

多点法によるソフトウェアデータとその誤差評価*

清野 慧*¹, 高 偉*²Estimation and Improvement of Accidental and Systematic Errors
in Profile Measurements Using Software Datum

Satoshi KIYONO and Wei GAO

It is important for precision profile measurements in on-machine conditions to construct some accurate datum for scanning. A kind of inclination method using three or more displacement sensors was proposed recently for this purpose. However, its characteristics in relation with the spatial frequencies of the profile have not been considered precisely. The z -directional resolution power of the method has not been strictly estimated. In the present paper a new and general expression of the multiprobe methods, including the inclination method, is derived to estimate the errors in relation to spatial frequencies. In all these methods, a similar datum of the parabolic curve is introduced by data processing, which is called the software datum. The influence of accidental errors is theoretically clarified in relation to the spatial frequency of the probed profile. The meaning of zero adjustment of the sensors for software datum of the scanning method is also clarified. A procedure for achieving good zero adjustment is also presented.

Key Words: Profile Measurement, On-Machine Measurement, Software Datum, Inclination Method, 3-Probe Method, Multiprobe Method, Accidental Errors, Zero Adjustment

1. 緒 言

形状のオンマシン測定の必要性が高まり、測定時の走査案内誤差を除去するための逐次二点法⁽¹⁾を始めとする種々のソフトウェアデータ構成法⁽²⁾⁻⁽⁷⁾が提案されている。それらを選択的に使うためにもデータの誤差の性質を明確にする必要があると考える⁽⁸⁾。3本以上の変位計を使う逐次多点法についても、最近、その偶然誤差や系統誤差も検討評価されている⁽⁹⁾。しかし、対象に含まれる空間周波数を規定せずにその誤差が論じられているため、得られた結果の適用範囲が明確でない。そこで本研究では、逐次三点法を含む多点法の誤差を周波数を考慮して評価する手法を示し、誤差の性質を可能な限り一般的な形で検討した。

また、データ処理が簡単なことと、取上げた離散点データには処理上の誤差が全くないという長所を持つ逐次法は、被測定曲線に変位計間隔の2倍以内の波長成分を含む場合は、標本化定理でいう折返し現象が生じるという難点も持つ⁽⁹⁾。これは3点以上の多点法でも逐次法を採る限り免れない。最近、永田らは逐次法

と内挿を組合せて、ステップ状の形状変化を含む対象を扱う興味ある試みを行っている⁽¹⁰⁾。しかしまだ、適用可能範囲やその誤差の評価法が明らかにされていない。著者らは変位と角度を同時に測定する混合法プローブによって、この折返しの問題を克服できることを示した⁽⁷⁾。しかし、正反射光を利用した光プローブ以外には、形状の傾斜情報を取得するプローブが構成しにくいので、混合法の適用範囲にも限界がある。

本研究では折返しの生じない一般の三点法⁽¹¹⁾の性質を逐次法との比較で明らかにした。また、それを拡張した一般多点法の応用の可能性を検討した。

さらに、従来の逐次三点法などではプローブの零点と系統誤差の関係およびプローブ全体の分解能があいまいで、その決め方に明確な指針がないくらいであった。本研究では、逐次三点法を含む多点法でプローブの零点の持つ意味と零の取り方の指針およびそれを含めたプローブの分解能の評価法を検討した。

2. 多点法の伝達関数

2.1 積分として比べた逐次三点法と対称三点法
逐次二点法が、対象曲線の2点の変位の差による接線の傾斜の近似とその数値積分と等価であることを著者は示した⁽³⁾。逐次三点法についても同様のことがい

* 原稿受付 平成4年2月12日。

¹ 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。² 東北大学大学院。

える。図1のように3本の変位計をプローブの代表点Cからx方向を正とした距離 d_i ($i=1\sim 3$)に置く。中央の変位計に対して両側のを対称に配置するとき、以下では対称三点法と呼ぶ。また、変位計が不等間隔の一般的な配置のものを一般三点法または、単に三点法と呼ぶ。なお、プローブの全体の幅を開口と呼び、 D で表し、隣合う変位計の間隔は d で表す。

まず、対称三点法について検討する。間隔 d の二つの変位計の読みの差は曲線の接線の近似値を与える。曲線 $f(x)$ を複素指数関数、

$$f(x) = \exp(j\omega x) \dots\dots\dots (1)$$

で与えると、中間点での接線の傾斜の真値と差分による近似との比は次式で表される。

$$H_2(\omega) = \{f(x+d/2) - f(x-d/2)\} / (df'(x)) \\ = 2 \sin(\omega d/2) / (\omega d) \dots\dots\dots (2)$$

曲線の2回微分係数とその差分による近似の比は

$$H_{df}(\omega) = 4 \sin^2(\omega d/2) / (\omega d)^2 \dots\dots\dots (3)$$

となる。以下、このような $H(\omega)$ の表現を伝達関数と呼ぶ。一方、関数 $Z'' = f(x)$ が間隔 h で離散的に与えられたときに中点公式による積分、

$$Z'_{n+1} = Z'_n + h \cdot Z''_{n+1/2} \dots\dots\dots (4)$$

を2回施すとその伝達関数(関数の解析的積分値と近似値の比)は次式で与えられる。

$$H_{in}(\omega) = (h \cdot \omega)^2 / \{4 \sin^2(\omega h/2)\} \dots\dots\dots (5)$$

式(3)、(5)の関数は、 $h=d$ として図2のようになる。

対称三点法を差分による2回微分の近似と、2回の

中点公式による近似積分とみなすと、その両方による誤差と真値の比は、次式で与えられる。

$$H_{3s}(\omega) = (h/d)^2 \sin^2(\omega d/2) / \sin^2(\omega h/2) \dots\dots\dots (6)$$

逐次三点法では間隔 d と h が等しいので、式(6)の伝達関数も恒等的に1となる。すなわちデータ処理による形状のひずみがないことになる。逐次でない場合は、 $\alpha (=d/h)$ をパラメータにして図3のような結果になる。

以上のように、逐次三点法は対称三点法の特殊なものであり、その性質は、データ処理を微分積分に置き換えて考えることができる。図3からデータ処理の誤差を考えると、対称三点法でも測定間隔に対する変位計の間隔が $\pm 10\%$ 程度の違いであると、広い範囲の空間周波数に対してデータ処理の誤差が数%以下であることがわかる。高周波のひずみを除去するためには各周波数成分を $H_{3s}(\omega)$ で除して補正することもできる。

2.2 一般の三点法 一般には三つの変位計は等間隔に並ぶ必要はない。一般三点法では、2回差分として次式の m_3 を求める。

$$m_3(x) = c_{123}\{f(x+d_1) - f(x+d_2)\} \\ + c_{231}\{f(x+d_2) - f(x+d_3)\} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 c の添字の意味は、最初の二つが差分を取る変位計の添字、最後の添字は三点法を構成するもう1本の変位計の添字を表し、後の多点法で必要となる。差分によってZ方向の並進誤差はすでに除かれているが、ピッチング誤差を除くために、係数間に次の関係が必要である。

$$c_{123}(d_1 - d_2) + c_{231}(d_2 - d_3) = 0 \dots\dots\dots (8)$$

また、正規化のために次の関係をおく。

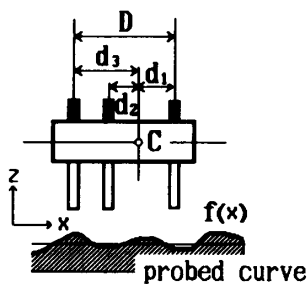


図1 三点法による測定

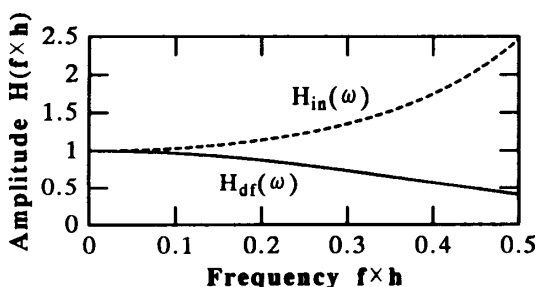


図2 $H_{df}(\omega)$ と $H_{in}(\omega)$ の伝達関数

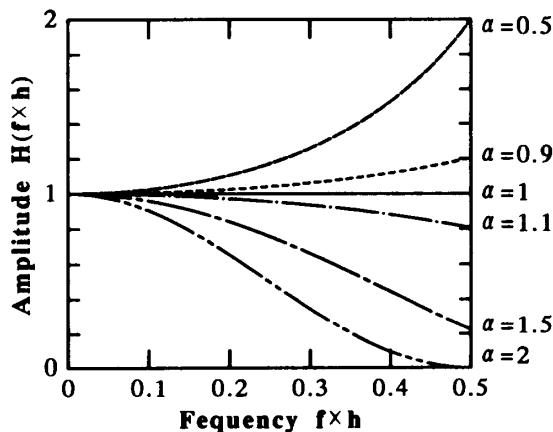


図3 対称三点法の伝達関数

$$|c_{123}| + |c_{231}| = 1 \dots\dots\dots (9)$$

これらを整理すると、

$$c_{123} = +(d_2 - d_3)/D \dots\dots\dots (10)$$

$$c_{231} = -(d_1 - d_2)/D \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $D = d_1 - d_3$ である。この $m_3(x)$ も一種の2回微分の近似とみなせる。求めた $m_3(x)$ を何らかの公式で2重積分すれば、形状を得る。ただし、その伝達関数は上記の対称三点法の $H_{3s}(\omega)$ のように全周波数に対して位相誤差のない形には一般にならず、波形のひずみが大きくなる。

そこで、積分を介せず $m_3(x)$ をフィルタを通した形状出力とみなして、周波数成分ごとの補正をすることを考える。そのとき、対称三点法の $H_{3s}(\omega)$ に相当する伝達関数は次式で与えられる。

$$H_3(\omega) = c_{123}(\exp(j\omega d_1) - \exp(j\omega d_2)) + c_{231}(\exp(j\omega d_2) - \exp(j\omega d_3)) \dots\dots\dots (12)$$

2.3 一般の多点法 一般の三点法を拡張して、

4本以上の変位計を一度に使う多点法が成立する。その出力は三点法を複数個組合せた形に表現できる。 q 個の変位計を使うとき、各変位計出力の重みを p_k ($k \leq q$) とし、

$$m_q(x) = \sum_{k=1}^q p_k f(x + d_k) = \sum a_{rst} [c_{rst} \{f(x + d_r) - f(x + d_s)\} + c_{str} \{f(x + d_s) - f(x + d_t)\}] \dots\dots\dots (13)$$

右辺の [] 内は、 r, s, t の変位計で構成した三点法プローブ出力に相当する。式(13)のように多点法は複数個の三点法の組合せで表せる。 a_{rst} はそのときの各三点法の重みである。四点法 ($q=4$) なら4組の三点法の組合せが成立する。このとき、 c_{rst}, c_{str} には上述の式(8), (9)で与えられる関係がある。伝達関数は変位計(r, s, t)の組合せによる三点法の伝達関数を $H_{rst}(\omega)$ とし、次式で与えられる。

$$H_q(\omega) = \sum a_{rst} H_{rst}(\omega) \dots\dots\dots (14)$$

図4に三点法と四点法の差動出力の伝達関数の例を示す。これがそれぞれの方法の検出感度の周波数特性でもある。横軸は、全測定長 L を基準波長とした次数を、低周波成分を詳細に見るため対数で表示した。開口 D が全長 L の $1/10$ の場合である。なお、開口を変えるときは、それに逆比例するように図の横軸の数字を変えればよい。三点法は四点法と開口の等しい組合せを示した。変位計位置は $(d_1/D, d_2/D, d_3/D, d_4/D) = (1, 0.83, 0.5, 0)$ とした。したがって、変位計の組合せ $(r, s, t) = (1, 2, 4)$ が一般三点法、 $(1, 3, 4)$ が対称三点法に相当する。四点法の a_{rst} はすべて1とした。

図4の低次成分の感度が、対称三点法ではほかの場

合より高くなっている。逐次法では対称三点法と同じ感度を持つが、 $2D$ 以下、横軸5次以上の波長成分は折返し誤差につながる。一般三点法では、差分の感度が悪い、短い間隔 d の成分が混じるほど低周波の感度が落ちる。したがって、低周波の分解能上限は対称三点法で決まる。

また、伝達関数の高周波域では、四点法は対称三点法に比べ零への接近が少なくなり、顕著な改善が見られる。しかし、一般三点法に比べると、むしろ特性はやや悪い。 d_2, d_3 を変化させた四点法でも結果に大差はない。この結果、一般四点法は、逐次を含む対称三点法と併用してその高周波に対する弱点を補う形で利用する場合にのみ有効であるといえる。当初から一般三点法として計画したプローブでは変位計を追加して一般四点法を採用する意味はあまりない。

対称三点法ではたかだか、開口の半分の波長(20次)までしか復元できないが、対称三点法の1次と同じ感度まで認めると、本例の一般三点法では、開口の $1/10$ の波長まで全部復元できる。開口を倍にすると図4の2次の感度が1次の感度になり、上と同じ条件で開口の $1/5$ までの波が復元でき、 $1/2$ の開口の対称三点法に比べて、低周波でも高周波でも特性がよくなる。

2.4 ソフトウェアデータとデータ計算手順

上述のように、多点法の出力 $m_q(x)$ ($q \geq 3$) は、形状の2回差分の一種である。したがって、形状 $f(x)$ を測定長 L の中央に頂点を持つ放物線とそれを除いた関数 $s(x)$ で次のように表すと誤差の評価に便利である⁽¹¹⁾。

$$f(x) = A_2(x - L/2)^2 + s(x) \dots\dots\dots (15)$$

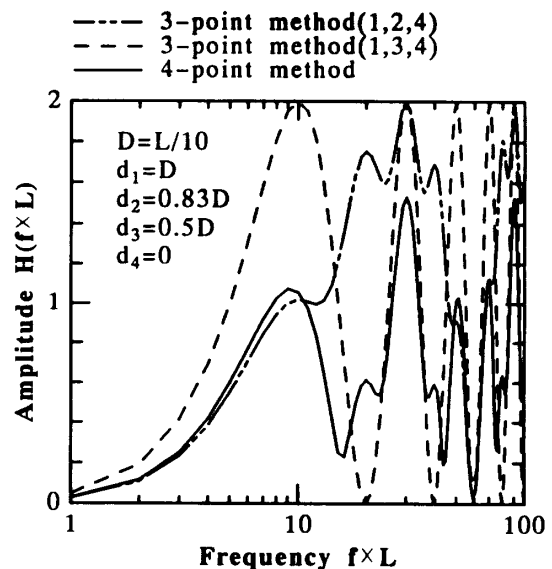


図4 三点法と四点法の伝達関数

ただし, $\text{ave}[d^2s(x)/dx^2]=0$

出力 $m_q(x)$ は $s(x)$ を測定対象としたときの出力に A_2 の定数倍を加えたものになる。したがって, 多点法で得られる形状は $m_q(x)$ のフーリエ変換を介して求まる $s(x)$ に, $m_q(x)$ の平均値から得られる, 係数 A_2 を有する 2 次の項を加えたものになる。差分出力での A_2 の倍率 H_0 は, 式(14)の $f(x)$ に式(15)の放物線の項を代入して, 式(16)の m_0 を得て, これに式(8)を適用して, 式(17)のように得られる。

$$m_0 = \sum a_{rst} [A_2(2x-L) \cdot \{c_{rst}(d_r - d_s) + c_{str}(d_s - d_t)\} + A_2\{c_{rst}(d_r^2 - d_s^2) + c_{str}(d_s^2 - d_t^2)\}] \dots\dots\dots(16)$$

$$H_0 = m_0/A_2 = \sum a_{rst} \{c_{rst}(d_r^2 - d_s^2) + c_{str}(d_s^2 - d_t^2)\} \dots\dots\dots(17)$$

以上の一般多点法のデータ処理手順をサンプル点 N 個の離散データ処理としてまとめると図5のようになる。また, 有限長非周期性データのフーリエ変換の際に両端で生じるギブス現象によるリップルは, 収録データに仮想データを追加して連続的な周期関数に直してから処理することで除く⁽³⁾。

なお, 比較の便利のため, 逐次を含む対称三点法でも積分処理をする前のデータを, 平均値とそれを除いた成分で考える。平均値を $1/H_0$ 倍することで放物線の係数が得られ, 残りのデータの積分処理からうねり $s(x)$ が得られる。そのとき, 対称三点法での H_0 は, $2d^2$ になる。

3. 系統誤差の評価

3.1 変位計間隔の評価誤差 二つの変位計の間隔に Δd の評価誤差があると, 1 回の差分係数が $\Delta d/d$ だけ小さく評価される。3 本の変位計の中央のものに対する両側の間隔が同じ誤差を持つとして, 2 回の差分係数も $2\Delta d/d$ の割合で過小評価されることになる。一方, 積分するときはサンプリング間隔での

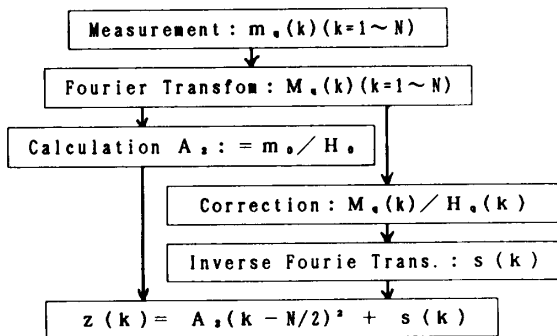


図5 一般多点法のデータ処理手順

評価になり, 通常の工作機械では全測定長とサンプリング間隔は正しく出ると考えてよいので, 積分での Δd による誤差は出ない。したがって, 形状の高さが $2\Delta d/d$ の割合で縮小して得られる。

一般の多点法では, Δd による $H_0(\omega)$ の評価誤差の影響が $m_q(x)$ の計算と後の補正計算で相殺され, うねり $s(x)$ には影響しない。しかし, Δd は H_0 の誤差を通じて放物線の評価誤差をもたらす。また, 式(16)の 1 番めの { } 内が零にならないことにより, $A_2\Delta d$ に比例した 3 次の項の誤差が生じる。

なお, 変位計間隔の評価誤差がピッチングの除去精度の低下など, ソフトウェアデータムの乱れを介して誤差につながる事情はいずれの方法にも共通である。

3.2 プロープの零点とソフトウェアデータム

逐次法を含め, 多点法の各変位計の零点は一般に一致しない。理想的な直線にプロープを当てたときの多点法の出力 $m_q(x)$ の値を μ とすると, $H_0\mu x^2$ の誤差がデータ処理結果の形状には含まれることになる。基準となる面が理想的な平面でないとき, その誤差がプロープの零点の誤差として加わる。この様子を図6に示す。すなわち, ソフトウェアデータムと呼ぶ基準は走査の際の移動誤差を除去することはできるが, データムの形状はあくまでプロープの零を決めたときの基準線(一種の実用データム)から演算を通して得た, 放物線と与えられる。

これは, 差動レーザオートコリメーション法⁽⁶⁾や混合法⁽⁷⁾などにおける, ピッチングを取除いて得たソフトウェアデータムに共通の性質でもある。

プロープの零点を決める際は, 実用データムに含まれる微小なうねりや測定時の偶然誤差をも考慮して, 次の指針を守るのが望ましい。

(1) 実用データム直線形状を測定し, その二次多項式の係数が零になるようプロープの零を決める。

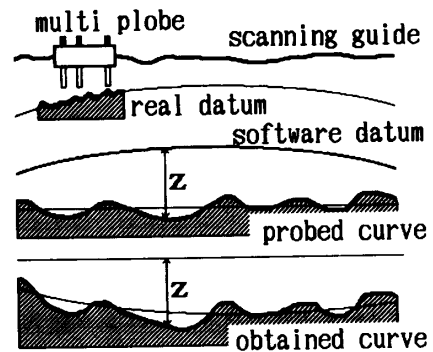


図6 走査のためのソフトウェアデータムと零点調整のための実用データム

(2) 実用データは2次の係数の小さいのが望ましい。

(3) 同じ2次の係数を持つならば、なるべく長い実用データが望ましい。

(4) 零を取るときの実用データの測定では、できるだけ多くの測定点を取るのが望ましい。

(5) 実用データの長さが不足するときは、基準平面を多様な方向に測定して、それを実質的に延長する。

この指針は、もちろん逐次法でも同様に適用されるべきものである。逐次法の場合も、零を取るときだけは逐次にこだわらず、サンプリング間隔を狭くし、実用データの対称三点法的測定をし、3本の変位計による2回差分の全体の平均値から、その3本の組合せの零を決めればよい。

逐次法の場合も零点の狂いでもたらされるのは、田村らのいう弓なりの形⁽⁶⁾という漠然としたものではなく、放物線である。したがって、プローブの零点は、弓の1点の深さから決める⁽⁶⁾よりは放物線形状全体から決めるほうが高い精度が期待できる。

なお、間隔 d の小さい逐次多点法では零点の誤差による系統誤差が大きくなり危険である、という主旨の小尾らの主張⁽⁹⁾も、等しい零の狂いを与えて開口の違うプローブ間の比較をしたことによるもので一般性はない。むしろこの危険性は、後述の分解能との関係で生じる問題であろう。上の指針に従えば、プローブの分解能が許す範囲では、実用データに含まれる放物線と等しい係数を持つ放物線が逐次法のソフトウェアデータにも転写されるので、変位計の間隔にかかわらず同じ系統誤差を持つと考えるべきである。

4. 偶然誤差の評価

4.1 差分に含まれる偶然誤差 三点法はすべて2回差分を基本にしたデータ処理とみなせるので、ここでは、三点法の2回差分値が一定の偶然誤差を持つものとして議論を始める。

このとき、多点法の出力 $m_q(x)$ がいくつかの三点法を重み付きで平均したものになるので、分散 σ^2 を比べると、四点法で最大限 $1/4$ まで三点法より偶然誤差が減衰することになる。

放物線の係数の偶然誤差によるばらつきは、データ数が n 倍になると分散 σ^2 で評価して $1/n$ となり、対称三点法や一般多点法ではサンプリング数 N を増やすほうが有利である。しかし、逐次法ではデータ数を n 倍にすると d が $1/n$ になり、放物線の深さで評価す

ると $n\sqrt{n}$ 倍に拡大される。この逐次法の性質は小尾らが大量のシミュレーションで得た結果⁽⁹⁾とよく一致する。

逐次を含む対称三点法でのうねり $s(x)$ については、偶然誤差を与えたデータに2回の積分処理をすることで、各周波数成分が大略 $1/\omega^2$ に比例して減衰すると考えてよい。一般多点法では、偶然誤差出力をフーリエ変換し、その結果を $H_q(\omega)$ ($q \geq 3$) で割算するので、 $H_q(\omega)$ の零点の近傍での成分が増幅されることになる。 $\omega=0$ 付近で $H_q(\omega)$ が小さくなるので、偶然誤差の影響は低周波成分で特に顕著になる可能性がある。

なお、G. Makosh ら⁽¹²⁾が逐次二点法での偶然誤差に関して、測定結果の両端を結ぶ直線からの誤差の分散の変化の形が放物線になることを示した。本論で得た、 x に関して均一の大きさを持つ $s(x)$ の分散も、 $s(x)$ の両端を一定にするように姿勢を変えて表せば、その分散の大きさの変化は中央が最大の放物線になる。

4.2 変位計の縦分解能と形状の振幅のあいまいさ 変位計に要求される分解能も目標とする空間周波数によって変わる。2回の差分、または、その平均値の分解能の限界を $\pm r_a$ とするとそれから計算される放物線は次式で評価される。

$$f(x) = \pm r_a(x-L/2)^2/H_0 \dots\dots\dots (18)$$

この範囲で放物線は測定を繰返すたびにばらつき、再現性はない。式(18)は変位計の分解能によってソフトウェアデータの放物線の係数があいまいになることをも意味する。また、 H_0 が小さいほどこのあいまいさが広がり、低周波成分の分解能が悪くなる。例えば、対称法で、全長 L が間隔 d の20倍とすると、放物線の深さには $\pm 50r_a$ のあいまいさが残る。

うねり $s(x)$ の場合、周波数ごとに感度は変わるが、逐次を含む一般多点法では、次式が周波数 ω のうねりの検出限界の振幅を与える。

$$s(x) = \pm r_a/H_q(\omega) \dots\dots\dots (19)$$

特に、対称三点法では最低次数の波の振幅分解能は、全長を L として次式で与えられ、これが、一般多点法での最低次成分の振幅分解能の上限でもある。

$$s(x) = \pm r_a\{L/(\pi D)\}^2 \dots\dots\dots (20)$$

以上のように、間隔 d または開口 D は、対象とする形状の空間周波数と使用する変位計の分解能で決めるべきものである。逐次法では、横分解能の向上のため開口を小さくすると、低周波成分の縦分解能が悪くなる性質が顕著である。一方開口を大きく取ると、先に述べた零を決める指針に従って長い実用データを必

要とするという適用上の困難にもつながる。

低周波成分だけを対象にした形状測定では、逐次にこだわる必要はなく、データ処理の簡便性からは対称三点法を選び、分解能からプローブの開口を決め、偶然誤差対策にデータ数を増やすのが有効である。

高周波成分をも考慮した一般多点法でも、データムの放物線と低周波成分の分解能からは開口の大きいほうが望ましい。図4のような伝達関数を参考に、どこまでの周波数を使って形状を復元するかという点と低周波の必要分解能とのバランスから開口を決めるのがよい。

5. 結 言

(1) 逐次も含めて変位計間隔の対称な三点法の性質を統一的に論じる手法を示した。

(2) 一般的な多点法の伝達関数を示し、対称三点法よりも高周波特性のよいことを示した。

(3) 逐次三点法を含む一般の多点法の偶然誤差の影響を空間周波数との関係をも含めて明らかにした。

(4) 逐次三点法を含む一般の多点法におけるソフトウェアデータムとプローブの零点の関係を明確にし、基準(一種の実用データム)を使った零点の取り方の指針を示した。

(5) 個々の変位計の縦分解能と多点法としてのプローブの縦分解能の関係を明らかにした。

(6) 低周波だけを対象にした測定には、データ処理の簡便さと偶然誤差の減少から、対称三点法が有利である。

文 献

- (1) 田中・佐藤, 逐次2点真直度測定法の基本的特性に関する研究, 機論, 48-436, C(1982), 1930.
- (2) 垣野・ほか4名, 工作機械の直線運動後差の測定法に関する研究, 精密機械, 48-2(1982), 239-244.
- (3) 清野・奥山, 平面のうねり形状測定に関する研究(第2報), 精密工学会誌, 54-3(1988), 513-518.
- (4) Kiyono, S., Huang, P. and Fukaya, N., Datum Introduced by Software Methods, *Int. Conf. Advanced Mechatronics*, Tokyo, May, 21-24 (1989), 467-472.
- (5) 田村・平卯・坂本, 逐次多点法による表面プロフィール計測方法, 計測制御, 25-5(1989), 509-516.
- (6) 清野・久米・浅川・鎌田, 差動レーザーオートコリメーションに関する研究(第2報), 精密工学会誌, 57-4(1991), 652-657.
- (7) 清野・高, 鏡面形状のオン・マシン測定に関する研究, 精密工学会誌, 58-2(1992), 247.
- (8) 清野・高, 混合法による大鏡面形状のオン・マシン測定に関する研究, 精密学会東北支部講論集, (1991-12), 17-18.
- (9) 小尾・古川, 逐次点測定法による真直度測定の考察(第1報), 機論, 57-542, C(1991), 85-89.
- (10) 永田・ほか5名, 逐次2点法を用いた超精密真直度測定に関する研究, 機論, 57-542, C(1991), 188-192.
- (11) 清野, ソフトウェア基準による形状計測システムに関する基礎研究, 精密工学会講論集, 62-3(1987-3), 167-168.
- (12) Makosh, G. and Dollinger, B., Surface profile measurement with a scanning differential ac interferometer, *Appl. Opt.*, 23-24 (1984), 4544-4553.