

水圧破碎地殻応力計測のための
シャットイン後の横き裂閉口挙動の解析*伊藤 高敏^{*1}, 林 一夫^{*1}Closure Process of Transverse Cracks after Shut-in in
Hydraulic Fracturing Tectonic Stress Measurements

Takatoshi ITO and Kazuo HAYASHI

Closure process of a transverse crack crossing a wellbore is analyzed to discuss physical meanings of the pressure decay curve after shut-in during hydraulic fracturing tectonic stress measurements, where the crack is assumed to be perpendicular to the wellbore axis and one of the principal axes of the tectonic stress is assumed to be parallel to the wellbore axis. The analysis is based on the linear theory of elasticity and linear fracture mechanics. It is shown that the whole crack closes instantaneously when the downhole water pressure is equal to the compressive tectonic stress acting perpendicularly to the crack plane. The instantaneous crack closure appears as a point of maximum curvature on the pressure decay curve after shut-in. Therefore, the compressive tectonic stress normal to the crack plane is determined as the pressure at the point of maximum curvature. Although the point of maximum curvature appears less clearly on pressure decay curve when the fluid loss coefficient is large, the instantaneous crack closure can always be detected clearly by utilizing the relation of the inverse of the decrease rate of the downhole water pressure vs the downhole pressure.

Key Words: Elasticity, Fracture, Artificial Subsurface Crack, Crack Closure, Tectonic Stress Measurement, Hydraulic Fracturing, Shut-in Pressure

1. 緒 言

現在のところ、地表下深部の地殻応力を定量的に評価できる方法として、水圧破碎（水圧によって地下き裂を作成・制御する技術）による方法⁽¹⁾⁽²⁾が、最も有力である。この方法は、地殻内に掘削したポアホールの所要区間を、二つの栓（パッカーエレメント）により仕切り、この区間（以下、加圧区間と呼ぶ）に高水圧を負荷して岩体内に人工き裂を作成し、このとき観測されるいくつかの特徴的な加圧区間水圧と、き裂発生方位とから地殻応力を評価するものである。この方法で地殻応力の算定に用いる水圧データの一つにき裂閉口圧がある。この水圧は、定性的には、加圧区間に注水しき裂を進展させている途中でシャットインした後、岩体への逸水によって水圧が減少する過程で、水圧とき裂垂直方向の地殻圧縮応力が平衡したときの水圧として定義される。ここで、シャットインとは、加圧区間と地表にあるポンプをつなぐ配管の途中にあるバルブを閉じて注水を停止する操作のことである。ところで、このき裂閉口圧を用いて地殻応力を評価するためには、

シャットイン後の加圧区間水圧の降下曲線（以下、シャットイン曲線と呼ぶ）からき裂閉口圧を明確に検出できることが必要である。この点について Kehle⁽³⁾は、不透水性岩体中にある円盤状き裂の閉口挙動に対する理論的考察から、シャットイン後、一定値に安定したときの水圧をき裂閉口圧とすれば良いとしている。しかしながら、実際の水圧破碎では、Kehle⁽³⁾の予想に反し、加圧区間水圧が徐々に減少し続けて一定値とならない。このため、徐々に減少し続けるシャットイン曲線から、き裂閉口圧を決定する方法が数多く提案されているが⁽⁴⁾⁻⁽⁹⁾、これらはいずれも経験的なもので、現在のところ確定的な方法は存在しない。これは、ポアホールから発生したき裂のシャットイン後のき裂閉口のメカニズムが解明されていないことに原因がある⁽⁷⁾。

以上の点にかんがみ、林らは、ポアホール軸方向に沿って形成される縦き裂を対象として、破壊力学に基づく解析により、き裂閉口挙動とシャットイン曲線の関係を明らかにするとともに⁽¹⁰⁾、き裂閉口圧を明確に決定する方法を新たに提案している⁽¹¹⁾。しかし、水圧破碎で形成されるき裂は縦き裂ばかりではなく、ポアホールを斜めに横切る、いわゆる横き裂が形成される場合も多い。また、横き裂と縦き裂では、ポアホールと

* 原稿受付 平成3年8月6日。

*1 正員、東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平2-1-1)。

の位置関係が異なるため、シャットイン後のき裂閉口挙動も大きく異なる可能性がある。そこで本研究では、縦き裂と最も対照的な横き裂として、ポアホールと直交する横き裂を想定し、き裂閉口挙動とシャットイン曲線の関係を、破壊力学に基づいて解析した。

2. 横き裂のき裂閉口挙動の解析

横き裂が存在する場合の、シャットイン後の加圧区間水圧の時間変化について考える。ただし、き裂は平板状でポアホール中心を軸とする軸対称な形状をしており、かつ、ポアホールと直交しているものとする。また、き裂面垂直方向に作用する地殻圧縮主応力を S_v 、ポアホール中心を原点とする半径を r と表示する。さて、シャットイン後は、ポンプからの注水がない。したがって、次の関係が成立する。

$$\frac{d}{dt} (M_i + M_c + M_b + M_h) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに t は加圧開始からの時間、 M_i はシャットイン後ポアホール壁面およびき裂面から岩体内に浸みだす水の質量、また M_c, M_b および M_h はそれぞれ、き裂、加圧区間および地表にあるポンプと加圧区間をつなぐ配管内の水の質量である。また、注水を止めるとき裂内の水の流れがなくなり、き裂内水圧は加圧区間水圧と等しくなる。これを考慮すると式(1)は、加圧区間水圧 P と単位時間当たりの逸水容積流量 Q_i を用いて次のように表き直すことができる。

$$\frac{dP}{dt} = - \frac{\rho_c Q_i}{d(\rho_c V_c + \rho_c V_b + M_h)/dP} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 V_c および V_b はそれぞれ、き裂および加圧区間内の水の体積、 ρ_c はき裂および加圧区間内の水の密度であり、次式で与えられる。

$$\rho_c = \rho_0 \{1 + \beta(P - P_0)\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

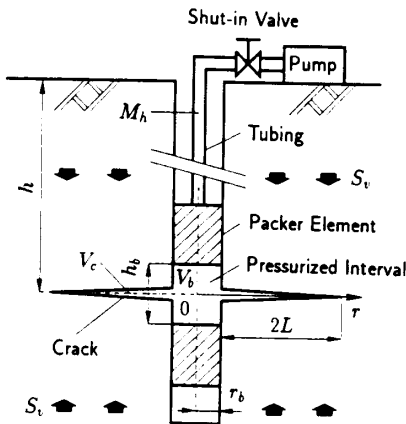


図1 ポアホールと横き裂

ここに、 ρ_0 は水圧が P_0 のときの水の密度、 β は水の圧縮率である。また、 Q_i は次式で与えられる⁽¹²⁾。

$$Q_i = \frac{A_0 C}{\sqrt{t_0}} \left\{ 2 \left(\sqrt{\frac{t}{t_0}} - \sqrt{\frac{t}{t_0} - \frac{A}{A_0}} \right) \right\} + 2\pi r_b h_b \frac{C}{\sqrt{t}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

上式の右辺第1項および第2項はそれぞれ、き裂および加圧区間からの逸水量を表す。ここに、 A は時刻 t におけるき裂面積であり、 A_0 はシャットイン直後の A を表す。また、 C は逸水係数、 r_b はポアホール半径、 h_b は加圧区間高さ、 t_0 は加圧開始からシャットインまでの時間である。一方、圧力に対する加圧配管内の水の質量の変化率は、次式で与えられる⁽¹⁰⁾。

$$\frac{dM_h}{dP} = \pi \rho_0 r_h^2 h \left[\beta + \frac{r_h^2}{G_h (2ar_h + a^2)} \times \left\{ 1 - 2\nu_h + \left(\frac{r_h + a}{r_h} \right)^2 \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 r_h, a, ν_h および G_h はそれぞれ、加圧配管の内径、肉厚、ポアソン比およびせん断弾性係数であり、 h は地表から加圧区間中心までの深さである。

次に、式(2)に含まれるき裂内の水の体積 V_c について考える。まず、位置 r におけるき裂の開口幅を $w(r)$ とすれば、き裂体積は次式で与えられる。

$$V_c = 2\pi \int_{r_0}^{r_0+2L} r w(r) dr \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $2L$ はき裂長さ(図1)である。さらに w は、未知関数 ϕ に関する次の特異積分方程式を解くことによって求められる⁽¹³⁾。

$$\frac{2}{\pi} \int_{r_0}^{r_0+2L} r \phi(r) \{ R(r, \tau) + S(r, \tau) \} d\tau = P - S_v \quad (r_b < r < r_b + 2L) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで

$$w(r) = \frac{2(1-\nu_r)}{G_r} \int_{r_0+2L}^r \phi(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (8)$$

$R(r, \tau)$ および $S(r, \tau)$ は既知関数⁽¹³⁾、 G_r および ν_r はそれぞれ岩体のせん断弾性係数およびポアソン比である。また、き裂先端の応力拡大係数 K_I は次式で与えられる。

$$K_I = -2\sqrt{\pi L} \phi(1) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに

$$\phi(r) = \phi \left(\frac{r-L-r_b}{L} \right) \sqrt{\frac{r-r_b}{2L+r_b-r}} \quad \dots\dots (10)$$

以上の諸式を用い、シャットイン曲線の数値シミュレーションを行う。その手順を以下に述べる。

シャットイン前、き裂は、注水によりき裂先端の応力拡大係数が破壊靱性値に等しい状態で進展し、このとき、き裂内に生じる水の流れと水の粘性抵抗により、き裂内に水圧こう配が生じる。ここで、位置 r のき裂内水圧を $p(r)$ とすれば、水圧こう配がある場合のき

裂内の水圧分布は近似的に次式で与えられる⁽¹⁴⁾。

$$p(r) = B \log \frac{r}{r_0} + P \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 B は定数であり、シャットイン直前の加圧区間水圧とき裂長さを与えれば、き裂先端の応力拡大係数が破壊靱性値に等しいという条件から決定することができる。なお、き裂内に水圧こう配がある場合のき裂先端の応力拡大係数は、式(7)の右辺の P を $p(r)$ で置き換えて求めた ϕ を使って、式(9)から求められる。

シャットイン前のき裂内の水圧こう配は、シャットインと同時に消滅し、き裂内の水圧は加圧区間水圧と等しくなる。また、このとき、き裂先端の応力拡大係数が破壊靱性値を超え、シャットイン時に瞬間的なき裂成長が起き、同時に、加圧区間水圧は急激に減少する。この瞬間的なき裂成長直後の加圧区間水圧およびき裂長さは、き裂先端の応力拡大係数が破壊靱性値に等しいという条件と、き裂成長前後で水の質量が保存されるという条件から決定する。

瞬間的なき裂成長が終了した以降は、加圧区間のポアホール壁面およびき裂面から岩体内への水の浸透により、加圧区間水圧は徐々に減少する。これに伴い、き裂開口量も徐々に減少し、ある水圧に達するとき裂は閉じてしまう。ここで、き裂が閉じるときの水圧について考えてみる。まず、式(7)の右辺の値が、 r に無関係であることを考慮すると、式(9)は次のように書き換えられる。

$$K_I = -2\sqrt{\pi L}(P - S_v)\bar{\phi}(1) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに

$$\phi(r) = (P - S_v)\bar{\phi}\left(\frac{r-L-r_0}{L}\right)\sqrt{\frac{r-r_0}{2L+r_0-r}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

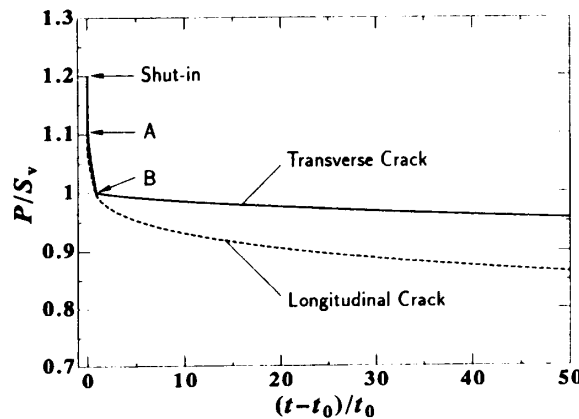


図 2 シャットイン曲線の一例

であり、 $\bar{\phi}$ はポアホール半径およびき裂長さのみによって決まる有界な関数である。したがって、式(12)より、き裂先端の応力拡大係数 K_I は、 $P - S_v = 0$ のとき、き裂長さによらず常に $K_I = 0$ となるのがわかる。また、式(8)、(13)から、このとき、すなわち $P = S_v$ となったとき、き裂全体が同時に閉じてしまうこともわかる。これに対し、水圧破砕で形成されたき裂が縦き裂の場合は、加圧区間水圧がき裂面垂直方向の地殻圧縮応力とほぼ等しくなったとき、き裂先端からき裂が閉じ始め、その後の圧力低下に伴ってポアホール壁面の位置まで徐々にき裂が閉じていくことが、Hayashi ら⁽¹⁰⁾ の解析で明らかになっている。さて、き裂成長終了後の加圧区間水圧の経時変化は、以上の点を考慮して、式(2)の常微分方程式を解くことによって求められる。具体的には、瞬間的なき裂成長終了時の加圧区間水圧より水圧を微小量ずつ減少させ、各ステップで、き裂内、加圧区間内および加圧配管内の水の質量とき裂面およびポアホール壁面からの逸水質量を評価し、式(2)の関係を用いて各ステップの時刻を求めていく。なお、Hayashi ら⁽¹⁰⁾ は、縦き裂の閉口挙動解析結果とフィールド実験結果の対比から、き裂からの逸水面積は開口部のき裂面積に等しいという知見を得ている。そこで、ここでは、式(4)中の A について、 $P \geq S_v$ の場合 $A = A_0$ 、 $P < S_v$ の場合 $A = 0$ とする。

3. 計算結果

3.1 シャットイン曲線 前章の解析手順により求めたシャットイン曲線の一例を図2に示す。ここでは、加圧配管として高圧ゴムホースを用いた場合を想定し、以下の諸値を計算に用いた。

$$\begin{aligned} S_v &= 7 \text{ MPa}, \rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3, \beta = 0.45 \text{ GPa}^{-1} \\ 2L_0 &= 1 \text{ m}, K_{IC} = 1.0 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}, G_r = 8.3 \text{ GPa} \\ \nu_r &= 0.2, r_h = 5 \text{ mm}, a = 5 \text{ mm} \\ h &= 300 \text{ m}, G_h = 67 \text{ MPa}, \nu_h = 0.5 \\ r_b &= 0.05 \text{ m}, h_b = 0.6 \text{ m}, V_b = 0.0047 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

ここに、 $2L_0$ はシャットイン直前のき裂長さである。また、比較のため、Hayashi ら⁽¹⁰⁾ の解析に従って求めた縦き裂のシャットイン曲線も合わせて図2に示す。ただし、 $S_2 = S_v$ 、 $S_1/S_2 = 1.5$ とした。ここで、 S_1 および S_2 は、それぞれ、ポアホールと直交する平面内で縦き裂のき裂面に垂直な方向とき裂線方向に作用する地殻圧縮主応力である。また、縦き裂のポアホール軸方向のき裂高さは3m、シャットイン直前のき裂長さは、シャットイン直前のき裂面積が図2の例の横き裂の場合とほぼ等しくなるように0.6mとし、その他

の諸値は横き裂の場合と同じとした。

さて、横き裂について、シャットイン後加圧区間水圧が減少するプロセスは、図2の結果を使って次のように説明できる。まず、シャットイン直後、き裂が瞬間的に成長すると共に、加圧区間水圧は激減して図中の点Aに至る。その後は、き裂面および加圧区間のポアホール壁面からの逸水により、き裂、加圧区間および加圧配管内の水の質量が減少し、加圧区間水圧も次第に減少する。そして、加圧区間水圧がさらに減少して $P=S_0$ となる点Bに達した瞬間、前章で述べたように、その点に達するまで開いていたき裂が全域にわたって同時に閉じてしまう。このため、点B以降は、逸水が加圧区間のポアホール壁面からの分のみとなるため、点A-B間よりゆるいカーブを描きながら加圧区間水圧は次第に減少していく。一方、縦き裂の場合、 $P \approx S_2$ となったとき先端からき裂が閉じ始めるが、加圧区間水圧がさらに減少して $P < (3S_2 + S_1)/2$ となるまで、き裂は部分的に開いている⁽¹⁵⁾。したがって、 $S_2 > P > (3S_2 + S_1)/2$ の範囲では、部分的に開口しているき裂の表面から依然として逸水が起こる。このため、縦き裂のシャットイン曲線は、図2の結果のように横き裂のシャットイン曲線より全体的にこう配が大きくなっている。ところで、Hayashiら⁽¹⁰⁾は、縦き裂の場合、加圧区間水圧の大きさが、き裂面垂直方向に作用する地殻圧縮応力の大きさと等しくなる点で、シャットイン曲線の曲率が最大になることを明らかにしている。図2の結果を見ると、横き裂の場合も同様に、加圧区間水圧の大きさがき裂面に垂直な方向に作用する地殻圧縮応力の大きさと等しくなる点で、シャットイン曲線の曲率が最大となっていることがわかる。したがって、横き裂の場合も縦き裂の場合と同様に、シャットイン曲線の曲率が最大となる点Bの加圧区間水圧をき裂閉口圧とすれば良い。なお、縦き裂の場合と異

なり横き裂の場合は、シャットイン曲線の曲率が最大となる点でき裂全体が閉じてしまうために、縦き裂の場合と比べ、その点が明りように現れていることがわかる。

次に、横き裂のシャットイン曲線に及ぼすき裂長さおよび逸水係数の影響を調べた結果を図3および図4に示す。ここで、図2の結果を求めるのに用いた諸値の内、き裂長さを変化させてシャットイン曲線の変化を調べた結果が図3であり、逸水係数を変化させてシャットイン曲線の変化を調べた結果が図4である。両図より、シャットイン曲線は、き裂長さが変わってもほとんど変化せず、また、逸水係数が大きいほどシャットイン曲線のこう配が大きくなり、点Bの検出が困難になってくるのがわかる。

3.2 き裂閉口圧の決定法 緒言で述べたように林ら⁽¹¹⁾は先に、縦き裂のシャットイン曲線の解析を行って、同曲線からき裂閉口圧を明確に決定する方法を新たに提案している。すなわち、シャットイン曲線から求められる水圧の時間変化率の逆数 (dt/dP) と水圧 P の関係の屈曲点をき裂閉口圧とする方法である。そこで、横き裂の場合にも、同様な方法でき裂閉口圧を決定できるかどうかについて検討する。

まず、図2の横き裂のシャットイン曲線を dt/dP - P の関係に整理し直した結果を図5に示す。同図より、 dt/dP - P の関係は、縦き裂の場合⁽¹¹⁾と同様に直線関係とみなせる二つの部分からなることがわかる。ただし、縦き裂の場合と異なり、両者の間の点で dt/dP が不連続に変化している。また、この点の加圧区間水圧の大きさは、き裂面垂直方向の地殻圧縮応力の大きさに等しい。つまり、 dt/dP が不連続に変化する点は、図2の点Bに対応している。前述のように、横き裂は、加圧区間水圧が点Bの水圧以下になると全域にわたって瞬間的に閉じてしまう。このことから、 $P=S_0$ と

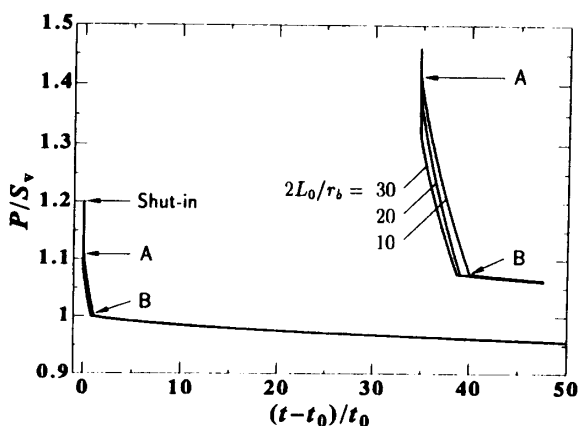


図3 シャットイン曲線に及ぼすき裂長さの影響

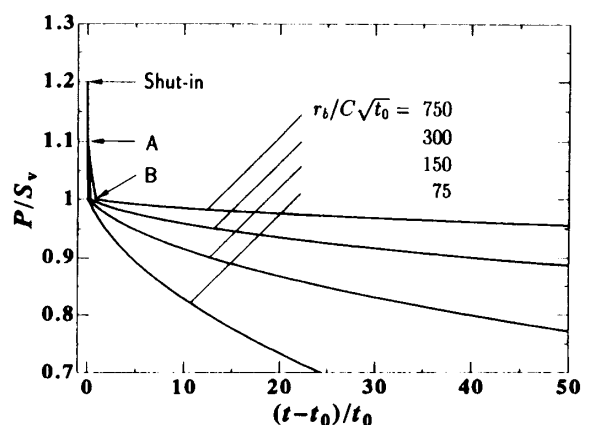
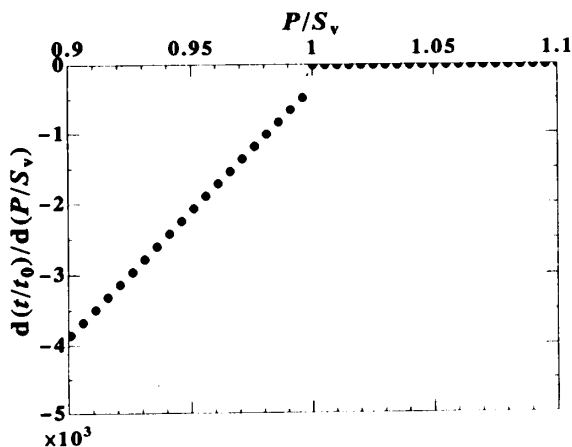


図4 シャットイン曲線に及ぼす逸水係数の影響

図5 シャットイン曲線の dt/dP - P 関係

なる点で dt/dP が不連続に変化するの、その点を境に逸水面積が急激に変化するためであることがわかる。なお、 $P=S_v$ となる点で dt/dP が不連続に変化することは、逸水係数を変えてシャットイン曲線を求めた図4の結果を使って、 dt/dP - P 関係の逸水係数による変化を調べた結果についても同様であった。したがって、横き裂の場合には、シャットイン曲線を dt/dP - P の関係に整理し直し、 dt/dP が不連続に変化する点を検出することにより、き裂閉口圧、すなわち、き裂面垂直方向の地殻応力を明確に決定することが可能である。

4. 結 言

本研究では、水圧破砕地殻応力計測において、ポアホールと直交する横き裂が存在する場合を対象として、シャットイン時のき裂閉口挙動とシャットイン曲線の関係を解析した。この結果得られた知見をまとめると次のようになる。

(1) 縦き裂の場合と同様に横き裂の場合も、加圧区間水圧の大きさがき裂面垂直方向の地殻圧縮応力の大きさと等しくなったとき、シャットイン曲線の曲率は最大となる。よって、シャットイン曲線の曲率が最

大となる点の水圧をき裂閉口圧とすれば良い。

(2) ただし、縦き裂の場合と異なり、横き裂の場合は、加圧区間水圧の大きさがき裂面垂直方向の地殻圧縮応力の大きさと等しくなったとき、き裂全体が瞬間的に閉じてしまう。

(3) このため、横き裂の場合は、縦き裂の場合と比べ、シャットイン曲線上で、その曲率が最大となる点が明りょうに現れる。

(4) なお、逸水係数が大きくなるほどシャットイン曲線からその曲率が最大となる点を直接検出することが難しくなるが、その場合でも、シャットイン曲線を水圧の時間変化率の逆数と水圧の関係に整理し直し、水圧の時間変化率の逆数が不連続に変化する点を検出することにより、き裂閉口圧を明確に決定できる。

最後に、本研究は文部省科学研究費奨励研究(A)(課題番号 03750058)によるものであることを記し、謝意を表す。

文 献

- (1) Zoback, M. D., ほか2名, *Pure. Appl. Geophys.*, **115** (1977), 135.
- (2) Hayashi, K., ほか2名, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, **26**(1989), 197.
- (3) Kehle, R. O., *J. Geophys. Res.*, **69**(1964), 259.
- (4) Gronseth, J. M. and Kry, P. R., *Proc. Wkshp Hydr. Fract. Stress Measur.*, (1982), 147.
- (5) McLennan, J. D., *Ph. D. Thesis*, Univ. Tronto, (1980).
- (6) Doe, T. W., 文献(4)の82ページ.
- (7) Zoback M. D. and Haimson, B. C., *Proc. 23rd US Symp. Rock Mech.*, (1982), 143.
- (8) McLennan, J. D. and Rogiers, J. C., 文献(4)の101ページ.
- (9) Adamodt, A. and Kuriyagawa, M., 文献(4)の394ページ.
- (10) Hayashi, K. and Sakurai, I., 文献(2)の477ページ.
- (11) 林・桜井, 機論, **55**-512, A(1989), 854.
- (12) Nolte, K. G., *SPE Formation Evaluation*, **1**(1986), 571.
- (13) Keer, L. M., ほか2名, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **44**(1977), 250.
- (14) Shoji, T., ほか5名, *GRC Trans.*, **9**(1985), 579.
- (15) 伊藤・林, 機論, **57**-540, A(1991), 1715.