

フーリエ変換と MR イメージング —連続と離散の観点から—

町田 好男

東北大学大学院医学系研究科 保健学専攻 画像情報学分野

Fourier Transform and Magnetic Resonance Imaging

Yoshio MACHIDA

Department of Medical Imaging and Applied Radiology, Health Sciences, Tohoku University Graduate School of Medicine

Key words : Magnetic Resonance Imaging, Fourier Transform, Shift Theorem, Gibbs Ringing, Aliasing

Magnetic Resonance Imaging (MRI) is one of the most representative examples of Fourier Transform. In this article, the relationship between MR imaging and several kinds of “Fourier Transforms” such as (narrowly-defined) Fourier Transform, Fourier series, and Discrete Fourier Transform, is discussed.

1. はじめに

MR イメージング (Magnetic Resonance Imaging: MRI) は、フーリエ変換の極めてよい実例あるいは具体例である。MRI の理解のためにはフーリエ変換の理解が欠かせないが、逆に、MRI の理解によりフーリエ変換への理解も深まると考えられる。本稿は、MR イメージングにおけるデータ収集の過程を連続と離散の関係を意識しながら確認していくことで、MR イメージングおよびフーリエ変換そのものの両者の理解を深めることを狙いとしている。

(広義の) フーリエ変換としては、① (狭義の連続的な) フーリエ変換、② フーリエ級数、③ 離散フーリエ変換がある (表1)。また、傾斜磁場を巧みに利用した現在の MR イメージングには、連続信号の検出、データの離散化、逆離散フーリエ変換による画像再構成の過程がある。本稿では、この両者の関係を結び付けて考えていき

たい。以下、基本的には1次元で記述するが、これらの関係は次元とは独立の話であり、2次元3次元あるいはさらに高次元になっても、事情は同じである。

MR イメージングにおける離散化の過程は MRI の基本事項のひとつであり、専門的なテキストなどには詳細に記されている^{1,2)}。しかしながら、例えば放射線技術科学分野で学ぶ多くのものにとっては、上記のフーリエ変換や MR イメージングの専門書で述べられている内容に辿り着くことは容易なことではないと思われる。一方、入門用者のテキスト³⁾ においては多くのページを割く余裕がないのが実情である。こうした状況を踏まえ、本稿では、フーリエ変換 MR イメージングとフーリエ変換の関係について、連続と離散の観点から簡潔に述べたい。

2. ファントム画像の例

図1は、わずかに傾けて撮像した四角ファント

表 1. 広義のフーリエ変換

	対象とする「関数」	変換で得られる「関数」	備考
狭義のフーリエ変換	連続関数	連続関数	絶対二乗可積分などの積分可能性が必要
フーリエ級数	連続周期関数	フーリエ係数	フーリエ係数は、可算無限個の離散データとみなせる
離散フーリエ変換	N 個の有限データ	N 個の有限データ	両者とも、周期的な離散データとみなせる

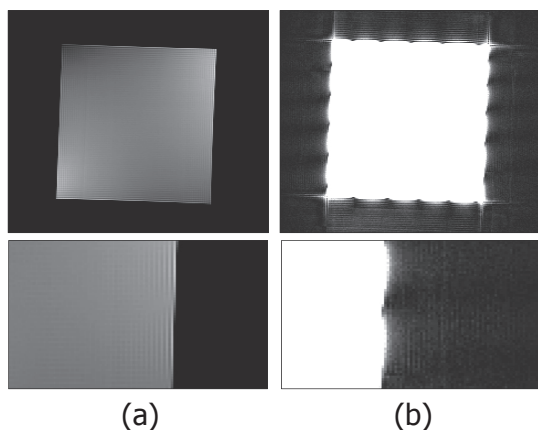


図 1. ファントムの絶対値再構成画像
 少し傾いた四角ファントムの標準的な条件で得られる MR 画像。(a) はファントム部にウィンドウを合わせた画像、(b) は背景部にウィンドウを合わせた画像。下段はファントムの左下部分を拡大したものである。

ムの MR 画像である。2つの画像は同じ画像データのウィンドウを変えて表示したもので、(a) の画像はファントム部分、(b) の画像は背景部分が観察できるようにしてある。

撮像には、標準的なスピンエコー法を用いた(表 2)。ランダムノイズの影響を抑制するために、厚めのスライスや信号加算によって信号雑音比を確保する条件とした。再構成フィルタは全てオフ指定として絶対値再構成を行った。得られた画像では、次のような現象が観察される。

- ・ファントム部分では、リングングが見られる箇所と見られない箇所が繰り返される。
- ・背景部では、ファントムから四方に広がる筋状のパターンが見られる。

離散化のプロセスを通して発生するこれらの現象は必ずしも自明なものではないが、以下の解説を通して理解・説明できるようになることを期待している。

表 2. ファントムの撮像条件一覧

使用装置, コイル	東芝メディカルシステムズ社製 1.5 T システム, 全身用コイル
使用ファントム	四角ファントムをわずかに傾けたもの (辺長 140 mm, 傾き約 3 度)
パルスシーケンス	Spin Echo 法 (TR=300 ms, TE=15 ms)
FOV	256 mm×256 mm
スライス厚	15 mm
収集マトリクス	256×256
再構成マトリクス	256×256
加算回数	8
画像再構成	フィルタは全てオフ指定, 絶対値再構成

3. フーリエ変換とフーリエ変換 MR イメージング

3.1 フーリエ変換^a

表 1 に示したように、広義のフーリエ変換にはいくつかの種類があるが、一般に、フーリエ級数、フーリエ変換、そして離散フーリエ変換の順に学ぶことが多いと思われる^b。同じようなことを繰り返して学びながらもなかなか関係を掴むのは容易ではない。これらは δ 関数 (デルタ関数)、特に、等間隔 δ 関数列を取り入れることにより統一的に記述できるようになるが、本稿では、MRI が極めて分かりやすいひとつのモデルとなっていることを確認していきたい。

3.2 フーリエ変換 MR イメージング

現在主流の MRI の画像化手法は、線形傾斜磁場を利用することで実現している⁴⁾。すなわち図 2 に示すように、線形傾斜磁場による位置座標と磁場強度の比例関係とラーモアの式^cに基づいた磁場強度と共鳴周波数の比例関係の組合せによる、共鳴周波数と位置座標の比例関係を利用している。このとき回転するスピンからの信号は、静磁場に対する周波数を基準として観察する回転座

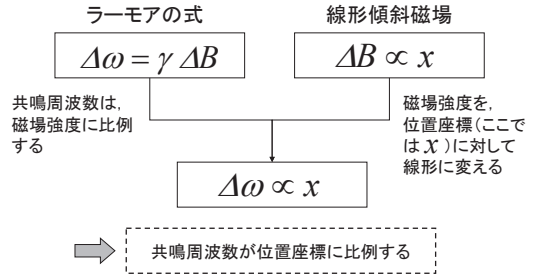


図 2. MRI における傾斜磁場の役割
傾斜磁場にかかわる比例関係を示す。(磁場強度、共鳴周波数とも、基準となる静磁場強度および対応する共鳴周波数からのずれにより表記した)

標系では、 $\exp(i\Delta\omega t)$ の形で書ける⁵⁾。実空間の「波数」となるように変数変換を行うことにより、図 3 に示す式により表現することができる。これは、収集信号が実空間の波数空間 (k 空間) のデータとみなせること、あるいは、MRI がフーリエ変換を実行する装置であることを示している。従って、画像再構成は逆フーリエ変換 (実際には計算機上での逆離散フーリエ変換) を実行するだけでよい^{1-4), d}。この関係は多くのテキストで述べられていることであるが、本稿ではもう一歩踏み込んで離散化の過程について再確認する。

3.3 離散フーリエ変換とフーリエ変換 MRI

離散フーリエ変換の諸性質は、例えば Brigham によるテキスト^{6), e} に順を追って記述されている。このテキストでは数学以外の余分な記述はほとんどないが、MR イメージングを専門とする立場から見れば、テキスト中にある「離散フーリエ変換の説明図」がちょうど MRI におけるデータ収集から画像生成の過程に相当していることを見て取ることができる。

図 4, 5 は、その関連性を説明することを目的として作成したものであるものであるが、基本構成

^a 本稿ではすべて、複素フーリエ変換で記述する。また、離散データも直流相当データを中央に配して図示する。 N 点データを $-N/2 \sim N/2 - 1$ の添え字で表現することに相当する。

^b 本稿ではフーリエ変換に関する以下の事項を前提としているが、現時点で全て必要ということではない。逆に本稿の内容が、これらの理解の一助になるであろう；

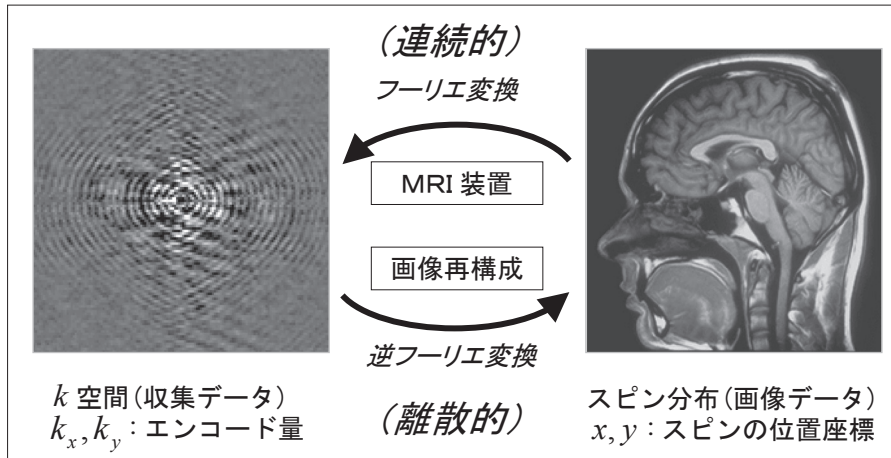
- 1) フーリエ変換、フーリエ級数、離散フーリエ変換の定義
- 2) 畳み込み積分 (コンボリューション) の定義と畳み込み定理
- 3) フーリエ変換におけるシフト定理 (およびゼロフィル再構成との関係)
- 4) δ 関数の定義、および等間隔 δ 関数列の性質
- 5) 基本的なフーリエ変換対 (矩形関数と sinc 関数、等間隔 δ 関数列同士)

^c ラーモアの式は、 $\omega = \gamma B$ で表される。ここに、 ω は共鳴角周波数、 γ は磁気回転比と呼ばれる物理定数、 B は磁場強度である。

^d 回転の向きの扱いによっては、MRI が逆変換で、再構成が順変換と記述することもある。ここではより標準的と思われる記述とした。

^e 英文原著は第 2 版⁷⁾ が出版されており、該当する図は Fig. 6.1, “Graphical development of the discrete Fourier transform” である。

$$F(k_x, k_y) = \iint f(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy$$



$$\tilde{f}(m, n) = \sum_{m'=-N/2}^{N/2-1} \sum_{n'=-N/2}^{N/2-1} F(m' \Delta k_x, n' \Delta k_y) e^{2\pi i \left(\frac{mm'}{N} + \frac{nn'}{N} \right)}$$

図3. フーリエ変換 MR イメージング

MRI 装置はフーリエ変換を実行する装置である。画像再構成は逆フーリエ変換となる。MRI 装置での MR 信号の発生は連続モデルで表わされ、画像再構成は離散モデルで表される。

は Brigham の図と同じになっている。図5は、図4に MR イメージングの説明に必要な事項を追記したものである。以下、順を追って説明する。

4. フーリエ変換から離散フーリエ変換へ

4.1 データの離散化過程

前置きが長くなったが、図4を用いてフーリエ変換の復習から入る。

図4は連続的なフーリエ変換対に対し、一方の空間で、離散化をする過程を示すための図である。図中の7段にわたる左右の関数対は、それぞれフーリエ変換の対であることを表している。フーリエ変換と逆フーリエ変換は指数関数の肩の符号が異なるだけで対称的な関係が成り立つが、この図では、右から左への変換をフーリエ変換、左から右への変換を逆フーリエ変換としている。順変換方向を矢印の向きで表しているが必ずしも実際の処理の向きを表すものではない。

MR イメージングにおける画像生成を意識し

て、説明のスタートとなる (a) の関数は、右側を有界領域で非ゼロ値を持つ区分的連続関数、左側をそのフーリエ変換にあたる減衰する連続関数とした。模式的に示してある。

(b) は、左側の空間で (等間隔の) 離散化を行う過程を示している。(b) の上段は、 δ 関数列同士がフーリエ変換対であることを示している。左側では十分に細かい間隔をとり、右側では広い間隔をとっている。これらの間隔はお互いに逆数の関係である。実際の応用では、左側の間隔が想定している空間内の単位要素の大きさ、右側の間隔が想定している領域全体の大きさに相当している。

左側の空間では、(b) 上段の δ 関数列を (a) の関数に乗じることにより (b) 下段の関数を得る。このときフーリエ変換対となる右側の空間では、畳み込み定理に従い、(b) 上段の関数 (δ 関数列) を (a) の関数に畳み込むことになる。よく知られた折返し (エイリアジング) 現象である。その

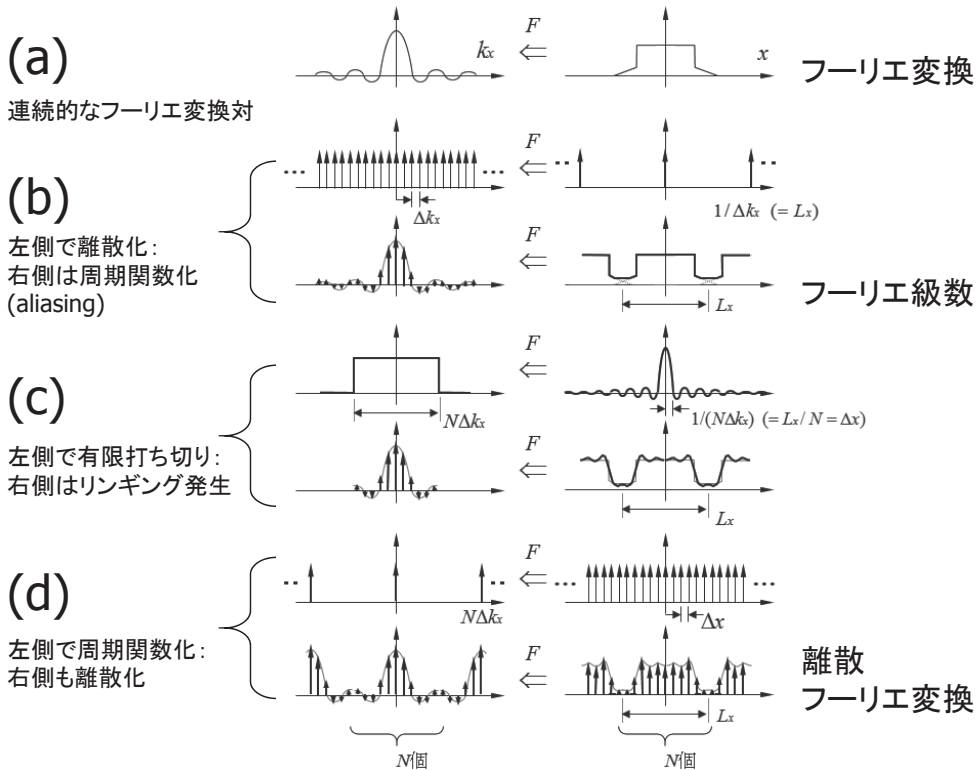


図 4. 離散フーリエ変換の説明図
連続的なフーリエ変換対に対し、一方の空間で離散化する過程を示すための図である。図中の7段にわたる左右の関数対は、それぞれフーリエ変換の対であることを表している。MR イメージングとの関係を説明する目的に沿って作成したものであるが、基本構成は文献(6), (7)の図と同じになっている。

結果得られる (b) 下段の関数は折返しを伴う周期関数となる。

次の (c) は、離散サンプリングにより得られた関数を有限で打ち切る過程を示している。(c) の上段は、原点対称の矩形波のフーリエ変換が sinc 関数であることを示している。左側の空間では幅の広い関数、それに対応して右側では幅の狭い sinc 関数となっている (左側が想定している領域全体、右側は空間内の単位要素 (画素) の大きさに相当する。)

左側の空間では、(c) 上段の矩形関数を (b) 下段の関数に乗じることにより (c) 下段の関数を得る。フーリエ変換対となる右側の空間では、畳み込み定理に従い、(c) 上段の sinc 関数を (b)

下段の関数に畳み込むことになる。その結果が(c) 下段の関数では、打ち切り (truncation) によるリングングが生じることとなる。これがよく知られたギブスリングングである。

左側の空間では、(c) 下段に示すように、離散化と打ち切りによってこの段階で有限個のデータとなっている。それにもかかわらず、右側の空間では、エイリアジングとリングングを伴うものの連続関数のままであることに注意をされたい。

最後の (d) は、離散化された周期関数同士がフーリエ変換対とみなせる過程を示している。(d) の上段は δ 関数列同士のフーリエ変換対であるが、その間隔は (b) とは逆の関係となっている。すなわち、左側は領域全体に相当する広い間隔に

なっており、右側は単位要素の大きさ（画素）に相当する狭いものになっている。

左側の空間では、(d) 上段の δ 関数列を (c) 下段の関数に畳み込むことにより (d) 下段の関数を得る。結果は周期関数となる。このとき右側の空間では、(d) 上段の δ 関数列を (c) 下段の周期関数に乗じることになる。すなわちサンプリングが行われ、その結果が (d) 下段に示されたものになっている。このようにして、(d) 下段の離散化された周期関数同士のフーリエ変換対が得られる。

なお、よく知られているとおり、離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform : DFT) は、高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform : FFT) と呼ばれる高速計算アルゴリズムにより実行されることが多い⁶⁾。

4.2 広義のフーリエ変換との関係

これらの過程を振り返ると、一番上段の (a) は (狭義の連続的) フーリエ変換, (b) 下段はフーリエ級数, (d) 下段は離散フーリエ変換を表している。図4の右端に示したとおりである。離散フーリエ変換を、広義の一般化されたフーリエ変換の仲間のひとつとして表現するときには、離散化された周期関数の対として表現されている。

こうして、 δ 関数あるいは δ 関数列を含む広義のフーリエ変換の世界の中で、3つのフーリエ変換、① フーリエ変換、② フーリエ級数、③ 離散フーリエ変換、を含む具体例が示されたことになる。

以上のプロセスは、連続関数でモデル化されている現象を離散化して観測する過程の一例を示していることになるが、現在の標準的な MR イメージング法が、まさにここで示した離散化の過程に相当している。それを次節で説明したい。

5. フーリエ変換 MR イメージング

5.1 フーリエ変換 MR イメージング

本節では、本稿の中心となる図5を用いて説明を行う。図の主要部分は図4と同じである。内容的には前節とほとんど同じ説明を繰り返すことになるが、MR イメージングと関連付けながら意識

しながら述べたい。

図5では、右側が実在の対象が存在する「実空間」、左側がMR信号の「 k 空間」に相当する。そのため(はじめから)(a)の右側の関数としては、被検体を想定して有界領域で非ゼロ値を持つ区分的連続関数な関数をあててあった。被検体からのMR信号の発生は連続系(あるいは装置的にはアナログ系)の世界での現象であり、MR信号は被検体を表す関数の「連続的なフーリエ変換」となる。

(b)以降は実際のサンプリング過程を表す。実際には(b),(c)は同時に行われ、有限データのサンプリングを表している。(b)は等間隔のサンプリングで、(c)が有限区間での打ち切りである。

サンプリングが終了したこの段階では、前節で注記したように、実空間のデータは(通常画像は作らないが潜在的に)エイリアジングとリングングの影響を受けた周期的連続関数となっている。この関連事項については次の5.2節で補足する。

この後、離散的な逆フーリエ変換を行うことで画像を得るが、前節で既に述べたとおり、広義のフーリエ変換における理論的な記述では、 k 空間での周期関数化(=実空間での離散化)として表現される。実際の計算は逆FFTにより実行されることになる。基本部分の説明は以上のとおりである。

以上述べたことは、読出し(周波数エンコード)方向、位相エンコード方向のいずれについても生じている現象である。さらに3次元フーリエ変換法(3DFT法)では、スライス方向の位置情報の分離を位相エンコード方向と同じ方法で行うため、やはり同じ現象が生じる。直交座標系(Cartesian座標系)でデータ収集を行う標準的なMRイメージングでは、サンプリングにより生じる現象は三方向とも同じとよい^{f)}。

^{f)} 実際のデータ収集では、緩和、磁場不均一性、化学シフト、動きなどの影響がある。これらの影響は、データ収集時の「 k 空間軌跡」と関連しており、様々な形で生じる。本稿では、こうした個別の特性を考慮しないサンプリングのみに注目したモデルで考えている。

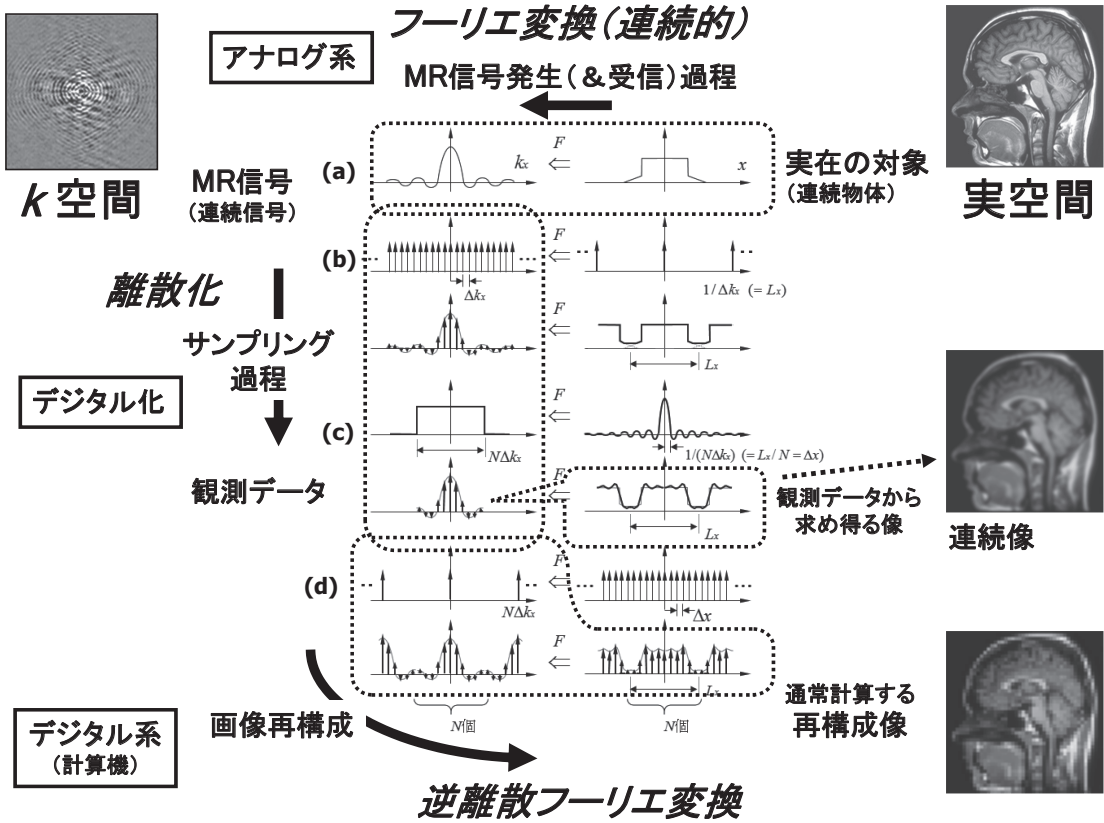


図 5. MR フーリエ変換イメージング

図 4 の図に、MR イメージングにおける信号の発生、サンプリング、画像再構成を書き加えたもの。MR 信号の収集再構成プロセスにおける離散と連続の関係を 1 つの図で示したものである。

5.2 中間データの追加再構成

本節では、5.1 節でコメントした図 5(c) の下段の内容について補足する。(c) の下段の有限打ち切り後のサンプリングデータは、打ち切り領域外の値がゼロとなっている関数である。値がゼロであっても外側に無限個の点があれば、右側の世界では連続関数になるということである。無限個といわずとも、収集点数 N より多くの点数 N' ($>N$) をゼロ詰めにより補った上で N' 点のフーリエ変換を行うと、補った分だけ高い密度で右側のデータを得ることができる。図 6 には、最も基本的な 2 倍の場合、すなわち N 点のデータの周辺に N 点のゼロを充填して $2N$ 点で逆 FFT を行う例を示した。この場合は 2 倍の密度のデータが

得られている。3 N 点、4 N 点とゼロ詰め点数を増やしていけば、右側の実空間では 3 倍、4 倍と密度の高い画像が得られる⁸⁾。

MRI では、長方形の撮像視野や収集マトリクス、非等方なボクセルサイズでのデータ収集は特殊なことではない。その場合でも正方マトリクスの再構成画像を得るために、収集データの不足領域にゼロを補充する「ゼロフィル再構成」がごく一般的に行われてきた。その後、高画質を確保す

⁸⁾ より一般的には、フーリエ変換におけるシフト定理に基づいて、実空間の実数軸上の任意位置で画素値を計算することができる。後出の図 7 の画像も、実際には 1/6 間隔ずつ位置をずらしながら作成したものである⁸⁾。

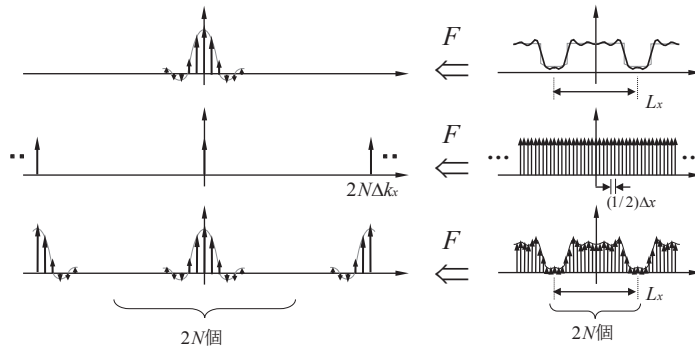


図 6. ゼロフィル再構成

左側の k 空間における離散化により得られた N 点のデータの周辺に N 点のゼロを充填することにより、右側の実空間では 2 倍の密度のデータが得られる。

るために 2 倍以上の点数で「ゼロフィル再構成」を行うようになってきた経緯がある。例えば 3DFT 法の実用化時期に、意識的に中間データ（中間スライス）の追加再構成が行われるようになった^{9,10}。

著者らは 1992 年に最大値投影 MR アンギオグラフィにおける画質改善についての報告を行ったが⁸、その中で、原理的な確認の意味もあって極端に密にスライス像の生成を行った。図 7 はその例で、0.6 mm のスライス厚設定で取得した 3 次元 k 空間データから、0.1 mm 間隔で画像を作成したウィルス環付近の血管像である。矢頭で示した後大脳動脈を追っていけば、わずかずつ画像が変化している様子が確認できる。原理的に期待される通りどのスライスの画質も同等となっていることが分かる。ゼロフィル再構成による MR アンギオグラフィの臨床的有用性についてはいくつかの報告があるが¹¹、現在では標準的に使用されている。

5.3 点広がり関数と再構成位置

上述のように、(c) の上段右側における sinc 関数の畳み込みが画像上でのリングングの原因である。このとき畳み込まれる sinc 関数は、画像工学的には点広がり関数（Point Spread Function: PSF）と呼ばれるものである。上述のように、図 5 で述べたプロセスは、読出し方向、位相エンコード方向、3DFT 法のスライス方向のいずれにおい

ても生じる現象であって、再構成されたボクセルの PSF はどの方向でも sinc 形状である。

3DFT 法の場合には、3 次元再構成された各スライス画像の「スライス特性」は選択励起特性ではなく、ここまでの議論から明らかのように sinc 形状である。この基本事項が認識されていない議

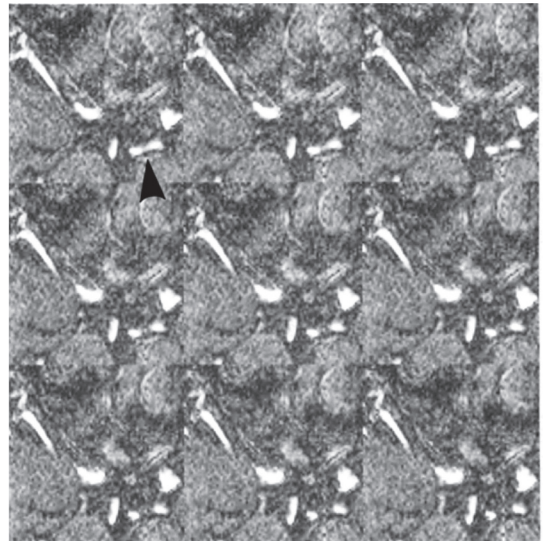


図 7. 3DFT 画像の「連続スライス」生成例
指定のスライス厚 0.6 mm に対して、0.1 mm 間隔で画像再構成を行ったもの。画像が少しずつ「連続的に変化」し、画質も同等であることが確認できる。（文献 8）より許可を得て引用）

論も見られることもあるので、再確認をしておきたい。

また、いかに多くの中間データを求めても、PSF はどの点でも同じ形状（基本形は sinc 波形）である。計算したデータの「ボケ具合」はよくも悪くもならない。3DFT 法においては、いかに密に中間スライスを追加生成しようとも、各スライスのスライスプロファイルは変わらない（スライス厚も変わらない）ことになる。これは上記の原理からはただちにいえることであり、図 7 で示したかったことでもある。

一方で、実際に充填度を上げると、（各点の PSF ではなく）画像としての分解能が上がって見える場合があるのも事実である。ここでは、ひとつの説明として、実空間での PSF と像生成の間隔（ δ 関数列の間隔）の関係の観点から、簡単な計算例を参照しながら考察した例を示す。標準的な（逆）離散フーリエ変換では、PSF の広がり δ 関数列の間隔と一致する。すなわち、PSF の sinc 関数は、丁度隣接点でゼロクロスする条件になっている。（図 5 には $\Delta x = Lx/N$ として書き込んだ。）そのため、再構成像は、被検体と再構成のボクセル位置の関係に強く依存したものになる。モデルを使って説明しよう。

簡単のため 1 次元で考える。これも上記文献⁸⁾からの図を引用して説明したい。上述のように、PSF の sinc 関数は、ちょうど隣接点でゼロクロ

スする条件になっている。図 8 に示したように、ピンファントムがちょうど離散的な再構成位置のひとつ、例えば (a) のように原点に位置した場合、その再構成像は、原点で値を持ち他の全ての点でゼロとなる。ところが (c) のように、原点から半ピクセル離れた点にピンファントムが存在する場合には、PSF をサンプリングした再構成像はピンファントムの両隣の点で 67% まで値が低下し、しかもそれ以外の点は sinc 関数の振動部分（サイドローブ）のピークにあたるためゼロでない値を持つ。このように再構成の結果は、実空間におけるピンの位置と再構成像の位置の相互関係によって大きく変化し、たった半ピクセルの違いで、「ピン」として結像する場合もあるし、ボケて周辺に大きな広がりを持つ場合もある。このように収集マトリクスと同じ点数で再構成を行うと再構成像の品質は一定しないことになる。

2 倍充填で再構成した (b) と (d) の場合には、元のファントムと再構成位置が半ピクセルずれた場合でも、おおよそ元の PSF, sinc 波形の形状を表した再構成像となっている。こうして、2 倍の充填でかなり連続像に近い像となる。PSF がほぼ表現できる程度の密度で再構成することによって、データが持つ潜在情報が一定の品質で安定的に表現されることになるが、その代わりに、常にリングングが素直に描出されることになる。（図 7 に示したような 6 倍充填の場合はより連続像に

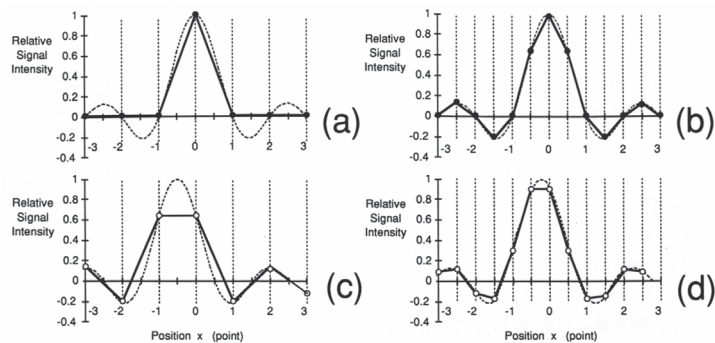


図 8. 元物体と再構成位置の関係
元物体を 1 次元のピンとしたときの再構成像。(a), (c) は再構成点数が収集点数と同じ N 点のもの。
(b), (d) は、再構成点数を $2N$ とした 2 倍充填の像。詳細は本文。（文献 8）より許可を得て引用

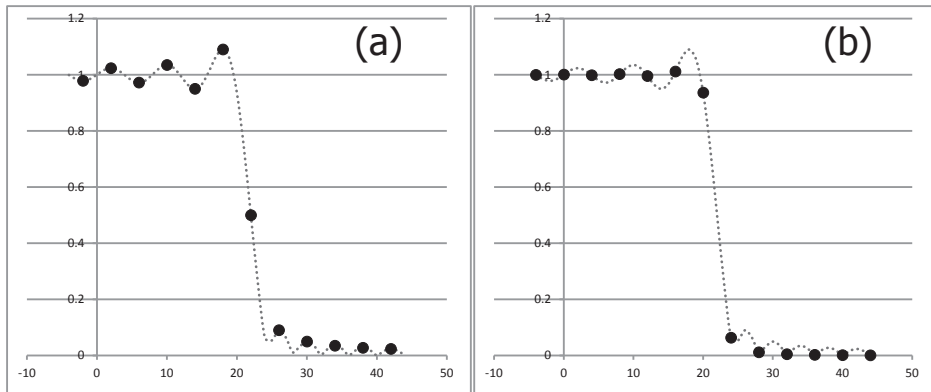


図9. エッジ部分の再構成画像の説明図

(a) ファントムのエッジの位置と再構成ピクセルの位置が一致した場合の再構成画像と、(b) 半ピクセルずれた場合の再構成画像。前者はギブスリングが発生し、後者はきれいなエッジが得られる様子を示したものである。

近づくと、2倍充填でその効果はほぼ飽和するということである⁸⁾。

以上のピンファントムでの現象は、ファントム等のエッジ部分では次のような現象となる。エッジ付近ではよく知られたギブスリングが発生するが、エッジ上に再構成点が位置する場合には、図9(a)に示したようにギブスリングがそのまま画像化される。一方、エッジを挟んで再構成の隣接点同士が位置する場合には、図9(b)に示したようにファントム部分のリングはほとんど認められない。この現象は、エッジの背景側でも同様に生じるが、最も一般的に用いられる絶対値画像では、負値が正値に折り返されるため、もともとのリングのピーク部分は $1/x$ の形の減衰として画像化される。この説明により、本稿の初めに図1で確認した現象を理解できるものと思う。

5.4 フーリエ変換MRイメージングのまとめ

以上述べたことをまとめるとMRイメージングは、次のステップからなる；

1. 連続系でのMR信号の発生過程（実空間のフーリエ変換に相当する k 空間データが得られる）
2. k 空間でのサンプリング過程（連続データから有限離散データへ）

3. 離散系での画像再構成過程（逆離散フーリエ変換で k 空間から実空間へ）

得られた再構成画像は、ステップ2の有限離散データのプロセスの影響でリングとエイリアジングを伴う。

得られた生データは連続像を再生する情報を持っており、追加計算さえ行えば、いくらでも連続像に近い像になる。各点でのPSFは変わらない。多くの場合、PSFの形状との関係から2倍充填程度の再構成で十分である^{8)h)}。

なお、臨床用MRI装置においては、リングをはじめとするアーチファクトの抑制のために、再構成フィルタなどの後処理の一部がオフにできない場合もある。また、アレイコイルでは複数の要素コイルの信号から画像を合成する際に、特に背景部では画像処理が施されている場合もある。したがって、必ずしも上述のような現象として観察されない場合もあるので、注意が必要である。

^{h)} 計算機関連の技術が十分でなかった（かなり古い）時代には、むやみに画像を大きくすることはできなかった。その後の技術進歩により、90年代頃からは、ゼロフィル再構成に相当する処理は頻用されていると思われる。

6. おわりに

本稿の例は離散化の一つの例に過ぎないが、画像の波数空間 (k 空間) で離散化する (サンプリングする) MR イメージングの特徴がよく現れている。その基本は図 4 あるいは 5 に集約されている。MRI では、「任意 k 空間トラジェクトリ」という言葉で表されるような自由度の高い撮像も可能もある。さらに最近では、情報理論における新しい知見を利用して、 k 空間でランダムにサンプリングしたデータから非線形の画像再構成処理により目的の画像を得る「圧縮センシング MRI」などの画像化技術も提案されている¹²⁾。そこでは PSF の振る舞いが大きな役割を担っているが、本稿で述べたような等間隔サンプリングに基づいた画像再構成が基本となっているのは間違いない。

以上本稿では、MR イメージングといくつかのフーリエ変換の関係を、特に、連続と離散の観点から議論した。今回述べた内容は、MRI の面内 PSF、3 次元撮像時のスライス特性、ゼロフィル再構成などの基本画質を正確に理解し評価するためには必須となるものである。しかしながら、こうした連続と離散の事情まで十分に理解されないまま無理な考察がなされている場合も見うけられ、より正確な理解が望まれるところである。

本稿が、フーリエ変換 MR イメージング、あるいはフーリエ変換そのものの理解の一助となれば幸いである。

謝 辞

今回検討した画像の取得に当たっては、東芝メディカルシステムズ MRI 開発部の市之瀬伸保主幹、東北大学病院放射線部の永坂竜男主任技師ほかの皆様にご協力いただきました。深謝いたします。本稿の内容の一部は JSPS 科研費 15K08688 の助成を受けたものです。

文 献

- 1) Haacke, E.M., Brown, R.W., Thompson, M.R., Venkatesan, R. : Magnetic Resonance Imaging : Physical Principles and Sequence Design, Chapter 11-13, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999, 207-302
- 2) Liang, Z., Lauterbur, P.C. : Principles of Magnetic Resonance Imaging : A Signal Processing Perspective, IEEE Press Series on Biomedical Engineering, 2000
- 3) 森一生, 山形仁, 町田好男, 編著 : CT と MRI — その原理と装置技術 —, コロナ社, 東京, 2010
- 4) Lauterbur, P.C. : Image Formation by Induced Local Interactions : Examples Employing Nuclear Magnetic Resonance, *Nature*, **242**, 190-191, 1973
- 5) 町田好男, 森一生 : MR イメージングの基礎, *Medical Imaging Technology*, **26**, 63-67, 2010
- 6) Brigham, E.O. 著, 宮川洋, 今井秀樹訳 : 高速フーリエ変換, 科学技術出版社, 1979
- 7) Brigham, E.O. : The Fast Fourier Transform and Its Applications (Reissued), Prentice Hall, 1988
- 8) 町田好男, 市之瀬伸保, 畑中雅彦, 喜種慎一, 五老健彦, 八田純一 : シフトデータを用いた最大値投影 MR アンギオグラフィー, *日磁医誌*, **12**, 183-192, 1992
- 9) Leifer, M.C., Wilfley, B.P. : NMR imaging with half slice offsets, *Proceedings of the 4th Society of Magnetic Resonance in Medicine*, 1013-1014, 1985
- 10) Kramer, D., Li, A., Symovskoy, I., Hawryszko, C., Hale, J., Kaufman, L. : Application of voxel shifting in magnetic resonance imaging, *Invest. Radiol.*, **25**, 1305-1310, 1990
- 11) Du, Y.P., Parker, D.L., Davis, W.L., Cao, G. : Reduction of partial-volume artifacts with zero-filled interpolation in three-dimensional MR angiography, *J. Magn. Reson. Imaging*, **4**, 733-741, 1994
- 12) Lustig, M., Donoho, D., Pauly, J.M. : Sparse MRI : The Application of Compressed Sensing for Rapid MR Imaging, *Magn. Reson. Med.*, **58**, 1182-1195, 2007