

渦輪と渦管の相互干渉*

石川 仁^{*1}, 伊澤 精一郎^{*2}
望月 修^{*3}, 木谷 勝^{*4}

Vortex Ring-Vortex Tube Interactions

Hitoshi ISHIKAWA^{*4}, Seiichiro IZAWA,
Osamu MOCHIZUKI and Masaru KIYA^{*5} Division of Mechanical Science, Graduate School of Engineering, Hokkaido University,
Kita 13, Nishi 8, Kita-ku, Sapporo-shi, Hokkaido, 060-8628 Japan

Numerical simulations of the interaction between the vortex ring and the vortex tube was performed, with the aim of control of turbulent mixing layer. The vortex tube is the simple model of the rolling-up vortices in the mixing layer. The simulation was made by the three-dimensional vortex blob method. The ratio of circulation of vortex tube to vortex ring Γ_R/Γ_F was varied in the range of 0.5-2.0. If $\Gamma_R/\Gamma_F=0.5$ the vortex was stretched and involved into the vortex tube. If $\Gamma_R/\Gamma_F=1.0$ the cut and reconnection occurred between a part of the vortex ring and a part of the vortex tube. But if Γ_R/Γ_F exceeds about 1.5 the vortex ring was found to pass through the vortex tube. The initial position of the vortex ring has significant effects on the interaction. A portion in the vortex ring whose circulation is the same sign as the vortex tube, combined with the vortex tube to generate the large vortex. On the other hand, another portion in the vortex ring of the opposite sign generate a new vortex pair.

Key Words: Fluid Mechanics, Vortex Ring, Vortex Tube, Vortex Method, Turbulence, Mixing Layer

1. 緒 言

本研究は、自由混合層の渦の制御を目標とした基礎研究である。混合層の渦は、外部から適当な強さの攪乱を与えることで、その拡がり幅や渦同士の合体を制御できることが知られており、それに関する研究もさかんに進んでいる⁽¹⁾⁽²⁾。本研究では、渦輪の衝突により攪乱を与えている。この場合、渦輪の循環を変えることが攪乱の強さを変化させることに相当する。

また、本研究では混合層中の渦を直線的な渦管として模擬している。渦が巻き上がった直後では、その軸がスパン方向にほぼ直線的に配列されるからである。実際に、混合層に渦輪を衝突させた場合には、渦輪は隣り合う複数の渦管に影響を及ぼすことになるが、まず単一の渦管に与える影響がどの程度かを明らかにすることは、効率のよい制御を行うためにも重要である。また、渦の間隔が渦輪の直径より大きい場合には、渦輪はただ一つの渦管と衝突することになる。よって本研究では、渦輪

と単一の渦管の相互干渉について述べる。

一方、乱流が大小様々なスケールの渦で構成されているという考えに立ち返れば、その最小構成要素である渦輪と渦管の干渉は興味深い問題である。最近では等方性乱流中にBurgers渦のような管状の渦構造がランダムに分布することが明らかにされている⁽³⁾。遷移過程にある乱流では、このような渦管や渦管が合体、分裂やつなぎ換えを繰り返して、より小さな渦要素を生成し、最後に粘性により散逸していくと考えられる。この観点からの研究として、渦輪と渦輪の干渉⁽⁴⁾、渦糸と渦糸の干渉⁽⁵⁾を調べたものがあるが、曲率の有無で判別される渦輪と渦糸の干渉を調べたものは少ない。著者らの知る限りでは、Schwarz⁽⁶⁾によって超流動He円形渦輪と直線渦糸との干渉の観察がされているのみである。また、渦輪同士・渦管同士の干渉とは異なり、渦輪と渦管ではその構造が対称ではないので、渦のつなぎ換へのトポロジー⁽⁷⁾がより複雑になると予想される。

本研究は、渦輪と単一渦管の相互干渉を数値シミュレーションによって調べたものである。数値解法には、3次元離散渦法を用いた。3次元離散渦法は渦度を持った渦要素を計算要素としているため、渦運動のトポロジーを直接解析することができる。とくに本研究のような平均流を持たない流れ場の計算には、境界条件を設定

* 原稿受付 2001年7月13日。

^{*1} 正員, 北海道大学大学院工学研究科(☎060-8628 札幌市北区北13条西8)。^{*2} 正員, 東北大学大学院工学研究科(☎980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉01)。^{*3} 正員, 東洋大学工学部(☎350-8585 川越市鯨井2100)。^{*4} 正員, 釧路工業高等専門学校(☎084-0916 釧路市大楽毛西2)。

E-mail: ishi@eng.hokudai.ac.jp

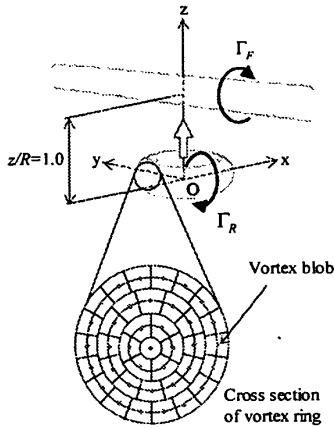


Fig.1 Geometry of vortex ring and vortex tube. Schematic cross section of vortex ring

する必要がないので計算が容易である。本研究では渦輪と渦管の循環の比を変化させ、渦のつなぎ換えの様子を調べた。また、渦輪と渦管の相対位置を変えた場合の干渉の違いも調べた。

2. 計算方法

2・1 3次元離散渦法 離散渦法は、解析対象の流れ場に渦度 ω を持つ渦要素を分布させ、流れ場を記述する手法である。本研究のように壁面のない流れ場の計算には、境界条件の記述が不要なため好都合である。ここでは、その概略を述べるにとどめるので、詳細については文献(8)を参考にされたい。いま、 α 番目の渦要素の中心位置ベクトルを x^α 、渦核半径を σ_α 、渦要素を代表する渦度を ω^α 、渦要素の体積 d^3x^α とする。渦要素の強さ $\gamma^\alpha = \omega^\alpha d^3x^\alpha$ を用い、この渦要素が持つ渦度の分布を、

$$\omega^\alpha(x) = \frac{1}{\sigma_\alpha^3} p\left(\frac{|x-x^\alpha|}{\sigma_\alpha}\right) \gamma^\alpha \dots\dots\dots (1)$$

で表すことにする。渦核半径 σ_α は渦度分布の拡がりに対応する代表長さである。 $p(\cdot)$ は Smoothing Function と呼ばれる球対称な関数で、本研究では Winchelmans-Leonard⁽⁹⁾ によって示された渦核構造

$$p(\xi) = \frac{8}{15\pi(\xi^2+1)^2} \dots\dots\dots (2)$$

を採用した。このとき、渦要素 α の位置 x^α の時間発展を Biot-Savart の法則から、また、渦要素の強さ γ^α の時間発展は、粘性項を省略した渦度方程式から計算する。

省略した粘性項は、渦核半径 σ_α の成長によって模擬する。本研究ではその成長モデルとして伊澤ら⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾ によって提案された分子粘性と渦粘性の複合モデル

$$\frac{d\sigma_\alpha^2}{dt} = 4(\nu + \nu_{SGS}) \dots\dots\dots (3)$$

を採用した。ここに、 ν は動粘性係数、 t は時間である。また ν_{SGS} は Smagorinsky の渦粘性を取り入れたものであり、 $\nu_{SGS} = c^2 \sigma^2 \omega^{-1} |d\omega/dt|$ である。すなわち左辺第1項が分子粘性を、第2項が渦粘性を表す。定数 c としては自由せん断乱流に使われる値 $c=0.17$ を採用した。

2・2 渦輪の構成 図1に渦輪と渦管の初期配置図、および渦輪の断面図を示す。座標系は渦輪の半径方向に x 軸、渦管の軸方向に y 軸をとり、 x および y 軸の両方に垂直に z 軸をとる。渦輪は半径 $R=1.0$ として、周方向に60枚の断面で構成される。本研究では渦輪の断面を、多数の渦要素の配置によって表現している。渦要素の配置方法は、以下に述べる通りである。一つの断面は4層に分割され、第1層に1個、第2層に6個、第3層に12個、第4層に18個の合計4層37個の渦要素で構成される。渦輪断面全体での渦度分布として3次の Gauss 分布を採用し、それを満たすよう各層ごとに渦度を変化させた (Knio&Ghoniem⁽¹¹⁾)。渦輪の循環の向きは、渦輪の移動方向が $+z$ 方向になるように設定した。初期状態において、渦輪はその中心座標を $(x/R, y/R, z/R) = (0, 0, 0)$ に配置した。

渦管の断面は、渦輪と同様4層37個の渦要素で構成した。渦管を形成する渦要素には、 $+y$ 方向成分の渦度ベクトルを持たせた。渦管は $z/R=1.0$ に y 軸と平行に配置した。渦輪の長さについては予備計算を行い、干渉に影響を与えないよう渦輪半径 R の20倍とした。なお、渦輪の循環の大きさは Γ_R (添え字 R は Vortex Ring を表す)、渦管の循環の大きさは Γ_F (添え字 R は Vortex Filament を表す) として示してある。

3. 計算結果

3・1 循環の比による相互干渉の変化 まず、渦管の循環 $\Gamma_F=1.0$ 一定とし、渦輪の循環 Γ_R を変えた場合の相互干渉の変化について述べる。渦輪の自己誘起速度 U_m と渦輪の半径 R から求めたレイノルズ数 $Re (=U_m(2R)/\nu)$ は300である。また、渦輪の循環 $\Gamma_R=1.0$ の時、それから求められるレイノルズ数 $Re_r (= \Gamma_R/\nu)$ は500である。

(a) 循環比 $\Gamma_R/\Gamma_F=0.5$ の場合

図2に循環比 $\Gamma_R/\Gamma_F=0.5$ の干渉の時間変化を、渦度の等値面図で示す。等値面は $|\omega/\omega_0|=0.3$ に対応する ($\omega_0: \Gamma_R=1.0$ のときの渦輪を構成する渦要素の渦度の平均値)。図中右側には、干渉の様子が特徴的な時刻での詳細図を $|\omega/\omega_0|=0.15$ の等値面で示してある。まず、無次元時刻 $t^* (=t\Gamma_R/R^2)=7.00$ において、渦輪は自己誘起速度により

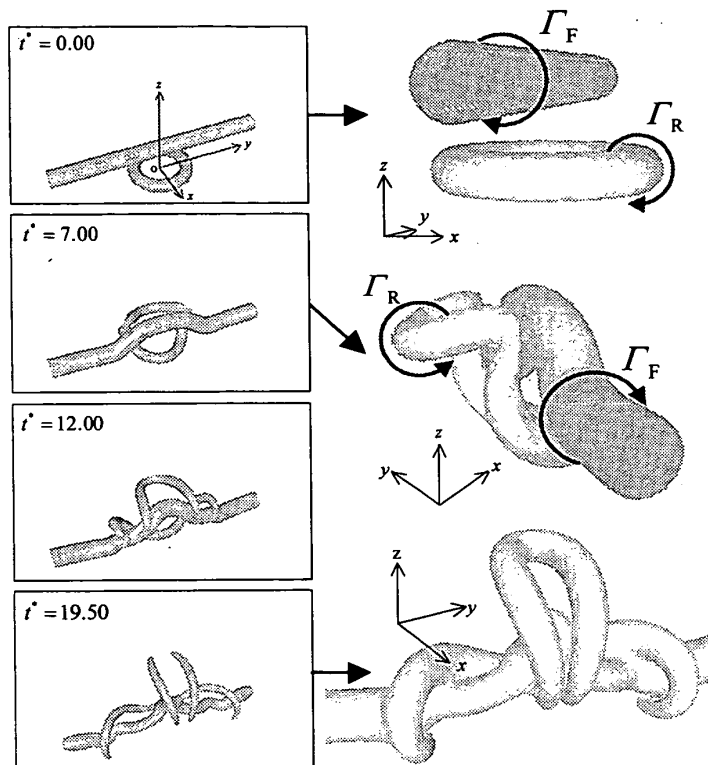


Fig.2 Isosurfaces of magnitude of vorticity $|\omega/\omega_0|=0.3$ for the circulation ratio $\Gamma_R/\Gamma_F=0.5$. The detail views of $|\omega/\omega_0|=0.15$ are on the right

渦管に接近し、渦管に巻き込まれて+z方向に引き伸ばされる。一方、渦管は渦輪の接近により、中央部がヘアピン状に押し上げられる。 $t^*=12.00$ になると渦輪はさらに引き伸ばされ、2つに分裂する。2つに分裂した渦輪の上側部分は、ヘアピン状に変形した渦管の誘起速度の影響で、中心へ引き寄せられていく($t^*=19.50$)。渦輪の残った下側部分は、循環の方向が渦管と同じ向きなので、さらに渦管に巻き込まれていく。すなわち、この循環比 $\Gamma_R/\Gamma_F=1.0$ では、渦輪の循環が小さいため渦管に巻き込まれる合体タイプのふるまいをすることがわかる。この後、さらに計算を進めると、分裂した渦輪の上側部分は渦対を形成し、その自己誘起速度により+x方向へ進みながら拡散する。下側の部分も、渦管に巻き込まれながら拡散していく。

(b) 循環比 $\Gamma_R/\Gamma_F=1.0$ の場合

図3に循環比 $\Gamma_R/\Gamma_F=1.0$ の時間変化を示す。計算開始直後は $\Gamma_R/\Gamma_F=0.5$ と同様に、渦輪が渦管に巻き込まれて強く引き伸ばされる。渦管は、渦輪により中央部が押し上げられる。しかし、渦輪と渦管の循環が同じなので渦輪の巻き込みは弱まり、渦輪の巻き込まれた部分①と渦管の押し上げられた部分②が接近する($t^*=9.50$)。両者

の循環の向きは反対なので、渦対を形成して+z方向に進んでいく。 $t^*=12.00$ では、A断面で引きちぎれたように見える。A断面でのz方向の渦度分布を図中左に示す。実線が正の渦度、破線が負の渦度である。ちょうど渦輪と渦管の渦度が逆方向となっていることがこの図からわかる。その後、渦輪の一部である①と渦管の一部である②がつなぎ換わり、新たな渦輪を形成する。一方、残りの部分である③と④も共に循環が同じ向きであるから、ここでもつなぎ換えが起こり新たな渦管を形成する。同時刻 $t^*=22.00$ の $|\omega/\omega_0|=0.15$ の詳細図であるが、①と②が渦輪、③と④が渦管にそれぞれつなぎ換わった様子がよくわかる。以上より、この循環比の場合は、渦輪と渦管の一部分が置き換わる置換タイプであることがわかる。

(c) 循環比 $\Gamma_R/\Gamma_F=2.0$ の場合

図4に循環比 $\Gamma_R/\Gamma_F=2.0$ の時間変化を示す。計算開始直後では、合体タイプ、置換タイプと同様に渦管中央部が渦輪の接近によりヘアピン状に持ち上げられる。しかし、この循環比では渦輪の循環が強いために渦輪はあまり変形を受けず、渦管のヘアピン部分が+z方向に急激に引き伸ばされる。そして詳細図中点線内の引き伸ばし部分で、渦度が消滅して①と②に分割されてしまう。この

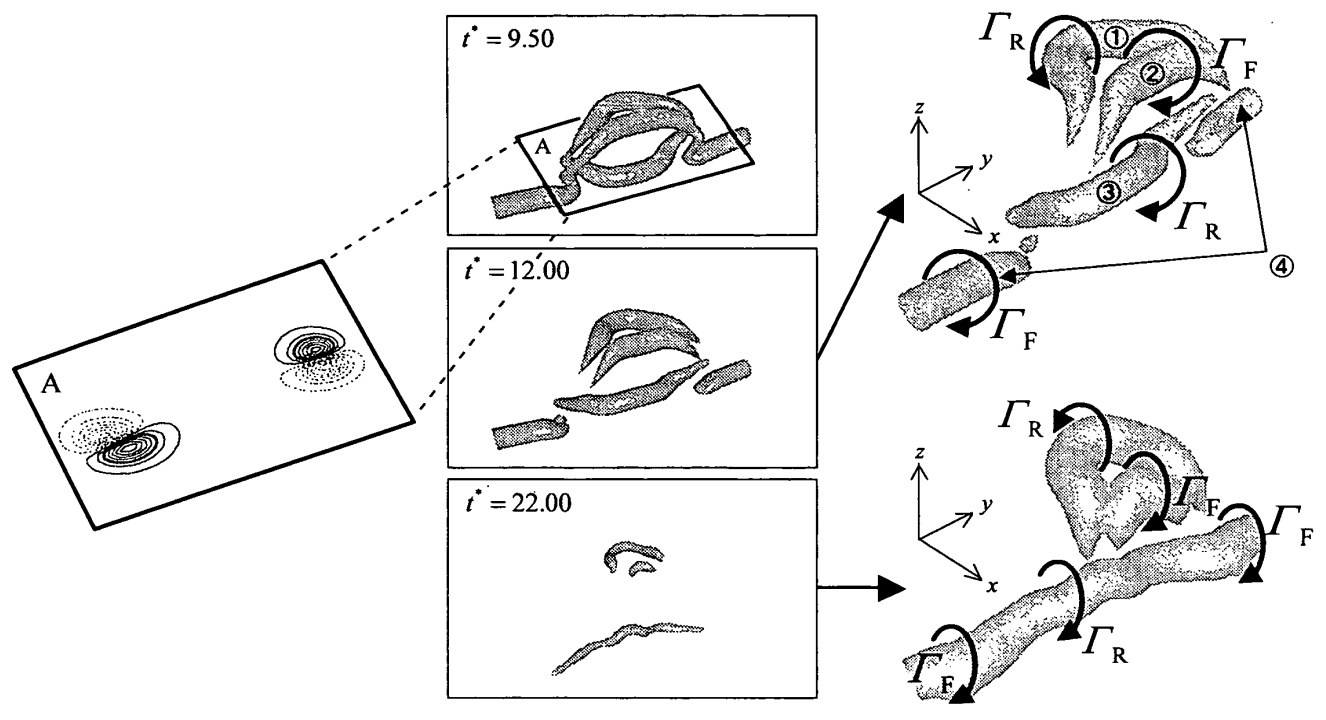


Fig. 3 Isosurfaces of magnitude of vorticity $|\omega/\omega_0|=0.3$ for $\Gamma_R/\Gamma_F=1.0$. The detail views of $|\omega/\omega_0|=0.15$ are on the right. The contour of z-component vorticity is on the left

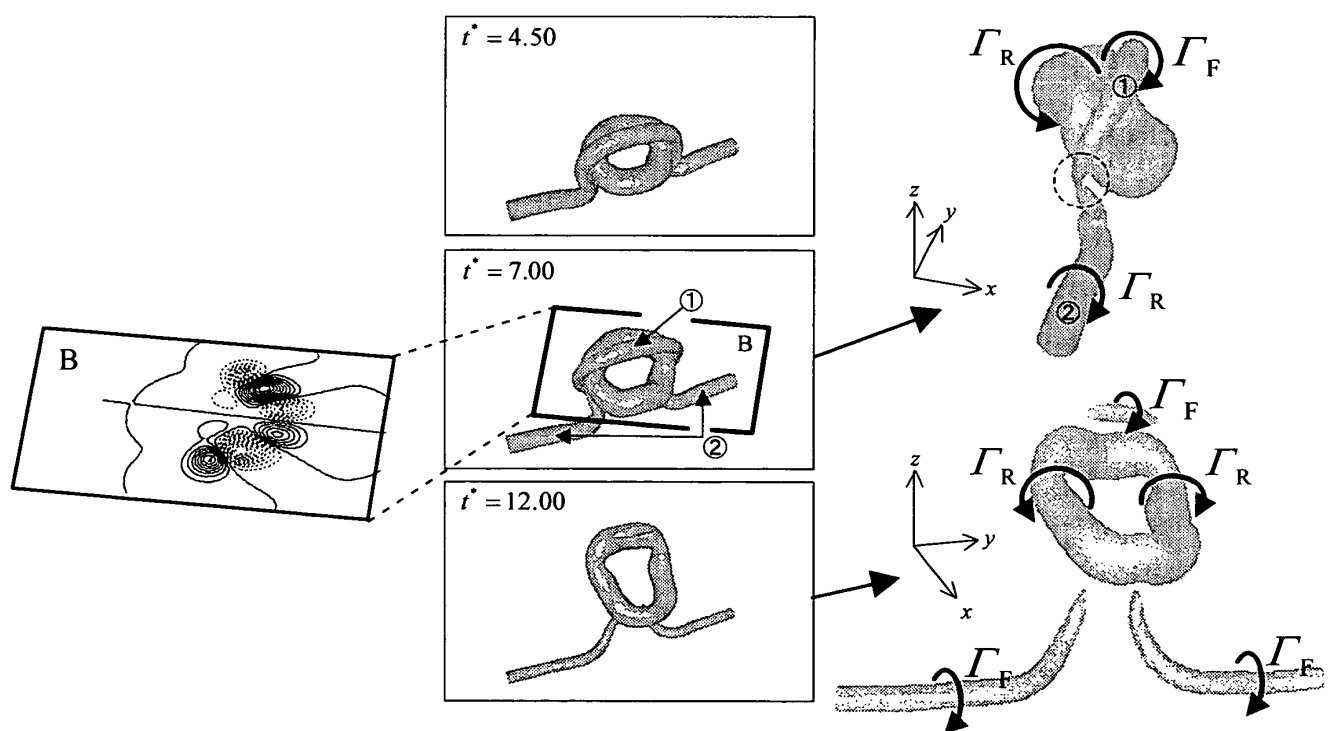


Fig.4 Isosurfaces of magnitude of vorticity $|\omega/\omega_0|=0.3$ for $\Gamma_R/\Gamma_F=2.0$. The detail views of $|\omega/\omega_0|=0.15$ are on the right. The contour of z-component vorticity is on the left

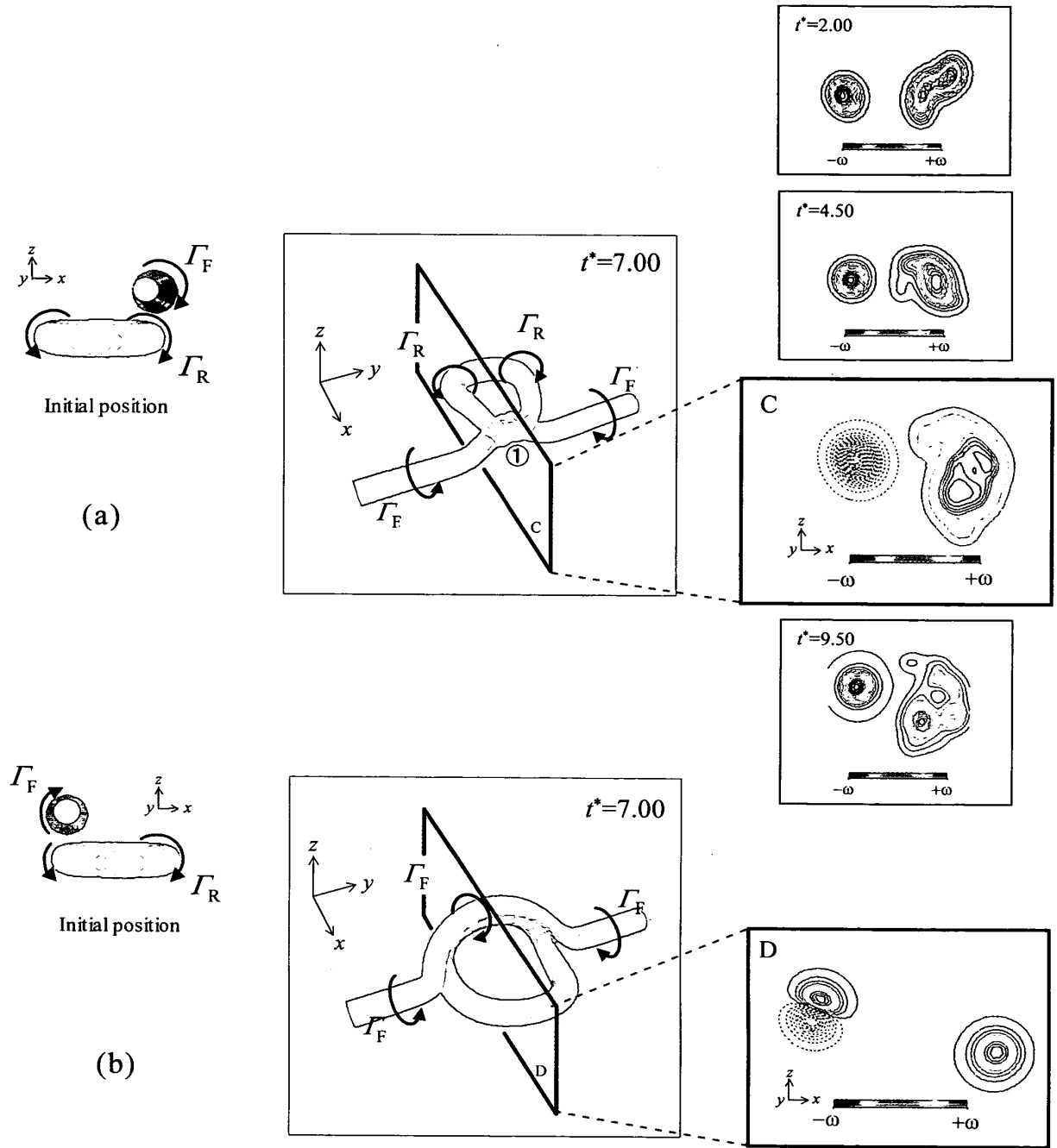


Fig.5 The Effect of initial position of the vortex ring. Isosurfaces of magnitude of vorticity $|\omega/\omega_0|=0.3$ for $\Gamma_R/\Gamma_F=1.0$. The center of vortex ring is (a) $(x/R, y/R, z/R)=(-1,0,0)$; (b) $(x/R, y/R, z/R)=(1,0,0)$. The contour of z-component vorticity is on the right

時の引き伸ばし部分を含むB断面での、z方向の渦度分布を図中左に示す。反対の渦度を持つ領域が交互に並んでいることがわかる。この後、渦輪は原型を保ちつつ渦管を貫通することが確認できた。よってこのタイプは貫通タイプと呼ぶことができる。

ここで、引き伸ばし部分で渦度が消滅する理由について考える。本研究では、渦要素の渦核半径 σ の増加によ

り渦度の拡散・減少を表現している。(3)式において、分子粘性項は時間進行とともに渦核半径が増加する項であり、渦粘性は渦度の急激な変化があった場合に渦核半径が増加する項である。この場合は、渦管の渦要素が急激に引き伸ばされたので、渦粘性の効果により、渦度が拡散したと考えられる。このことは実際の流体において、渦伸長により渦度が増加した場所では粘性によるエ

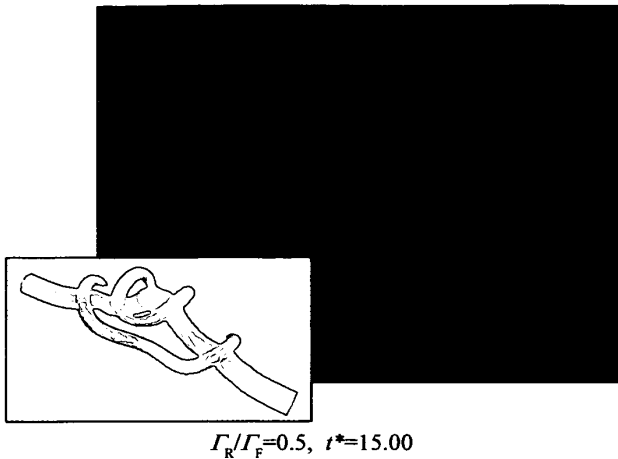
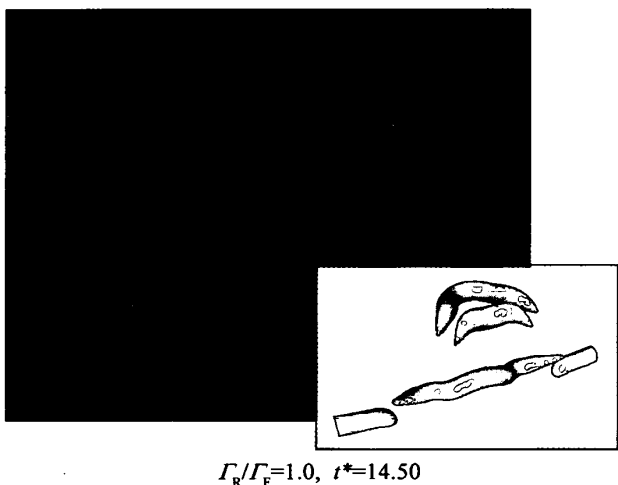
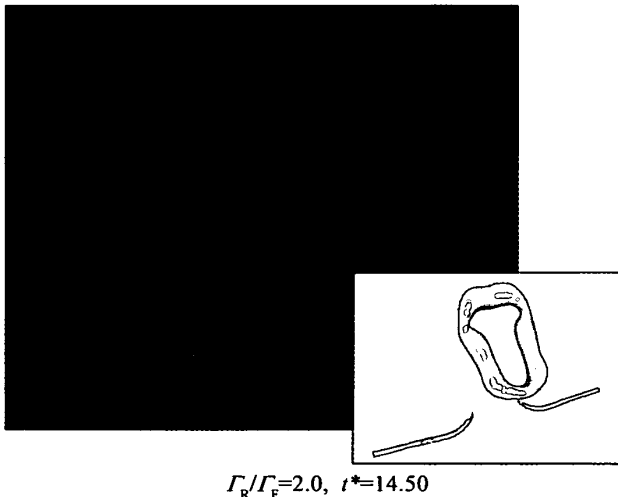
 $\Gamma_R/\Gamma_F=0.5, t^*=15.00$  $\Gamma_R/\Gamma_F=1.0, t^*=14.50$  $\Gamma_R/\Gamma_F=2.0, t^*=14.50$

Fig.6 Distributions of the vortex blob at the various circulation ratio. Red points are of the vortex ring, blues are the vortex tube and green is the new blob

エネルギー散逸が大きく、それ以降は渦度が供給されないため渦構造が崩壊することに対応している。引き伸ばしが個々の渦要素に与える影響については後述することにする。

Γ_R/Γ_F を変化させて干渉の様子を調べると、 $\Gamma_R/\Gamma_F \geq 1.5$ で渦輪が渦管を貫通することがわかった。以上をまとめると、単一渦輪を渦管に干渉させた場合、

合体タイプ ($\Gamma_R/\Gamma_F \approx 0.5$)

置換タイプ ($\Gamma_R/\Gamma_F \approx 1.0$)

貫通タイプ ($\Gamma_R/\Gamma_F \geq 1.5$)

となることがわかった。

3・2 相対位置による相互干渉の変化 次に渦輪と渦管の相対位置を変化させた場合の干渉の様子について述べる。渦管の位置は同じで、渦輪の中心位置を $(x/R, y/R, z/R) = (-1, 0, 0)$ に配置した場合を図5(a)に、 $(x/R, y/R, z/R) = (1, 0, 0)$ に配置した場合を図5(b)に示す。この時の循環は渦輪、渦管とも1.0である。図中左側には、初期状態での配置図を、右側にはある断面での y 方向の渦度分布の時間発展を示す。まず図5(a)の場合には、循環の向きが同じ部分が接近するので渦の合体がおこり、渦度をもつ領域が拡大される。その時、渦輪の前方の①の部分では、Bridging⁽⁵⁾が起こっているように見える。その後、渦輪が渦管と接触した部分で分断されたまま、前方に進んでいくようすが確認された。これに対し、図5(b)では、循環の向きが逆の部分接近して、渦対を形成するので誘起速度が生じ、渦輪、渦管とも急激に外側に引き伸ばされる。その結果、渦粘性による渦度の拡散が大きくなり、渦度の等値面が消滅するようになる。さらに時刻が経過すると、残された部分でつなぎ換えが生じ、新たに渦管を形成することが確認された。

Kiya, et. al. による混合層と渦対の干渉の研究⁽¹²⁾でも、循環の同じ向きでは渦の合体が、循環の異なる向きでは渦対が形成されることが報告されている。複数の渦列からなる混合層と渦輪の干渉も、本研究の結果の重ね合わせとして説明できる可能性がある。

3・3 渦要素の引き伸ばし 本研究では、渦要素の急激な引き伸ばしによる渦度の発散を防ぐため、初期長さの2倍になった渦要素を2つに分割している。すなわち渦要素が新しく生成された位置では、渦の引き伸ばしがさかに行われていることになる。図6に、それぞれの循環比での渦要素の分布を示す。赤が渦輪の渦要素、青が渦管の渦要素、緑が渦の引き伸ばしにより新しく生

成された渦要素である。循環比 $\Gamma_r/\Gamma_f=0.5$ を見ると、渦管の巻き込みにより、引き伸ばされた渦輪の部分に緑の渦要素が多く見られる。ここで留意しなければならないこととして、新しく生成された緑の渦要素が、元々渦輪の渦要素からか、あるいは渦管の渦要素からか、どちらの分裂により生成されたものかはわからないことである。しかし、この場合には緑の渦要素は赤の渦要素に挟まれて存在しているので、渦輪の渦要素の伸長により生成されたものと容易に判別できる。よって、循環比 $\Gamma_r/\Gamma_f=0.5$ では、渦輪の引き伸ばしがさかんであることがわかる。 $\Gamma_r/\Gamma_f=1.0$ は、渦輪と渦管のつなぎ換えが観察された循環比である。主に赤と青の渦要素で新たに渦輪が形成されており、つなぎ換えの様子が明確に理解できる。つなぎ換えのおこる部分で、新しい渦要素の生成がさかんに行われている。 $\Gamma_r/\Gamma_f=2.0$ では、貫通した渦輪が元々の渦輪の渦要素と渦管の引き伸ばしによって生成された新しい渦要素で形成されていることがわかる。

4. 結言

本研究は、渦輪と渦管の相互干渉の様子を、3次元離散渦法を用いた数値シミュレーションによって調べた。得られた知見を要約すると次のようになる。

渦輪と渦管の循環の比によって、干渉の様子は異なる。渦輪の循環が渦管のそれよりも小さい場合には、渦輪が渦管に巻き込まれる合体タイプである。渦管と渦輪の循環が等しい場合には、渦輪と渦管の一部が入れ替わる置換タイプである。その際、つなぎ換えにより新たな渦輪と渦管が形成される。渦輪の循環が渦管のそれよりも大きい場合には、渦輪が渦管を貫通する貫通タイプである。また、渦輪が渦管を貫通するのは、循環比 $\Gamma_r/\Gamma_f \geq 1.5$ のときであった。

また、渦輪と渦管の相対位置によっても干渉の様子は変化する。渦輪と渦管の循環の向きが同じ部分が干渉する場合には渦の合体が起こり、逆向きの部分が干渉する

場合には、渦対が形成される。また、複数組の干渉が起こった場合でも、個々の干渉の重ね合わせで、その様子を説明できる可能性がある。

以上の結果から、自由混合層の渦による制御に寄与できる新たな知見として、渦輪と渦管の相対位置を変化させた計算により、同じ向きの循環をもつ部分を衝突させれば過度領域が拡大し、混合層のエントレインメントを増加させる効果が期待できること、また、その時に必要な渦輪の循環は混合層の渦と同程度で十分であり、渦輪の循環が渦管の循環の1.5倍以上になると渦輪が渦管を貫通してしまい効率の良い制御が行えないことなどが考えられる。

文 献

- (1) Ho, C.-M., and Huerre, P., *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **16**(1984), 365-424
- (2) Inoue, O., *J Fluid Mech.*, **234**(1992), 553-581
- (3) 店橋護, 宮内敏雄, *ながれ*, **17-6**(1998), 417-425.
- (4) Kida, S., et. al., *J. Fluid Mech.*, **230**(1991), 583-646
- (5) Melander, M.V. and Hussain, F., *Phys. Fluids*, **A 1**(4)(1989), 633-636
- (6) Schwarz, K.W., *Phys. Rev. B*, **31**, 5782-5804.
- (7) 木田重雄, 高岡正憲, *ながれ*, **13-4**(1994), 326.
- (8) 伊澤精一郎, 木谷勝, *機論*, **65-640, B**(1999), 3986-3992.
- (9) Winckelmans, G.S. and Leonard, A., *J. Comput. Phys.*, **109**(1993), 247.
- (10) 伊澤精一郎, 木谷勝, *機論*, **65-630, B**(1999), 581-589.
- (11) Knio, M. and Ghoniem, F., *J. Comput. Phys.*, **86**(1990), 75-106
- (12) Kiya, M., Ohyama, M. and Hunt, J.C.R., *J. Fluid Mech.*, **172**(1986), 1-15