

割合の対比的な数量関係の提示が児童の文章題解決に 及ぼす影響

蛭 名 正 司

本研究の目的は、割合の対比関係を明示する言い換え方略及び図の提示方略が、割合文章題の解決にどのような影響を及ぼすかを検討することであった。公立小学校6年生の3クラス(102名)に、2つの方略を含む群(RD群)と、どちらか一方を含む群(R群・D群)を割り当て、介入授業を行った。割合文章題(比の第I用法)の解決に用いられる方略(水準1:全くの解決不能、水準2:小さい数÷大きい数など、水準3:比較量÷基準量)を、事前・事後間で比較した。結果、RD群及びR群では水準1から水準2への変容が多いこと、R群では水準3から水準2への変容も多いことがわかった。D群では有意な変容は見られなかった。以上から2つの教授方略に水準3への促進効果は見られなかったといえる。この原因として、言い換え方略は児童の既有知識と干渉したこと、図の提示方略は図を用いることの意味づけが不十分であったことが考えられる。

キーワード: 割合の対比関係、割合文章題、問題理解、解決水準、小学生

問題と目的

割合文章題は多くの児童が苦手意識を抱く算数の問題である。そのため、これまでの心理学研究(e.g. 石田・多鹿, 1993; 坂本, 1997; 小野寺, 1995; 吉田・河野, 2003; 多鹿・中津, 2009)や数学教育学研究(e.g. 石田・神田, 2008; 坂井, 2008; 土屋, 2002)では、つまずきを引き起こす要因や、つまずきを克服する教授法が検討されている。しかし、このような取り組みにもかかわらず、平成20年度及び平成21年度に文科省が実施した全国学力調査によると、基本的な割合文章題でも小学校6年生の正答率は6割未満であった。このことは、依然として小学生にとって割合文章題の解決が容易ではないことを物語っている。そこで本研究では、児童のつまずきを引き起こす要因を新たに指摘し、それを改善するための教授方略を試みる。

文章題の解決過程は、問題を理解する過程と、理解した内容に基づいて解決を実行する過程の二つに大別される。問題を理解する過程は、さらに二つの下位過程に分類され、言語的知識や事実に関する知識によって問題文から文単位の表象を形成する過程(変換過程)と、文単位の表象に問題スキーマを適用し、問題全体についての表象を構成する過程(統合過程)で構成される(Mayer,

1992)。問題を理解する過程について、例を用いて説明すると以下のようになる。

「イチロー君はおはじきを3つ持っています。ジロー君は彼におはじきを5つあげました。イチロー君は今いくつおはじきを持っていますか (Riley, Greeno, & Heller (1983) を参考に作成)」という問題を理解する場合、まず変換過程で言語的知識及び事実的知識が適用され、個々の文は“イチロー君のおはじきの数 = 3個”、“ジロー君があげたおはじきの数 = 4個”、“イチロー君が今持っているあめの数 = ?”のように表象される。次に統合過程で問題スキーマ (ここでは量の変化に関する問題スキーマ: 変化前の量 + 変化量 = 変化後の量) が適用され、問題文全体の表象が形成される。

先行研究では、文章題の解決につまずく要因として、児童が適切な問題表象を構成することに失敗していることを指摘している (Riley, Greeno, & Heller, 1983; Riley & Greeno, 1988; Mayer, 1985, 1992; 石田・多鹿, 1993; 坂本, 1997)。Riley & Greeno (1988) は、問題表象の構成につまずく要因の一つを児童が保持する問題スキーマの不十分さにあるとしている。例えば、加減算の算数文章題の解決には、「結合」や「変化」に関する問題スキーマに加えて、部分—全体関係に関するスキーマが適用される必要がある。しかし、年少児は、部分—全体関係に関するスキーマの発達が未熟であるため、適切な問題理解に失敗するという (Riley & Greeno, 1988)。このことから、文章題を適切に理解するためには、問題スキーマの獲得が重要であることがわかる。

以上の先行研究を踏まえれば、割合文章題の解決を促進させるには、割合に関する適切な問題スキーマをいかに獲得させるかが問題となるであろう。なお本研究では、割合に関する問題スキーマを、比較量/基準量/割合の3つの量で構成され、それらの数量関係が比の用法 (第I用法: 割合 = 比較量 ÷ 基準量、第II用法: 比較量 = 基準量 × 割合、第III用法: 基準量 = 比較量 ÷ 割合) によって関連づけられた知識と定義する (以下、割合スキーマ)。

蛭名 (2008, 2009) によれば、多くの児童が適切な割合スキーマの獲得に失敗していることが示唆されている。蛭名 (2009) は、比の第I用法を用いる割合文章題を取り上げ、3つの問題型に関する演算パターンの一貫性をもとに、児童が適用する解決方略を検討した。なお、蛭名 (2009) が用いた問題型は次の通りであった。部分—全体型: 比較量/基準量が部分—全体関係にある問題型 (部分—全体型の割合は常に100%以下となる)、対比型1以下: 比較量/基準量が部分—全体関係になく、割合が1 (100%) を超えない問題型、対比型1以上: 比較量/基準量が部分—全体関係になく、割合が1 (100%) を超える問題型であった。蛭名 (2009) はこれらの問題型で選択される演算を Table1 のように組み合わせ、児童の解決方略を特定したところ、小学6年生の一定数の児童が不適切な解決方略 (大きい数 ÷ 小さい数; 部分 ÷ 全体; 小さい数 ÷ 大きい数) を適用することが示唆された。また蛭名 (2009) は、これらの解決方略を3つの水準によって区分した。水準1は、解決が全く不能か、あるいは割合の学習以前に獲得された解決方略 (大きい数 ÷ 小さい数など) が適用される水準、水準2は、手続き的知識に基づいた解決方略 (部分 ÷ 全体、小さい数 ÷ 大きい数) が適用される水準、水準3は、問題文から比較量/基準量/割合を同定することが可能で、比較量 ÷ 基準量に基づいて適切な演算選択が可能な水準である。以上のように水準を区分した場合、適切な割合スキーマが適用されているのは、水準3のみであると言える。蛭名 (2009) の調査では、水準3に該当した児童は小学6年

生で3割程度であり、適切な割合スキーマの獲得が極めて難しいことが示唆された。では、なぜ多くの児童が適切な割合スキーマの獲得に失敗してしまうのだろうか。この原因として本研究では教科書の指導内容における問題点を指摘する。

Table1 各水準の演算パターン

水準	解決パターン	適用される解決方略	対比型1以上	対比型1以下	部分-全体型
水準1	P1 α		-	-	-
	P1 β	大きい数 \div 小さい数	+	-	-
水準2	P2 α	部分 \div 全体	-	-	+
	P2 β	小さい数 \div 大きい数	-	+	+
水準3	P3	比較量 \div 基準量	+	+	+

+ : 適切演算、- : 不適切演算

現行の学習指導要領(平成10年告示)では、割合(百分率)は小学校5年生で扱われる。算数の教科書では、シュートのうまさ(学校図書)などを表わす量として割合が導入される。教科書で示される割合の定義は、「もとにする量を1として、くらべられる量がいくつに当たるかを表わした数」(学校図書)、あるいは「ある量をもとにして、くらべる量をもとにする量の何倍にあたるかを表わした数」(啓林館)である。また、割合の公式として、比の第I用法、及び第II用法が示される。第III用法は、他の用法を用いて式を立てる方法が示されている。

教科書では、比較量/基準量/割合の3量の関係を図で表わし、基準量が1であることが強調されている。すなわち、「基準量を1と見たとき、比較量がどれくらいか」という意味に基づいて割合が指導される場合が多い。これを式で表わせば「基準量:比較量=1:□」となる。すなわち、割合の意味を理解するには、(1)比較量/基準量を対比的に捉えた上で、(2)基準量を1と見なすプロセスを経る必要がある。しかし教科書で提示される図の多くは、(1)・(2)の手順が段階的に示されるのではなく、同時に表現されている。そのため、教科書で示されている図から、比較量/基準量の対比関係は読み取りにくいと思われる。また、そもそも小学5年の児童にとって、比は未習であることから、「比較量/基準量を対比的に捉えること」が多くの児童にとって困難であると考えられる。それにもかかわらず現在の教科書の指導は比較量/基準量の対比関係を明確にしないまま、「基準量を1と見る」ことや、さらに割合の公式を提示しているといえる。割合の意味を理解する上で、比較量/基準量を対比的に捉えられるようになることが、割合概念の理解の深化にとって重要であると考えられる。そこで本研究では、比較量/基準量の対比関係の理解を促進するために2つの教授方略を考案した。一つは、「～に対して」を用いた割合の定義の提示、もう一つは対比的な図の提示である。

言い換え方略 比較量/基準量の対比関係の理解を促進するために、通常割合の定義「比べられる量をもとにする量のどれだけか」を「もとにする量に対して比べられる量がどれだけか」と言い換えて提示する。この表現によって、比較量/基準量を対比的に理解するための枠組みが獲得され

割合の対比的な数量関係の提示が児童の文章題解決に及ぼす影響

ると考える。

図の提示 先行研究では、図の提示による量の視覚化が、問題理解を促進することが指摘されている(吉田・河野, 2003)。そこで本研究では、比較量/基準量を上下に二つ並べて対比的に示す図を用いる。その際、比較量/基準量が部分-全体関係にある場合でも、一貫して対比的に図示することで、比較量/基準量の対比関係の理解が促進されると考える。

本研究の目的は、以上の2つの教授方略を取り入れた介入授業を行い、その効果を検討することである。介入授業により比較量/基準量の対比関係の理解が促進されれば、割合文章題の解決は、水準1及び水準2から水準3に変容するであろう。なお本研究では、2つの教授方略の効果を検討するために、両方を取り入れる群(RD群: Rewording + Diagram)の他に、各教授方略を単独で実施する群(R群・D群)を設定した。また、介入授業の効果を詳細に検討するために、割合概念の理解を診断する課題(割合定義課題・パーセント範囲判断課題・比較量/基準量の同定課題)も合わせて出題した。

方法

1. 実験計画

3×2の要因配置であった。前者は教授内容(RD群、R群、D群)であり、後者はテスト時期であった(事前テスト、事後テスト)。

2. 対象

同一地域内に位置する、公立A小学校及び公立B小学校の6年生の児童を対象とした。調査に参加した児童は、A小学校の1組が39名、2組が37名、B小学校の1組が26名であった。A小学校の1組をR群、2組をRD群、及びB小学校の1組をD群に割り当てた。

各群の小学5年時における割合単元の指導状況について、各クラスの担任から聞き取れた範囲で述べる。なお、RD群は5年時と6年時で担任が代わっており、5年時の指導状況はよくわからないということであった。R群及びD群は5年生から6年生にかけて同じ教師によって受け持たれた。5年時の割合の指導状況は両群とも教科書をベースとした指導が行われた(使用された教科書はRD群及びR群が学校図書、D群が啓林館であった)。また、R群とD群の指導の特徴として、次の点が挙げられる。R群では、割合文章題の指導の際、問題文の「は」の前が比較量、「の」の前が基準量になることを教え、「くら÷もと」という公式の短縮形を記憶させ、それを用いて解決することが強調された。一方、D群では、常に線分図を用いて解決することが強調された。

3. テスト課題

事前・事後テストで使用された各課題の概要を以下に示す。また、実際に出題した課題の一部をAppendixに示す。

- ① 割合文章題(6問): 部分-全体型、対比型1以上、対比型1以下の3つの問題型を2問ずつ出題した。解答は択一式であり、4つの式から正しいものを一つ選択してもらった。
- ② 割合定義課題(1問): 「もとにする量」と「比べられる量」という語句を使って、割合の意味を記

入してもらった。

- ③ パーセント範囲判断課題(3問):パーセント数値の範囲(100を超えるかどうか)について判断してもらった。パーセント範囲に関して述べられた文を読み、その内容をどのように判断するか、選択肢(そう思う、どちらともいえない、そう思わない、わからない)から一つ選択させた。
- ④ 比較量/基準量の同定課題(3問):2つの割合とそれぞれの比較量/基準量が記入された文を提示し、指定した割合の比較量/基準量を同定してもらった。

4. 教示セッション

教示セッションは筆者が作成したテキスト冊子をもとに進められた。テキストは、4つの学習事項によって構成され、学習事項ごとに Microsoft 社のパワーポイントを用いて解答・解説が加えられた。学習事項の提示順序は各群同様であり、導入課題→割合の定義→割合の公式→練習課題①②であった (Figure1)。

以下に各学習事項の概要を示す。

(1) **導入課題** 2つの割合の大きさを比較させる課題を2問出題した。(1)では、「こみぐあい80%」と記入された電車と、「こみぐあい75%」と記入された電車の絵を提示し、どちらの電車が混んでいるかを判断してもらった。(2)では、「果汁の濃度15%」と記入されたジュースと、「果汁の濃度20%」と記入されたジュースの絵を提示し、どちらのジュースが濃いかを判断してもらった。

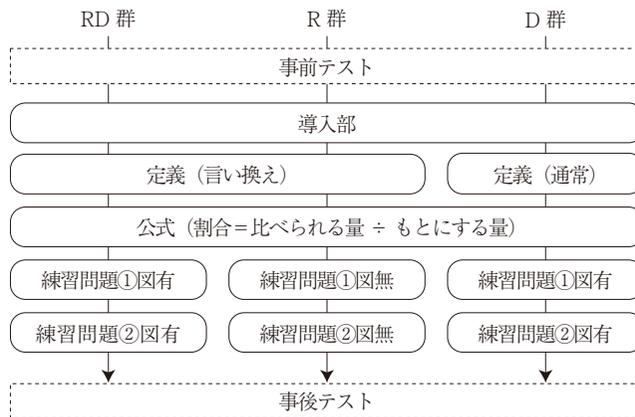


Figure1 各群の教示セッションの概要

(2) **割合の定義** 「今日の授業は、80%や20%が何を表しているか、またそのような割合を求めするためにはどのような計算をするのかを復習します。」と述べた上で、割合の定義を示した。RD 群及び R 群には、言い換えた割合の定義「もとにする量に対して比べられる量がどれだけかを表わした数」、D 群には通常の割合の定義「比べられる量がもとにする量のどれだけかを表わした数」を示した。

定義を全員で声に出して読み合わせた後に、導入課題で取り上げた「電車のコミグアイ」及び「ジュースの濃度」の意味を説明する課題を出題した。RD 群及び R 群には「() に対して、() が

割合の対比的な数量関係の提示が児童の文章題解決に及ぼす影響

どれくらいかを表した数」、D 群には「()が()のどれだけかを表した数」という文を提示し、「電車のこみぐあい」及び「ジュースの濃度」の比較量／基準量を記入してもらった。

(3) **割合の公式** 定義を確認した後、割合を求めるときは公式を用いればよいことを説明した。次にテキストの「割合 = () ÷ ()」の空欄部に語句を入れて公式を完成させるように指示した。そして割合の公式は「比べられる量 ÷ もとにする量」であることを示し、パーセントを求めるときは、100 をかけることを確認した。

(4) **練習問題** 練習問題は、部分－全体型(練習問題①)及び対比型1以上(練習問題②)の割合文章題で構成された。文章題の関係文の表現は、RD 群及び R 群では言い換えられたもの、D 群では通常のものであった。以下に練習問題①②を示す。

練習問題①「カツオのクラスの人数は36人です。冬にインフルエンザが流行し、クラスの9人が欠席しました。[RD 群・R 群]クラス全体の人数に対して、欠席者は何%にあたりますか。[D 群]欠席者は、クラス全体の何%にあたりますか。」

練習問題②「マスオさんとノリスケさんは、2人で魚釣りにいきました。マスオさんが釣った魚は24cm、ノリスケさんが釣った魚は、30cmでした。[RD 群・R 群]マスオさんの魚の大きさに対して、ノリスケさんの魚の大きさは何%にあたりますか。[D 群]ノリスケさんの魚の大きさは、マスオさんの魚の何%にあたりますか。」

RD 群及び D 群には、問題文の下に Figure2の図を提示した。練習問題を解く前に、クラス全体(練習問題②ではマスオさんの魚の大きさ)が図の大きさだとしたら、欠席者の人数(同様に、ノリスケさんの魚の大きさ)がどれくらい大きくなるかを自由に描いてもらった。

児童の描いた図の多くが、Figure3の左であることを確認し、「クラス全体に対して欠席者がどれくらいかをはっきりさせるために、次のように図を動かしてみよう」と述べた後、スライド上で欠席者をクラス全体の下に移動させ Figure3の右のような図を提示した。この図を提示しながら、「全体に対して部分がどれくらいかを考えよう」と述べ、比較量と基準量がどれにあたるかを質問した。クラス全体が基準量、欠席者が比較量にあたることを確認し、選択肢から式を選択させた。そして、適切な式をスライドに提示し、自分の選択した式と合っているかどうかを確認させた。最後に計算すると25%になることを説明し、25%はクラス全体を100と見たときの割合であることを確認した。練習問題①②はほぼ同様の手順で説明された。

R 群には、Figure2の図はなく、代わりに「もとにする量は？」／「比べられる量は？」という設問が各問題に用意された。比較量／基準量の同定をしてもらい、その後で選択肢から式を選択させた。その後の説明は RD 群及び D 群とほぼ同様であった。

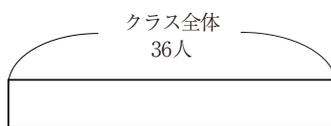


Figure2 RD 群・D 群の練習問題①に提示した図

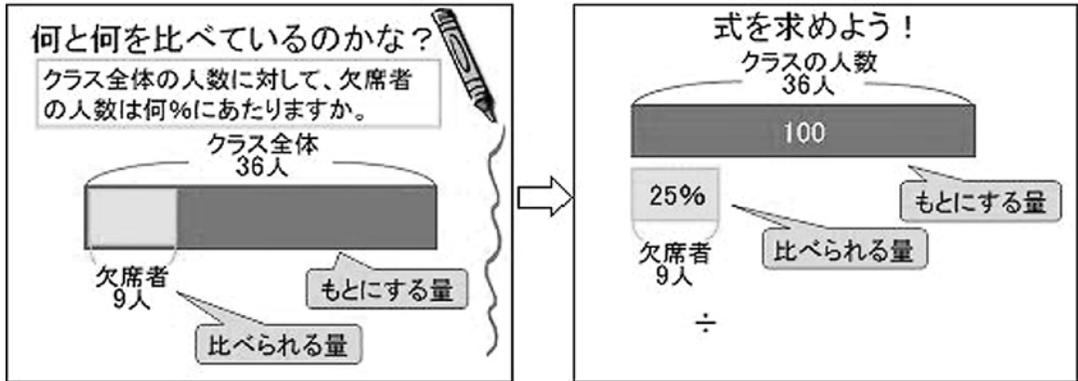


Figure3 練習問題①の解説に用いたスライド (RD 群)

5. 手続き

事前テストは、クラス担任によって一斉テスト形式で実施された。また、全クラスで教示セッション前の1週間の間に行われた。実施時間は25～30分であった。

教示セッションは全クラスにおいて筆者によって実施された。実施時間は25～30分であった。教示セッション終了後、直ちに事後テストを実施した。事後テストに要した時間は、25～30分であった。なお、事後テスト終了後、事後テストで出題した割合文章題を1問取り上げて解説した。その際、教示セッションにおける群間の情報量の差異に配慮して、R群には図を提示し、D群には言い換えた割合の定義を提示し、フォローアップを行った。

結果

1. 割合文章題

割合文章題の解答は、選択された演算が適切(比較量÷基準量)か不適切(比較量÷基準量以外)かを基準に分類された。さらに、各問題型で2問中2問が適切演算の場合を一貫正答者、1問以下の場合を非一貫正答者とした。各問題型の一貫正答者と非一貫正答者を組み合わせ、事前・事後テストの解決パターンを特定した (Table2)。

なお、先行研究(蛭名、2009)では出現数が少ないことを理由に分析の対象から除外されていた解決パターン(部分—全体型及び対比型1以上では適切演算、対比型1以下では不適切演算)が、本研究の事後テストにおいて一定数の児童に見られた。この解決パターンは、対比型には大きい数÷小さい数を適用し、部分—全体型には部分÷全体という方略を適用していると考えられる。そこで本研究では、部分—全体型が解決可能であるという点を踏まえ、P2に含めることとした (Table2ではP2⁻)。

以下では、解決パターンを水準1(P1_a、P1_β)、水準2(P2⁻、P2_a、P2_β)、及び水準3(P3)に統合して分析を行う。事前・事後において水準1～水準3に該当した児童は、RD群が31名(84%)、R群が34名(87%)、D群が25名(96%)であり、以下ではこれらの児童を対象に分析を行う。

事前における各群の解決パターンの出現数を比較したところ、比率の差が有意傾向であった(直

接確率計算、 $p < .10$)。RD 群は水準1 (61%)に多く、P2 (29%)に少ないこと、D 群は水準2 (56%)に多く、水準1 (24%)に少ないことがわかった。事前の学習状況に群間で差異が見られたことから、以下の分析では事前から事後の変容に焦点を当てる。

各群の解決パターンの変容を Table3 に示す。対称性の検定を行ったところ、RD 群及び R 群の人数の偏りは有意であった ($\chi^2(3)=8.03, p < .05; \chi^2(3)=11.14, p < .01$)。残差分析を行ったところ、RD 群では、水準2から水準1に変容した児童が少なく(調整済み残差、-2.71)、水準1から水準2に変容した児童が多いことがわかった(同上、2.71)。同様に R 群でも、水準2から水準1に変容した児童が少なく(同上、-2.67)、水準1から水準2に変容した児童が多いことがわかった(同上、2.67)。また、R 群では水準3から水準2に変容した児童が多く(同上、2.00)、水準2から水準3に変容した児童が少ないこともわかった(同上、-2.00)。D 群の人数の偏りは有意ではなかった。

Table2 割合文章題の解決パターンと各群の該当者数

解決パターン	対比型 1以上	対比型 1以下	部分- 全体型	RD 群 (31名)		R 群 (34名)		D 群 (25名)	
				事前	事後	事前	事後	事前	事後
P1 α	-	-	-	17 (55)	9 (29)	13 (38)	2 (6)	6 (24)	4 (16)
P1 β	+	-	-	2 (6)	1 (3)	2 (6)	3 (9)	0 (0)	0 (0)
P2 ⁻	+	-	+	0 (0)	6 (19)	0 (0)	4 (12)	2 (8)	0 (0)
P2 α	-	-	+	3 (10)	6 (19)	3 (9)	14 (41)	3 (12)	6 (24)
P2 β	-	+	+	6 (19)	4 (12)	12 (35)	11 (32)	9 (36)	6 (24)
P3	+	+	+	3 (10)	5 (16)	4 (12)	0 (0)	5 (20)	9 (36)

+ : 一貫正答者、- : 非一貫正答者

() : %

Table3 各群の解決パターンの変容

事前\事後	RD 群				R 群				D 群			
	1	2	3	計	1	2	3	計	1	2	3	計
水準1	8	10	1	19	3	12	0	15	2	2	2	6
水準2	1	4	4	9	2	13	0	15	2	8	4	14
水準3	1	2	0	3	0	4	0	4	0	2	3	5
計	10	16	5	31	5	29	0	34	4	12	9	25

2. 比較量／基準量の関連づけ課題

比較量／基準量の関連づけ課題の解答は、比較量／基準量の関連づけが適切か、それとも不適切かを基準に分類された。適切な関連づけは、「比べられる量」／「もとにする量」を言葉で適切に関連づけられている場合 (e.g. 比べられる量がもとにする量の [どれくらいかを表わした数; 何倍かを表わした数]、もとにする量に対して比べられる量がどれくらいかを表わした数)、及び比べられる量÷もとにする量という式で表されている場合である。それ以外の関連づけ及び無解答の場合を不適切な関連づけとした。以下では適切な関連づけが見られた解答を正答、不適切な関連づけが見られた解答を誤答と記す。

各群の解答タイプの変容を Table4に示す。事前・事後で正答率を比較したところ、全ての群に正答率の増加がみられた(マクネマー検定、 $p < .01$)。

次に、事後における割合文章題の解決パターンと比較量/基準量の関連づけ方との関連を見たが (Table5)、いずれの群においても人数の偏りは有意ではなかった(直接確率計算法、RD群 $p = .55$; R群 $p = .63$; D群 $p = 1.00$)。

Table4 各群の解答タイプの変容

事前\事後	RD群			R群			D群		
	正答	誤答	計	正答	誤答	計	正答	誤答	計
正答者	5	1	6	7	1	8	11	1	12
誤答者	14	11	25	15	11	26	11	2	13
合計	19	12	31	22	12	34	22	3	25

Table5 事後における各群の割合文章題の解決パターンと関連づけの解答タイプとの関連

解答\水準	RD群				R群				D群			
	1	2	3	計	1	2	3	計	1	2	3	計
正答	7 (37)	10 (53)	2 (11)	19	4 (18)	18 (82)	0 (0)	22	4 (18)	10 (45)	8 (36)	22
誤答	3 (25)	6 (50)	3 (25)	12	1 (8)	11 (92)	0 (0)	12	0 (0)	2 (67)	1 (33)	3
合計	10	16	5	31	5	29	0	34	4	12	9	25

(): %

3. パーセント範囲判断課題

パーセント範囲判断課題の解答は、正判断、誤判断、他の判断の3つの基準によって分類された。さらに各判断が3問中2問以上出現した場合をそれぞれの判断の該当者(正判断者、誤判断者、その他)とした。また、正判断、誤判断、他の判断が1問ずつの場合は、その他とされた。

各群の判断タイプの変容を Table6に示す。対称性の検定を行ったところ、RD群の人数の偏りは有意ではなかった($\chi^2(3) = 3.2, n.s.$)。R群は人数の偏りが有意であり($\chi^2(3) = 15.0, p < .01$)、D群は有意傾向であった($\chi^2(3) = 7.0, p < .10$)。R群とD群について残差分析を行ったところ、R群では、誤判断者から正判断者に変容した児童、及びその他から正判断者に変容した児童が多く(調整済み残差2.65; 2.65)、その逆の変容パターンを示した児童が少ないことがわかった(同上、-2.65; -2.65)。D群では、誤判断者から正判断者に変容した児童が多く(同上、2.45)、その逆の変容パターンを示した児童が少ないことがわかった(同上、-2.45)。

次に、事後における割合文章題の解決パターンと%範囲の判断タイプとの関連を見たが (Table7)、いずれの群においても人数の偏りは有意ではなかった(直接確率計算法、RD群 $p = .25$; R群 $p = .15$; D群 $p = .33$)。

Table6 各群の判断タイプの変容

事前\事後	RD 群				R 群				D 群			
	正	誤	他	計	正	誤	他	計	正	誤	他	計
正判断者	15	2	2	19	19	0	0	19	13	2	0	15
誤判断者	3	0	1	4	7	0	0	7	2	0	0	2
その他	6	0	2	8	7	1	0	8	6	1	1	8
合計	24	2	5	31	33	1	0	34	21	3	1	25

Table7 事後における各群の解決パターンとパーセントの判断タイプとの関連

解答\水準	RD 群				R 群				D 群			
	1	2	3	計	1	2	3	計	1	2	3	計
正判断者	6 (25)	13 (54)	5 (21)	24	4 (12)	29 (88)	0 (0)	33	4 (19)	9 (43)	8 (38)	21
誤判断者	2 (100)	0 (0)	0 (0)	2	1 (100)	0 (0)	0 (0)	1	0 (0)	3 (100)	0 (0)	3
その他	2 (40)	3 (60)	0 (0)	5	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0	0 (0)	0 (0)	1 (100)	1
合計	10	16	5	31	5	29	0	34	4	12	9	25

(): %

4. 比較量／基準量の同定課題

比較量／基準量の同定課題の解答は、正答、誤答 i、誤答 ii の3つの基準によって分類された。正答は、指定した割合の比較量／基準量が正しく同定されている解答、誤答 i は、指定していない割合の比較量／基準量を含め不適切な組み合わせで同定されている解答、誤答 ii は、誤答 i 以外の不適切な解答及び無解答であった。さらに3問中2問以上に同一の解答が見られた場合をその解答の該当者(正答者、誤答者 i、誤答者 ii)とした。また、正答、誤答 i、誤答 ii が1問ずつの場合は、誤答者 i とされた。

各群の同定タイプの変容を Table8 に示す。対称性の検定を行ったところ、RD 群及び R 群の人数の偏りは有意ではなく ($\chi^2(3)=2.33$; $\chi^2(3)=5.00$, ns.)、D 群の人数の偏りは有意であった ($\chi^2(3)=11.33$, $p < .05$)。D 群について残差分析を行ったところ、誤答者 i から誤答者 ii に変容した児童が多く(調整済み残差3.16)、その逆の変容パターンを示した児童が少ない(同上 -3.16)ことがわ

Table8 各群の事前から事後への同定タイプの変容

事前\事後	RD 群				R 群				D 群			
	正	i	ii	計	正	i	ii	計	正	i	ii	計
正答者	2	1	1	4	1	0	0	1	4	0	2	6
誤答者 i	0	0	2	2	0	1	3	4	1	1	10	12
誤答者 ii	0	1	24	25	2	0	27	29	1	0	6	7
合計	2	2	27	31	3	1	30	34	6	1	18	25

かった。なお、事後の正答者は、RD群に2名(7%)、R群に3名(9%)、6名(25%)と極めて少なかったことから、割合文章題の解決パターンとの関連は見ない。

考察

1. 割合文章題の解決

本研究の目的は、割合の対比関係を明示する教授方略によって、割合文章題の解決が促進されるかを検討することであった。事前テストにおいて各群の解決パターンの出現数に有意傾向の偏りが見られたことから、解決パターンの変容に焦点を当て考察する。

(1) **水準1—水準2** RD群及びR群では、水準1から水準2への変容が多く見られた。両群において変容の内訳をみると(Table2)、P2⁻やP2^aで特に人数が増加している。これは、教授方略が部分—全体型の解決には有効であったことを示唆している。一方、D群では解決パターンの変容が見られなかった。これはD群が事前の段階で他の群よりも水準2の比率が高かったことが要因として考えられる。すなわち、事前の時点でD群では水準2の該当者が多かったことから、水準1からの変容が少なかったと考えられる。

(2) **水準2—水準3** 水準2—水準3間に有意な変容が見られたのはR群のみであったが、それは水準3から水準2への移行という後退であった。R群のみでこのような移行が見られたことから、R群の教示セッションにこのような後退をもたらす要因が含まれていたと考えられる。R群の教示セッションには図の提示方略がなく、言い換え方略のみが提示された。それゆえ、言い換えられた定義と、児童が保持していた割合に関する既有知識とが干渉した可能性が考えられる。それに対して、図の提示とともに言い換え方略を行ったRD群ではこのような後退は見られなかった。おそらく、RD群でもR群と同様に既有知識と干渉を起こす児童はいたが、図の提示によってそれが緩和されたのではないかと考えられる。

また、図の提示のみであったD群においても、水準3が特に増加したわけではなかった。本研究で提示した図には対比関係の理解を促進する効果は見られなかったと言える。

(3) **その他** 事前から事後への変容が見られず、水準1あるいは水準2に留まった児童は、RD群が12名(39%)、R群が16名(47%)、D群が11名(44%)であった。すなわち、4～5割の児童に対して教示セッションは効果がなかったと言える。一方、事前で水準3に該当した児童の12名(RD群、3名; R群、4名; D群、5名)のうち、一貫して水準3に該当した児童はD群の3名のみであった。それ以外の9名は、教示セッションの学習によって自身の解決方略が揺らいでしまったと言える。これは、児童がそれまでに適用していた解決方略と教示された内容とを、適切に整合させることに失敗したことが要因として考えられる。

2. 割合に関する知識と文章題の解決パターンとの関連

(1) **比較量／基準量の関連づけ方** 全ての群において事前から事後にかけて正答者が増加したものの、RD群及びR群では正答率が7割に満たなかった(RD群、61%; R群、65%)。この課題が教授セッションで扱われた内容の再生課題であることを踏まえると、この正答率の低さは提示された

割合の意味の理解につまずいていることを示唆している。D群では事後の正答率が9割を超えていることから、RD群及びR群で提示された割合の定義が、児童の既有知識との干渉を引き起こしてしまったと言える。また、いずれの群においても関連づけ方と割合文章題の解決パターンとの関連は見られなかった。比較量／基準量を適切に関連づけられたとしてもそれによって割合文章題の解決が促進されるわけではないことが示唆された。

(2) **パーセント範囲の判断の仕方** R群及びD群において、事前から事後にかけて誤判断者から正判断者への変容が多いことが示された。またR群においては、その他から正判断者への変容も多いことが示された。RD群では判断の変容に有意な偏りは見られなかったものの、事後の正判断の比率が8割弱であったことから、いずれの群でも大半の児童が100%を超える割合の存在を認めるようになったと言える。しかし、割合文章題の解決パターンとの関連が見られなかったことから、パーセントの判断が正しくなったからといって、必ずしも割合文章題の解決が促進されるわけではないことが示唆された。

(3) **比較量／基準量の同定の仕方** 本研究で出題された比較量／基準量の同定課題の解決は極めて困難であったと言える。この要因として、同定課題の表現形式が一般的な割合文章題とは異なっていたことが考えられる。割合文章題の関係文の一般的な表現形式は「比較量は基準量のX%です」である。同定課題の(1)は、この表現形式に沿ったものであるものの、(2)・(3)は比較量／基準量の順序が入れ替わっていたり、非明示的であったりしたため、同定が困難になってしまったと考えられる。

なお、D群では事前から事後に誤答者 i から誤答者 ii が増加した。D群のクラス担任からのコメントによれば、事前テスト時に同定課題について「何を答えればよいのかわからない」という質問が多くの子供から出されたという。そこでクラス担任は問題状況についてのヒントを提示したということであった。そのため、事前ではヒントを手がかりに解答したため誤答者 i であったが、事後ではそのようなヒントが提示されなかったために誤答者 ii に後退したと推察される。

3. まとめと今後の課題

本研究では、比較量／基準量の対比関係を明示化する教授方略の効果を検討することが目的であった。各群の結果を踏まえると、言い換え方略及び図の提示方略の両方に、水準3への移行を促進する効果は見られなかったといえる。しかし、RD群及びR群においては部分—全体型の解決は促進された。おそらく教示セッションで部分—全体型の練習問題が扱われたことから、そこでの解決方略が転移したと考えられる。それに対して、同じく教示セッションの練習問題で出題した対比型の問題には転移が見られなかった。本研究で実施した教授方略の効果は部分—全体型に留まったといえる。この原因として次の2点が考えられる。

第1に、割合の定義として示した「基準量に対して比較量がどれくらいかを表わした数」という表現が、児童の既有知識と干渉を起こした可能性が考えられる。日常場面や問題解決場面で用いられる割合の表現は「～の何%」や「～の倍」である。この表現がデフォルトとして児童の中に定着しているのであれば、それと関連づけるような提示の仕方が必要であったかもしれない。本研究ではそのような既有知識と関連づけることなく「～に対して何%」という表現を提示しまったと言える。

そのため既有知識との干渉が生じてしまったために混乱が生じてしまったと思われる。

第2に、対比的な図を示す際に、なぜ対比的に図示することがよいのかについての説明が不足していたと思われる。特に、比較量／基準量が部分—全体関係になっている場合は、包含関係の図示の方が理解しやすいのは確かである。それをなぜわざわざ対比的に図示しなければならないのかについての説明が不十分であったと考えられる。

本研究で実施した教授方略は、表面上の形式的な操作にとどまっていたために、割合の対比関係の理解を促進するには至らなかったと言えよう。今後は比較量／基準量を対比的に捉えることと、基準量を1(100)とみることの関連づけを強調するなどして、本研究で実施した教授方略を改善していく必要がある。

【引用文献】

- 蛸名正司 (2008). 割合文章題の解決における課題認知とその影響に関する検討—小学生の場合—日本教育心理学会第50回総会発表論文集, 588.
- 蛸名正司 (2009). 割合文章題解決時に見る知識水準と割合の定義表現の様相との関連について—小学6年生から中学2年生を対象として— 日本教育心理学会第51回総会発表論文集, 241.
- 石田淳一・神田恵子 (2008). 5学年「割合」単元における関係図や線分図をかいたり、よんだりする指導に関する研究 科学教育研究, 32, 153-163.
- 石田淳一・多鹿秀継 (1993). 算数文章題解決における下位過程の分析 科学教育研究, 17, 18-25.
- Mayer, R. E. (1985). Mathematical ability. In R. J. Sternberg (Ed.), *Human abilities: An information-processing approach* (pp. 127-149). New York: W. H. Freeman.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition. 2th ed.* New York: W. H. Freeman.
- 小野寺淑行 (1995). 割合文章題の解決における情報処理の諸相(Ⅱ)—卒業後における問題・解決方略の実態— 千葉大学教育実践研究, 2, 141-153.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.
- Riley, M. S., & Greeno, J. G. (1988). Developmental Analysis of Understanding Language About Quantities and of Solving Problems. *Cognition & Instruction*, 5, 49.
- 坂井武司 (2008). 色テープ図を活用した割合の指導に関する研究 日本数学教育学会誌, 90, 13-21.
- 坂本美紀 (1997). コンピュータ提示による文章題のつまずきの解明—割合文章題を用いて—教育心理学研究, 45, 87-95.
- 多鹿秀継・中津梢男 (2009). 算数問題解決と転移を促す知識構成の研究 風間書房
- 土屋利美 (2002). 比例の見方を用いた「割合」の指導実践 日本数学教育学会誌, 84, 30-37.
- 吉田甫・河野康男 (2003). インフォーマルな知識を基にした教授介入：割合の概念の場合 科学教育研究, 27, 111-119.

Appendix

事前・事後テストで出題した課題の一部

割合文章題

〈部分—全体型〉はじめ君のクラスの人数は全体で40人です。ある日の欠席者は4人でした。欠席者の人数は、クラス全体の何%にあたりますか。

〈対比型1以下〉公園にサクラの木が32本、ウメの木が8本植えてあります。ウメの木の木の本数は、サクラの木の何%にあたりますか。

〈対比型1以上〉海岸で貝がらをひろいました。きのうは20枚、今日は25枚ひろいました。今日ひろった貝がらの枚数は、きのうひろった枚数の何%にあたりますか。

%範囲判断課題

次の(1)~(3)の文を読み、自分の考えにあてはまるものをア~エの中から1つ選び、記号に○をつけましょう。

(1) 割合が120%や150%ということもある。

ア そう思う イ どちらともいえない ウ そう思わない エ わからない (選択肢は以下同様)

(2) 割合が200%や300%ということもある。

(3) %がつく数で一番大きいのは、100%である。

〈ダミー課題〉「~%」というように、%がついて割合を表している数は、必ず100より小さい。

比較量／基準量の関連づけ課題

割合の意味を言葉で表しましょう。ただし、もとにする量、比べられる量という言葉を必ず使用してください。 割合とは、_____

比較量・基準量の同定課題

次の(1)~(2)の文の中で、下線部ア~ウのもとにする量、比べられる量は何ですか。文の中から見つけ、()に記入しましょう。

(1) ジロー君の体重はお兄さんのア80%で、サブロー君の体重はお姉さんの90%です。

ア80% もとにする量 () 比べられる量 ()

(2) ゆうた君のクラスではイヌを飼っている人とネコを飼っている人が何人かいます。イヌを飼っている人30%、ネコを飼っている人のイ70%は、家の中で飼っています。

イ70% もとにする量 () 比べられる量 ()

(3) イチロー君がシロー君の家に遊びに行ったところ、おやつにカステラができました。イチロー君はカステラ全部のウ60%、シロー君は40%を食べました。

ウ60% もとにする量 () 比べられる量 ()

Influence of presenting the contrast relation of ratio on solving word problems.

Shoji EBINA

(Graduate Student, Graduate school of education, Tohoku University)

This article investigated the effect of the two instruction strategies which are presenting the contrast relation of ratio. 102 six-grade children of public elementary school were assigned to RD (Rewording & Diagram) group, R group, and D group. Strategies which students' adapted to solve word problems were classified into three levels; Level 1 (solving no or few problems), Level 2 (solving some problems with inappropriate procedural knowledge), and Level 3 (solving accurately all problems), and compared between pre- and post-test. In a result, it was revealed that there were significant changes from level 1 to level 2 in RD group and R group, and from level 3 to level 2 in R. There was no change in D group. These results indicated that (a) reviewing formula of ratio facilitated the change from level 1 to level 2 regardless of the kinds of instructional strategy, (b) there is little effect for changing to level 3, and (c) presenting with rewording solely caused to interfere with children's prior knowledge.

KEY WORD : the contrast relation of ratio, ratio word problems, procedural knowledge, Levels of problem solving, elementary students

