

## [研究成果]

## 超大規模数値計算に基づく核融合炉先進ブランケットデザイン条件における高精度 MHD 熱伝達データベースの構築

山本 義暢<sup>1</sup> 功刀 資彰<sup>2</sup>

<sup>1</sup>山梨大学大学院医学工学総合研究部機械システム工学専攻

<sup>2</sup>京都大学大学院工学研究科原子核工学専攻

### 1. はじめに

核融合炉次世代ブランケット冷却材 (及び増殖材) の有力候補の一つである FLiBe 溶融塩(LiF と BeF の混合溶融塩)は, 1) 化学的安定性, 2) 磁気流体力学的 (MHD, Magneto-Hydro-Dynamics) 圧力損失の劇的低減, 3) 冷却材のみならず増殖材及び中性子増倍材といった多機能性を有している反面, 腐食, 伝熱劣化の問題点が指摘されている[1,2].

この FLiBe 溶融塩はプラントル数 25 程度の高プラントル数流体 (プラントル数: 運動量拡散と熱拡散の比, プラントル数 25 の場合, 熱拡散は運動量拡散の 1/25 であることを示す) であるため, その伝熱特性は乱流熱伝達に強く依存する. しかしその高プラントル流体における MHD 乱流熱伝達の知見は非常に少ない. 原因としては, 非定常性・3 次元性を有する強非線形・散逸力学現象であり, 理論的取り扱いが困難であること, さらに実験的手法においても磁場下を対象とするため, 電子機器を用いた高精度計測機器が適用できないこと, また不透明流体であるためレーザ等の光学測定や可視化が困難であることが挙げられる[3].

そこで本研究では, 近年目覚ましい進展を遂げつつある計算科学的手法に着目し, 磁性効果・乱流効果・熱輸送効果を高精度に予測可能な直接数値計算手法 (DNS, Direct Numerical Simulation) の開発及びその精度の検証を実行するとともに, 実際の核融合炉デザイン条件: 高ハルトマン数 (磁性効果), 高レイノルズ数 (乱流効果), 高プラントル数 (熱拡散効果), に適用し, 高精度 DNS データベースの構築を目指すものである.

本報においては, まずブランケットデザイン条件下[2]での DNS データベース構築に必要な計算機資源の見積を示す. そしてその結果に基づき, 文部科学省学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点の一環として実施した, 超並列計算機システム(1000 並列以上)を対象とした MHD 乱流場の直接数値計算手法開発について報告する.

### 2. 直接数値計算手法の概要とデータベース構築に必要な計算機資源

#### 2.1 計算体系

図 1-(1)に核融合炉ブランケットにおける冷却流路の概念図を示す. また図 1-(2)は, ブランケット冷却流路を簡略化した計算体系である. ここに座標系は主流方向を  $x$  軸, 壁垂直方向を  $y$  軸, スパン方向を  $z$  軸とした. 流れ場は, 主流方向に一定の圧力勾配( $F=u_c^2/h$ ,  $u_c$ : 壁面摩擦速度,  $h$ : チャンネル半値幅)により駆動される平行平板間流れである. 加熱条件としては, 上壁加熱の温度差一定条件 ( $\Delta\theta=\theta_{top}-\theta_{bottom}$ =一定,  $\theta_{top}$ : 上壁温度,  $\theta_{bottom}$ : 下壁温度)とし, 上・下壁温はそれぞれ一定である. また温度場はパッシブスカラーとした. 磁場は, 低温壁側(下壁側)から上壁に向かって一定磁束密度( $B_y$ )で一様に印加した.

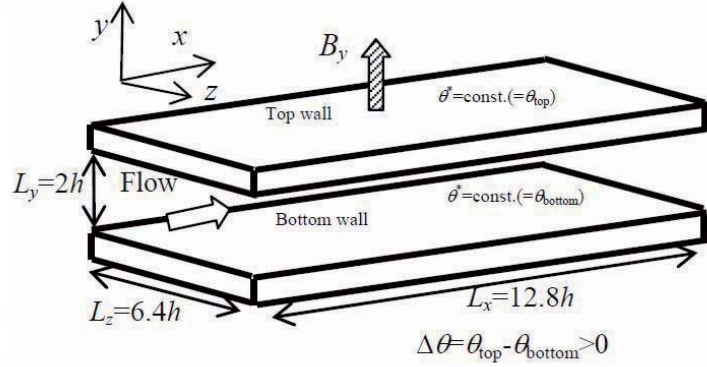
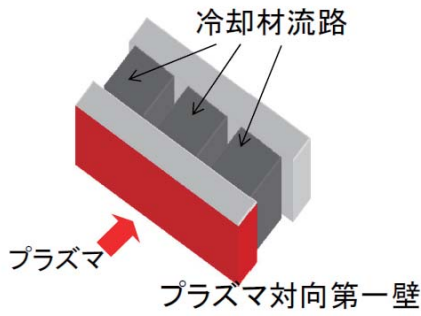


図 1-(1) ブランケット冷却流路

図 1-(2) ブランケット冷却流路を簡略化した計算体系

## 2.2 基礎方程式

基礎方程式は、次式 (1) - (4) に示す、非圧縮性流体における、連続式 (2) 及び低磁気レイノルズ数の仮定に基づく電位ポテンシャル[4]を用いた Navier-Stoks 式 (3), 電位ポテンシャルのポアソン方程式 (3) 及びエネルギー方程式 (4) である.

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t} + \frac{\partial u_j^* u_j^*}{\partial x_j} = F \delta_{i1} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{p^*}{\rho} \right) + \nu \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\sigma}{\rho} \varepsilon_{ijk} \left( -\frac{\partial \phi^*}{\partial x_j} + \varepsilon_{ilm} u_l^* B_m \right) B_k, \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon_{ijk} u_j^* B_k), \tag{3}$$

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t} + \frac{\partial \theta^* u_j^*}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x_j \partial x_j}. \tag{4}$$

ここに、 $u_i (= u, v, w (i=1,2,3))$  は 主流 ( $x, i=1$ ), 壁垂直 ( $y, i=2$ ), スパン ( $z, i=3$ ) 方向への速度,  $t$ : 時間,  $p$ : 圧力,  $\phi$ : 電位ポテンシャル,  $\theta$ : 温度である. また上付き添え字\*は瞬間値であることを示す. さらに  $\delta_{ij}, \varepsilon_{ijk} (i, j, k = \text{それぞれ } 1, 2, 3)$  はクロネッカーのデルタ, エディントンのイプシロンであり, 繰り返し添え字は縮約規約に従うものとする.

## 2.3 離散化手法

本研究では、超並列計算機システム上の高精度 MHD 乱流場の直接数値計算手法として、擬スペクトル法及び高次精度中心差分法に基づく計算手法を検討した.

### (1) 擬スペクトル法[5,6]

空間の離散化は、主流及びスパン方向にフーリエ・スペクトル法、壁垂直方向に 2 次精度の中心差分を用いた. 時間進行は対流項及び磁場項に 3 次精度の Runge-Kutta 法, 粘性(拡散)項に Crank-Nicolson 法, 圧力勾配項に Euler 陰解法を用いた. また主流及びスパン方向のエイリアジング誤差は位相シフト法により, これを除去した. 格子系は、鉛直方向速度成分( $u_2=v$ )の定義をその他の物理量から半格子分ずらしたスタガード格子[7]を使用した.

## (2)高次精度差分法

差分法の場合においては，スタガード格子において，運動エネルギーを離散的に保存する 6 次及び 12 次精度の高次精度中心差分法[8]を適用した．なお壁垂直方向については 2 次精度中心差分法を用いている．時間進行は，Fractional step 法を適用し，圧力項に Euler 陰解法，その他の項に 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いた．圧力ポアソン解法には，高速フーリエ変換と 3 重対角行列解法 (Tri-diagonal Matrix Algorithm, TDMA) による直接解法によりこれを解いた．

今回，高次精度中心差分法の適用を検討した背景としては，計算精度の面からは，スペクトル法が優位であることに疑いはないが，次世代ベクトル並列計算機においては，メモリバンド幅の減少に加え，ノード間通信幅の減少も予測される．従って，フルバイセクションバンド幅によりその演算性能が依存する高速フーリエ変換部分が主要計算部分となるスペクトル法においては，演算効率の低下が懸念されることにある．

## 2.4 境界条件

境界条件は全物理量に対し，主流及びスパン方向に周期境界条件とし，壁面で速度場に no-slip 条件，電位ポテンシャルは絶縁壁を仮定し，勾配 0，温度は一定とした．またスパン方向の平均電流は 0 とした．

## 2.5 ブランケットデザイン条件

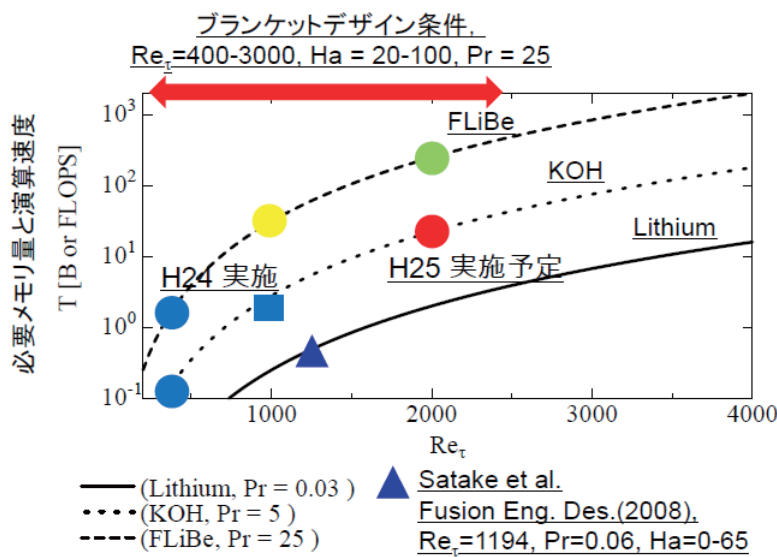


図 2 核融合炉デザイン条件下での DNS データベース構築に要する計算機資源

図 2 に FLiBe 溶融塩を用いた場合における，乱流レイノルズ数と計算資源との関係を示す．ブランケットデザイン条件[9]においては，乱流レイノルズ数 ( $Re_\tau = u_\tau h/\nu$ ,  $u_\tau$ : 壁面度摩擦速度) は 400 – 3000 程度，チャンネル幅( $2h$ )に基づくハルトマン数 ( $Ha = B_y 2h(\sigma/\rho\nu)^{1/2}$ ,  $\sigma$ : 電気伝導度,  $\rho$ : 密度) は 20 – 100 程度である( 厳密にはレイノルズ数に依存する )．

また図 2 の縦軸は必要メモリ量[TB](あるいは 1 ケースあたりの計算時間を 1 ヶ月程度とした場合の必要実効演算速度 [TFLOPS])である．FLiBe 溶融塩の場合，デザイン条件下限付近の， $Re_\tau = 400, Pr = 25, Ha = 20$  程度の場合に 1TB, 1TFLOPS 程度の計算機資源を要することを示してい

る。

平成 24 年度までに、文部科学省学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点の協力を得て、東北大学サイバーサイエンスセンターとの共同研究結果により、FLiBe を想定した、 $Re_{\tau}=400, Pr=25, Ha=0, 20, 28$  のケース ( 図 2 の ● ) 及び模擬流体の KOH[3]を想定した  $Re_{\tau}=1000, Pr=5, Ha=0, 28, 48$  のケース ( 図 2 の ■ ) の DNS データベース構築に成功している。また平成 25 年度は、 $Re_{\tau}=2000, Pr=5, Ha=0, 48, 96$  のケース ( 図 2 の ● ) における DNS データベース構築に取り組む予定である。これらの DNS データベースの構築により、デザイン条件下での速度場における MHD 乱流変調に関するスケーリング解析及び乱流モデル開発に必要な知見が得られるものと考えている。

しかしその一方で、熱輸送に関しては、高レイノルズ数条件下 ( $Re_{\tau}=1000, 2000$ ) においては、計算機資源の制約により、模擬流体の KOH ( $Pr=5$  程度) に限られており、FLiBe 溶解塩を対象とした  $Pr=25$  程度 ( 図 2 の ● ) に拡張するには、実行演算速度で 10-100 TFLOPS 程度が必要となる。これに対処するには、次世代ベクトル並列計算機あるいは、スーパーコンピュータ京クラス の計算機が必要であり、これらの計算機システムへの DNS 手法の最適化が不可欠である。

### 3. 並列化の概要

ベクトル並列計算機上での並列化手法は、スペクトル法及び高次精度差分法ともに、前報[10] とほぼ同様である。以下にその概要をまとめる。

#### 3.1 領域分割とノード間通信

本 DNS コードでは  $y$  方向への 1 次元領域分割とノード間通信方法として MPI(Message Passing Interface)を用いている。主要通信部分は、 $y$  方向への差分用ステンシルに関する shift 通信及び図 3 に示すように、 $y$  方向の TDMA 部分に伴う、 $y$  軸から  $z$  軸への分割軸変更によるデータ転置の alltoall 通信である。alltoall 通信においては、グローバルメモリ (GM)上でのリモートメモリアクセス(RMA)機能を利用した MPI\_PUT による one-side 通信[11]を使用している。さらに alltoall 通信において特定ノード(及び CPU)に通信が集中することによる通信のコンフリクトを防ぐために、図 4 のようなノード間通信のスケジューリング[12]をあわせて実装している。

また前報からの改良点としては、ノード間通信のスケジューリングを差分用ステンシルに関する shift 通信部分にも適用した。

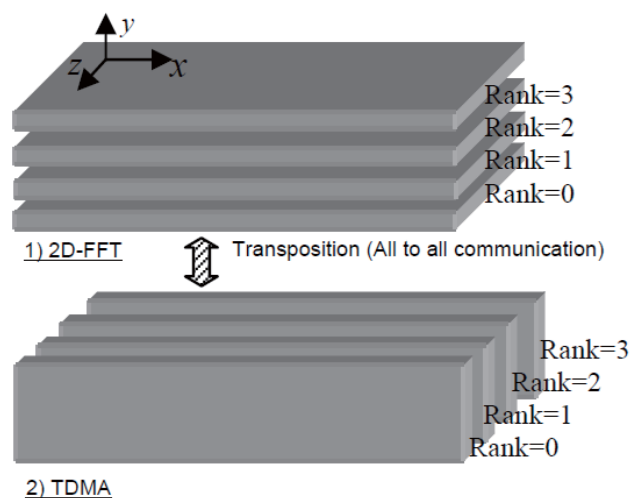


図 3 1 次元領域分割方法とデータ転置(4 並列の場合)

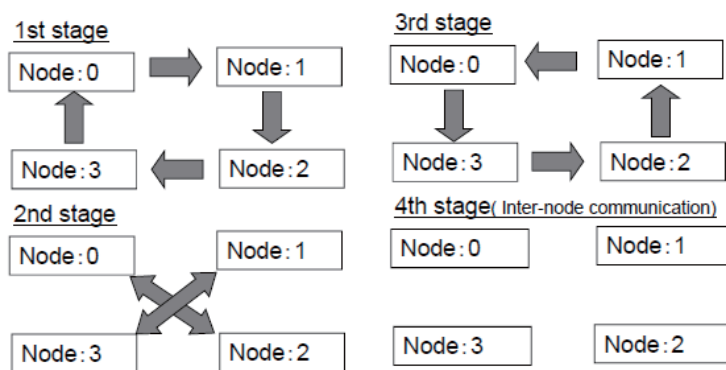


図 4 ノード間通信のスケジューリング(4 ノードの場合)

#### 4. 高次精度差分法におけるベクトルチューニング

今回適用した高次精度差分法においては、運動エネルギーの保存性を確保するために 1 点あたりのステンシルは、6 次精度の場合 11 点、12 次精度の場合に 23 点を要する。これに対処するために、本研究ではリスト配列を適用した。さらに 12 次精度差分法の場合は、対流項等の計算を複数ループに分割し、中間配列を共有することにより、省メモリ化を行った。

その結果、必要メモリ量は、6 次精度及び 12 次精度の両手法において、2 次精度の場合と同程度であり、スペクトル法と比較した場合は、半分以下に抑制することができた。また高次精度差分法の演算量は、12 次精度の場合、こちらもスペクトル法の約半分程度であった。

一方、高次精度差分法の演算部分のベクトル化率は 99.7%程度を確保しているものの、リスト配列の使用によりバンクコンフリクトが頻出し、大幅な性能劣化をもたらした。

そこでこれに対処するために、配列領域内においては、リスト配列を廃止し、単純な差分式に修正した。リスト配列が必要となる周期境界部分においては、`expand` 指示行、`unroll` 指示行でループ展開を行い、高速化を図った。図 5 にこのプログラム例を示す。

```

1529: |+---->      do k=nz_s,nz_e
1530: ||V---->      do j=1,ny
1531: |||          !cdir expand=6
1532: |||*---->      do i=1,6
                  (省略)
1563: |+V*----      enddo ; enddo ; enddo

1567: |+---->      do k=nz_s,nz_e
1568: ||+---->      do j=1,ny
1569: |||V---->      do i=7,nx-5
1571: ||||          dudx=( coef1_x6*u(i+5,j,k)
1572: ||||          &      +coef1_x5*u(i+4,j,k)
1573: ||||          &      +coef1_x4*u(i+3,j,k)
1574: ||||          &      +coef1_x3*u(i+2,j,k)
1575: ||||          &      +coef1_x2*u(i+1,j,k)
1576: ||||          &      +coef1_x1*u(i,j,k)
1577: ||||          &      -coef1_x1*u(i-1,j,k)
1578: ||||          &      -coef1_x2*u(i-2,j,k)
1579: ||||          &      -coef1_x3*u(i-3,j,k)
1580: ||||          &      -coef1_x4*u(i-4,j,k)
    
```

Annotations in the code block:

- Arrow pointing to `do i=1,6`: リスト配列を使用
- Arrow pointing to `do i=7,nx-5`: 配列外参照が発生しないようにループ長を設定
- Arrow pointing to the coefficient list: リストベクトルを廃止

```

1581: |||| & -coef1_x5*u(i-5, j, k )
1582: |||| & -coef1_x6*u(i-6, j, k )
1584: |||| dvdy=( coef1_y6*v(i, jp5(j), k )
1585: |||| & +coef1_y5*v(i, jp4(j), k )
1586: |||| & +coef1_y4*v(i, jp3(j), k )
1587: |||| & +coef1_y3*v(i, jp2(j), k )
1588: |||| & +coef1_y2*v(i, jp1(j), k )
1589: |||| & +coef1_y1*v(i, j, k )
1590: |||| & -coef1_y1*v(i, jm1(j), k )
1591: |||| & -coef1_y2*v(i, jm2(j), k )
1592: |||| & -coef1_y3*v(i, jm3(j), k )
1593: |||| & -coef1_y4*v(i, jm4(j), k )
1594: |||| & -coef1_y5*v(i, jm5(j), k )
1595: |||| & -coef1_y6*v(i, jm6(j), k )
1597: |||| dwdz=( w(i, j, k)-w(i, j, k-1) )/dz(k)
1598: |||| div(i, j, k)=( dudx+dvdy+dwdz )/dt1
1600: |++V--- enddo ; enddo ; enddo

1604: |+----> do k=nz_s, nz_e
1605: ||V----> do j=1, ny
1606: ||| !cdir unroll=5
1607: |||*---> do i=nx-4, nx
                (省略)
1638: |+V*--- enddo ; enddo ; enddo
    
```

リスト配列を使用

図 5 高次精度差分法におけるベクトルチューニング例

### 5. SX-9 上での性能評価

今回、改良した DNS コードを SX-9 に適用しその性能を検討した。その際東北大学サイバーサイエンスセンターの協力を得て、16 ノード/256 並列の環境で実行することができた。以下にその結果を報告する。

表 1 SX-9/256CPU での演算性能

	計算機	格子数 (x,y,z)	実効演算速度 [TFLOPS]	実行効率 [%]
スペクトル法	SX-9/256	2000, 2032, 1920	6.5	24.81
12 次精度中心差分法	SX-9/256		7.7	29.53
Iwamoto et al.[13]	ES/ 2048	2304, 1025, 2048	5.5	33.57
Ishihara et al.[14]	ES2/512	2048, 1536,2048	6.0	11.54

表 1 に  $Re_\tau = 2000$  の計算条件下で、SX-9/256CPU を用いた場合の演算性能を示す。スペクトル法において 6.5 TFLOPS, 12 次精度差分法において 7.7 TFLOPS の実行演算速度が得られており、12 次精度中心差分法の場合の実行効率は理論性能の約 30%に達している。これまでに報告されているベクトル並列計算機におけるチャンネル乱流場の DNS の演算速度は、初代地球シミュレータ

(ES)2048 並列上での 5.5 TFLOPS[13], そして 2 代目地球シミュレータ(ES2)512 並列上での 6.0 TFLOPS[14]があるが, 今回の演算速度は, スペクトル法, 12 次精度中心差分法ともにこれらを上回っている(但し, 地球シミュレータでの計算結果は, 壁垂直方向の離散化手法等が異なっているため単純な比較はできないことに注意する必要がある).

## 6. 地球シミュレータ上での性能評価

東北大学サイバーサイエンスセンターの計算機システムにおいては, 最大並列数が 256 であり, 目標である 10-100 TFLOPS の実行演算速度を得るために不可欠な 1000 並列を超える環境での性能評価は不可能である. そこで海洋研究開発機構の地球シミュレータ(ES2)上において, スペクトル法による DNS コードを適用しその性能評価を行った. なお ES2 の CPU は, 東北大学と同じ SX-9 (CPU あたり, 102.3 GFLOPS) が用いられているものの, ノード内 8 CPU (メモリ 125GB), また ノード間接続は, 東北大学のシステムが単段クロスバ構成なのに対し, ES2 は 2 段の Fat-Tree 構成となっている.

図 6 にスペクトル法における DNS コードの ES2 及び SX-9 上での演算速度を示す. 図中の original は, 3 章で述べた並列化手法において, shift 通信部分にノード間スケジューリングを用いない場合であり, new の方は, このスケジューリングを適用したケースを意味する.

東北大学サイバーサイエンスセンターの SX-9/256 並列上では, shift 通信部分のスケジューリングの影響はさほど目立たないものの, ES2 の 768 並列及び 1024 並列時においては大きな改善が見られた. 具体的には, ES2/1024 並列時に実行演算速度 21TFLOPS, 実行効率 20.1%の演算性能が得られている.

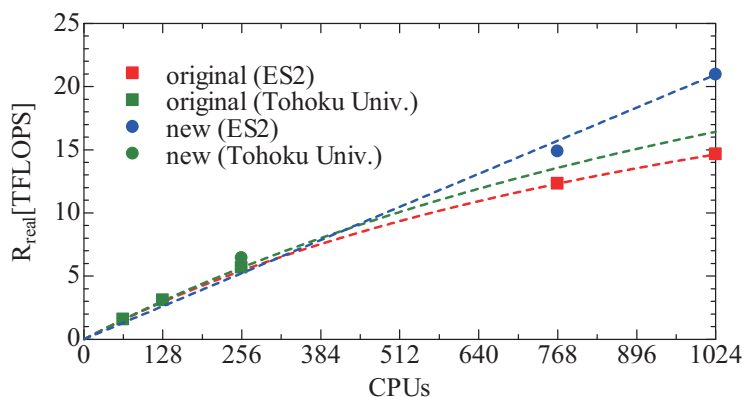


図 6 開発コードの性能評価(実効演算速度)

## 7. 高次精度差分法の計算精度の検討

最後に 6 次及び 12 次精度差分法を用いて, 高レイノルズ数乱流場の DNS を実行し, その精度についてスペクトル法との比較を行った. 計算条件は, 高レイノルズ数乱流場特有の大規模構造の出現が確認されている乱流レイノルズ数 1000 の場合を対象とした. 格子数は,  $(x,y,z)$  方向にそれぞれ,  $(720, 512, 720)$  とした. この場合の格子分解能はスペクトル法における DNS において最低必要分解能である,  $\Delta x^+ = 18, \Delta z^+ = 9$  程度となる(上付き添え字+は摩擦速度と動粘性係数により規格化した値であることを示す). また比較のために, 及び 2 次精度中心差分法を用いた計算も行っ

た。

図 7 に平均速度及び乱流強度の比較を示す。2 次精度中心差分法 (2nd FDM) の場合は、格子解像度不足の影響による平均速度の減少が見られるが、6 次精度 (6th FDM) 及び 12 次精度 (12th FDM) の場合は、スペクトル法の結果と良好に一致する。また乱流強度の比較においても、2nd FDM の場合は、乱れの過小評価が見られるが、6th FDM 及び 12th FDM の場合は、スペクトル法の結果と定量的に一致する。

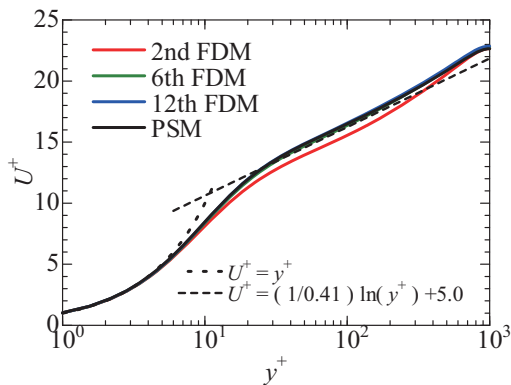


図 7-(1) 平均速度分布の比較

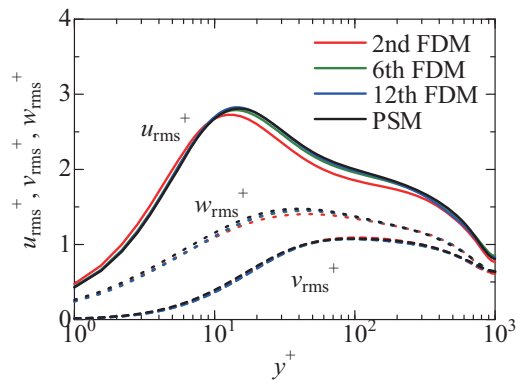


図 7-(2) 乱流強度分布の比較

図 7 高次精度差分法の精度検証

図 8 に主流方向変動速度の主流方向スペクトルに波数をかけたスペクトル(Pre-multiplied spectrum, PMS)のコンタを示す。ここに縦軸は、波長、横軸は、壁垂直方向高さを示し、両対数でプロットされている。実験的手法においては、この主流方向変動速度の主流方向スペクトルにおいて、大規模構造の影響を議論することが多く、この物理量の再現性は、非常に重要である。いずれのケースにおいても、壁近傍の低波長部分( $y^+=15, \lambda_x^+=1000$  程度)の乱れのピーク部分はよく一致している。しかし、 $y^+>100, \lambda_x^+=10000$  程度の大規模構造の領域においては、2nd FDM の場合は、スペクトル法の結果とのずれが確認できる。6th FDM の場合においては、 $k_x E_{in}/u_\tau = 0.6$  (外側から 3 本目)のラインが若干ずれているものの分布型はよく一致している。一方、12th FDM の場合においては、全ラインにおいて、スペクトル法のケースと定量的な一致が確認できる。

また 12 次精度中心差分法とスペクトル法とのコスト比較においては、SX-9/32 並列を使用した場合、1 タイムステップの時間積分に要する時間が、1/3、メモリ量が 1/2 程度となっており、大規模構造を対象とした高レイノルズ数乱流場の DNS 解析において、高次精度差分法(特に 12 次精度中心差分法)の優位性が確認できた。

## 8. おわりに

平成 24 年度文部科学省学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点の一環として、超並列計算機システム(1000 並列以上)を対象とした MHD 乱流場の直接数値計算手法開発を実施した。

その結果、地球シミュレータ/1024 並列時に、バクトル化率 99.8%、実行効率 20%、実行演算速度 21 TFLIOPS を達成した。

さらにノード間通信コストの削減を目的として、高次精度差分法による直接数値計算手法の開



発を併せて実施した。その結果，SX-9/256 並列時に，ベクトル化率 99.6% 実行演算効 30%，実行演算速度 7.7 TFLOPS を達成した。高次精度差分法の場合は，スペクトル法と比較し，平均量及び乱流統計量さらには，大規模構造の再現性を確保した上で，演算速度で 3 倍，メモリコストを半分に圧縮することが可能となった。

以上により，1000 並列を超える環境で，世界最速規模の高効率演算が可能となり，本手法による核融合炉ブランケットデザイン条件下の熱輸送特性の理解が大幅に進展することが期待できる。

平成 25 年度は本開発コードを用いて，核融合炉ブランケットデザイン条件を網羅したレイノルズ数，ハルトマン数における DNS データベースを構築し，MHD 乱流変調に関する総合的まとめ及び乱流モデルの評価を行う予定である。

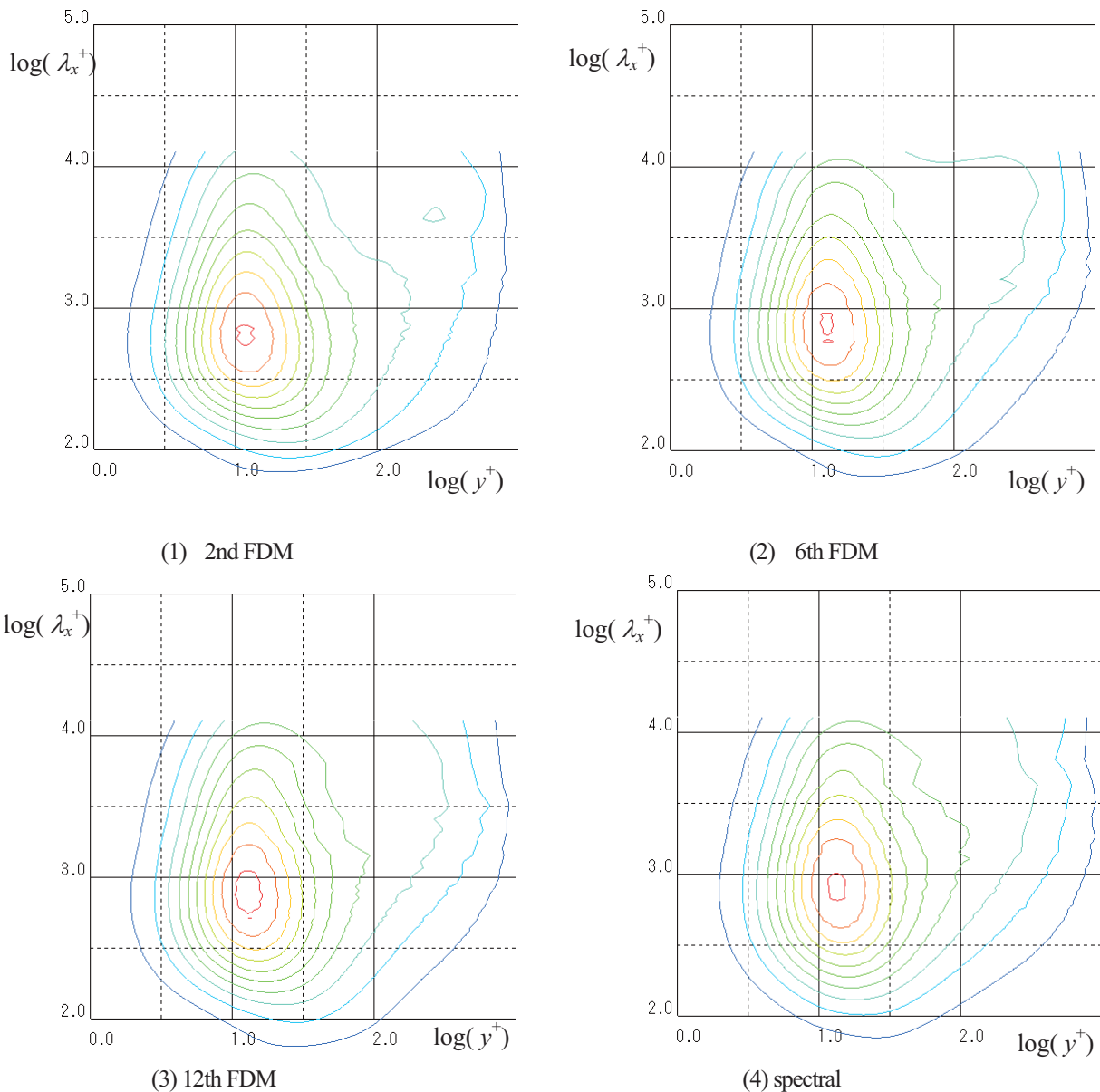


図 8 PMS のコンタ， $k_x E_{uu}/u_\tau = 0.2$ (blue), 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0(red)

## 謝辞

本計算のベクトルチューニング・高速化・およびその性能評価において、東北大学サイバーサイエンスセンター関係各位に有益なご指導とご協力をいただいた。記して謝意を表する。

## 参考文献

- [1] A. Sagara, O. Motojima, K. Watanabe, S. Imagawa, H. Yamanishi, O. Mitarai, T. Sato, H. Chikaraishi and FFHR Group, Blanket and Divertor Design for Force Free Helical Reactor (FFHR), Fusion Engineering and Design, 29 III, 51(1995).
- [2] C. Wong, S. Malang, M. Sawan, I. Sviatoslavsky, E. Mogahed, S. Smolentsev, S. Majumdar, B. Merrill, R. Mattas, M. Friend, J. Bolin, and S. Sharafat, Molten salt self-cooled solid first wall and blanket design based on advanced ferritic steel, Fusion Eng. Des. 72, 245(2004).
- [3] J. Takeuchi, S. Stake, N. B. Morley, T. Kunugi, T. Yokomine, M. Abdou, Experimental study of MHD effects on turbulent flow of Flibe simulant fluid in circular pipe, Fusion Eng. Des. 83 (2008) 1082.
- [4] Y. Simomura, "Large eddy simulation of magnetohydrodynamic turbulent channel flows under a uniform magnetic field", Phys. Fluids A 3, 3098(1991).
- [5] Y. Yamamoto and T. Kunugi, Discussion on heat transfer correlation in turbulent channel flow imposed wall-normal magnetic field, Fusion Engineering and Design 86 (2011) 2886.
- [6] Y. Yamamoto and T. Kunugi, Direct numerical simulation of a high-Froude number turbulent open-channel flow, Physics of Fluids(2011), Vol.23, 12510810.
- [7] S. Satale, T. Kunugi, K. Takase, and Y. Ose, Direct numerical simulation of turbulent flow under a uniform magnetic field for large-scale structures at high Reynolds number, Phys. Fluids 18, 125106(2006).
- [8] Y. Morinishi, T. Lund, O. Vasilyev, and P. J. Moin, Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow J. Computational Physics 143(1998) 90.
- [9] S. Smolentsev, 核融合ブランケットにおける MHD 乱流および自然対流, J. Plasma Fusion Res. Vol.85, No.8 (2009), pp.556-557.
- [10] Y. Yamamoto and T. Kunugi, Direct Numerical Simulation of MHD Turbulent Flows with High-Pr Heat Transfer, Progress in Nuclear Science and Technology 2 (2011), 550.
- [11] 大泉健治, 江川隆輔, 伊藤英一, 岡部公起, 小林広明, スーパーコンピュータシステム SX-9 の紹介と性能評価, SENAC, Vol. 42-1, (2009).
- [12] 小林広明, 滝沢寛之, 小久保達信, 岡部公起, 伊藤英一, 小林義昭, 浅見暁, 小林一夫, 後藤記一, 片海健亮, 深田大輔, HPC チャレンジでの SX システムの性能評価, SENAC Vol.38 No.1, (2005-1).
- [13] K. Iwamoto, N. Kasagi, and Y. Suzuki, Direct numerical simulation of turbulent channel flow at  $Re_\tau = 2320$ , Proc. 6th Symp. Smart Control of Turbulence, Tokyo, March 6-9, 2005.
- [14] 石原卓, 岩本薫, 田村哲郎, 川口靖夫, 乱流の世界最大規模直接数値計算とモデリングによる応用計算, 平成 24 年度地球シミュレータ利用報告会発表資料 (2013), <http://www.jamstec.go.jp/esc/projects/fy2012/23-ishihara.html>