

修士学位論文要約（令和4年3月）

遷移長を考慮した組合せ遷移問題の符号化に関する研究

渡邊 拓武

指導教員：伊藤 健洋

A Study on Encoding Combinatorial Reconfiguration Problems with Evaluation of Reconfiguration Lengths

Takumu WATANABE

Supervisor: Takehiro ITO

Combinatorial reconfiguration has been actively studied in this decade, and some solvers were developed recently for the independent set reconfiguration problem, which is one of the most well-studied combinatorial reconfiguration problems. In this study, we develop encoding techniques from three typical combinatorial reconfiguration problems to the independent set reconfiguration problem, aiming at making the solver a general-purpose one. We experimentally evaluate the performance of the solver based on reconfiguration lengths.

1. はじめに

近年、**組合せ遷移**と呼ばれるアルゴリズム理論の研究が活発に行われている。組合せ遷移問題では、2つの実行可能解が入力として与えられたとき、指定された遷移規則の下で、それらが段階的に到達可能かどうかを判定したい。このような組合せ遷移問題は実社会の様々な場面にも現れ、例えば、電力の配電制御システムへの組合せ遷移アルゴリズムの応用も研究が進められている。

今後、より広範な事例に、組合せ遷移のアルゴリズム理論を応用していくためには、様々な基盤整備が求められる。その一つのアプローチとして、組合せ遷移問題を解くソルバーの開発が挙げられる。従来、組合せ最適化においては、充足可能性問題や整数計画問題を解くソルバーとして、SATソルバーやIPソルバーが開発されてきた。しかし組合せ遷移においては、ごく最近いくつかの**組合せ遷移ソルバー**³⁾が発表されたばかりである。

本論文では、組合せ遷移ソルバーの汎用化に欠かせない技法として、組合せ遷移問題の符号化について研究を行った。また、組合せ遷移ソルバーの性能評価も行った。

2. 符号化

一般に、ソルバーはある問題を解くことに特化して開発される。そのため、もしソルバーの対象と異なる問題を解きたい場合には、その問題をソルバーが解ける問題へと変換(**符号化**)する必要がある。代表的

な組合せ探索ソルバーとして知られるSATソルバーでは、SAT符号化²⁾の技術が長年に渡り研究されている。すなわち、充足可能性問題ではない組合せ探索問題の入力を、それと等価な充足可能性問題の入力へと変換する技術である。これを用いることで、様々な組合せ探索問題がSATソルバーで解ける。

組合せ遷移においては、現在、独立集合遷移問題を解くソルバーの開発が進められている³⁾。したがって、このソルバーを用いて様々な組合せ遷移問題を解くには、それらの問題から独立集合遷移問題への符号化の技術が確立されなければならない。このような符号化の技術は、組合せ遷移ソルバーの汎用化にも繋がる。従来研究においては、符号化に伴う入力サイズの変化が特に解析されてきた。その点は、組合せ遷移における符号化でも同様であるが、それに加え組合せ遷移では、符号化に伴う**遷移長**の変化も評価する必要がある。そこで本論文では、いくつか代表的な組合せ遷移問題から、独立集合遷移問題への符号化を、遷移長の評価と共に与えた。

3. 独立集合遷移問題への符号化

本論文では、最短路遷移問題、リスト彩色遷移問題、SAT遷移問題から、独立集合遷移問題への符号化を与えた。スペースの都合上、各問題の定義や具体的な符号化の方法は説明できないが、符号化に伴う入力サイズと遷移長の変化について、ここではまとめる。いずれの符号化においても入力サイズ、遷移長共に多項式倍の増大で抑えられている。

まず最短路遷移問題については、最短路遷移問題の入力として頂点数 n 、辺数 m のグラフが与えられたとき、入力サイズ $O(n^2)$ の独立集合遷移問題のインスタンスへと符号化できることを示した。また、遷移長は、符号化前後で変わらないことを示した。

次にリスト彩色遷移問題については、入力として色数 k 、頂点数 n 、辺数 m のグラフが与えられたとき、入力サイズ $O(k^2n + km)$ の独立集合遷移問題のインスタンスへと符号化できることを示した。また、遷移長は、符号化前後で変わらないことを示した。

最後に SAT 遷移問題については、入力として n 変数、 m 節の論理式が与えられたとき、入力サイズ $O(n^2m^2)$ の独立集合遷移問題のインスタンスへと符号化できることを示した。また、SAT 遷移問題の遷移長を l とすると、符号化後の遷移長は l 以上 $(m + 1)l$ 以下となることを示した。

5. 遷移長に関するソルバーの性能評価

本論文では、独立集合遷移問題を解くソルバーの性能解析の一つとして、遷移長に着目した解析を行なった。具体的には、遷移長が大きく異なる2種類のインスタンスを与えたとき、ソルバーの計算時間に関する比較評価を行なった。なお本論文では、ZDDを用いた組合せ遷移ソルバーを使用した³⁾。

最短路遷移問題、リスト彩色遷移問題、SAT 遷移問題においては、遷移長が入力サイズの指数になるインスタンスが知られている¹⁾。これらを遷移長が非常に長い場合として扱い、本研究で与えた符号化を行った。図1~3では、これらはそれぞれ SP, LC, SAT と表記されている。また比較対象として、これらと入力サイズが同じインスタンスをそれぞれランダムに作成した。図1~3では、random(SP), random(LC), random(SAT)と表記されている。

作成したインスタンスに対する遷移長、解の探索に要した探索候補数の最大値（最大探索候補数）、計算時間をそれぞれ図1~3にまとめた。図1から、ランダムなインスタンスの遷移長は、遷移長が指数のインスタンスに比べて、短いことがわかる。一方で、図2から遷移長が長いインスタンスに比べ、遷移長が短いインスタンスの方が、最大探索候補数が非常に大きくなることを確認できる。また図3を見ると、ランダムなインスタンスに対する計算時間の方が、大きく増大する結果となった。したがって、ZDDを用いた組合せ遷移ソルバーにおいては、遷移長の長さよりも最大探索候補数の多さが計算時間に大きく影響することが確認できた。

6. まとめ

本論文では、最短路遷移問題、リスト彩色遷移

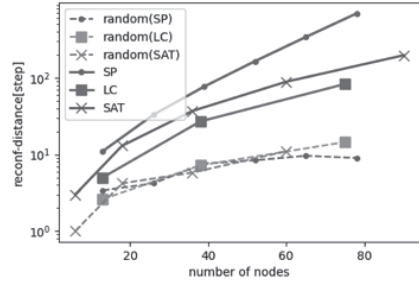


図1. 頂点数に対する遷移長の変化

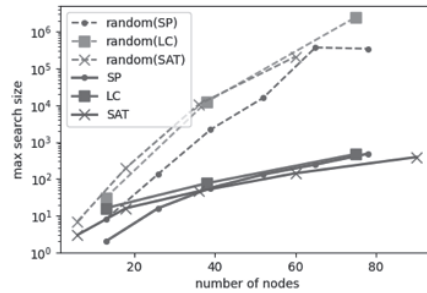


図2. 頂点数に対する最大探索候補数

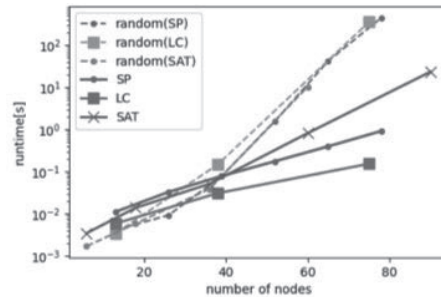


図3. 頂点数に対する計算時間の変化

問題、SAT 遷移問題から独立集合遷移問題への符号化を与えた。また、ZDDを用いた組合せ遷移ソルバーにおいては、遷移長の長さよりも最大探索候補数の多さが計算時間に大きく影響することを実験的に確認した。

文献

- 1) M. Kamiński, P. Medvedev, M. Milanič, "Shortest paths between shortest paths," *Theoretical Computer Science*, 412, pp. 5205–5210, 2011.
- 2) S. Prestwich, "Local search on SAT-encoded colouring problems," *Theory and Applications of Satisfiability Testing (SAT 2003)*, pp.105-119, 2003.
- 3) 伊藤健洋, 川原純, 宋剛秀, 鈴木顕, 照山順一, 戸田貴久, "ZDDを用いた組合せ遷移ソルバーについての考察", 2021年度冬のLAシンポジウム, プログラムナンバー2, 2022.