にて与えられる圧縮強度は実験に比してCFRPで2~3倍, GFRPでは4倍ほど高い値とな



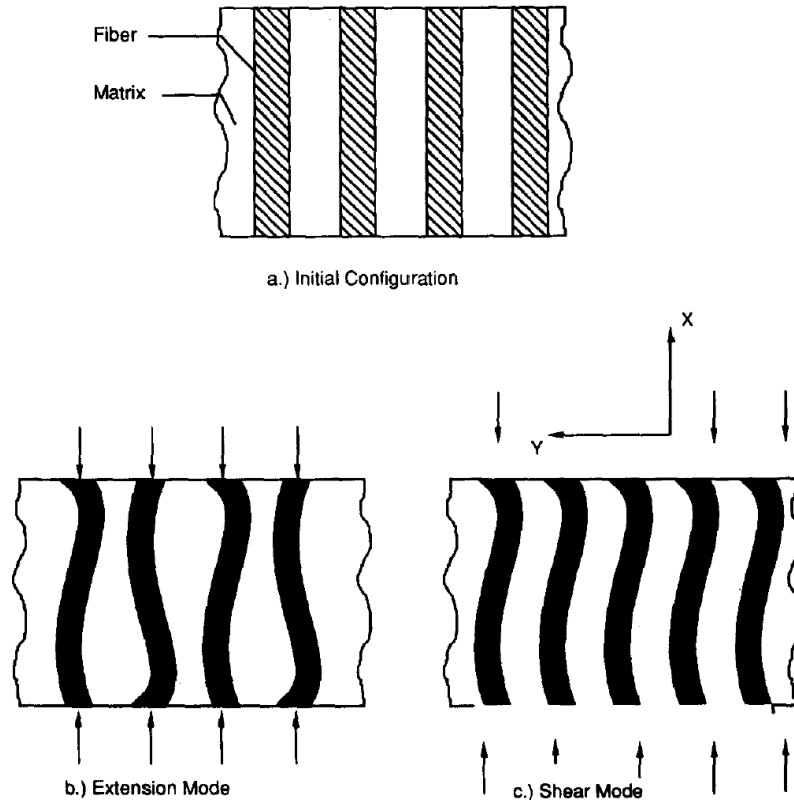


Fig. D.1 Configuration and buckling modes examined by Rosen [17].

ることが報告されている [11]. このため、以降、繊維配向の初期不整や樹脂の非線形挙動の導入などにより、Rosenの解を改良する試み [18, 19]が行われている。

## キンキング

Argon [20]はキンキングをマイクロバックリングとは別の現象として扱い、解析解を提案した最初の人物である。ArgonはBoeing社で実施された膨大な実験結果から、繊維が初期不整角(misalignment)を有する現実的な複合材料においては、初期不整領域からキンクバンドが生成し、座屈に至るよりもかなり低い応力レベルで局所破壊に至ることを指摘した。そこで、Argonは繊維の初期不整角度 $\theta^{mi}$ を導入し、次のような局所破壊(キンキング)メカニズムを仮定した。(i)初期不整角により圧縮応力下では繊維間にせん断応力が生じる。(ii)このせん断応力は更に繊維を回転させ、角度が増すことによりせん断応力はより大きくなる。このようなせん断による不安定破壊は、金属結晶においてよく知られているため、Argonは転位論に基づいてキンクバンド周囲の応力場を仮定し、エネルギー法を用いて局所的なキンクバンドの不安定条件を

次式のように導出した。

$$X_- = \frac{S_L}{\theta^{ini}} \quad (D.3)$$

ここで、 $S_L$ は複合材料としての繊維方向せん断強度である。また、Budiansky [21]はArgonの解を拡張し、破壊時のせん断ひずみ $\gamma_f$ を導入した次式を提案している。

$$X_- = \frac{S_L}{\theta^{ini} + \gamma_f} \quad (D.4)$$

さらに、BudianskyとFleck [22]は式(D.4)に対して樹脂のひずみ硬化、せん断負荷、キンクバンドの傾き、および繊維の剛性などの影響を導入した解を提案している。

ここで、Argonの解(式(D.3))について考察する。例として、Fig. D.2に示すような二次元モデルにおいて任意の繊維不整角度 $\theta$ の座標系を考える。このとき、この座標系での応力成分はそれぞれ次式のように表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11}^m = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\theta + \tau_{12} \sin 2\theta \\ \sigma_{22}^m = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} - \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\theta - \tau_{12} \sin 2\theta \\ \tau_{12}^m = -\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \sin 2\theta + \tau_{12} \cos 2\theta \end{array} \right. \quad (D.5a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11}^m = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\theta + \tau_{12} \sin 2\theta \\ \sigma_{22}^m = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} - \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\theta - \tau_{12} \sin 2\theta \\ \tau_{12}^m = -\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \sin 2\theta + \tau_{12} \cos 2\theta \end{array} \right. \quad (D.5b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11}^m = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\theta + \tau_{12} \sin 2\theta \\ \sigma_{22}^m = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} - \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\theta - \tau_{12} \sin 2\theta \\ \tau_{12}^m = -\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \sin 2\theta + \tau_{12} \cos 2\theta \end{array} \right. \quad (D.5c)$$

単純圧縮負荷の場合、 $\sigma_{22} = \tau_{12} = 0$ となり、せん断応力は次式にて表される。

$$\tau_{12}^m = -\frac{\sigma_{11}}{2} \sin 2\theta \quad (D.6)$$

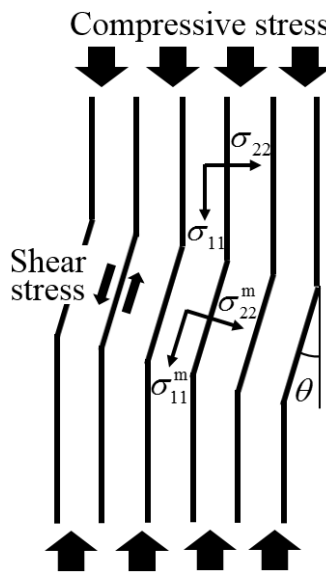


Fig. D.2 Kink band and fiber misalignment frame.

上式に初期不整角度 $\theta^{\text{ini}}$ を代入し、 $\theta$ が微小な場合に $\sin \theta \doteq \theta$ となる性質を用いると、

$$\tau_{12}^{\text{m}} = -\sigma_{11}\theta^{\text{ini}} \quad (\text{D.7})$$

となる。せん断応力が $\tau_{12}^{\text{m}} = S_{\text{L}}$ を満たす際の圧縮応力 $-\sigma_{11}$ が圧縮強度 $X_{\text{L}}$ であるとする、

$$X_{\text{L}} = \frac{S_{\text{L}}}{\theta^{\text{ini}}} \quad (\text{D.8})$$

となり、式(D.3)と一致する。つまり、初期繊維不整角 $\theta^{\text{ini}}$ の座標系において不整領域に作用するせん断応力が一方向材のせん断強度に達するとき、キंकバンドが不安定進展に至ると言える。このような背景に基づき、より複雑な局所応力場でのキंक発生を扱う目的でDávilaとCamanhoおよびPinho等によって提案されたのがLaRC03 [23], LaRC04 [24]といった破壊基準である。LaRC04破壊基準の方が多くの負荷状態に対応した形式となっているが、その分場合分け数が多く、数値的取り扱い上は困難も伴う。従って本節ではLaRC03破壊基準のみを取り上げることとする。

## D.2 LaRC03 - 繊維方向圧縮破壊基準

LaRC03破壊基準では繊維方向引張・圧縮，トランスバース方向引張・圧縮のそれぞれの破壊基準を提案しているが、本節では主に繊維方向圧縮破壊基準についてまとめる。LaRC03繊維方向圧縮破壊基準では、繊維不整角座標系において、トランスバース引張( $\sigma_{22}^{\text{m}} > 0$ )，圧縮( $\sigma_{22}^{\text{m}} \leq 0$ )状態となるそれぞれの場合について、Dávila等が提案するマトリクスの引張・圧縮破壊基準を局所せん断破壊(=キッキング)の発生基準として採用する。マトリクスの引張破壊基準についてはLaRC03にて提案されており、次式で表される。

$$(1 - g)\frac{\sigma_{22}}{Y_{+, \text{is}}} + g\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{+, \text{is}}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{\text{L}, \text{is}}}\right)^2 = 1 \quad (\text{D.9})$$

但し、

$$g = \frac{G_{\text{I}}^{\text{C}}}{G_{\text{II}}^{\text{C}}} \quad (\text{D.10})$$

である．ここで， $Y_{+,is}$ はトランスバース引張の*in-situ*強度， $S_{L,is}$ は繊維方向せん断の*in-situ*強度であり，積層板内の層の場所や層厚に依存した強度やエネルギー解放率特性を考慮した形式となっている．式(D.9)において， $g = 1$ とすると，一般的に知られるHashin則のマトリクス引張破壊基準の形式

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{+,is}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{L,is}}\right)^2 = 1 \quad (D.11)$$

に帰着する．単純化のため，Pinho等は式(D.11)をトランスバース引張( $\sigma_{22}^m > 0$ )条件下で適用している [25].

マトリクスの圧縮破壊基準は，LaRC02 [26]にて次式のように提案されている．

$$\left(\frac{\tau_T^{eff}}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_L^{eff}}{S_{L,is}}\right)^2 = \left(\frac{\langle|\tau_T| + \eta_T \sigma_n\rangle}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\langle|\tau_L| + \eta_L \sigma_n\rangle}{S_{L,is}}\right)^2 = 1 \quad (D.12)$$

式(D.12)は，クラック面に対して垂直方向に圧縮応力 $\sigma_n$ が作用する場合にマトリクスのせん断強度が上昇するというMohr-Coulombモデルに基づいている．上式にて， $S_T$ はトランスバース方向せん断強度，上付き文字“eff”は圧縮応力の影響を導入した有効せん断応力であることを表す． $\sigma_n$ ， $\tau_L$ ， $\tau_T$ の定義についてはFig. D.3を参照されたい．図中の $\alpha_0$ はクラック面角度を表す．また， $\eta_L$ ， $\eta_T$ は繊維方向とトランスバース方向のせん断強度に対する垂直応力の影響度合いを表す内部摩擦係数である．

繊維不整角座標系において式(D.9)，(D.12)により破壊判定を行う上で，任意の負荷条件下でその時点での繊維不整角をどのように算出するかが問題となる．LaRC03では，まず単軸圧縮破壊条件について臨界繊維回転角度 $\theta^{cr}$ を算出し，実験的に得られる強度との関係から初期不整角 $\theta^{ini}$ を材料定数として算出することを試みている．以下では臨界繊維回転角度 $\theta^{cr}$ ，初期不整角 $\theta^{ini}$ の算出，更には最終的な破壊基準の形式を順にまとめる．

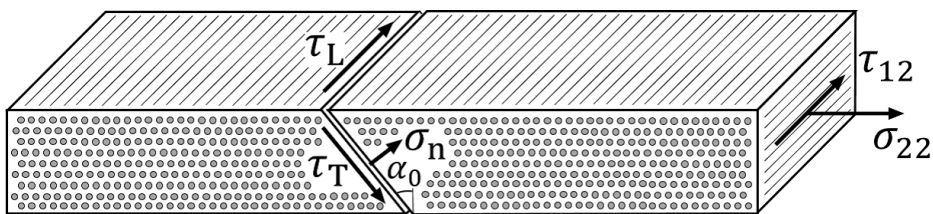


Fig. D.3 Fracture of transverse compression.

### 臨界繊維回転角度

二次元キック問題を考える．ある二次元平面内でキックが生じる場合の応力成分の座標変換は式(D.5)に示した通りである．単軸圧縮負荷破壊 $\sigma_{11} = -X_-$ ， $\sigma_{22} = \tau_{12} = 0$ を考えるとき，各応力成分は次式にて与えられる．

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^m &= -X_- \cos^2 \theta \\ \sigma_{22}^m &= -X_- \sin^2 \theta \\ \tau_{12}^{m, cri} &= X_- \sin \theta \cos \theta\end{aligned}\tag{D.13}$$

上式より， $\sigma_{22}^m \leq 0$ であるため，破壊時のせん断応力 $\tau_{12}^{m, cri}$ は式(D.12)を満たすはずである．よって

$$X_- \sin \theta^{cri} \cos \theta^{cri} - \eta_L X_- \sin^2 \theta^{cri} = S_L\tag{D.14}$$

となる．ここで， $\theta^{cri}$ は単軸圧縮負荷下で破壊に至る際の臨界回転角度である．上式を $-X_- \cos^2 \theta^{cri}$ で除し，整理すると

$$\begin{aligned}\eta_L \frac{\sin^2 \theta^{cri}}{\cos^2 \theta^{cri}} - \sin \theta^{cri} / \cos \theta^{cri} + \frac{S_L}{X_-} \frac{1}{\cos^2 \theta^{cri}} &= 1 \\ \eta_L \tan^2 \theta^{cri} - \tan \theta^{cri} + \frac{S_L}{X_-} (\tan^2 \theta^{cri} + 1) &= 1 \\ \left( \frac{S_L}{X_-} + \eta_L \right) \tan^2 \theta^{cri} - \tan \theta^{cri} + \frac{S_L}{X_-} &= 1\end{aligned}\tag{D.15}$$

式(D.15)の小さい方の解が臨界回転角度 $\theta^{cri}$ となるため， $\theta^{cri}$ は次式で表される．

$$\theta^{cri} = \arctan \left( \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \left( \frac{S_L}{X_-} + \eta_L \right) \frac{S_L}{X_-}}}{2 \left( \frac{S_L}{X_-} + \eta_L \right)} \right)\tag{D.16}$$

式(D.16)にて，内部摩擦の影響を無視( $\eta_L = 0$ )するとBudianskyの解(式(D.4))，さらにせん断ひずみの影響を無視するとArgonの解(式(D.3))と等価となる．

### 初期不整角度

次に，初期不整角度 $\theta^{ini}$ について考える．引き続き単軸圧縮負荷下で破壊に至る場合を考えると，臨界回転角度 $\theta^{cri}$ が式(D.16)にて与えられるため，破壊時の局所せん断ひずみ $\gamma_{12}^{m, cri}$ を算出できれば初期不整角度 $\theta^{ini}$ を算出できる．ここで，破壊時の局所

せん断応力 $\tau_{12}^{m, cri}$ は式(D.6)および式(D.16)から算出可能であるため、せん断応力-せん断ひずみ構成則を用いることで、破壊時の局所せん断ひずみ $\gamma_{12}^{m, cri}$ が算出可能である。いま、任意の構成関係 $f_{CL}$ (線形でも非線形でも可)を考えると、せん断応力-せん断ひずみ関係は次式にて与えられる。

$$\tau_{12}^{m, cri} = f_{CL}(\gamma_{12}^{m, cri}) \quad (D.17)$$

$$\Leftrightarrow \gamma_{12}^{m, cri} = f_{CL}^{-1}(\tau_{12}^{m, cri}) \quad (D.18)$$

上式と式(D.6)を用いると

$$\gamma_{12}^{m, cri} = f_{CL}^{-1}\left(\frac{1}{2} \sin(2\theta^{cri})X_{-}\right) \quad (D.19)$$

となる。例えば、線形のせん断応力-せん断ひずみ関係を仮定すると、面内せん断弾性定数 $G_{12}$ を用いて上式は以下のように書き換えられる。

$$\gamma_{12}^{m, cri} = \frac{\sin(2\theta^{cri})X_{-}}{2G_{12}} \quad (D.20)$$

さらに、臨界回転角度 $\theta^{cri}$ が微小であると仮定すると、

$$\gamma_{12}^{m, cri} = \frac{\theta^{cri}X_{-}}{G_{12}} \quad (D.21)$$

となる。上式を用いると、線形のせん断応力-せん断ひずみ関係を仮定した場合の初期不整角度 $\theta^{ini}$ は次式にて与えられる。

$$\theta^{ini} = \theta^{cri} - \gamma_{12}^{m, cri} = \left(1 - \frac{X_{-}}{G_{12}}\right)\theta^{cri} \quad (D.22)$$

任意の非線形構成則を仮定する場合にも同様の手順で初期不整角度 $\theta^{ini}$ を算出可能である。ここで、初期不整角度 $\theta^{ini}$ とは、材料内部のキンクバンド発生を誘起し得る様々な微視的欠陥(繊維のよれ、繊維配置のばらつき、繊維/樹脂界面の欠陥、樹脂中のマイクロクラックなど)の影響を内包した等価角度を意味する材料定数である。一軸負荷試験の結果から初期不整角度 $\theta^{ini}$ を材料定数として算出しておくことで、任意の多軸負荷下において、その際の局所せん断ひずみ $\gamma_{12}^m$ から繊維の回転角度 $\theta$ を次式のよう算出することが可能となる。

$$\theta = \frac{\tau_{12}^m}{|\tau_{12}^m|} (\theta^{ini} + \gamma_{12}^m) \quad (D.23)$$

但し、 $\theta^{ini}$ が正負どちらでも問題ないように絶対値付きの形式となっている。

繊維方向圧縮破壊基準

最後に、LaRC03における繊維方向圧縮破壊基準をまとめる．LaRC03では、式(D.23)にて算出された任意の負荷状態での繊維不整角度 $\theta$ に座標回転した局所応力成分を用いて、式(D.9)、(D.12)によってトランスバース引張、圧縮破壊判定を行う．

但し、トランスバース圧縮条件下( $\sigma_{22}^m \leq 0$ )では、クラック面角度 $\alpha_0$ に注意する必要がある．Pinho等が実施した解析解による検討によると、クラック面角度 $\alpha_0$ はFig. D.4のようにせん断応力/トランスバース圧縮応力の比によって変化する．繊維方向圧縮破壊においては、トランスバース圧縮応力は低く、せん断応力が支配的と考えられる．つまり、Fig. D.4より、クラック面角度 $\alpha_0 = 0^\circ$ となり、式(D.12)におけるトランスバース方向せん断応力は無視できる．

以上をまとめると、LaRC03における繊維方向圧縮破壊基準は、トランスバース引張( $\sigma_{22}^m \geq 0$ )、圧縮( $\sigma_{22}^m \leq 0$ )の両条件について、次式にて与えられる．

$$\begin{cases} (1-g)\frac{\sigma_{22}^m}{Y_{+,is}} + g\left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y_{+,is}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}^m}{S_{L,is}}\right)^2 = 1 & (\sigma_{22}^m > 0) \\ \left\langle \frac{|\tau_{12}^m| + \eta_L \sigma_{22}^m}{S_{L,is}} \right\rangle = 1 & (\sigma_{22}^m \leq 0) \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(D.24a)} \\ \text{(D.24b)} \end{matrix}$$

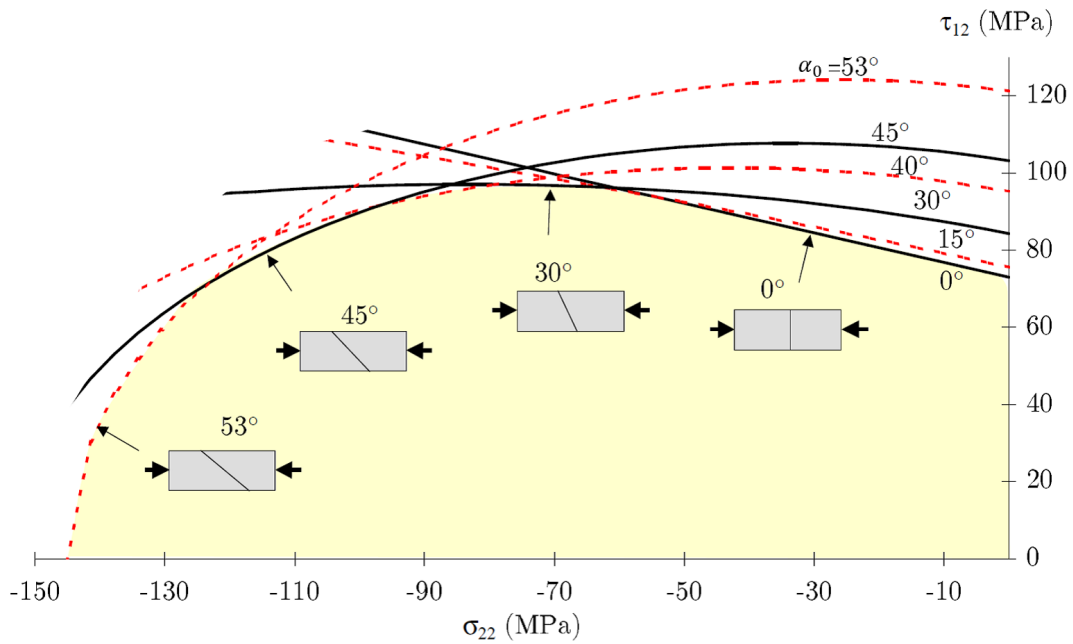


Fig. D.4 Fracture angle in E-Glass/DY063 under transverse compression and shear loading [24].

LaRC03破壊基準による $\sigma_{11}$ - $\sigma_{22}$ 面内の破壊包絡曲線をFig. D.5に示す。Fig. D.5において、本節で扱う繊維圧縮破壊のみに着目すると、LaRC03#4が式(D.24b)、LaRC03#5が式(D.24a)に対応する。

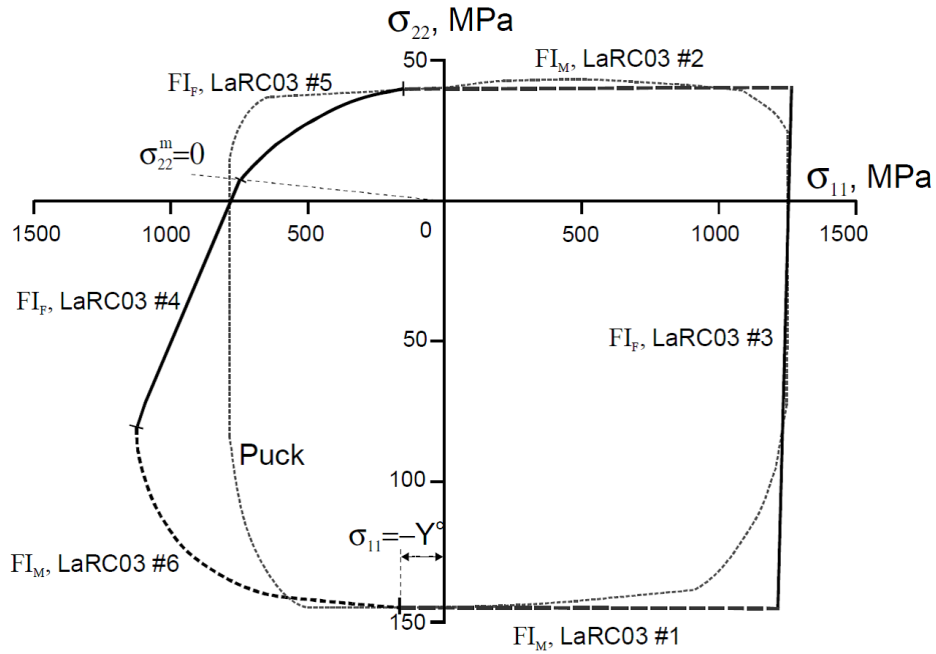


Fig. D.5 Failure envelope of 0° E-Glass/MY750 lamina under biaxial  $\sigma_{11}$ - $\sigma_{22}$  stress state [23].





ここで、 $u_{\text{shear}}$ はせん断相対変位量である。〈 $x$ 〉はMacaulay括弧であり、 $\langle x \rangle = (x + |x|)/2$ として定義される。損傷の開始までは、各結合力成分 $t_i$ は次式のように表される。

$$t_i = K^{\text{ini}} u_i \quad (i = \text{I, II, III}), \quad (\text{E.3})$$

但し、 $K^{\text{ini}}$ は初期ペナルティ剛性である。

まず、損傷開始基準について考える。モードIの強度を $t_1^C$ 、せん断モードの強度をモードIIとIIIを区別せず $t_{\text{shear}}^C$ として導入すると、各単一モードでの損傷開始相対変位は式(E.3)より次式にて与えられる。

$$u_1^0 = t_1^C / K^{\text{ini}} \quad (\text{E.4})$$

$$u_{\text{II}}^0 = u_{\text{III}}^0 = u_{\text{shear}}^0 = t_{\text{shear}}^C / K^{\text{ini}} \quad (\text{E.5})$$

混合モードを取り扱う場合、損傷開始基準には二次の結合力基準

$$\left( \frac{\langle t_1 \rangle}{t_1^C} \right)^2 + \left( \frac{t_{\text{II}}}{t_{\text{shear}}^C} \right)^2 + \left( \frac{t_{\text{III}}}{t_{\text{shear}}^C} \right)^2 = 1 \quad (\text{E.6})$$

が広く用いられる。本式に式(E.1)～(E.5)を代入すると、損傷開始時の混合モード相対変位量 $u^0$ は次式のように得られる。

$$u^0 = \begin{cases} u_1^0 u_{\text{shear}}^0 \sqrt{\frac{1+\beta^2}{(u_{\text{shear}}^0)^2 + (\beta u_1^0)^2}} & (u_1 > 0) \\ u_{\text{shear}}^0 & (u_1 \leq 0) \end{cases} \quad (\text{E.7})$$

但し、 $\beta$ は混合モード比であり、次式にて定義される。

$$\beta = \frac{u_{\text{shear}}}{u_1} \quad (\text{E.8})$$

次に、損傷進展のエネルギー条件について考える。各モードについてFig. E.1に示すような双線形の結合力－相対変位関係を仮定する場合、臨界エネルギー解放率は結合力－相対変位曲線の下側の面積に相当するため、モードIおよびせん断モードでの臨界エネルギー解放率 $G_1^C$ 、 $G_{\text{shear}}^C$ は

$$G_1^C = \int_0^{u_1^f} t_1 du_1 = \frac{t_1^C u_1^f}{2} \quad (\text{E.9})$$

$$G_{\text{shear}}^C = \int_0^{u_{\text{shear}}^f} t_{\text{shear}} du_{\text{shear}} = \frac{t_{\text{shear}}^C u_{\text{shear}}^f}{2} \quad (\text{E.10})$$

として与えられる。上式より、各単一モードでの完全に破壊に至る際の相対変位量はそれぞれ次式にて与えられる。

$$u_1^f = \frac{2G_I^C}{t_1^C} \quad (\text{E.11})$$

$$u_{\text{shear}}^f = \frac{2G_{\text{shear}}^C}{t_{\text{shear}}^C} \quad (\text{E.12})$$

混合モードでの損傷進展を扱う上では、次式で表されるエネルギー解放率のべき乗則が最も広く用いられる。

$$\left(\frac{G_I}{G_I^C}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{\text{shear}}^C}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{III}}{G_{\text{shear}}^C}\right)^\alpha = 1 \quad (\text{E.13})$$

ここで、 $\alpha$ は各モードの相互作用の程度を表す材料定数であり、混合モード層間破壊靱性(MMB)試験によって決定される。本式へ式(E.8)~(E.10)を代入することにより、完全に破壊に至る際の混合モード相対変位量 $u^f$ は次式のように得られる。

$$u^f = \begin{cases} \frac{2(1+\beta^2)}{K^{im}u^o} \left[ \left(\frac{1}{G_I^C}\right)^\alpha + \left(\frac{\beta^2}{G_{\text{shear}}^C}\right)^\alpha \right]^{-1/\alpha} & (u_1 > 0) \\ u_{\text{shear}}^f & (u_1 \leq 0) \end{cases} \quad (\text{E.14})$$

最後に、式(E.7)、(E.14)を用いると、損傷開始後の任意の相対変位での損傷変数 $d$ は、負荷履歴中の最大相対変位量 $u^{\text{max}}$ を用いて次式にて表される。

$$d = \frac{u^f}{u^{\text{max}}} \cdot \frac{u^{\text{max}} - u^o}{u^f - u^o} \quad (\text{E.15})$$

## E.2 静水圧依存型結合カモデル

繊維強化プラスチックにおいて、引張・圧縮両条件下でのマトリクスクラック、層間はく離を予測する上では、樹脂強度の静水圧依存性に注意する必要がある。層内せん断強度がクラック面外方向の圧縮応力によって上昇することは実験 [8,28,29]、解析 [30,31]両面から報告されており、さらに、層間せん断強度についても同様の挙動を示すことが実験的に報告されている (Fig. E.2参照) [32,33]。LLorca等は、繊維／樹脂スケールを対象としたマイクロスケール解析に基づき、複合材料としてのせん断強度の向上は、樹脂強度の静水圧依存性に起因するものと報告している [30]。

このような挙動はMohr-Coulombモデルにて良く再現されることが知られており、Li等はMohr-Coulombモデルに立脚し、静水圧依存型結合カモデルを提案している [32]。

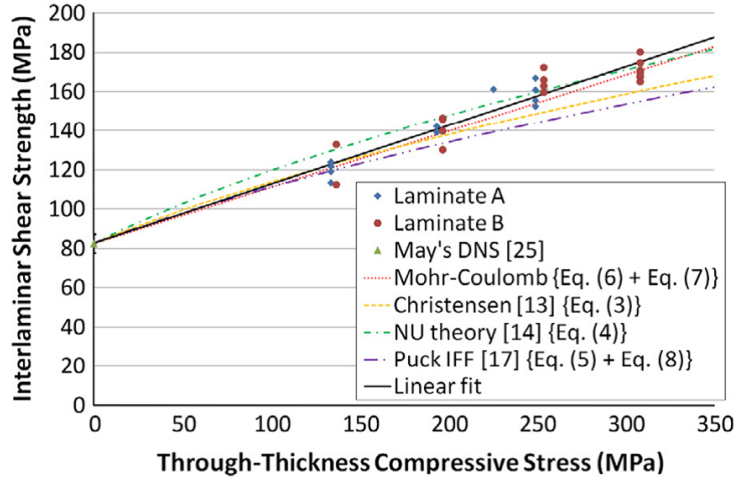


Fig. E.2 Enhancement effect of shear strength [33].

静水圧依存型結合力モデルでは，損傷の発生基準(式(E.6))と進展条件(式(E.13))をそれぞれ次式のように修正する．

$$\left(\frac{\langle t_I \rangle}{t_I^C}\right)^2 + \left(\frac{t_{II}}{t_{shear}^{C*}}\right)^2 + \left(\frac{t_{III}}{t_{shear}^{C*}}\right)^2 = 1 \quad (E.16)$$

$$\left(\frac{G_I}{G_I^C}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{shear}^{C*}}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{III}}{G_{shear}^{C*}}\right)^\alpha = 1 \quad (E.17)$$

ここで， $t_{shear}^{C*}$  および  $G_{shear}^{C*}$  は静水圧依存性を考慮した強度値および臨界エネルギー解放率であり，それぞれ次式にて表される．

$$t_{shear}^{C*} = t_{shear}^C - \eta t_I \quad (E.18)$$

$$G_{shear}^{C*} = G_{shear}^C \left(\frac{t_{shear}^{C*}}{t_{shear}^C}\right)^2 \quad (E.19)$$

ここで， $\eta$ は摩擦係数を表す．強度の静水圧依存性(式(E.18))はMohr-Coulombモデルに基づいている一方で，臨界エネルギー解放率の静水圧依存特性は未だに実験的にも明らかにされていない．そのため，式(E.19)では，軟化過程の傾きが静水圧依存性を考慮しない場合と平行となることを仮定し，臨界エネルギー解放率を増加させている．モードIIの構成関係をFig. E.3に示す．

式(E.16)～(E.19)を用いると，前節と同様の手順に従い，損傷開始時および完全に

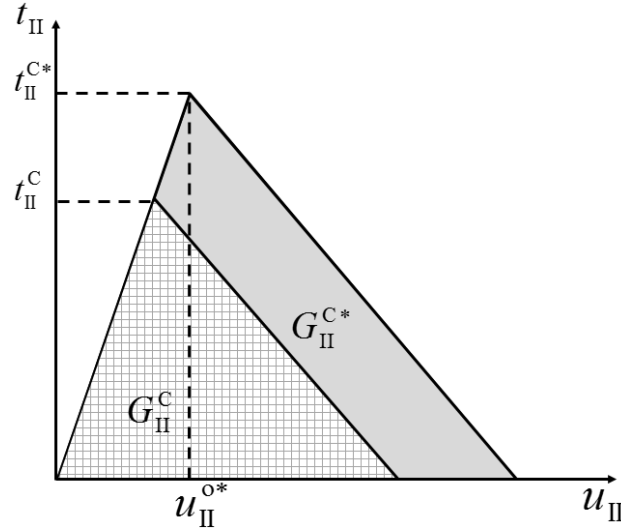


Fig. E.3 Schematics of enhanced mixed-mode cohesive zone model in Mode II.

破壊に至る際の時の混合モード相対変位量 $u^o$ ,  $u^f$ は次式のように書き換えられる。

$$u^o = \begin{cases} u_1^o u_{\text{shear}}^{o*} \sqrt{\frac{1+\beta^2}{(u_{\text{shear}}^{o*})^2 + (\beta u_1^o)^2}} & (u_1 > 0) \\ u_{\text{shear}}^{o*} & (u_1 \leq 0) \end{cases} \quad (\text{E.20})$$

$$u^f = \begin{cases} \frac{2(1+\beta^2)}{K^{\text{ini}} u^o} \left[ \left( \frac{1}{G_1^C} \right)^\alpha + \left( \frac{\beta^2}{G_{\text{shear}}^{C*}} \right)^\alpha \right]^{-1/\alpha} & (u_1 > 0) \\ u_{\text{shear}}^{f*} & (u_1 \leq 0) \end{cases} \quad (\text{E.21})$$

但し,  $u_{\text{shear}}^{o*} = t_{\text{shear}}^{C*} / K^{\text{ini}}$ ,  $u_{\text{shear}}^{f*} = 2G_{\text{shear}}^{C*} / t_{\text{shear}}^{C*}$  である。

### E.3 Zig-zag軟化則

前節にて導出した,  $u^o$ および $u^f$ を用いて, 以下にZig-zag軟化則の定式化を示す. 一般的に, 結合力モデルでの結合力-相対変位関係においては, 線形軟化モデルや指数軟化モデルが用いられる. しかしながら, 陰解法を採用する場合, これらの軟化モデルでは収束性が悪化することが知られている [34]. この問題を解消もしくは軽減するため, 直接反復法 [35–37], 弧長法 [38,39], Zig-zag軟化則 [40,41]など, 様々なアプローチが試みられてきた. 直接反復法は常に原点を参照しながら解を追従する. そのため, 弾塑性解析など, 増分解析が必要な場合には適用できないという欠点がある. 弧長法は軟化挙動を伴う解を追従する上で有用な手法であるが, 損傷進展が著しく, 非線形性が大きい解析では, 収束解を得る上で結合力モデルの各種パラメータ調整を要する場合がある [39]. 一方で, Zig-zag軟化則は増分解析への適用も可能

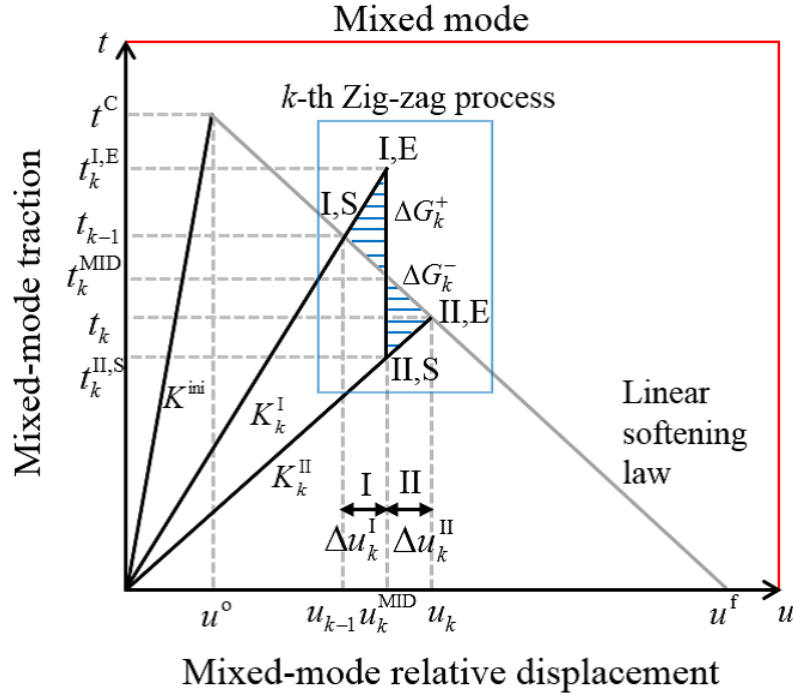


Fig. E.4 Schematics of mixed-mode cohesive zone model with zig-zag softening law.

であり，結合カモデルのパラメータ調整も不要であるため，本研究ではZig-zag軟化則を採用する．

Zig-zag軟化則は，各増分ステップで段階的な一定の正の剛性を使用することにより収束性の悪化を防ぐ手法である．Zig-zag軟化モデルの概念図をFig. E.4に示す．図に示すような，区間I, II<sup>1</sup>からなる $k$ 番目のZig-zag軟化過程を考える．変位増分 $\Delta u_k$ を $\Delta u_k^I$ と $\Delta u_k^{II}$ に分割すると，

$$\begin{cases} \Delta u_k = u_k - u_{k-1} = \Delta u_k^I + \Delta u_k^{II} \\ \Delta u_k^I = u_k^{MID} - u_{k-1} \\ \Delta u_k^{II} = u_k - u_k^{MID} \end{cases} \quad (\text{E.22})$$

となる．Fig. E.4における2つのエネルギー $\Delta G_k^+$ ,  $\Delta G_k^-$ は， $\Delta u_k^I$ ,  $\Delta u_k^{II}$ を用いて

$$\begin{cases} \Delta G_k^+ = \Delta u_k^I (t_k^{I,E} - t_k^{MID}) / 2 \\ \Delta G_k^- = \Delta u_k^{II} (t_k^{MID} - t_k^{II,S}) / 2 \end{cases} \quad (\text{E.23})$$

として表される．ここで， $t_k^{I,E}$ ,  $t_k^{MID}$ ,  $t_k^{II,S}$ はそれぞれ $t^C$ を用いて次式で表される．

$$t_k^{I,E} = K_k^I u_k^{MID} = t^C \cdot \frac{u_k^{MID} (u^f - u_{k-1})}{u_{k-1} (u^f - u^o)} \quad (\text{E.24})$$

<sup>1</sup>開口モードとの混同を避けるため，モード表す場合は下付き，Zig-zag区間を表す場合は上付きとする．

$$t_k^{\text{MID}} = t^{\text{C}} \cdot \frac{u^{\text{f}} - u_k^{\text{MID}}}{u^{\text{f}} - u^{\text{o}}} \quad (\text{E.25})$$

$$t_k^{\text{II,S}} = K_k^{\text{II}} u_k^{\text{MID}} = t^{\text{C}} \cdot \frac{u_k^{\text{MID}} (u^{\text{f}} - u_k)}{u_k (u^{\text{f}} - u^{\text{o}})} \quad (\text{E.26})$$

Zig-zag軟化過程が線形軟化過程とエネルギー的に等価となるためには、 $\Delta G_k^+ = \Delta G_k^-$ となる必要がある。このとき、式(E.22)～(E.26)より、 $u_k^{\text{MID}}$ は次式で与えられる。

$$u_k^{\text{MID}} = \sqrt{u_{k-1} u_k} \quad (\text{E.27})$$

ここで、分割比 $c_k = \Delta u_k^{\text{I}}/u_{k-1}$ を導入すると、 $u_k^{\text{MID}}$ 、 $u_k$ 、 $\Delta u_k^{\text{II}}$ 、 $\Delta u_k$ は、 $c_k$ と $u_{k-1}$ を用いて、

$$\begin{cases} u_k^{\text{MID}} = (1 + c_k)u_{k-1} \\ u_k = (1 + c_k)^2 u_{k-1} \end{cases} \quad (\text{E.28})$$

$$\begin{cases} \Delta u_k^{\text{II}} = c_k u_k^{\text{MID}} = (c_k + c_k^2) u_{k-1} \\ \Delta u_k = (2c_k + c_k^2) u_{k-1} \end{cases} \quad (\text{E.29})$$

として表される。線形軟化過程からの応力値の偏差を一定値 $\alpha$ 以内に保つためには、

$$\begin{aligned} \Delta t/t_{k-1} &\leq \alpha \\ \Leftrightarrow (t_k^{\text{I,E}} - t_{k-1})/t_{k-1} &\leq \alpha \\ \Leftrightarrow \Delta u_k^{\text{I}}/u_{k-1} = c_k &\leq \alpha \end{aligned} \quad (\text{E.30})$$

を満たす必要がある。つまり、増分比を $\alpha$ 以下に保つようにZig-zag軟化過程を逐次定めればよい。本研究では、先行研究 [40]を参考に $\alpha = 0.025$ とした。

以上のように求められた各種パラメータを用い、Fig. E.4の区間I、IIのそれぞれにおいて、下記2種類の正の剛性を用いて $k$ 番目のZig-zag軟化過程の更新を行う。

$$\begin{cases} K_k^{\text{I}} = (1 - d_{k-1}) K_0 \\ K_k^{\text{II}} = (1 - d_k) K_0 \end{cases} \quad (\text{E.31})$$

但し、損傷変数 $d_k$ は次式にて与えられる。

$$d_k = \frac{u^{\text{f}}}{u_k} \cdot \frac{u_k - u^{\text{o}}}{u^{\text{f}} - u^{\text{o}}} \quad (\text{E.32})$$

本節では結合力要素への導入を想定し、結合力－相対変位関係へのZig-zag軟化則導入における定式化を記載したが、同様の手順で応力－変位関係へも導入可能である。

具体的には、本節での結合力 $t$ と応力 $\sigma$ ，相対変位 $u$ とひずみ $\varepsilon$ を置き換えればSCMへも導入できる。

最後に、Zig-zag軟化則の検証のため、DCB (Double Cantilever Beam)・ENF試験解析を実施し、線形軟化則により得られる解との比較を行う。解析モデルおよび境界条件をFigs. E.5 (a), (b)，荷重－変位曲線の比較をFigs. E.6 (a), (b)に示す。荷重変位曲線を見ると、Zig-zag軟化則による解析結果は線形軟化則の解析結果と概ね一致しており、最大荷重値の誤差もDCB試験解析で1.05%，ENF試験解析で1.06%であった。これらの結果より、Zig-zag軟化則と線形軟化則の与える解の差異は無視できるほど小さいことが確認された。

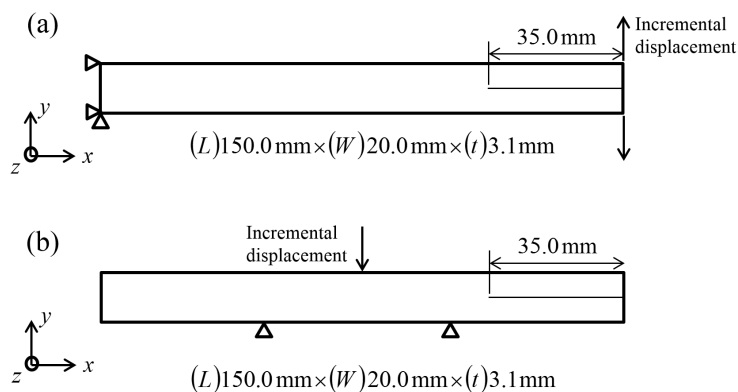


Fig. E.5 Simulation model and boundary conditions for (a) DCB test, (b) ENF test.

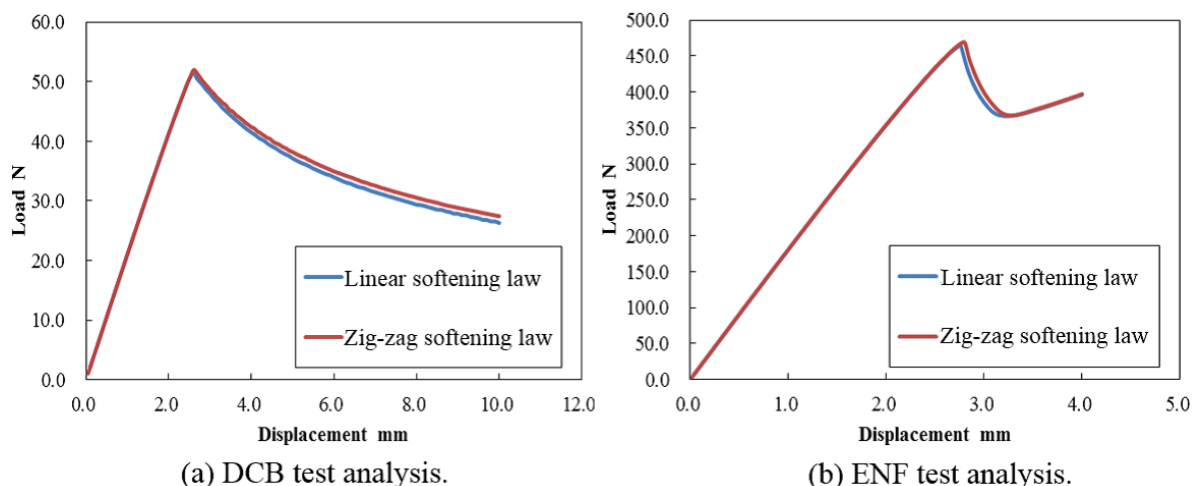


Fig. E.6 Comparisons of results obtained by linear and zig-zag softening laws.



# 付録F

## B-Bar法を用いた選択的次數低減積分

本節では、第4章にて導入しているB-Bar法を用いた選択的次數低減積分法について、概要、定式化、およびXFEMでの取り扱いをまとめる。

### F.1 B-Bar法の定式化

有限要素法にて弾塑性解析を行う場合、塑性領域において硬めの解が得られることが知られており [42]、体積ロッキングと呼ばれる。体積ロッキングを防止する方法としては、選択的次數低減積分が有用な手法とされているが、異方性材料を低次要素で扱う場合には、特に平均体積法 [42]の一種であるB-Bar法 [43]が最も有用であると考えられる。本手法は、ひずみ-変位マトリクス、いわゆるBマトリクスの分解に基づく手法である。

まず、微小変形理論でのひずみ-変位関係におけるBマトリクス $[\mathbf{B}]$ を、次式のよ  
うに体積成分と $[\mathbf{B}^{\text{dil}}]$ と偏差成分 $[\mathbf{B}^{\text{dev}}]$ に分解する。

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}\} = \left([\mathbf{B}^{\text{dev}}] + [\mathbf{B}^{\text{dil}}]\right)\{\mathbf{u}\} \quad (\text{F.1})$$

ここで、 $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ は積分点上でのひずみベクトルであり、 $\{\mathbf{u}\}$ は要素構成節点の変位成分を全て並べたベクトルである。 $[\mathbf{B}^{\text{dil}}]$ を完全積分すると体積ロッキングを引き起こしてしまうため、B-Bar法においては、体積成分 $[\mathbf{B}^{\text{dil}}]$ を、次式で表される領域(要素もしくはサブドメイン)内の平均値 $[\mathbf{B}_{\text{AVE}}^{\text{dil}}]$ に置き換える。

$$[\mathbf{B}_{\text{AVE}}^{\text{dil}}] = \frac{\iiint_V [\mathbf{B}^{\text{dil}}] dV}{\iiint_V dV} \quad (\text{F.2})$$

## F.2 B-Bar法のXFEMへの実装

標準要素，切断要素，先端要素における数値積分法の概要をFig. F.1に示す．要素内にクラック面を含む切断要素，先端要素については，積分用のいくつかのサブ五面体と1つの結合力要素に分解してガウス積分を行う．標準要素においては， $[B_{AVE}^{dil}]$ は要素内の全積分点の平均値として計算する．一方で，切断要素，先端要素においては，クラック面上側の全サブドメイン，下側の全サブドメイン，クラック先端前方の全サブドメインのそれぞれについて平均値を計算する．切断要素，先端要素における平均値算出領域をFig. F.1に色分けして示す．

## F.3 検証解析

B-Bar法を用いた選択的次數低減積分の検証のため，Fig. E.5 (a)に示すDCB試験について，各層を弾塑性体とし，完全積分と選択的次數低減積分で得られる荷重低下前までの応答を比較した．比較結果をFig. F.2に示す．Fig. F.2を見ると，非線形性はわずかであるが，完全積分では選択的次數低減積分よりも固めの解となっており，体

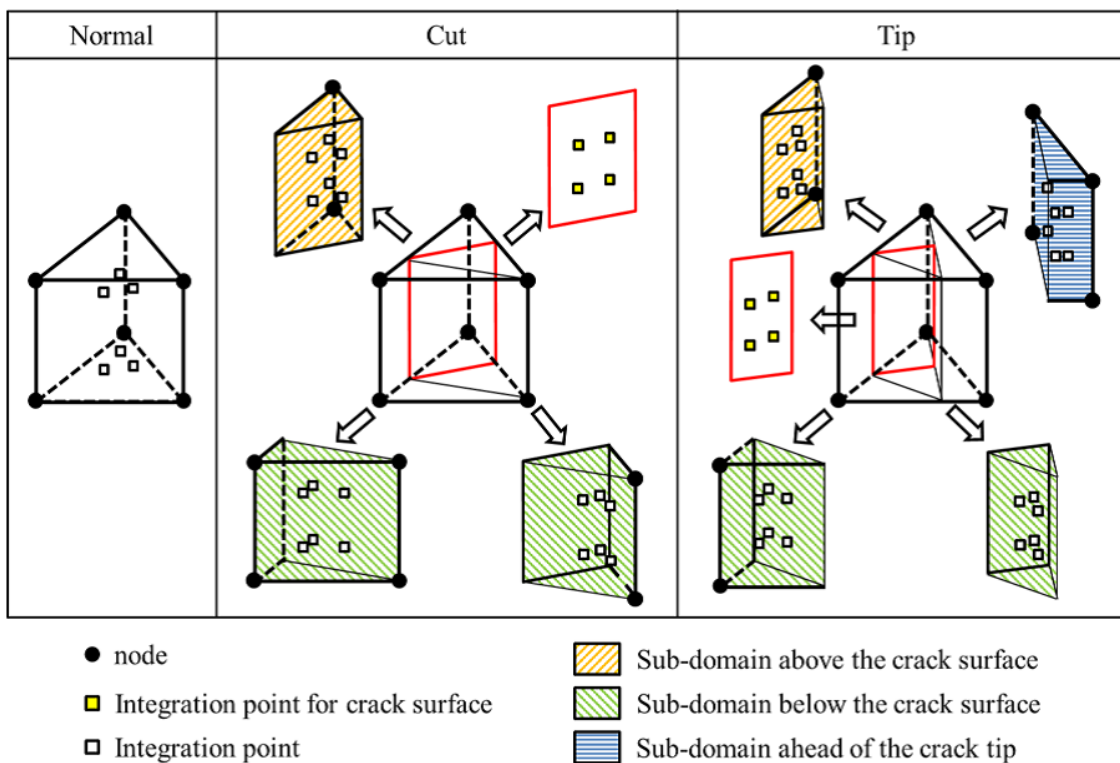


Fig. F.1 Numerical integration for six-node pentahedral elements.

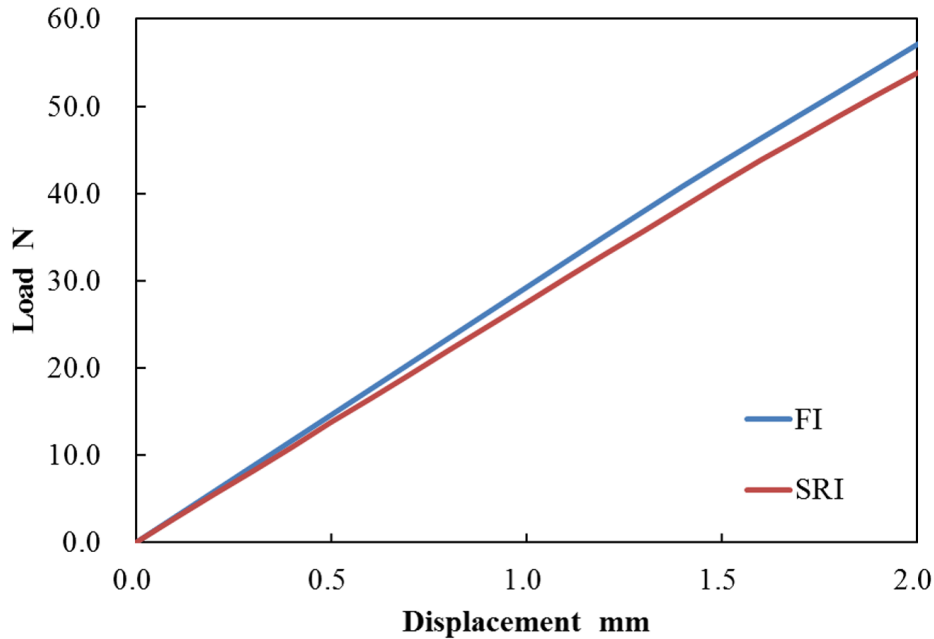


Fig. F.2 Comparisons of load - displacement curves obtained by full integration (FI) and selective reduced integration (SRI) with B-bar approach.

積ロックが生じているものと考えられる。以上の結果より、弾塑性解析における B-Bar 法による選択的次數低減積分の有用性が示された。

## 参考文献

- [1] T. Belytschko, W. K. Liu, B. Moran, K. Elkhodary, Nonlinear finite elements for continua and structures, 2nd Edition, John wiley & sons, (2013).
- [2] 鈴木克幸, 長嶋利夫, 萩原世也, メッシュフリー解析法, 丸善, (2006).
- [3] J. M. Melenk, I. Babuška, The partition of unity finite element method: Basic theory and applications, Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 139 (1-4) (1996) 289–314.
- [4] J. A. Sethian, Level set methods and fast marching methods: evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science, Vol. 3, Cambridge university press, (1999).
- [5] C. T. Sun, J. L. Chen, A simple flow rule for characterizing nonlinear behavior of fiber composites, J. Compos. Mater. 23 (10) (1989) 1009–1020.

- [6] T. Yokozeki, S. Ogihara, S. Yoshida, T. Ogasawara, Simple constitutive model for nonlinear response of fiber-reinforced composites with loading-directional dependence, *Compos. Sci. Technol.* 67 (1) (2007) 111–118.
- [7] C. A. Weeks, C. T. Sun, Modeling non-linear rate-dependent behavior in fiber-reinforced composites, *Compos. Sci. Technol.* 58 (3-4) (1998) 603–611.
- [8] H. Koerber, J. Xavier, P. P. Camanho, High strain rate characterisation of unidirectional carbon-epoxy IM7-8552 in transverse compression and in-plane shear using digital image correlation, *Mech. Mater.* 42 (11) (2010) 1004–1019.
- [9] 岡部朋永, セラミックス基複合材料の損傷進展解析, 慶應義塾大学博士論文, (1999).
- [10] S. R. Hallett, B. G. Green, W. G. Jiang, M. R. Wisnom, An experimental and numerical investigation into the damage mechanisms in notched composites, *Compos. Part A-Appl. S.* 40 (5) (2009) 613–624.
- [11] C. R. Schultheisz, A. M. Waas, Compressive failure of composites, Part I: Testing and micromechanical theories, *Prog. Aerosp. Sci.* 32 (1) (1996) 1–42.
- [12] A. M. Waas, C. R. Schultheisz, Compressive failure of composites, Part II: Experimental studies, *Prog. Aerosp. Sci.* 32 (1) (1996) 43–78.
- [13] P. Ewins, A. Ham, The nature of compressive failure in unidirectional carbon fibre reinforced plastics, in: *Proceedings of the 15th Structural Dynamics and Materials Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) (1974).
- [14] D. Purslow, R. Potter, The effect of environment on the compression strength of notched CFRP — a fractographic investigation, *Composites* 15 (2) (1984) 112–120.
- [15] H. Hahn, M. Sohi, Buckling of a fiber bundle embedded in epoxy, *Compos. Sci. Technol.* 27 (1) (1986) 25–41.
- [16] C. Chaplin, Compressive fracture in unidirectional glass-reinforced plastics, *J. Mater. Sci.* 12 (2) (1977) 347–352.
- [17] B. W. Rosen, Mechanics of composite strengthening, in: *Fiber Composite Materials*, American Society of Metals, Metals Park, Ohio, (1965) 37–75.

- 
- [18] C. Sun, A. W. Jun, Compressive strength of unidirectional fiber composites with matrix non-linearity, *Compos. Sci. Technol.* 52 (4) (1994) 577–587.
- [19] J. Christoffersen, H. M. Jensen, Kink band analysis accounting for the microstructure of fiber reinforced materials, *Mech. Mater.* 24 (4) (1996) 305–315.
- [20] A. Argon, Fracture of composites, in: *Treatise on Materials Science & Technology*, Elsevier BV, (1972) 79–114.
- [21] B. Budiansky, Micromechanics, *Comput. Struct.* 16 (1-4) (1983) 3–12.
- [22] B. Budiansky, N. Fleck, Compressive failure of fibre composites, *J. Mech. Phys. Solids* 41 (1) (1993) 183–211.
- [23] C. G. Dávila, P. P. Camanho, Failure criteria for FRP laminates in plane stress, NASA/TM-2003-212663 (2004) 1–28.
- [24] S. T. Pinho, C. G. Dávila, P. P. Camanho, L. Iannucci, P. Robinson, Failure models and criteria for FRP under in-plane or three-dimensional stress states including shear non-linearity, NASA/TM-2005-213530 (2005) 1–69.
- [25] S. T. Pinho, L. Iannucci, P. Robinson, Physically based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking. Part II: FE implementation, *Compos. Part A-Appl. S.* 37 (5) (2006) 766–777.
- [26] C. Dávila, N. Jaunky, S. Goswami, Failure criteria for FRP laminates in plane stress, in: *Proceedings of the 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), (2003).
- [27] P. P. Camanho, C. G. Dávila, Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials, NASA/TM-2002-211737 (2002) 1–37.
- [28] T. Collings, Transverse compressive behaviour of unidirectional carbon fibre reinforced plastics, *Composites* 5 (3) (1974) 108–116.

- [29] S. J. DeTeresa, D. C. Freeman, S. E. Groves, The effects of through-thickness compression on the interlaminar shear response of laminated fiber composites, *J. Compos. Mater.* 38 (8) (2004) 681–697.
- [30] J. LLorca, C. González, J. M. Molina-Aldareguía, J. Segurado, R. Seltzer, F. Sket, M. Rodríguez, S. Sádaba, R. Muñoz, L. P. Canal, Multiscale modeling of composite materials: a roadmap towards virtual testing, *Adv. Mater.* 23 (44) (2011) 5130–5147.
- [31] T. Okabe, Y. Kumagai, R. Higuchi, M. Nishikawa, Onset of matrix cracking in fiber reinforced polymer composites: A historical review and a comparison between periodic unit cell analysis and analytic failure criteria, in: *Advanced Structured Materials*, Springer International Publishing, (2015) 299–317.
- [32] X. Li, S. R. Hallett, M. R. Wisnom, Predicting the effect of through-thickness compressive stress on delamination using interface elements, *Compos. Part A-Appl. S.* 39 (2) (2008) 218–230.
- [33] K. W. Gan, S. R. Hallett, M. R. Wisnom, Measurement and modelling of interlaminar shear strength enhancement under moderate through-thickness compression, *Compos. Part A-Appl. S.* 49 (2013) 18–25.
- [34] M. A. Crisfield, G. Jelenic, Y. Mi, H. G. Zhong, Z. Fan, Some aspects of the non-linear finite element method, *Finite Elem. Anal. Des.* 27 (1) (1997) 19–40.
- [35] S. Yashiro, N. Takeda, T. Okabe, H. Sekine, A new approach to predicting multiple damage states in composite laminates with embedded FBG sensors, *Compos. Sci. Technol.* 65 (3-4) (2005) 659–667.
- [36] A. Yoshimura, S. Yashiro, T. Okabe, N. Takeda, Characterization of tensile damage progress in stitched CFRP laminates, *Adv. Compos. Mater.s* 16 (3) (2007) 223–244.
- [37] T. Yamaguchi, T. Okabe, S. Yashiro, Fatigue simulation for titanium/CFRP hybrid laminates using cohesive elements, *Compos. Sci. Technol.* 69 (11-12) (2009) 1968–1973.

- 
- [38] F. van der Meer, L. Sluys, Mesh-independent modeling of both distributed and discrete matrix cracking in interaction with delamination in composites, *Eng. Fract. Mech.* 77 (4) (2010) 719–735.
- [39] F. P. van der Meer, L. J. Sluys, S. R. Hallett, M. R. Wisnom, Computational modeling of complex failure mechanisms in laminates, *J. Compos. Mater.* 46 (5) (2011) 603–623.
- [40] M. Ridha, C. H. Wang, B. Y. Chen, T. E. Tay, Modelling complex progressive failure in notched composite laminates with varying sizes and stacking sequences, *Compos. Part A-Appl. S.* 58 (2014) 16–23.
- [41] T. E. Tay, X. S. Sun, V. B. C. Tan, Recent efforts toward modeling interactions of matrix cracks and delaminations: an integrated XFEM-CE approach, *Adv. Compos. Mater.* 23 (5-6) (2014) 391–408.
- [42] J. C. Nagtegaal, D. M. Parks, J. R. Rice, On numerically accurate finite element solutions in the fully plastic range, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 4 (2) (1974) 153–177.
- [43] T. J. R. Hughes, Generalization of selective integration procedures to anisotropic and nonlinear media, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 15 (9) (1980) 1413–1418.