

# 片刃係数に関する研究 (第1報)

## 2成分系球状片刃粒子の片刃係数について

和田正美\* 山本泰二\*

Studies on the Locking Factor. (I) The Locking Factor for Spherical Locked Particles of Binary Systems. By Masayoshi WADA and Taiji YAMAMOTO.

A model of the spherical locked particles of the binary system in which the components are bounded by a spherical surface, was introduced. The equations of the locking factor and the volume ratio of the components were derived for the model. The curves showing the relationship between the locking factor and the volume ratio of the components were drawn for various values of the radius ratio of the components. Moncrief and Lakewood's equation of the locking factor coincides with one of the authors' equations in which the radius ratio of the components is assumed to be infinite. Measurements of the locking factors and of the area ratio of the components were made on the artificially prepared locked particles. It was recognized that the measured average locking factors turned out to be larger than the theoretically calculated ones. The discrepancy was inferred to be mainly due to the distributions of the volume ratio of the components in the ranges of smaller and larger values in artificial locked particles. The effects of the shape of the components and other factors on the locking factors are briefly discussed.

(Received June 15, 1962)

### 1. 緒 言

鉱物の単体分離は選鉱成績に関係する主な要因の一つで、選鉱原鉱の粉碎粒度を定める場合に考慮しなければならない重要な問題である。したがって単体分離度の測定に関しても、理論的あるいは顕微鏡観察に基づく実験的検討がなされて来た<sup>1)2)</sup>。とくに研磨面において単体分離度を測定する場合に問題となる片刃係数については Moncrief と Lakewood の理論的考察<sup>3)</sup>、竹内、齋藤、鞍掛らの実験的研究<sup>4)</sup>がある。しかし Moncrief らの考察は2成分が平面で接触する球状片刃粒子をモデルとして、この片刃粒子が任意の平面で切断された場合に断面でこの粒子が片刃に見える確率すなわち片刃係数の逆数とこの片刃粒子の中心を通り2成分の接触面に直角な平面で切断した断面の全体の面積に対する任意の1成分の占める面積の割合との関係を求めたもので、実際に竹内らがセメントを使用して作った人工共生体について測定した結果と比較すると、両者にはかなりの開きが見られ、後者の方が補正度が著しく出ている。この理論と測定の不一致は実際に単体分離度を測定した場合に結果の補正に対して確信を持ち得ない大きい悩みの種となっている。

選鉱製錬研究所報告 第378号

昭和36年度日本鉱業会春季大公会学術講演会にて発表 (1956.4.23)。

\* 東北大学選鉱製錬研究所。

1) 向井滋：浮選，6 (1957)，14。

2) 三宅輝海：日鉱，66 (1950)，324。

3) Moncrief, R. L. and B. G. Lakewood: Montana School of Mines, Thesis. (1934).

4) 竹内常彦，齋藤浩三，鞍掛素：選研集，10 (1954)，1。

著者らはこの問題の解決について一步を進めるため、2成分系の各成分が任意の球面で接する球体の片刃粒子のモデルを想定し、数学的取扱いによつて片刃係数を求め、モデル片刃粒子に比較的近似した形を持つ人工片刃粒子を作製し、その片刃係数を実験的に求め、計算値と実測値との関係を検討した結果、実測の場合には片刃粒子の形状、とくに片刃成分の接触面の曲率、片刃粒子中の第2成分の数および体積率の分布が片刃係数の値に著しい影響をおよぼすことを明らかにすることができたので、ここに研究の一部を報告する。

## 2. 2成分系共生球体の理論片刃係数

一般に片刃粒子がある空間に任意の位置と方位を占めて存在する場合、この空間を任意の平面で切つた断面に現われる片刃粒子の数を  $N$  とし、この中実際に片刃として見える粒子の数を  $n$  とすれば確率的に次式の関係が成立する。

$$N \cdot p = n, \quad 0 \leq p \leq 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$N = n \cdot 1/p \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに  $p$  は片刃粒子が断面で実際に片刃として見える確率で、 $p$  の逆数  $1/p$  は片刃係数として定義されるものである。

片刃係数は実際の鉱石について単体分離度を測定する場合に、研磨面上に現われる見掛けの片刃粒子数を補正し、真の片刃粒子数を求めるために必要である。しかし実際の場合には研磨面で片刃粒子が片刃として見える確率  $p$  は種々の因子に関係し、これを簡単な一般式で表わすことは困難であると考えられる。すなわち、確率  $p$  に関係する因子としては

- (1) 片刃成分の数
- (2) 片刃成分の相対含量
- (3) 片刃成分粒子の形
- (4) 片刃成分粒子の組織
- (5) 片刃粒子の形
- (6) 片刃粒子の方位および分布

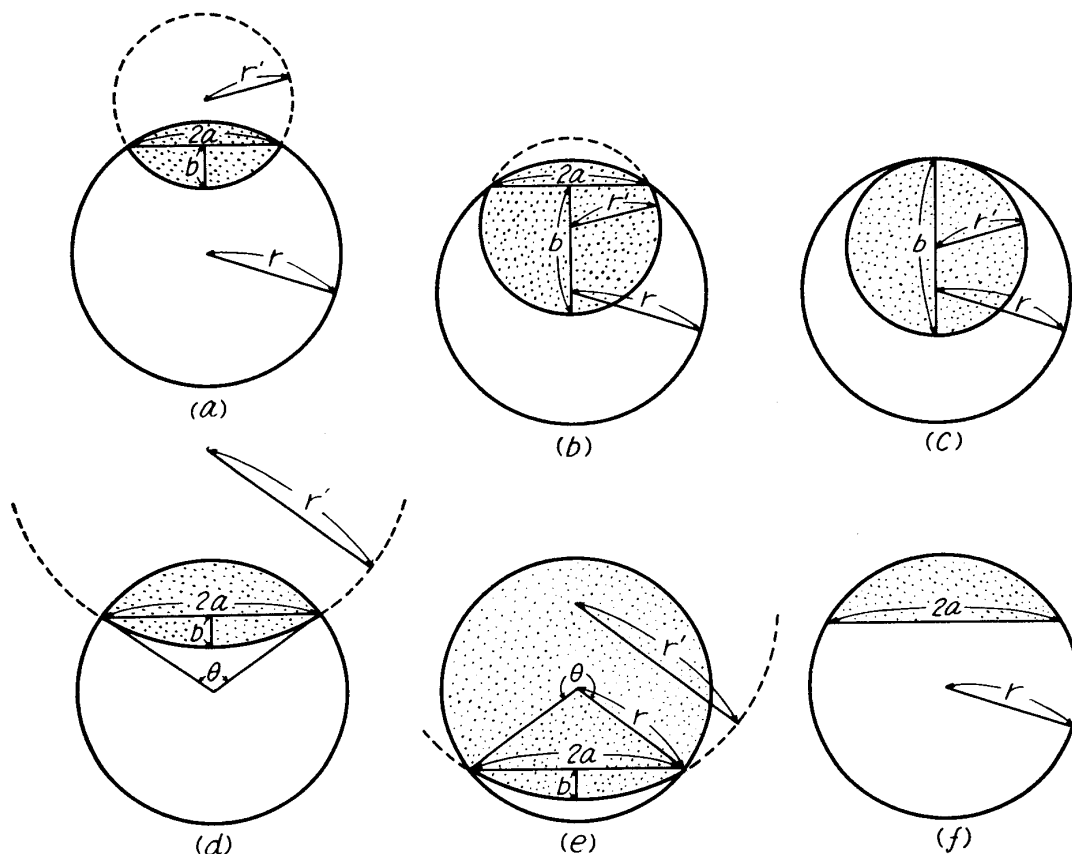
などを挙げるができるが、これらの因子には数学的に取扱うための数量化が困難なものがあり、また相互に関連性を持ち、独立変数と見做し得ないものもあると想像される。よつてここでは片刃粒子の最も簡単なモデルの一つとして2成分系の各成分が任意の球面で接する共生球体を想定し、これに幾何学的確率の概念を導入して、理論片刃係数を求めることとする。

さきに Moncrief と Lakewood<sup>3)</sup> は同様な考えで2成分が平面で接する共生球体を想定したが、著者らの選鉱産物についての多数の顕微鏡観察の結果に照らしても片刃成分が平面で接する場合は極めて稀であつて、すでに Gaudin<sup>5)</sup> が指摘しているように片刃粒子の大部分は2成分の接触面が曲面を構成する I 型あるいは III<sub>a</sub> 型に属する。したがつて著者らの想定したモデルは Moncrief と Lakewood のそれよりも実際に近いものであり、また2成分の接触面の曲率半径を無限大と考えることにより後者のモデルをも含み得る特長があることを指摘したい。

さて第1図に示すように半径  $r$  の共生球体が半径  $r'$  の球体の一部に相当する第2成分を含む場合、またはその中に半径  $r'$  の球体に相当する第2成分を包摂した場合について考える。いま2つの球体の表面が交わることによつてできる円の半径を  $a$ 、この円の中心に立てた垂線が2成

5) Gaudin, A. M.: Principles of Mineral Dressing. (1939), 80.

分の接触面に交わる交点までの距離を  $b$  とし, この球体の半径比を  $r'/r$  で  $k$  表わせば  $k \leq 1$  で  $0 < b \leq r'$  の場合は (a),  $b \geq r' > 0$  の場合は (b),  $b = 2r' > 0$  の場合は (c) に相当す



第1図 共生球体の断面図

- (a)  $k \leq 1, r' \geq b > 0$
  - (b)  $k \leq 1, 2r' > b \geq r'$
  - (c)  $k < 1, 2r' = b > 0$
  - (d)  $k \geq 1, r' > b > 0, \pi \geq \theta > 0$
  - (e)  $k > 1, r' > b > 0, 2\pi > \theta \geq \pi$
  - (f)  $k = \infty, b = 0$
- ただし,  $k = r'/r$

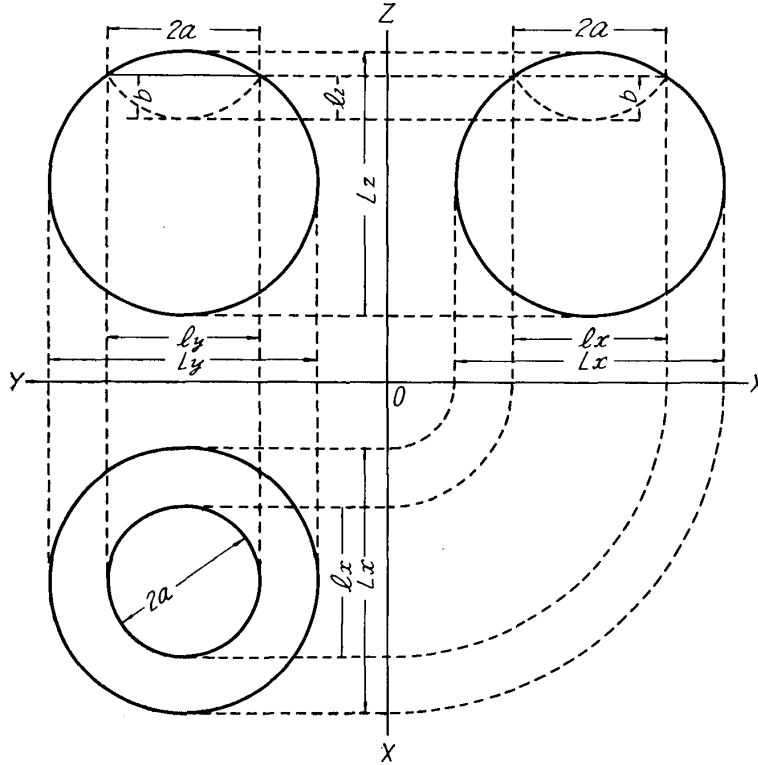
る。また共生球体の中心が線分  $2a$  に対してなす角を  $\theta$  で表わせば,  $k > 1$  で  $0 < b \leq r'$ ,  $0 < \theta \leq \pi$  の場合は (d),  $0 < b \leq r', \pi \leq \theta < 2\pi$  の場合は (e),  $k = \infty$  で  $b = 0$  の場合は (f) に相当する。

一般にある空間に多数の同一共生体が存在する場合, これを任意の一平面で切れば断面に種々の共生状態を示す粒子が見られる。しかし, ここでは問題を簡単にするため1箇の共生体が存在し, これをあらゆる方向と位置で切る種々の平面を考えれば, 上と同様に各断面に種々の共生状態を示す粒子が見られる筈である。

よつて, ここに座標軸  $X, Y, Z$  をとり, これに対して理想的な共生体である1箇の球体が存在するものとし, これを任意の平面で切つた場合, 断面に共生体と現われる確率を求めるため, まずこれを  $XY$  平面,  $XZ$  平面および  $YZ$  平面に投影し, 更に各投影面をそれぞれの各軸に投影し, 得られた各線分に対して幾何学的確率を適用し, 共生体の2成分がこの線分上で共生状態で現われる確率を求めれば, 以下に示す手続によつて全体の確率  $p$  を求めることができるものと考えられる。

いま任意の共生体を考え, 第2図に示す如く座標軸を選ぶものとすればこの共生体を任意の平

面で切つた場合, この平面が共生成分を横切る確率  $p$  は共生体の  $XY$  面,  $XZ$  面,  $YZ$  面に対する投影面を横切る線分をそれぞれ  $L_{xy}, L_{xz}, L_{yz}$ , これに対応する共生成分の線分を  $l_{xy}, l_{xz}, l_{yz}$



第2図 共生球体の投影図

で表わせば

$$p = \sqrt{\frac{l_{xy}^2 + l_{xz}^2 + l_{yz}^2}{L_{xy}^2 + L_{xz}^2 + L_{yz}^2}} \dots\dots\dots (3)$$

によつて与えられる.

また線分  $L_{xy}, L_{xz}, L_{yz}$  の各座標軸に対する成分をそれぞれ  $L_x, L_y, L_z$  とし, 線分  $l_{xy}, l_{xz}, l_{yz}$  のそれをそれぞれ  $l_x, l_y, l_z$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} p_{xy} &= \frac{l_{xy}}{L_{xy}} = \frac{\sqrt{l_x^2 + l_y^2}}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \\ p_{xz} &= \frac{l_{xz}}{L_{xz}} = \frac{\sqrt{l_x^2 + l_z^2}}{\sqrt{L_x^2 + L_z^2}} \\ p_{yz} &= \frac{l_{yz}}{L_{yz}} = \frac{\sqrt{l_y^2 + l_z^2}}{\sqrt{L_y^2 + L_z^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

の関係が成立する.

ここに,  $p_{xy}, p_{xz}, p_{yz}$  はそれぞれ各座標面に対する投影面を横切る直線が共生成分を横切る確率である.

いま第2図に示す共生球体の各投影面に対するそれぞれの各軸上に投影された成分は

$$\left. \begin{aligned} L_x = L_y = L_z = 2r \\ l_x = l_y = 2a \\ l_z = b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

また各平面に対する成分は

$$\left. \begin{aligned} L_{xy} = L_{xz} = L_{yz} = \sqrt{2(2r)^2} \\ l_{xy} = \sqrt{2(2a)^2} \\ l_{xz} = l_{yz} = \sqrt{(2a)^2 + b^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

により表わされる。よつて(6)式から確率  $p$  を求めると、

$$p = \sqrt{\frac{2(2a)^2 + 2[2(2a)^2 + b^2]}{3 \cdot 2(2r)^2}} = \sqrt{\frac{2(a/r)^2 + (b/2r)^2}{3}} \dots\dots\dots(7)$$

が得られる。また第1図において

$$\left. \begin{aligned} b = r(k - \sqrt{k^2 - (a/r)^2}), \quad b \leq r' \\ \text{あるいは} \\ b = r(k + \sqrt{k^2 - (a/r)^2}), \quad r' \leq b \leq 2r' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

であるから

$$p_1 = \sqrt{\frac{2(a/r)^2 + 1/4(k - \sqrt{k^2 - (a/r)^2})^2}{3}}, \quad 0 < b \leq r' \dots\dots\dots(9)$$

あるいは

$$p_2 = \sqrt{\frac{2k^2 + 1/4(k + \sqrt{k^2 - (a/r)^2})^2}{3}}, \quad 0 < r' \leq b \leq 2r' \dots\dots\dots(10)$$

なる関係が得られる。

もし  $k < 1$  で、特に  $b = 2r'$  の場合には  $a/r = 0$  となり、簡単な式

$$p_3 = k, \quad 0 < b = 2r' \dots\dots\dots(11)$$

が得られる。これは(c)に示す第2成分を包摂した場合に相当する。

また  $k = \infty$  の場合には  $b = 0$  となり、

$$p_4 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{a}{r}, \quad k = \infty \text{ または } b = 0 \dots\dots\dots(12)$$

これは共生成分が互に平面で接した場合に相当し、さきに Moncrief と Lakewood が求めた式に合致する。

以上2成分系共生球体の理論片刃係数を表わす式を求めることができたが、これらの式は一般的に

$$1/p = f(a/r, k) \quad \dots\dots\dots(13)$$

なる函数として示される。実際測定の場合には実験条件によつては  $k$  および  $r$  を決定することは可能であるが、 $a$  を決定することは困難である。したがつて実際には断面に現われる成分の面積比を測定し、これから  $1/p$  の値を推定している。

片双粒子を任意の平面で切つた場合に現われる成分の面積比は統計的にその体積比に相当するから<sup>6)</sup>、ここでは2成分系共生球体の理論片双係数と片双成分の体積比との関係を考察することとする。

さきに Moncrief と Lakewood は2成分が互に平面で接する球状共生体についてその理論片双係数と共生体の中心を通り2成分の接触面に直角な平面で切断した断面における面積比を求め、これらの関係を図示しているが<sup>3), 7)</sup>、これは了解に苦しむ処である。

いま共生体の体積に対する共生成分の体積比は

$$V_1 = u + k^3 w, \quad r' \geq b > 0, \quad \pi \geq \theta > 0 \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$V_2 = u + k^3 (1 - w), \quad 2r' \geq b > r' > 0 \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$V_3 = k^3, \quad b = 2r' > 0 \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$V_4 = (1 - u) + k^3 w, \quad r' \geq b > 0, \quad 2\pi > \theta > \pi \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$\left. \begin{aligned} V_5 &= u, & b &= 0, & k &= \infty, & \pi &\geq \theta > 0 \\ V_5' &= (1 - u), & b &= 0, & k &= \infty, & 2\pi &\geq \theta > \pi \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(18)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{4} \left\{ 2 - \sqrt{1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2} \cdot \left[ 2 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \right] \right\} \\ w &= \frac{1}{4} \left\{ 2 - \sqrt{1 - \left(\frac{1}{k} \cdot \frac{a}{r}\right)^2} \cdot \left[ 2 + \left(\frac{1}{k} \cdot \frac{a}{r}\right)^2 \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここに  $V_1$  は第1図 (a) および (d),  $V_2$  は (b),  $V_3$  は (c),  $V_4$  は (e),  $V_5$  および  $V_5'$  は (f) の場合の体積比,  $u$  および  $w$  はそれぞれ半径  $r, r'$  の球が半径  $a$  の平面で切られた小半球の体積比を示す。

すなわち体積比  $V$  は片双係数と同じく  $a/r$  および  $k$  の函数として表わされ、片双係数  $1/p$  と体積比  $V$  との間には

$$1/p = f(V, k) \quad \dots\dots\dots(20)$$

の関係が成立する。

したがつて、 $k$  の値を定めれば  $1/p$  は  $V$  のみの函数となり、縦軸に片双係数  $1/p$ , 横軸に体積比  $V$  をとり、種々の  $k$  の値に対して片双係数と体積比との関係を示せば第3図のようになる。

6) 遊佐美津雄: 日鉱64, (1948), 252.

7) Gaudin, A. M., Principle of Mineral Dressing. (1939), 88.

### 3. 2成分系球状共生体の片刃係数

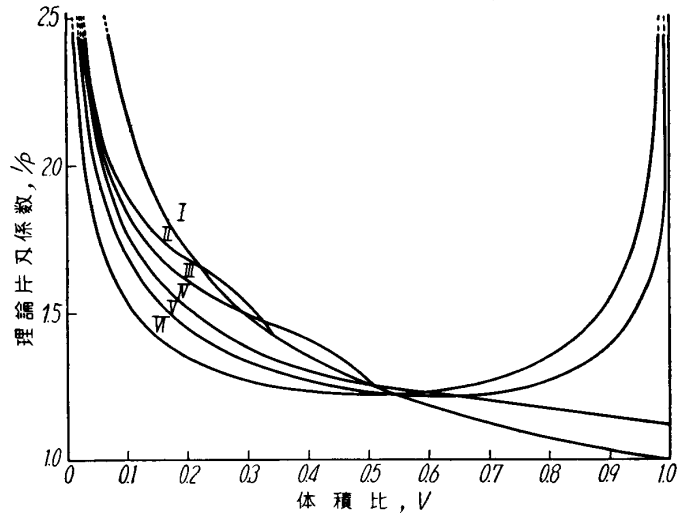
さきに2成分系共生球体の理論片刃係数を求めたが、これらの関係を実験的に検討するため、セメントを使用し、2成分系球状共生体の粒径が  $15 \pm 3 \text{ mm}$ 、半径比  $k$  の値が  $0.666 < k < 1.5$  の場合について実験を行うこととした。

#### a) 実験方法

白色セメントと4wt%相当量のベンガラをペップルミルにて約2hr充分混合し、30wt%相当量の水を加えて型に入れ均一な煉瓦大の褐色モルタルブロックを多数作つた。8日間養生した後これをジョークラッシャーで破碎し、さらにJIS規格標準ふるい( $\phi 200 \text{ mm} \times 45 \text{ mm}$  丸孔)を用いてふるい分け、粒度別にペップルミルで約3hr摩鉢して、できるだけ球形に近い粒子を作つた。これを

再びふるい分けして、 $-18 \text{ mm} + 12 \text{ mm}$ の粒度範囲の褐色モルタル粒子を得た。写真1Aの粒子はその一例を示す。次にこの褐色モルタル粒子を3種の異つた割合をもつて白色セメントと共に混合し、水を加えて練り固め、型に入れて再び煉瓦大のモルタルブロックを多数製作した、そして8日間の養生期間を経て先に述べたと同様の方法で再び破碎、摩鉢、ふるい分けなどの順序により上記同様の粒度範囲の球状共生体の粒子を多数製作した。しかしこれらの共生体の中には単体粒子、3箇以上の成分からなる共生体およびモデルと著しく異なる形をした扁平な粒子等が含まれているのでこれらを予め除去して2成分系の比較的球状の共生体のみを実験試料とした。写真1Bはその一例を示す。

このようにして製作した球状共生体の粒子を500ccピーカー中にて着色セメントを用いて団結し、これを20mm間隔にダイヤモンドカッターで平行に切断し、研摩仕上げして測定試料とした。写真2はその一例を示す。研摩面上に現われた全粒子数  $N$  と共生



第3図 共生球体の種々の半径比  $k$  に対する体積比  $V$  と理論片刃係数  $1/p$  との関係

I	第1図 (c)	: 式 (11), (16)	$k \neq \text{const.}$
II	" (a), (b)	: 式 (9), (14); (10), (15)	$k=0.7$
III	" "	" " " "	$k=0.8$
IV	" "	" " " "	$k=1.0$
V	" (d), (e)	: 式 (9), (14), (17)	$k=1.5$
VI	" (f)	: 式 (12), (18)	$k=\infty$

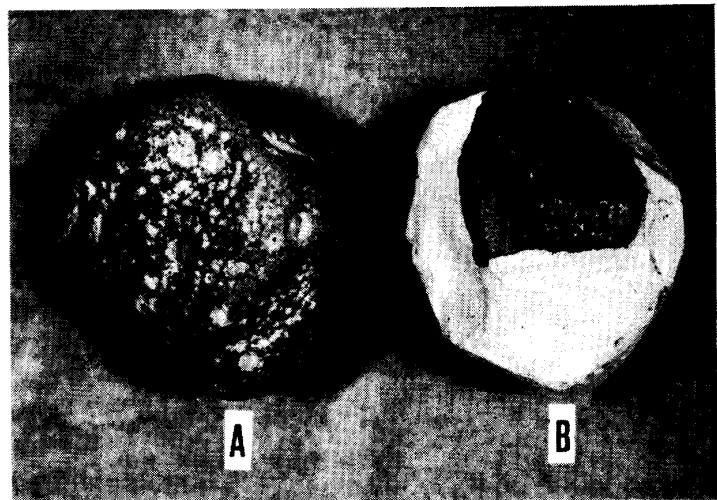


写真1. 人工モルタル粒子 (×2)

- A: 褐色モルタル粒子
- B: 褐色モルタルと白色モルタルとの人工片刃粒子

研摩面上に現われた全粒子数  $N$  と共生

体として現われた粒子数  $n$  を求め、その関係から (2) 式を用いて片双係数  $1/\bar{p}$  を求めた。

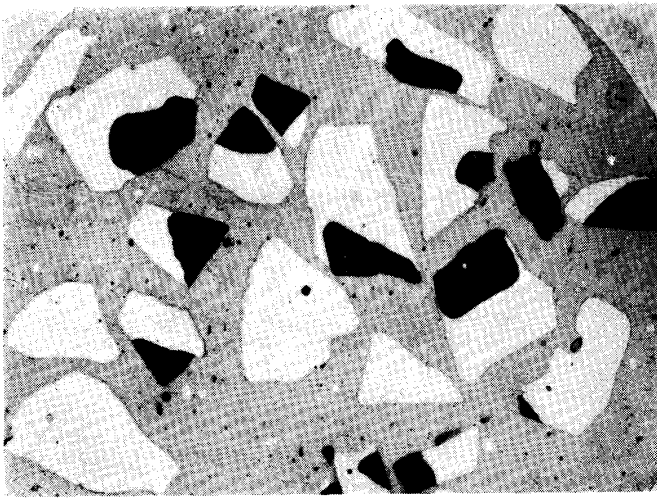
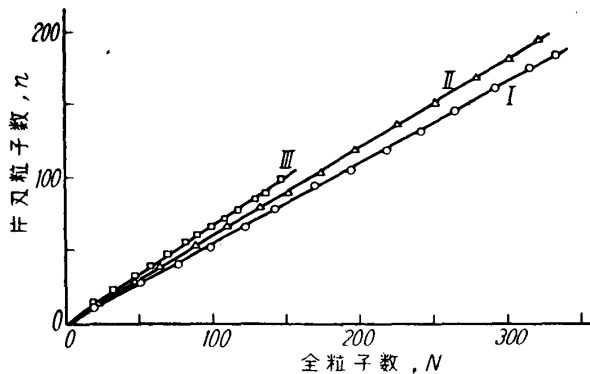


写真 2. 人工モルタル片双粒子の研磨面 (×1)

ついで研磨面上に現われた全粒子数を横軸に、共生体として現われた粒子数を縦軸にとつてその関係を示すと第4図の如く各々直線関係が得られ、混合比が増加するに従つてその勾配が大きくなる。



第4図 研磨面上に片双状で現われる粒子数と全粒子数との関係

- I 平均体積比  $\bar{V} = 0.172$   
 II "  $\bar{V} = 0.219$   
 III "  $\bar{V} = 0.351$

第1表 平均体積比  $\bar{V}$  と平均片双係数  $1/\bar{p}$  の実験値

平均体積比 $\bar{V}$	片双として見える確率の平均値 $\bar{p}$	平均片双係数 $1/\bar{p}$
0.172	0.551	1.81
0.219	0.601	1.66
0.351	0.660	1.51

で、体積比の異なる種々の共生体が存在する場合のそれは平均片双係数と平均体積比との関係である。すなわち、同一の共生体が任意の面で切られた場合、断面に現われる成分の面積比は一定

また研磨面に現われた全粒子の断面を透明セクションペーパーに写し、その共生体成分の混合比を各々の平均面積率から求めた。

#### b) 実験結果

実験に使用した褐モルタル粒子と人工共生体粒子のふるい分け粒度は  $-18\text{mm}+12\text{mm}$  であるのでその半径比  $k$  の値は  $0.666 < k < 1.5$  の範囲にあるとあると考えられる。また共生体粒子の混合比は共生体成分の見掛けの相対面積としてセクションペーパーから求めた結果各々0.172, 0.219, 0.391である。各々の場合に

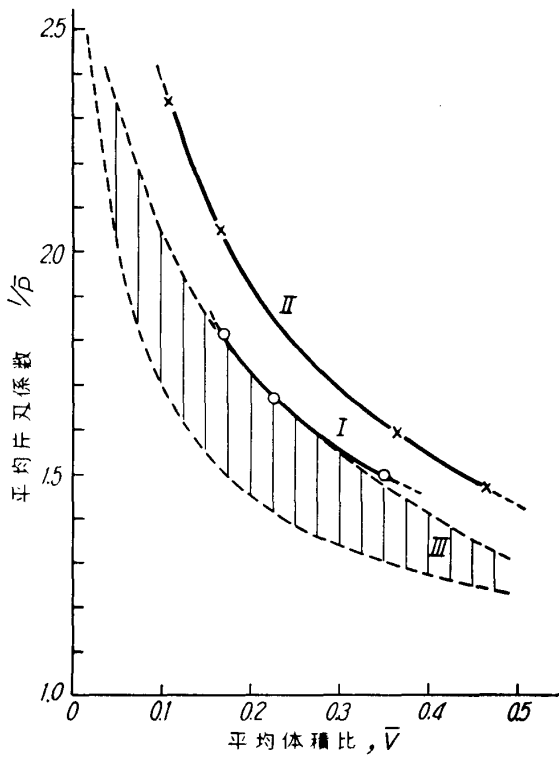
最小自乗法によりこの勾配すなわち  $\bar{p}$  を求め、片双係数  $1/\bar{p}$  を計算した結果を示すと第1表の如くである。これらの関係を縦軸に平均片双係数、横軸に平均体積比をとつて図示すると第5図の曲線関係が得られる。

第6~8図はそれぞれ混合比10%, 20%および30%の場合の面積比の度数分布 ( $f_i, \%$ ) を測定した結果を示す。その平均面積比は上に述べた如くそれぞれ17.2%, 21.9%および39.1%で最初の混合比とはかなり相違しているが、これは既に述べたように2成分系の比較的球状の共生体のみを実験に供するため、他の粒子を除いたからである。

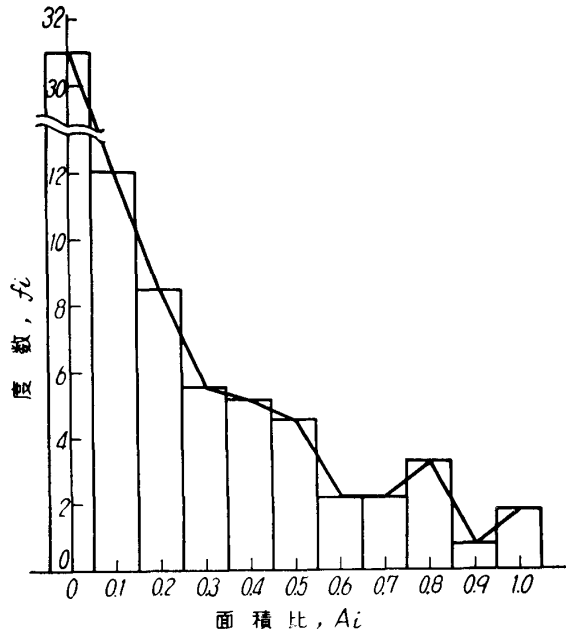
#### 4. 考 察

2成分系共生球位の理論片双係数と体積比との関係を半径比が種々変化した場合について求めたが、この関係は同一の共生体が任意の面で切られた場合のもの

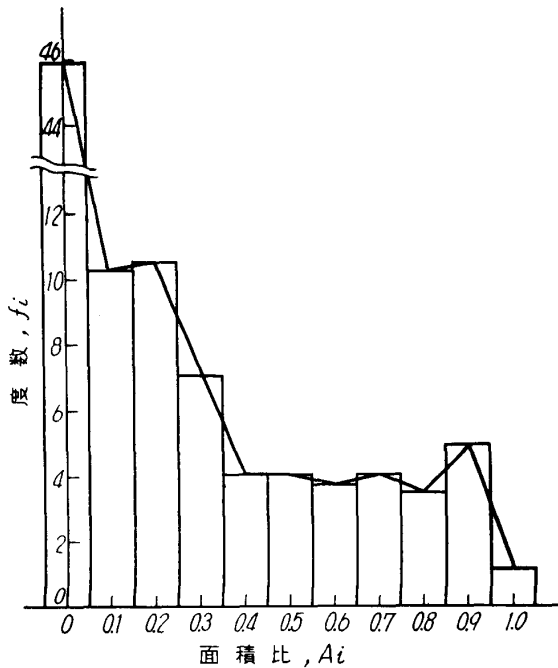




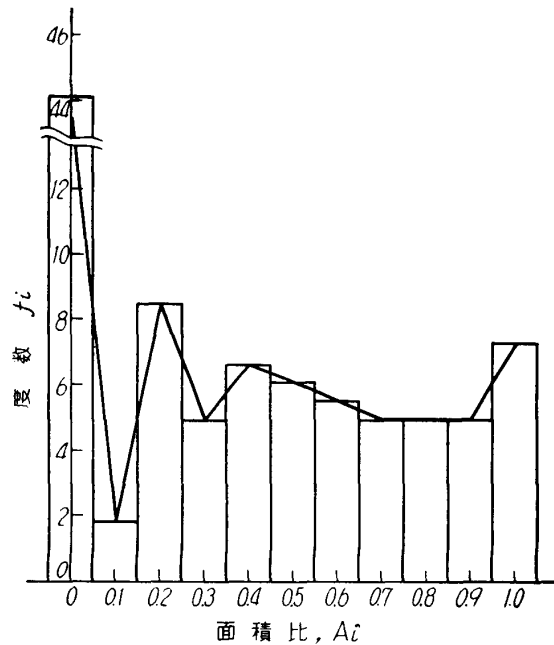
第5図 平均体積比  $\bar{V}$  と平均片双係数  $1/\bar{p}$  との関係  
 I 著者らの測定値 II 竹内らの測定値  
 III 理論曲線 ( $k=0.666\sim 1.5$ ) の範囲



第6図 平均面積比17.2%の共生体の面積比分布図  
 (共生体調製時の混合比10%)



第7図 平均面積比21.9%の共生体の面積比分布図  
 (共生体調製時の混合比20%)



第8図 平均面積比35.1%の共生体の面積比分布図  
 (共生体調製時の混合比30%)

でなくある分布を示すが, その平均面積比は統計的に体積比に等しいと考えて差支えない. また体積比の異なつた共生体の集合の場合には平均面積比と平均体積比とがほぼ等しい値を示すことが実験的に確かめられている<sup>6)</sup>. しかし, この場合には面積比と体積比の分布は必ずしも同一であるとはいえない.

本実験では  $k = 0.666 \sim 1.50$  の範囲にある共生体を用いたが, その体積比は一定ではなく, ある分布を持つ. 第6~8図はその面積比の分布を示すが, これからその体積比の分布を求めることはできない, しかし, 平均面積比と平均体積比の値が等しいことおよび単体は除かれていることから体積比はこの値を頂点とし, 両端で0に収斂するベル型の分布を示すものと考えられる. 第3図において, 理論片双係数の体積比に対する曲線の勾配が一様でなく, 体積比の小さいところではその勾配が大きいため, 体積比の分布を考慮して, その加重平均として求めた片双係数は平均体積比に相当する理論片双係数よりかなり大きい値を示す筈である. 第6図において平均体積比に対する平均片双係数の測定値が半径比  $k$  のみから推定される理論値より若干大きい値を示しているのは主としてこの理由によるものと考えられる.

竹内, 斎藤, 鞍掛らの片双係数に関する実験では本実験の場合と同一の破碎比であるが, 共生体中には共生成分の個数が2ヶ以上含まれているものがあり, 同一の体積比でも共生成分の数が多いほど片双係数が小さくなることが考えられるにも拘らず本実験より大きい片双係数を示しているのは, 前者の実験では破碎された粒子が角張つた形状を持ち, その結果でき上つた共生体の第2成分の曲率半径が本実験の場合よりもかなり小さいものが多いためであると考えられる.

また Moncrief および Lakewood らの導いた片双係数の式は著者らの求めに一般式において  $k = \infty$  と置いた場合に相当するが, 前者らは片双係数と特定の断面における面積比との関係を考察しているもので, 一般的ではなくこれと実測値を直接比較することはできない. 第5図において実測値が  $k = \infty$  の理論曲線よりもはるかに大きく出る理由は本実験の場合にはすでに述べた体積比の分布の外に,  $k$  が著しく小さいことによつて説明される.

なお体積比の分布の問題については今後理論的, ならびに実験的に検討を要するものと思われる.

## 5. 総 括

1) 2成分系共生球体の理論片双係数  $1/p$  を共生成分の体積比  $V$  および半径比  $k$  の関数として表わす一般式を求め, これにより共生成分が球体の一部あるいは全部として共生体中に含まれる場合および平面で接する場合について考察し, 後者の場合は Moncrief と Lakewood が求めた式に一致することを示した.

2) 2成分系共生球体の共生成分が球体の一部あるいは全部として共生体中に含まれる場合および平面で接する場合について共生成分の体積比  $V$  を現わす式を求め, 種々の半径比  $k$  の値に対して体積比  $V$  と理論片双係数  $1/p$  との関係を示す曲線を示した.

3) 2成分系の人工球状共生体を作り, 種々の混合比の共生体について測定した平均片双係数とこれに対応する平均面積比との関係から実測の場合には片双係数の補正度が大きく出ることを認め, その原因は主として共生成分の体積比が平均値の周りにある分布を持ち, 体積比の小さいところで片双係数が特に大きい値を示すことによるものと考えた.

4) 破碎された粒子が角張つた形状を持ち, できた共生体の共生成分の曲率半径が小さい場合にはその破碎比が大きくても片双係数が大きく出るものと考えられる.

5) Moncrief と Lakewood らは共生体の片刃係数と特定の断面における面積比との関係を考察しているもので、これと実測値とを直接比較することはできないことを示した。

本研究を遂行するに当り、理論片刃係数の考察について御批判を賜った東北大学理学部数学科助教授土倉保博士、片刃試料の調製について御援助を賜った工学部土木工学科助教授吉本彰博士ならびに御助言を賜った鉱山工学科助教授下飯坂潤三博士に対し深甚の謝意を表す。なお Moncrief および Lakewood 両氏の論文の閲覧の便宜を賜った M. I. T. の A. M. Gaudin 教授ならびに Union Carbide Ore Co. の H. R. Spedden 博士に深謝の意を表す。