

## 論文内容要旨

(NO. 1)

氏名	林 祐輝	提出年	令和 4 年
学位論文の 題目	High Precision QCD Calculation by Renormalon Subtraction and Applications to Heavy Quark Systems (リノーマロン除去による高精度 QCD 計算法の開発と重いクォーク系への応用)		

## 論文目次

1. Introduction
2. Theoretical framework for high precision QCD calculation
3. Method for renormalon subtraction using dual space
4. Renormalon subtraction in heavy quark systems
5. Conclusions and discussion

## 要旨

## 1. 論文の目的と要約

標準理論の高精度な検証のために、物理量の QCD 効果の精確な計算が必要不可欠である。一般に摂動 QCD 計算は漸近級数となり、その理論予言は非摂動 QCD 効果に関係した不定性を持つことが知られている。その原因であるリノーマロンを摂動計算から分離すると、演算子積展開(OPE)で取り入れられる非摂動 QCD 効果によって不定性が除去されることが期待されている。しかし分離するための既存の方法は、実用的な応用において難しい手続きを必要とする。

本研究では一般の物理量に対する計算からリノーマロンを分離する実用的な方法(DSRS 法)を提唱する。本手法は(逆)ラプラス変換の性質を利用し、既存の方法に比べてより洗練された手続きでリノーマロンを分離する。さらに本手法を重いクォークを含む B, D 中間子の物理量の高精度計算に応用し、実験値との比較から非摂動 QCD パラメータや Cabibbo-Kobayashi-Maskawa 行列要素の一つである  $|V_{cb}|$  の決定を行う。得られた結果と先行研究の比較検討を行い、信頼性の高い高精度理論予言を得ることが本研究の目標である。

## 2. リノーマロン分離法の開発

摂動 QCD 計算からリノーマロン不定性を分離する標準的な処方箋として principal value (PV) scheme が知られている。PV scheme では漸近級数を正則化した後にリノーマロン不定性が符号が未定な虚部として分離され、OPE で取り入れられる非摂動 QCD 効果が持つ同じ大きさの虚部と相殺して除かれる。しかし PV scheme の定義は全次数の摂動展開の情報に依存し、有限次数の摂動計算からリノーマロンを除去するには近似的な計算手法が必要となる。そのための既存の方法は非常に複雑である。

本研究で開発した DSRS 法は、dual transform(双対変換)を利用して PV scheme と等価な形でリノーマロン不定性を摂動計算から分離する。以下では本手法の要点をまとめる。双対変換は逆ラプラス変換を使って定義され、リノーマロンによる漸近展開を元に収束する摂動級数を構成する。

得られた級数を双対級数と呼ぶ。元の発散する摂動計算は、逆双対変換(ラプラス変換)によって双対級数を被積分関数にもつ一重積分の形で表される。双対級数は $\alpha_s$ が小さければ収束する一方で、積分を発散させる特異点構造を持つ。我々はリノーマロンに由来する不定虚部が、双対級数の特異点を避けるように積分路を変形することで分離されることを明らかにした。特に収束する双対級数の展開次数を上げていくごとに PV scheme (全次数の情報)の結果に漸近することが重要で、これは有限次数の摂動展開からリノーマロンの除去を系統的に行うことを可能にする。

その他の DSRS 法の重要な性質は以下のとおりである。(i)双対級数の収束性は物理量の詳細に依らない。これは元の摂動計算のリノーマロンに由来する不定虚部の形が OPE と繰り込み群による理論的要請のみから規定されるからである。(ii)双対変換を使うと、既存の方法では困難な、複数の非摂動 QCD 効果に対応するリノーマロン不定性を同時に分離することができる。(iii)DSRS 法による摂動計算は強い結合定数の Landau singularity の影響を避けて、比較的低いスケールの物理量にも有効である。以上の性質は重いクォーク系への応用で重要な役割を果たす。

### 3. 重いクォーク系への応用と $|V_{cb}|$ の決定

重いクォーク系の物理量として(1)B, D 中間子の質量、(2)B 中間子の inclusive semileptonic decay width を考え、DSRS 法を適用してリノーマロンを除去して OPE の予言精度を向上させる。それらを実験値と比較することで、非摂動的なパラメータや  $|V_{cb}|$  の高精度決定を行う。

(1) H (= B, D)中間子の質量  $M_H$  の OPE は

$$M_H = m_h + \overline{\Lambda} + \mu_\pi^2/(2m_h) + O(1/m_h^2)$$

と表される。ここで中間子のスピンについて平均を取った。 $m_h$ は重いクォーク  $h(= b, c)$  の pole 質量で、 $\overline{\Lambda} = O(\Lambda_{\text{QCD}})$  と  $\mu_\pi^2 = O(\Lambda_{\text{QCD}}^2)$  はそれぞれ軽い自由度からの寄与と重いクォークの運動エネルギーを表す非摂動パラメータである。ここで  $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 300 \text{ MeV}$  は非摂動的な QCD スケールである。この中で摂動計算できるのは  $m_h$  だけで、これは  $\overline{\Lambda}$  と  $\mu_\pi^2$  によって除去されるリノーマロンを持つ。本研究では DSRS 法を使って  $m_h$  の最新の摂動計算から二つのリノーマロンを同時に分離する。計算にあたってクォークの質量は短距離質量である  $\overline{\text{MS}}$  質量を input にする。リノーマロンが除去された OPE と中間子の質量の実験値を比較することで、不定性のない非摂動パラメータ

$[\overline{\Lambda}]_{\text{PV}}, [\mu_\pi^2]_{\text{PV}}$  を  $[\overline{\Lambda}]_{\text{PV}} = 0.486(54) \text{ GeV}, [\mu_\pi^2]_{\text{PV}} = 0.05(22) \text{ GeV}^2$  と決定した。この結果は先行研究の

結果と consistent である。今後の摂動計算が進展すると、リノーマロンを除去した我々の方法によるパラメータの決定精度はさらに向上すると期待される。

(2) これまで  $|V_{cb}|$  は B 中間子の semileptonic decay の理論計算と実験の比較から決定されている。実は  $|V_{cb}|$  値は特定の終状態を考える exclusive な崩壊からの決定と、全ての終状態を考える inclusive な崩壊からの決定で不一致があることが知られている。本研究では inclusive decay width  $\Gamma$  を DSRS 法を使ってリノーマロンを除いて計算し、最新の理論的な先行研究と比較する。

本研究では、最新の摂動計算に基づく  $\Gamma$  の OPE を bottom クォークの  $\overline{\text{MS}}$  質量で書き表すことによって、 $\overline{\Lambda}$  に対応する主要なリノーマロンを摂動論の範囲内で除去する。その後で摂動計算に残る

$\mu_{\pi}^2$ に対応するリノーマロンを DSRS 法によって分離し、従来の $\overline{MS}$ 質量を使った理論計算よりも収束性の高い OPE 計算を与える。また DSRS 法の性質により Landau singularity の効果が除去されたことも高精度計算に寄与している。

DSRS 法による摂動計算と B, D 中間子質量からリノーマロンを除去して決定した $[\mu_{\pi}^2]_{PV}$ 、及び B 中間子の超微細構造から決まるスピンの依存する非摂動効果を組み合わせて  $\Gamma$  の OPE を計算した。これを実験値と比較することで  $|V_{cb}| = 0.04147(^{+98}_{-117})$  と決定した。大きな不定性は主に input のクォーク質量の不定性に由来しており、今後はクォーク質量を精確に決定する必要がある。我々の決定値は $\overline{MS}$ 質量とは異なる定義のクォーク質量を使った先行研究の結果と consistent であり、inclusive な  $|V_{cb}|$  決定における最新の理論計算の信頼性が向上したといえる。

一方で inclusive  $|V_{cb}|$  と exclusive  $|V_{cb}|$  の値の間の不一致は理論計算だけでは解消されなかった。実は近年の inclusive branching ratio の実験結果が従来の決定で使われていた値よりも小さくなる傾向にあることが報告されていて、これは両者の対立を解消する可能性がある。将来さらに高次の摂動計算や高精度な実験が進むことによって、この問題が正しく理解されていくことが期待される。

## 別紙

### 論文審査の結果の要旨

林さんは博士論文において、一般の物理量に対して有効で、かつ強力なリノーマロン除去法を開発し、それを基礎物理定数である小林益川行列要素 $|V_{cb}|$ の決定に応用した。b クォークの $M_{Sbar}$  質量を用いて B メソン崩壊幅の演算子積展開(OPE)を計算した。リノーマロン除去により従来よりも理論計算の精度が上がることを示し、 $|V_{cb}|$ 決定に重要な寄与をした。

現代の最先端の素粒子物理学の解析において、QCD による理論予言の高精度化が必要不可欠の課題となっている。その予言の摂動 QCD 部分に含まれるリノーマロン不定性が、近年無視できなくなっている。また標準理論に含まれる基礎物理定数の精密決定は、これからの素粒子物理学の発展の方向性を探る上で基幹部分をなす。

林さんは博士論文の前半で、DSRS 法による新しいリノーマロン除去法を開発した。これは dual space ではリノーマロンが抑制されるという新たな発見に基づく方法である。これは他3名との共同研究によるが、林さんは中でも UV リノーマロンの resummation の方法を開発して、DSRS 法による計算の安定化を達成した。そして様々な理論的なテストを通じて、その有用性を実証した。

博士論文の後半では DSRS 法を $|V_{cb}|$ 決定に応用した。そのために HQET 有効理論の OPE に対して DSRS 法を実装した。この理論的定式化は林さんの大きな成果である。長年 $|V_{cb}|$ 決定では inclusive と exclusive 過程で異なる結果が得られていて、問題となってきた。林さんは、従来は収束性が悪く敬遠されてきた  $M_{Sbar}$  質量スキームにおいて、リノーマロンを除去すると摂動計算の収束性が上がり、高精度計算が可能となることを示した。これを用いて $|V_{cb}|$ 決定を行ない、inclusive 過程の理論計算には問題がないことを示した。

林さんはこれまでに5本の学術論文を発表し、その内の1本は JHEP に単著論文が掲載されている。これらは傑出した業績と言える。本博士論文は、これらの学術論文の成果をベースに、新たな成果として $|V_{cb}|$ 決定の解析を加えて完成させた集大成である。

2023年1月27日に、学位論文に基づき、林さんは5名の審査委員の前で堂々と自分の研究について発表を行なった。博士学位論文の内容について40分の講演は極めて明快かつ高いレベルであり、その後で出た質問に対しても適切に答えていた。

このように林さんは自立して研究活動を行うに必要な高度の研究能力と学識を有することを示している。したがって、林祐輝さん提出の博士論文は、博士(理学)の学位論文として合格と認める。