

常速荷重下における単粒子の破碎

八 嶋 三 郎*

1. はじめに

破碎あるいは粉碎の研究の進め方にはいろいろな方向があるが、個々の粒子の破碎の機構を調べる単粒子破碎の研究もひとつの重要な分野と考えられる。この単粒子破碎の研究の意義につき田中¹⁾は、粉碎機内における単一粒子の破碎のメカニズムと粉碎機の機械的なメカニズムとを切り離して考えねばならぬと述べているが、この主張は思うに単粒子破碎の研究が粉碎現象の解明に寄与するであろう分野をよくいいあらわしているものと考ええる。

この単粒子の破碎に関する研究は Rittinger と Kick をもってこうしとするが最近では Gilvarry²⁾ が理論的な研究を試み、Bergstrom ら³⁾ が多くの実験を行なっている。Gilvarry の理論は単一球形粒子中の潜在クラックの分布から出発して破碎産物の粒度分布関数を導き、R-R 分布あるいは G-S 分布に対し理論的根拠を与えたものであり Bergstrom らは主として単粒子破碎における破碎産物とエネルギーの関係を論じた。これら既往の研究はガラス、サファイアなどの比較的強い結合の試料を用い、主として弾性論的立場から検討を加えたものであった。著者はこれらの研究に続いてガラス質試料のほかに数種の天然産試料を用いて単粒子破碎に関する研究を試み、これにぜい性破壊ならびに岩石力学の立場からする検討を加えて、破碎強度、破碎エネルギー、破断の状況などにつき幾つかの知見を得、同時に Bond の仕事指数 (work index) と砕料の力学的性質の関係を検討した。

工業的単位操作としての粉碎はいうまでもなく集合粉碎であり、粒子相互の影響を無視しうる場合を除いて、これが直ちに単粒子破碎の集積であるとするのは早計であり、他日単粒子破碎と集合粉碎の関係をあらためて検討する必要がある。また実用粉碎機に近い荷重速度下における単粒子破碎の研究も必要であり、一部は現在実施中であるが、以下には最も基本的な場合として従来から実施してきた常速荷重下における単粒子破碎の研究結果をとりまとめて報告する。

2. 試料

使用した試料はセキエイガラス、ホウケイ酸ガラス、ケイ石、チョウ石、石灰石、結晶質石灰石 (以下大理石という) セッコウ、カツ石の 8 種類である**。第 1 表には試料の種類とモース硬度、密度、圧縮強度、引張強度、ヤング率、ポアソン比、ぜい性度、標準ボールミル法による仕事指数測定結果を掲げた。表中の比表面積比 R_o , R_i については後に述べる。セキエイガラスとホウケイ酸ガラスの試験片は特に依頼して直径 0.5~3.0cm の球形試験片と寸法比 (直径 d : 長さ

1968年2月19日 選鉱製錬研究所における講演、1969年2月24日 同研究所主催磨鉱・浮選シンポジウムにおける特別講演

* 山形大学工学部化学工学科

1) 田中達夫: 粉碎, No.3(1968), 1.

2) J. J. Gilvarry, : *J. Appl. Phys.*, **32** (1961), 400.

3) B.H. Bergstrom, C.L. Sollenberger & W. Mitchell : *Trans. A.I.M.E.*, **220** (1961), 367.

** セキエイガラスは東芝セラミックス製、ホウケイ酸ガラスは小倉硝子工業製、ケイ石とチョウ石は福島県白岩産、石灰石は岡山県の日鉄鉱業井倉鉱業所産、大理石は山口県産、セッコウはモロッコ産、カツ石は韓国忠清北道忠州太田産である。

l) が1:2で直径がセキエイガラス試験片では2.0~3.0 cm, ホウケイ酸ガラス試験片では0.5

第1表 試料とその性質

試料の種類	モース 硬 度	密 度	圧縮強度	球圧壊強度 (引張強度)	ヤング率	ポアソン 比	ぜい 性度	仕事指数	破砕産物の比 表面積と試験 片の比表面積 との比	
	H [—]	ρ [Kg/cm ³]*	S_c [Kg/cm ²]*	S_t [Kg/cm ²]	Y_1 [Kg/cm ²]	ν_1 [—]	B_r [—]	W_i [KWH/t]	円筒形 試験片 R_c [—]	球形試 験片 R_t [—]
セキエイ ガラス	6.5	2.20×10^{-3}	4.30×10^3	2.40×10^2	$\begin{cases} 7.24 \times 10^5 \\ (7.50 \times 10^5) \end{cases}$	0.16	17.9	14.8	31.8	5.62
ホウケイ 酸ガラス	6.5	2.33×10^{-3}	2.10×10^3	4.60×10^2	6.24×10^5	0.21	4.57	15.2	13.4	6.71
ケイ石	6.5	2.62×10^{-3}	1.02×10^3	1.15×10^2	8.89×10^5	0.16	8.87	13.3	9.13	1.65
チョウ石	6.0	2.55×10^{-3}	1.40×10^3	8.58×10	5.99×10^5	0.26	16.3	12.4	7.20	1.50
石灰石	4.0	2.70×10^{-3}	6.30×10^2	4.41×10	$\begin{cases} 6.60 \times 10^5 \\ (6.94 \times 10^5) \end{cases}$	$\begin{cases} 0.35 \\ (0.32) \end{cases}$	14.3	9.4	3.37	1.50
大理石	3.0	2.70×10^{-3}	5.60×10^2	3.17×10	5.45×10^5	0.30	17.7	6.7	1.25	1.50
セッコウ	2.0	2.30×10^{-3}	3.50×10^2	2.83×10	$\begin{cases} 3.96 \times 10^5 \\ (3.86 \times 10^5) \end{cases}$	$\begin{cases} 0.34 \\ (0.32) \end{cases}$	12.4	6.3	2.06	1.50
カッ石	1.0	2.78×10^{-3}	—	—	1.53×10^5	0.33	—	11.8	—	1.50

* 本報告では、以下、質量の単位を kg, 力の単位を Kg と区別してあらわすこととする。

~3.0cm の円筒形試験片を準備した。セキエイガラスとホウケイ酸ガラスの試験片は整形後焼きなましてひずみを除去した。天然産試料はダイヤモンドカッタで切削の後カーボランダムを用いて研磨盤、研磨といで整形し、直径0.5~2.5cm の球形試験片と、セキエイガラスあるいはホウケイ酸ガラス試験片と同じ寸法の円筒形試験片を作った。天然産の試料はX線解析、化学分析などを行なった結果高純度であることを認めた。

整形試験片は洗浄後気乾し、デシケータ中に保存して実験の際に取り出して使用した。実験結果に対し95%の信頼限界を維持するために山口⁴⁾の方法を踏襲し、最低20個の供試体を準備した。第2表に製作した球形試験片と円筒形試験片の公称寸法と個数を掲げた**。研磨用カーボランダムは最も細かいもので9 μ 、また球形試験片と円筒形試験片の圧縮試験には加圧板として研磨仕上げを施したタングステンカーバイトの円板を用いたがその表面のあらさは1/100mmである。円筒形試験片の圧縮試験に際しては加圧板と試験片端面の摩擦を減ずる目的で試験片の端面にローコルスプレー(MoS₂の懸濁液)を吹きつけた***。なお微粒域の実験にはガラス質試料では粉碎

4) 山口梅太郎：材料，14(1965)，198。

** 後述の微粒域における球圧壊強度の試験片体積依存性の研究に用いた試験片は本表には含まれていない。

*** 試験片の仕上げ精度は、球形試験片の場合、セキエイガラス、ホウケイ酸ガラス試料では公称直径に対する誤差が10箇所測定平均で $\pm 0.7\%$ 以内、天然産試料では $\pm 0.5\%$ 以内であった。円筒形試験片は圧縮強度とヤング率、ポアソン比の測定に使用したが、両端面の平滑度を $\pm 20\mu$ 以内となるように研磨した。円筒形試験片の仕上げ精度は、公称直径に対する誤差が10箇所測定平均で $\pm 0.25\%$ 以内、長さの誤差が同様に $\pm 0.05\%$ 以内であった。

後高温加熱により球形とした後ひずみを除いたものをふるい分けて使用し、天然産試料では鉄ば

第2表 試験片の公称寸法と個数*

公称寸法	セキエイ ガラス	ホウケイ 酸ガラス	ケイ石	チョウ石	石灰石	大理石	セッコウ	カッ石
球形試験片 直径 d [cm]	0.5	20	20	20	—	20	20	—
	1.0	20	20	20	20	20	20	20
	1.5	20	20	20	20	20	20	20
	2.0	—	20	20	20	20	20	20
	2.5	20	100	20	—	—	120	20
	3.0	—	20	—	—	—	—	20
円筒形試験片 直径 d [cm] ×長さ l [cm]	2.0×4.0	40	40	40	40	40	40	40

*総計 1,220

らで粉碎しふるい分けたものの中から比較的球形のものを選び出して使用した。

3. 実験装置

実験には次に述べる3種類の装置を用いた。

3.1 粗粒域における単粒子破碎実験装置

島津製電子管自動平衡式万能試験機 REH-30 型を使用、写真1に球形試験片を加圧板にはさみ、圧縮変位量を測定するために差動トランスを取り付けた状態を示す。

ロードペーサが装着されていて、荷重-変位曲線をX-Yレコーダに記録する。荷重速度は30~0.06 t/minの範囲で調節可能、最大荷重30t、最小荷重(測定可能最小目盛)0.5Kgである。

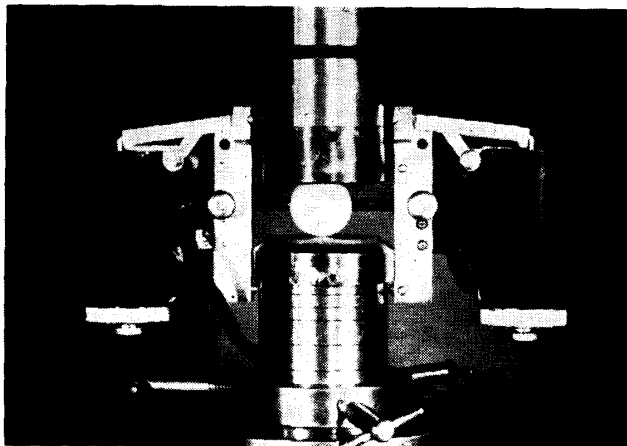


写真1 粗粒域における実験装置の破碎部分の組み合わせ (試験片と加圧板と差動トランス)

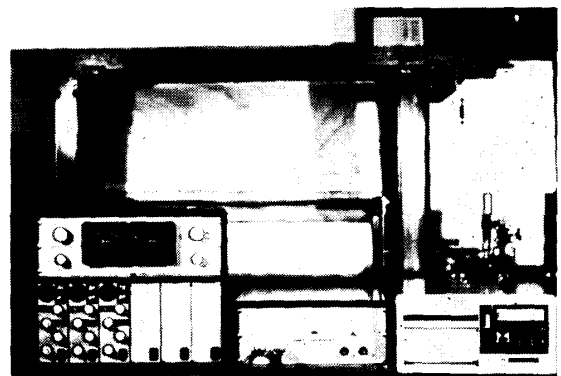


写真2 中粒域における単粒子破碎実験装置

3.2 中粒域における単粒子破碎実験装置

材料試験機では測定困難な中粒域での実験は写真2に示す横型の試験機を試作して行なった。本試験機は横に設置したコイルの中心軸に黄銅棒を水平に懸垂し、その一端に鉄心を固定し、他端に加圧端子を取り付けたもので、加圧端子に相対して受圧端子を固定し、その間に試験片をはさみ、コイルに通ずる直流電流の強さを次第に増大させて試験片を破碎する。試験片の直径は顕微鏡で読み取る。破壊荷重は非接着型ストレンゲージを用い、動ひずみ計とビジグラフあるいはX-Yレコーダを用いて記録する。写真3は非接着型ストレンゲージと顕微鏡を示す。測定範囲は、最大荷重20Kg、最小荷重(最小容量の非接着型ストレンゲージで測定しうる

最大荷重) 0.5Kgである。

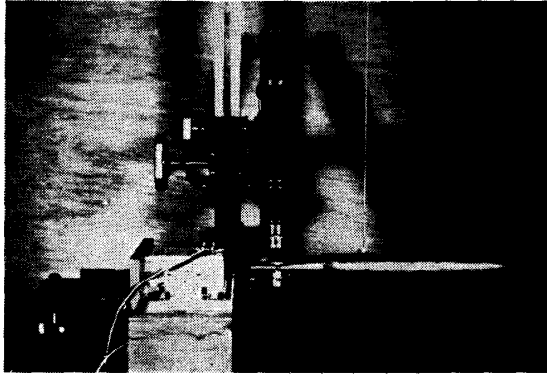


写真3 中粒域における実験装置の破碎部分の組み合わせ (圧縮部分とロードセルと顕微鏡)

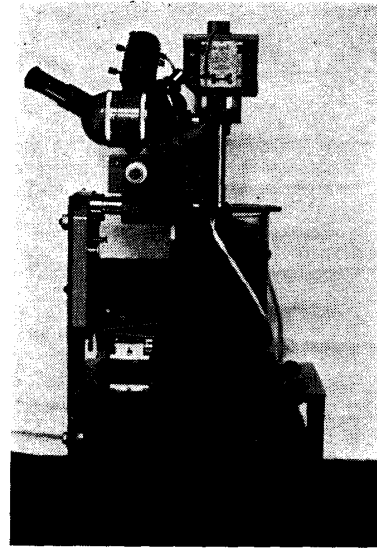


写真4 微粒域における単粒子破碎実験装置

3.3 微粒域における単粒子破碎実験装置

前項に述べた装置でも測定困難な微粒域における実験は写真4に示す立て型の試験機を試作して行なった。原理は横型と同じであるが、コイルを立てに設置して絶縁油浸とし、その中心のパイプ中を下端に鉄心を取り付けた黄銅棒が滑動するようにして、その先端に加圧端子を固定し、これと相対して受圧端子を取り付けた。試験片の直径は顕微鏡を用いて測定した。準備した非接着型ストレンゲージの容量は最大1Kgのものから最小0.002Kgのものまで数種類である。なお3.2と3.3に述べた実験装置には電気マイクロメータを取り付けて荷重-変位曲線を記録させることができる。

試料のヤング率とポアソン比の測定は円筒形試験片の表面、軸方向の中心部にクロス型ワイヤストレンゲージをはって材料試験機により圧縮試験を行ない、ロードセルと動ひずみ計を用いてビジグラフに記録させた荷重と変位量から算出した。

破碎産物の粒度分析には Tyler の標準ふるい公比 $2^{1/4}$ と $2^{1/2}$ の二系列を使用した。3.5mesh よりも大なる破碎産物の粒度は破砕片の三軸平均サイズを測定しそれをふるいの目の開きに対応させて、それぞれたとえば3.0mesh, 2.6mesh として表示した。ふるい分けには Ro-tap 式ふるい振とう機を使用した。その他試験片の寸法質量の測定にはノギス、マイクロメータ、化学てんびんを使用した。

4. 実験方法

加圧板にはさまれた供試体の周囲をアクリル樹脂製のホルダで取り囲んで試験を行なったが、ホウケイ酸ガラス試験片などでは破碎の際に破片が飛び、ホルダの周壁に衝突して二次破碎を起こすので、これを防止するため、破片を採取するのに便利のように、既往の研究者ら³⁾の方法を踏襲して試料ホルダ内に寒天を環状に固め、その中心部に試験片を置いて実験を行ない、破砕片を捕そくした。破砕片を熱湯で数回洗い寒天を除いて破碎産物を採取した。試験片の破壊荷重は試験機の計力器から読みとり、破壊時までのひずみエネルギーは荷重-変位曲線から求めた。試料のヤング率は岩石力学における測定法に基づき、円筒形試験片圧縮時の応力-ひずみ曲線に割線を引き、* 割線ヤング率として求め、また試料のポアソン比はビジグラフに記録した縦変位と横変位の値から算出した。**

なお第1表には後の解析に必要な値として、円筒形試験片の破碎産物と破碎前の試験片の比表面積の比 R_c と球形試験片の破碎産物と破碎前の試験片の比表面積の比 R_s も掲げた。この比表面積比の求め方は、破碎前の試験片の比表面積はその寸法から幾何学的に計算される表面積を用い、破碎産物は、たとえば大理石の円筒

* 応力-ひずみ曲線の原点と強度の40%を示す応力に相当する曲線上の点とを結んで求めた。

** 同様に強度の40%に相当する応力のときの値である。

形試験片のようにけさ掛けに割れるもの、また石灰石、大理石、セッコウなどの球形試験片のように真二つに割れるものでは破砕片の形状が比較的単純なのでその寸法の測定から幾何学的に計算される表面積を用い、これらと質量とから比表面積を算出し、一方不規則に細かく破碎してふるい分けにより粒度分布が求められるものは形状係数を6と仮定して通常の方法により比表面積を算出した*。なお破碎時の室温は全実験を通じて13~14°Cであった。

5. 実験結果

5.1 荷重速度の影響

荷重速度が球圧壊時のひずみエネルギーと球圧壊強度に及ぼす影響を調べるために、直径2.5cmのホウケイ酸ガラス球形試験片と大理石球形試験片を使用し、荷重速度を0.06~30 t/minの範囲に変化させて実験を行なった。その結果ひずみエネルギー、球圧壊強度ともに荷重速度が増大すると大となる傾向があるが、実験の範囲内では大なる変化は認められなかった。以下の実験はセキエイガラスとホウケイ酸ガラスの試験片に対しては3 t/min、天然産試料の試験片に対しては0.3 t/minの荷重速度で行なうこととし、破壊までの時間をどの試料もほぼ一定に保った。

5.2 単一球形試験片の圧縮破碎における破碎の状況

単一球形試験片の圧縮破碎においては破碎の状況が問題となる。以下各試料についてその状況

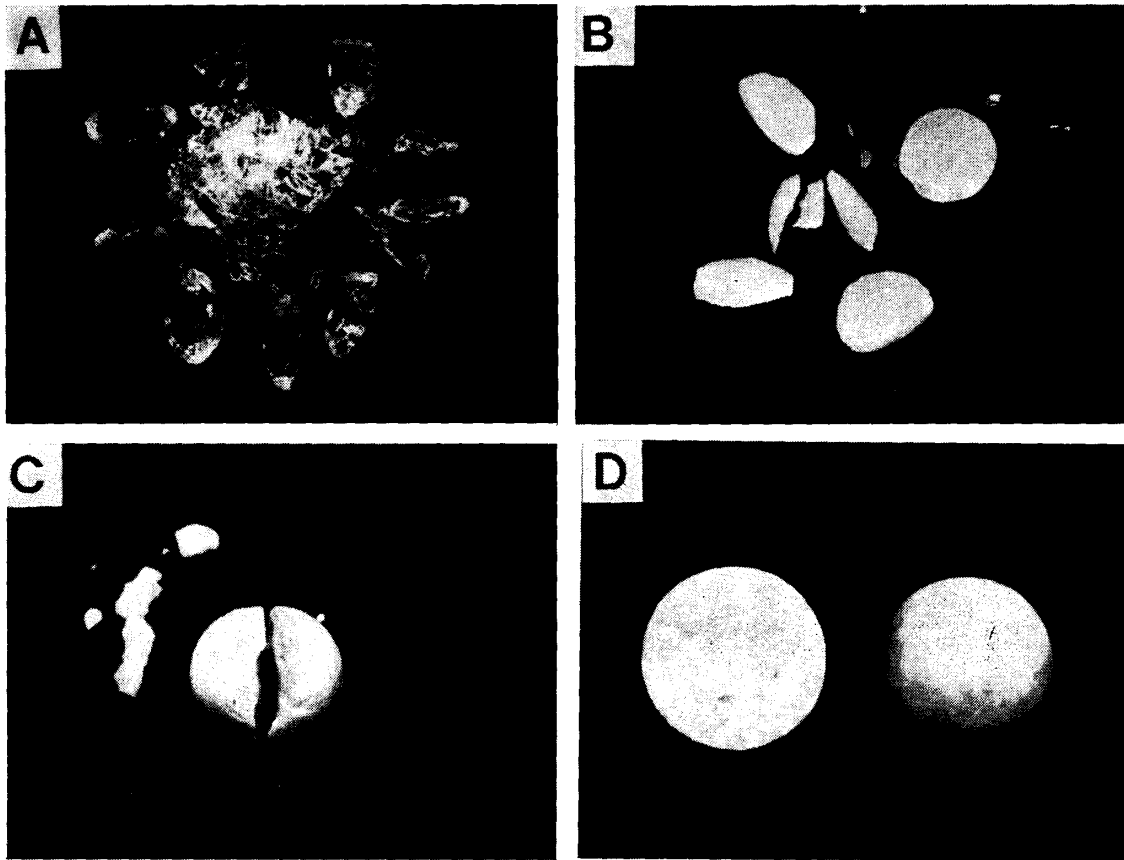


写真5 破碎の状況 A ホウケイ酸ガラス, B ケイ石, C チョウ石, D 大理石

を示す。

* 円筒形試験片を圧縮破碎する場合、ペーパーストレンゲージをはりつけてあると破碎産物の状況が変わってくるので、破碎産物を採取するために、ペーパーストレンゲージをはりつけない試験片を20箇余分に準備した。第2表の円筒形試験片の個数はこれらの試験片を含む全個数である。

(a) ホウケイ酸ガラス 非晶質， 载荷点を結ぶ直径を軸とするコアの部分は細かく破碎し， その周辺部分は三日月形の破碎片となる。 セキエイガラス球の場合も同様である。 写真5-A. Gilvarry²⁾は同様の実験から彼の理論を証明した。))

(b) ケイ石 直径2 cmの球が4～5個の結晶から成る。 3～4個の大きな破碎片と小数の小さな破碎片が生ずる。 写真5-B.

(c) チョウ石 直径2 cmの球が単結晶で， ケイ石とほぼ同じように破碎する。 写真5-C.

(d) 大理石 多結晶体， 結晶は肉眼でも見える。 载荷点を結ぶ直径を含む大円面で真二つに割れる。 写真5-D.

(e) 石灰石 多結晶体， 結晶粒子は大理石より細かい， 大理石と同様に割れる。

(f) セッコウ 多結晶体， 結晶サイズは顕微鏡的， 大理石と同じように割れるが， 割れ目が入ったことで破碎したことがわかる場合もある*。 カッ石も同様である。

5.3 破断の状況

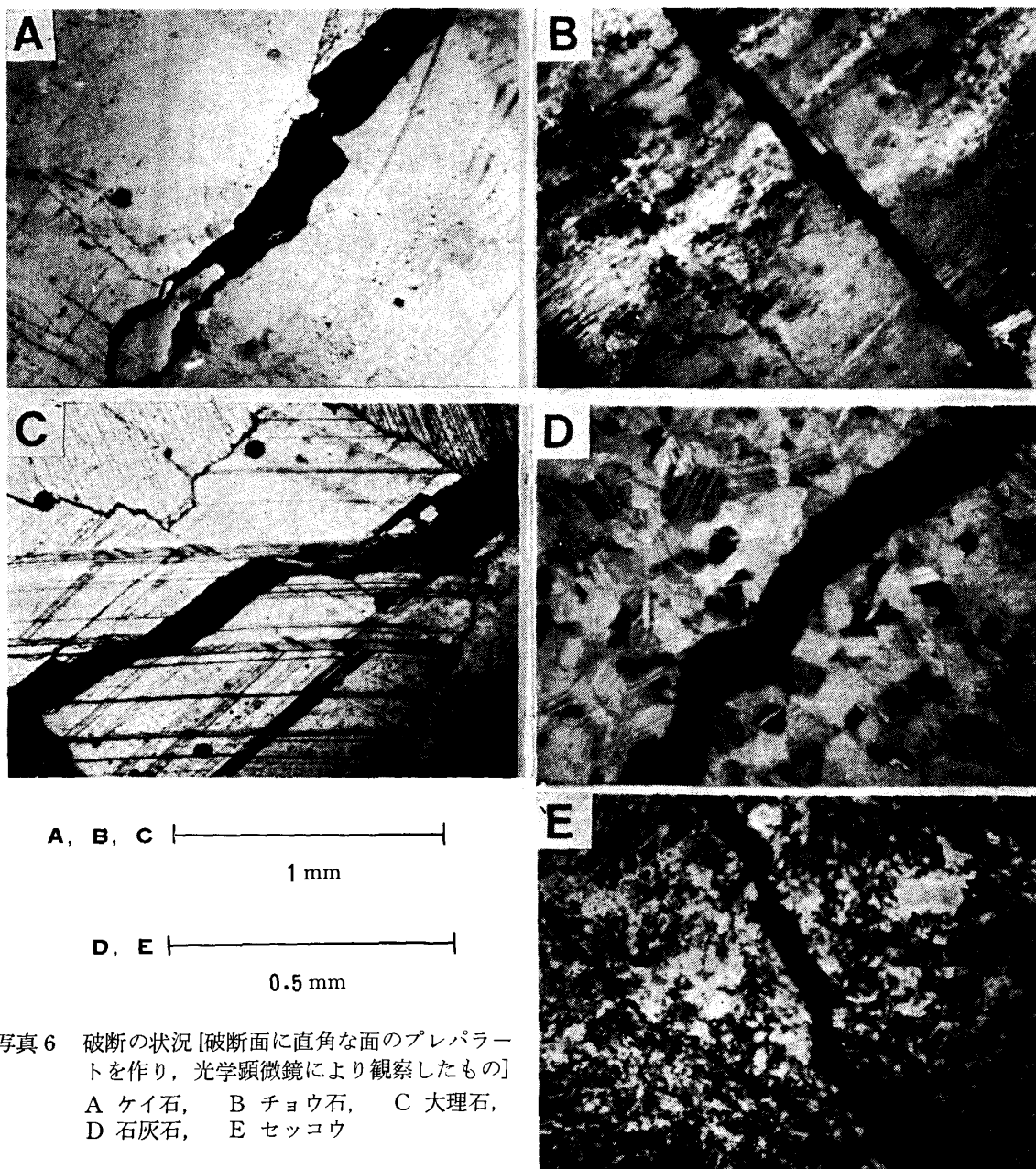


写真6 破断の状況 [破断面に直角な面のプレパラートを作り， 光学顕微鏡により観察したもの]
 A ケイ石， B チョウ石， C 大理石，
 D 石灰石， E セッコウ

破砕片をカナダバルサムで接着復元し、破断面に直角な面のプレパラートを作り、破断面と結晶粒界の関係を鏡微鏡により調べた。その結果は写真6に示すようである。

- (a) ケイ石 へき開性なし，破断面は断口状をなし不規則である。写真6-A.
 - (b) チョウ石 へき開性あり，へき界面に沿って割れる。写真6-B.
 - (c) 大理石 へき開性あり，へき界面に沿って割れる。結晶粒界は関与せず，貫粒型の破砕である。写真6-C.
 - (d) 石灰石 へき開性あり，大理石と同じ破断面で貫粒型。写真6-D.
 - (e) セッコウ へき開性あり，微結晶，大理石と同様と観察されるが，明確ではない。写真6-E.
- つぎに破断面そのものの状態を走査電子顕微鏡により観察した⁵⁾。数例を写真7に掲げる。写真7-Aはセキエイガラス球の破断面で貝がら状断口が認められる。写真7-B. はケイ石球の破

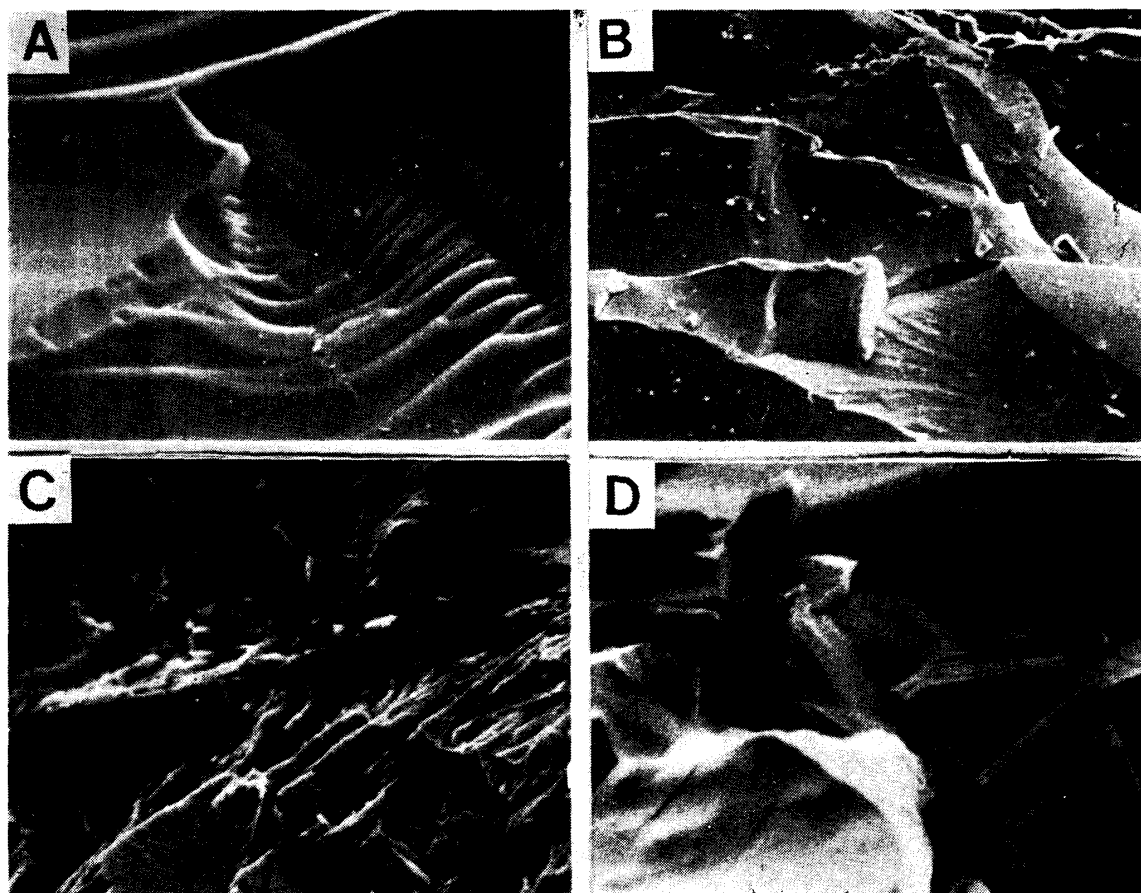


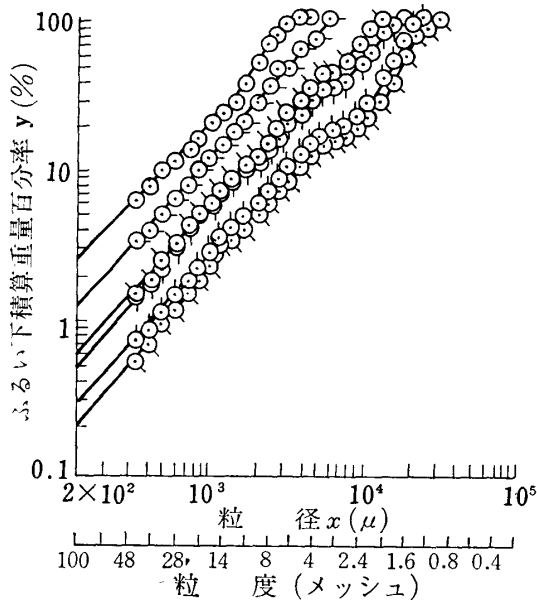
写真7 破断面の状況 [走査電子顕微鏡により観察したもの]
 A セキエイガラス (211 μ ×165 μ) B ケイ石 (640 μ ×500 μ) C 大理石 (211 μ ×165 μ) D セッコウ (64 μ ×50 μ)

断面でへき開性がなく破断面はきわめて不規則である。写真7-C.は大理石球の破断面であり，写真7-D. はセッコウの破断面である。この両者は共にへき開性を有するが，これらの試料の破壊は明らかにへき開破壊であることがわかる。

5.4 破砕産物の粒度分布

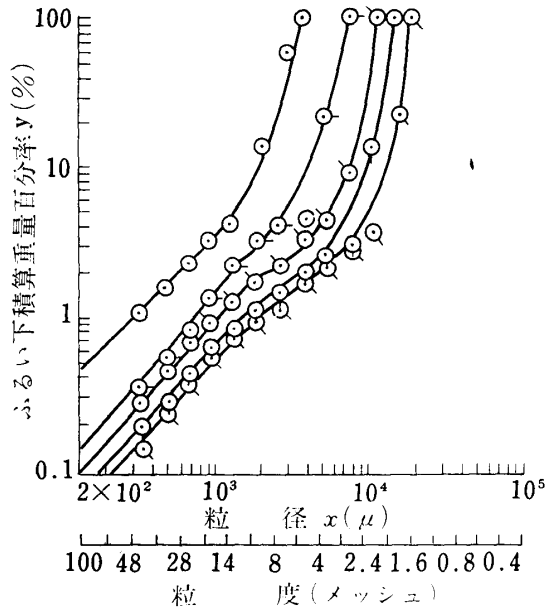
球形試験片を圧縮破砕し，破砕産物の粒度分析を行ない，G-S プロットをもって粒度分布を

調べた。その結果は第 1,2 図に示すようで、第 1 図のホウケイ酸ガラスの場合は粗粒部分を除く



第 1 図 ホウケイ酸ガラス球破碎産物の粒度分布

- d=0.5cm
- d=1.0cm
- d=1.5cm
- d=2.0cm
- d=2.5cm
- d=3.0cm



第 2 図 ケイ石球破碎産物の粒度分布

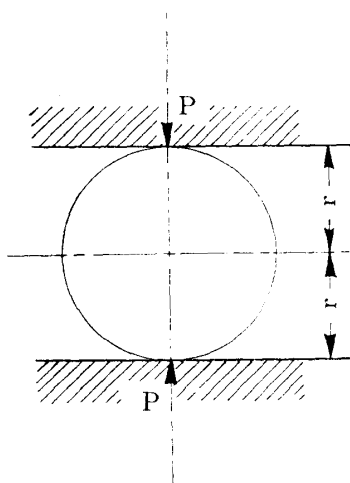
- d=0.5cm
- d=1.0cm
- d=1.5cm
- d=2.0cm
- d=2.5cm

と傾きが1の直線となり、第 2 図のケイ石の場合も同様であるが直線範囲が狭い、セキエイガラス球の場合は第 1 図とほとんど同じ傾向であり、チョウ石球の場合は第 2 図とほぼ同様なので省略する。単一球形試験片の圧縮破碎の際に生ずる最小破砕片のサイズは、直径 2.5cm の球形試験片を例にとると、セキエイガラスでは 295μ以下の産物が1.1%，ホウケイ酸ガラスでは 295μ以下

の産物が 0.65%，同様にケイ石では 0.2%，チョウ石では直径 2.0cm の球形試験片の場合 295μ以下の産物が 0.10%であった。大理石、石灰石、セッコウ、カッ石は真二つに割れるので破碎産物のサイズをその最大直径で定義すると破碎の前後でサイズが変わらないことになる。

5.5 球圧壊強度の試験片体積依存性

平松ら⁶⁾は球形試験片あるいは非整形試験片を第 3 図、のように点载荷の状態で圧縮したときの応力分布を解析して、球の圧縮破壊によって試料の引張強度を求める方法を導き、破壊荷重を P、試験片の载荷点間の距離の 1/2 を r とすると試料の引張強度 S_i は次式で与えられるとした。



第 3 図 球の圧縮

$$S_i = \frac{0.7P}{\pi r^2} \dots \dots \dots (1)$$

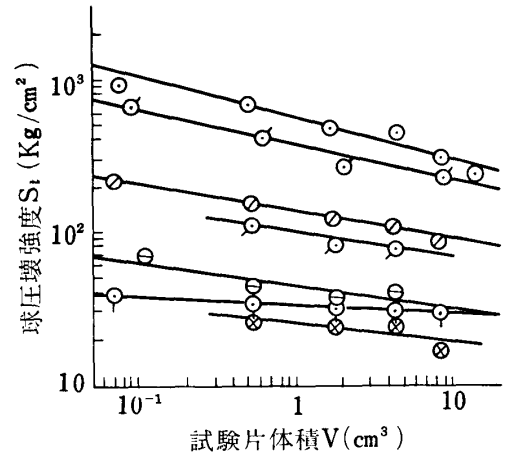
しかし (1) 式は純粋な意味での引張強度を与えるものではないから、本研究では S_i を球圧壊強

6) 平松良雄, 岡 行俊, 木山英郎: 日鉱誌, 81(1965), 1024.

度と称することにする。一方 Weibull⁷⁾ は鉄鋼材料の低温ぜい性破壊の研究を行ない、引張強度 S_t と試験片体積 V とが

$$S_t \propto V^{-\frac{1}{m}} \dots\dots\dots (2)$$

の関係にあることを見出した。ここに m は均一性係数である。(2)式は V が小となるに伴って S_t が増大することを意味するが、本研究に用いたようなぜい性材料にも(2)式の関係が成立するかどうかを調べたところ第4図に示すように、よく Weibull の関係が成立することがわかった。Davidenkov⁸⁾ が行なったように、この直線の傾きの逆数から m の値が求められるが、一方上野⁹⁾ は同一サイズの試験片を多数破壊して S_t を求め、その値のバラツキから m の値を求める方法を提案した*。第3表は第4図の直線から求めた m の値と上野の方法で求めた m の値を掲げたもので実験の範囲内で多少の差はあるが両者はよく一致している。



第4図 各試験片の球圧壊強度の試験片体積依存性
 ○ ホウケイ酸ガラス ⊙ セキエイガラス
 ⊙ ケイ石 ⊙ チョウ石
 ⊙ 石灰石 ⊙ 大理石 ⊙ セッコウ

第3表 均 一 性 係 数

試 料 の 種 類	第4図の直線のこう配から求めた均一性係数, 最小二乗法による	式(3)から, 実験値を用いて求めた値
	m [—]	m [—]
セキエイガラス	4.75	4.38
ホウケイ酸ガラス	4.27	3.48
ケ イ 石	5.10	4.86
チ ョ ウ 石	4.70	3.73
石 灰 石	7.59	6.10
大 理 石	19.0	—
セ ッ コ ウ	9.72	—
カ ッ 石	—	—

5.6 単一球形式験片の圧縮破砕におけるひずみエネルギー

単一球形式験片の圧縮破砕におけるひずみエネルギーは、ひずみエネルギーの意味がその物体が破壊されるときまでに内部にたくわえられるエネルギーであることから、破砕における正味エネルギーに関連の深い重要な値である。Timoshenko¹⁰⁾によると、第3図のように弾性体の球が二つの平行平板で圧縮されたときの弾性ひずみエネルギー E は次式で与えられる。

$$E = 0.682 \left(\frac{1-\nu_1^2}{Y_1} + \frac{1-\nu_2^2}{Y_2} \right)^{2/3} \left(\frac{\pi}{V} \right)^{1/9} P^{5/3} \dots\dots\dots (4)$$

7) W. Weibull: Ing. Vetenskaps Akad. Handl., No.151(1939).

8) N. Davidenkov, E. Shevandin and F. Wittman: *J. Appl. Mech.*, 14(1947), A64.

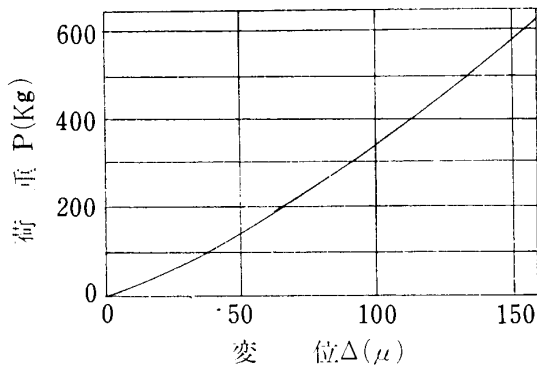
9) 上野五郎: 材料試験, 9(1960), 21.

* 上野は多数の試験片の引張強度 S_t を求め、そのヒストグラムから標準偏差 σ と平均値 μ の値を算出し変動係数 c の値を求めると均一性係数 m の値は次式(3)から求められるとした。

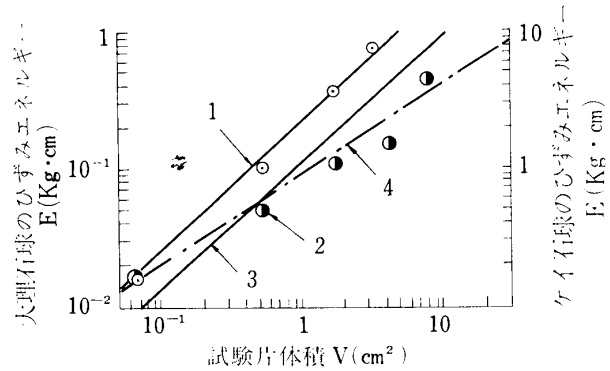
$$c = \sigma/\mu = \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{m} \right) / \left\{ \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \right\}^2 - 1 \right]^{1/2} \dots\dots\dots (3)$$

10) S. Timoshenko and J. N. Goodier: *Theory of Elasticity*, (1951), 372, McGraw-Hill.

ここに ν はポアソン比, Y はヤング率で添字1は試料, 2は加圧板をあらわす*. 実験には加圧板としてタングステンカーバイドの円板を用いたが, そのヤング率は $Y_2=6.05 \times 10^6 \text{Kg/cm}^2$, ポアソン比は $\nu_2=0.21$ である. 試料のヤング率とポアソン比の測定結果は第1表に掲げた. 球形試験片の圧縮試験における荷重—変位曲線の一例は第5図のようである. この曲線と横軸の囲



第5図 チョウ石の圧縮における荷重変位曲線



第6図 ケイ石球と大理石球の圧縮におけるひずみエネルギーの計算値と実測値の比較
 1 実測値 (大理石) 2 実測値 (ケイ石)
 3 計算値 (大理石) 4 計算値 (ケイ石)

む面積を積分によって求めるとひずみエネルギーの値を求めることができる. 一方第1表の ν_1 , ν_1 の測定結果と破壊荷重 P の実測値を用いると (4) 式によってひずみエネルギーの値を計算によって求めることができる. ひずみエネルギーの計算値と実測値を比較した結果は第6図に示すようである. 図はケイ石と大理石の場合であるが, セキエイガラス, ホウケイ酸ガラス, ケイ石,

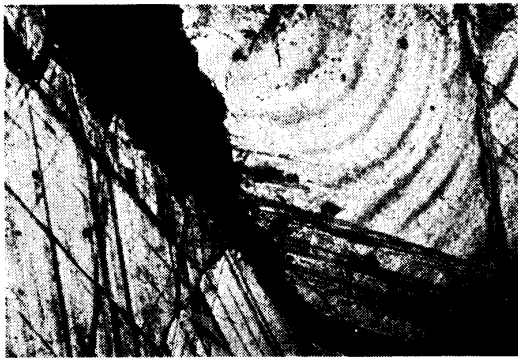


写真8 大理石試験片に見られるしま模様(応力分布と考えられる)

チョウ石では両者がよく一致し, 大理石の場合には実測値のほうが計算値よりも大となった. これは大理石のような軟質な材料では荷重状態が破壊点に近づくとき組織が流れを起こし, エネルギーの一部が塑性変形に使用されるのに対し, 計算に用いたヤング率は荷重を加える際の初期に測定される大なる値を用いた結果であろう. 本実験に用いた試料のうち破壊時までには試料の一部が塑性変形を起こすものはおおよそ大理石よりも軟質なもののよう考えられる. 写真8は大理石球の破碎産物の一部に認められた応力分布の状態を示すものと考えられるしま模様で, おそらく球形試験片の着力点付近に圧縮力で生じた

応力の分布が凍結されて残り, 顕微鏡下で観察されたものであろう. ケイ石, チョウ石などにはこのような模様は認められなかった.

5.7 単一球形試験片の破碎におけるひずみエネルギーの試験片体積依存性

つぎに球形試験片の圧縮破壊時におけるひずみエネルギーの試験片体積依存性を検討する. い

* Timoshenko の理論解は

$$E = \frac{4}{5} \left(\frac{3}{4} \right)^{5/9} \left(\frac{1-\nu_1^2}{Y_1} + \frac{1-\nu_2^2}{Y_2} \right)^{2/3} \left(\frac{\pi}{V} \right)^{1/9} P^{5/3}$$

である. この式で $\frac{4}{5} \left(\frac{3}{4} \right)^{5/9}$ を計算すると 0.682 となる.

ま C_1 を定数として (2) 式を書き直すと

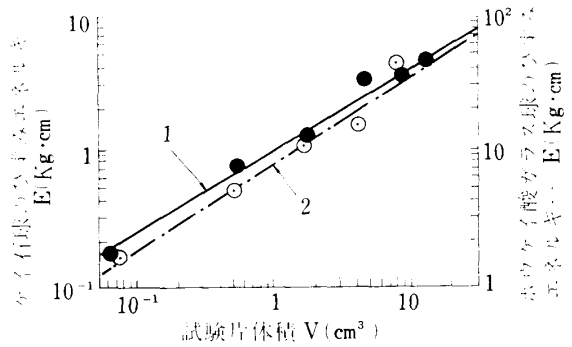
$$S_t = C_1 V^{-\frac{1}{m}} \dots\dots\dots (5)$$

となるから, (1), (4), (5) 式を用いると次の関係が導かれる.

$$E = C_2 V \left(1 - \frac{5}{3m}\right) \dots\dots\dots (6)$$

$$C_2 = 0.898 \left(\frac{1 - \nu_1^2}{Y_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{Y_2} \right)^{2/3} \pi^{2/3} C_1^{5/3}$$

この関係が実験的にも成立することはホウケイ酸ガラス球形試験片とケイ石球形試験片の場合を示した第7図の例においてひずみエネルギーと試験片の体積が両対数紙上で直線関係にあり, またその直線のこう配が $(1-5/3m)$ であることから確かめられ m の値がわかると(6)式を用いて破砕に要するエネルギーを求めることができる.



第7図 ホウケイ酸ガラス球とケイ石球の圧縮におけるひずみエネルギーの試験片体積依存性
 1 ホウケイ酸ガラス 2 ケイ石
 こう配 = $\left(1 - \frac{5}{3m}\right) = 0.61$ こう配 = $\left(1 - \frac{5}{3n}\right) = 0.67$

5.8 単一球形試験片の破砕における二法則の適用性

本実験のような粗粒域における単一球形試験片の常速荷重破砕に対し, Rittinger 則と Kick 則の二つのエネルギー法則のどれが適用されるかを次の三つの方法で検討した. (1) Lewis¹¹⁾ の一般式の指数を求めて検討する方法, (2) 比表面積の増加量から検討する方法, (3) 変形G-Sプロットから検討する方法. これらのうち(2)の方法は, 原試験片の比表面積相当径を x_0 , 破砕産物の比表面積相当径を x , 原試験片の比表面積を S_0 , 破砕産物の比表面積を S , C_3 , C_4 を定数, M を試験片の質量として, 単位質量当たりの破砕エネルギー E/M と比表面積, あるいは粒径の間に

$$\frac{E}{M} = C_3 (S - S_0) = C_4 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0} \right) \dots\dots\dots (7)$$

の関係が成立するかどうかから検討するものであり, また(3)の方法は第1,2図のG-Sプロットによる粒度分布曲線から出発し, 横軸を粒径の逆数 $1/x$ にとってプロットし直し, さらにあるふるい下積算重量百分率をパラメータとして $(1/x - 1/x_0)$ と E/M の関係を両対数紙上に求め, その直線性から検討するものである. (1), (2), (3) どの方法によっても, 粗粒域における単粒子破砕は Rittinger 則に従うことを見出したので, ここには(2), (3)の場合は省略し, (1)の場合について述べることにする.

さて, 破砕エネルギーと粒径に関する Lewis の一般式は破砕エネルギーを E/M と単位質量当たりにとると次式(8)であらわされる.

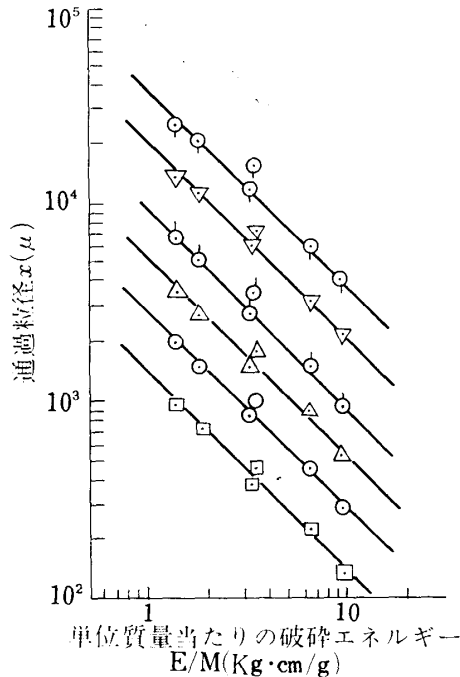
$$d \left(\frac{E}{M} \right) = -C_5 \frac{1}{x^n} dx \dots\dots\dots (8)$$

ここに x は粒径, C_5 は定数, n は指数である. (8) 式を積分すると

$$\frac{E}{M} = \frac{C_5}{n-1} \cdot \frac{1}{x^{n-1}} \dots\dots\dots (9)$$

11) W.H. Walker, W.K. Lewis, W.H. McAdams, & E.R. Gilliland: *Principles of Chemical Engineering*, (1937), 255, Mc Graw-Hill.

が導かれる*。単一球形試験片の破碎が従来の二法則のうちどれに適合するかは(9)式の n の値を求めればよい。一方第1図と第2図に示したホウケイ酸ガラスとケイ石の球形試験片の破碎産物



第8図 ホウケイ酸ガラス球の破碎産物における単位質量当たりの破碎エネルギーと通過粒径の関係
 ○ $y=100\%$
 ▽ $y=50\%$
 ⊙ $y=20\%$
 △ $y=10\%$
 ⊖ $y=5\%$
 □ $y=2\%$

粒度分布曲線から、あるふるい下積算重量百分率における通過粒径 x を求め、これと同時に測定したひずみエネルギーを破碎エネルギーとみなして**単位質量当たりの破碎エネルギー E/M を求め、これを両対数紙上にプロットしてみると、一例として示した第8図のホウケイ酸ガラス球の場合に見られるように x と E/M は逆比例の関係にある。いま a を直線の

$$\frac{E}{M} = \left(\frac{1}{x_a}\right)^a \frac{1}{x^a} \dots\dots\dots (10)$$

傾き、その切片を x_a とすると実験的に(10)式が成立する。(9)式と(10)式は同じ形であるから、 x の指数を比較すると

$$n = 1 - \frac{1}{a} \dots\dots\dots (11)$$

となる。すなわち直線の傾き a の値がわかれば Lewis の式の n の値が求められることになる。ホウケイ酸ガラスの球形試験片の場合には $a = -1.0$ で $n = 2.0$ 、ケイ石の球形試験片の場合には $a = -0.9$ で $n = 2.1$ 、チョウ石の球形試験片では $a = -0.8$ で $n = 2.2$ 、セキエイガラスの球形試験片では $a = -1.1$ で $n = 1.9$ となり、粗粒域における単一球形試験片の常速荷重破碎はホウケイ酸ガラスの場合には Rittinger のエネルギー則に従い、ケイ石、チョウ石、セキエイガラスでは Rittinger 則

に近い。その他の試料の場合については、(2)と(3)の方法によりいずれもほぼ Rittinger 則が成立することを確認した。以上の所論において、 n の値が2以上になるのは、すでに破碎以前に新しい表面積となりうる潜在的な表面を含んでいることを意味し、 n の値が1と2の間の値をとることは球形試験片の内部に Kick 的な破碎を生ずる部分と Rittinger 的な破碎を生ずる部分とが種々の割合で混在することを意味するものであろうと思われる。

5.9 単一球形試験片の破碎におけるひずみエネルギーと球圧壊強度ならびに粒径の関係

以上の結果から、粗粒域における単一球形試験片の常速荷重破碎におけるひずみエネルギーと球圧壊強度ならびに粒径の関係を導くことができる。

(1)式と(4)式から

* (8)式を積分すると

$$\frac{E}{M} = -C_s \left(\frac{1}{1-n} \cdot \frac{1}{x^{n-1}} + C' \right) \dots\dots\dots (8')$$

となる。ここに C' は積分定数である。いま初期条件を考えると x が無限大のときにはまだ破碎が開始されていない状態であるから(8')式において $C' = 0$ となり結局(9)式が導かれる。

** ひずみエネルギーと破碎エネルギーはきわめて近い値であると思うが厳密には等しくないであろう。しかしここでは第1近似として両者を等しいとみなして論を進め、破碎の本質に対するアプローチを試みた。

$$\frac{E}{V} = C_6 S_t^{5/3} \dots\dots\dots (12)$$

$$C_6 = 0.898 \left(\frac{1-\nu_1^2}{Y_1} + \frac{1-\nu_2^2}{Y_2} \right)^{2/3} \pi^{2/3}$$

の関係がえられる。また粗粒域における単一球形試験片の破碎にはほぼ Rittinger のエネルギー法則が成立するので $n=2$ とすると (8) 式は次のようになる。

$$d\left(\frac{E}{M}\right) = -C_5 \frac{1}{x^2} dx \dots\dots\dots (13)$$

これを球形試験片の粒径 $x_1 = k_0 [\mu]$ から破碎産物の粒度係数 $x_2 = k_{100} [\mu]$ まで積分すると

$$\frac{E}{M} = -C_5 \int_{k_0}^{k_{100}} \frac{1}{x^2} dx = C_5 \left(\frac{1}{k_{100}} - \frac{1}{k_0} \right) \dots\dots\dots (14)$$

がえられる。さらに $k_{100} \ll k_0$ のときは

$$\frac{E}{M} = C_5 \frac{1}{k_{100}} \dots\dots\dots (15)$$

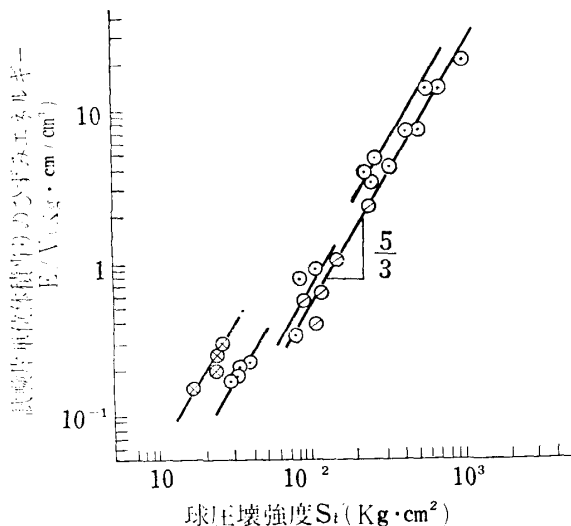
となり、単位質量当たりの破碎エネルギーは破碎産物の粒度係数 k_{100} に逆比例することがわかる。また ρ を試料の密度とすると $M = \rho V$ であるから (12) 式と (14) 式とから

$$\frac{1}{k_{100}} - \frac{1}{k_0} = C_7 S_t^{5/3} \dots\dots\dots (16)$$

$$C_7 = \frac{0.682}{C_5 \rho} \left(\frac{1-\nu_1^2}{Y_1} + \frac{1-\nu_2^2}{Y_2} \right)^{2/3}$$

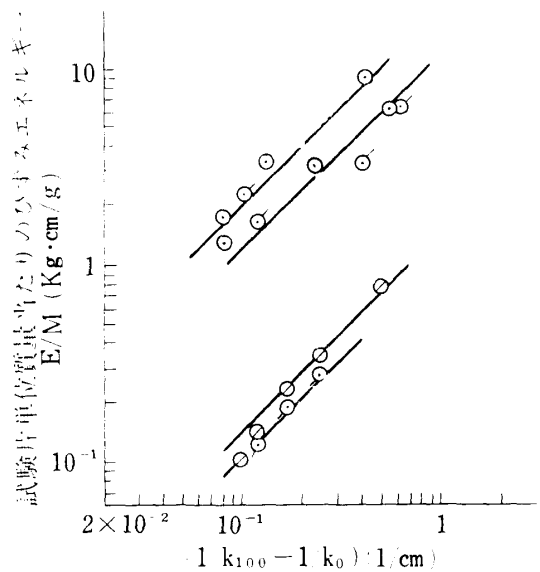
の関係が導かれ、 $k_{100} \ll k_0$ のときは次のようになる。

$$\frac{1}{k_{100}} = C_7 S_t^{5/3} \dots\dots\dots (17)$$



第9図 球圧壊強度と試験片単位体積当たりのひずみエネルギーの関係

- ① ホウケイ酸ガラス
- ② セキエイガラス
- ③ ケイ石
- ④ チョウ石
- ⑤ 大理石
- ⑥ セッコウ

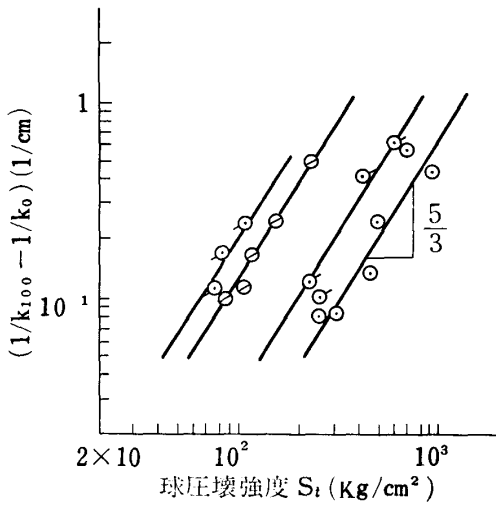


第10図 $(1/k_{100} - 1/k_0)$ と試験片単位質量当たりのひずみエネルギーの関係

- ① ホウケイ酸ガラス
- ② セキエイガラス
- ③ ケイ石
- ④ チョウ石

いま(12)式を検討するために実験結果から E/V と S_t の関係を両対数紙上にプロットすると第9図

のようになり、その直線のこう配は5/3となつて(12)式がよく成立することがわかる。(14)式を実験的に検討したのが第10図であり、同様に(16)式を実験的に検討したのが第11図であつて、その直線のこう配は5/3となり、(16)式がよく成立することがわかる。



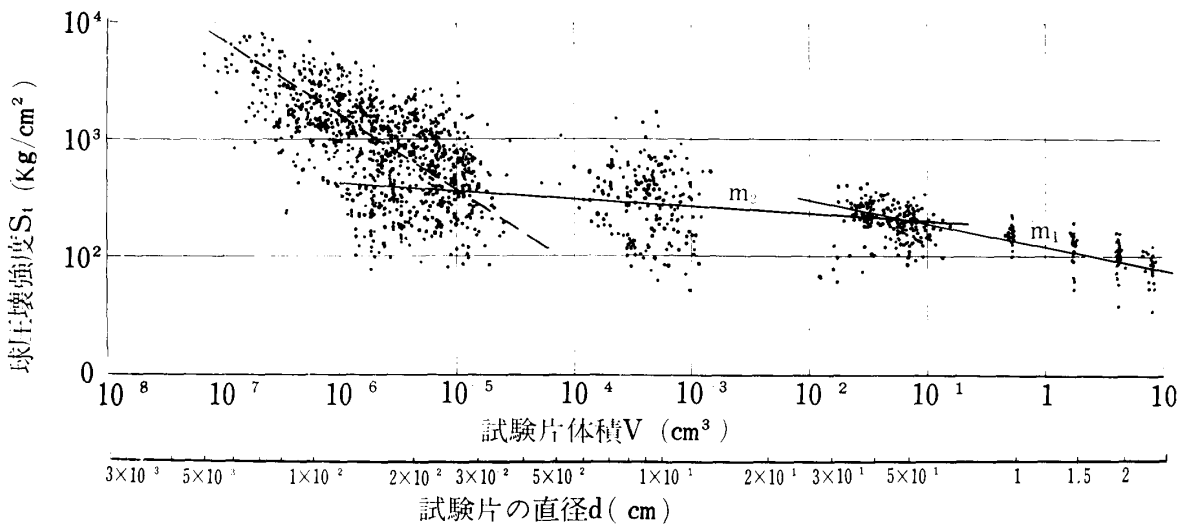
第11図 (1/k₁₀₀-1/k₀)と球圧壊強度の関係

- ホウケイ酸ガラス
- ⊙ セキエイガラス
- ⊗ ケイ石
- ⊕ チョウ石

5.10 粗粒域から微粒域にわたる球圧壊強度の試験片体積依存性

第4図は直径3.0cmから0.5cmの範囲において球圧壊強度の試験片体積依存性を調べたものであるが、さらに試験片体積が小となった場合に(2)式の関係がどのようになるかを実験的に検討した。実験は直径3.0cmの球形試験片から約5×10⁻³cm(50%)までの試験片につき材料試験機と中粒域ならびに微粒域における単粒子破碎実験装置を用いて行なつた。その結果ホウケイ酸ガラス試料の場合は両対数紙上においてS_tとVの関係が1本の直線であらわされるが、その他の天然産試料ではS_tとVの関係がこう配を異にする幾つかの直線であらわされ、強度の弱い潜在クラックから順に活性化されて破壊の

根源となつてゆく様子をよく知ることができた。一例としてケイ石についての実験結果を第12図に掲げる*。



第12図 粗粒域から微粒域にわたる球圧壊強度の試験片体積依存性(ケイ石)

5.11 Bondの仕事指数と砕料の力学的性質の関係¹²⁾

つぎに第1表に掲げた Bondの仕事指数W_iと砕料の力学的性質の関係につき次元解析による検討を加えた途中の経過を省略し、結果のみを述べると次のようである。

$$W_i \cdot \rho = 0.632 Y_1^{0.35} \cdot S_c^{0.15} \cdot S_t^{0.50} \cdot (1 - \nu_1^2)^{0.20} \cdot R_c^{-0.09} \cdot R_t^{-0.48} \dots \dots \dots (18)$$

* 二組の直線の方程式にそれぞれ測定値を代入し、最小二乗法により誤差が最大となる点をもって折点とした。

12) 八嶋三郎, 神田良照, 坂本 宏, 栗野 修, 諸橋昭一: 化学工学, 34, No.11 (掲載決定)。

(18)式において $(1-\nu_1^2)^{0.20}$ は各試料につきその差が少なく、全試料の平均値が $0.986 (\pm 0.008)$ 以内)であるから、これを常数項に含めると(18)式は

$$W_i \cdot \rho = 0.623 Y_1^{0.35} \cdot S_i^{0.15} \cdot S_c^{0.50} \cdot R_c^{-0.09} \cdot R_i^{-0.48} \dots \dots \dots (18')$$

となり、実用的には(18')式のようにもあらわしうる。ただし(18), (18')式で求められる W_i の単位は $[Kg \cdot cm/kg]$ であるからこれを $4.05 \times 10^4 [Kg \cdot cm/kg] = 1 [KWH/t]$ で換算すると通常の W_i の値となる。第1表の値を用いて計算した W_i の値を実測値とともに第4表に掲げた。両者は良好な一致を示している*。

第4表 Bond の 仕事 指数

試 料 の 種 類	標準ボールミル法に よる測定値	第1表の値を用い、 式(18)により計算し た値	第1表の値を用い、 式(18')により計 算した値
	W_i [KWH/t]	W_i [KWH/t]	W_i [KWH/t]
セキエイガラス	14.8	14.0	13.8
ホウケイ酸ガラス	15.2	15.2	15.0
ケ イ 石	13.3	14.0	13.8
チ ョ ウ 石	12.4	12.0	11.8
石 灰 石	9.4	8.1	8.0
大 理 石	6.7	6.8	6.7
セ ッ コ ウ	6.3	5.9	5.8

6. 結 言

以上セキエイガラスとホウケイ酸ガラスならびに6種類の天然産鉱物試料の球形試験片を使用し、常速荷重下における単粒子破碎に関する実験結果を述べ、合わせてぜい性砕料の力学的性質と Bondの仕事指数の関係の次元解析結果につき報告した。これらの結果を要約するとつぎのようになる。

1) ホウケイ酸ガラス球形試験片と大理石球形試験片を使用し、荷重速度を $0.06 \sim 30t/min$ の範囲に変化させて実験を行なった結果、ひずみエネルギー、球圧壊強度ともに荷重速度が増大すると大となる傾向があるが、実験の範囲内では大なる変化は認められなかった。

2) 光学顕微鏡ならびに走査電子顕微鏡を用いて破断面の状況を調べたところ非晶質のガラス質試料ならびにへき開性のないケイ石は断口状で破碎し、へき開性を有するその他の試料はへき開面に沿いいわゆるへき開破壊を生じているのが認められた。

3) 石灰石、大理石、セッコウ、カッ石の球形試験片は載荷点を結ぶ直径を含む大円面で真二つに割れるが、その他の試料の球形試験片では三日月形の破砕片と、細かい破砕片を生じ、その粒度分布をG-Sプロットをもって示すと、粗粒部分を除き、こう配がほぼ1の直線となる。

4) 球圧壊強度 S_i は試験片体積 V が減少すると増大し、 S_i と V を両対数紙上にプロットすると両者の関係は直線であらわされ、そのこう配から Weibull の均一性係数 m の値を求めると第3表のようになる。

5) 単一球形試験片の圧縮破壊の際のひずみエネルギーは、硬質な試料においては測定値と計

* 本項の研究に用いた試料には、従来のものと採取時期の異なるものがあったので、ヤング率、ポアソン比の測定値で従来と違った値を示すものは第1表中に()をもって示した。計算には()内の値を用いた。

算値が良く一致するが、軟質な試料にあつては実測値のほうが大となる。

6) 粗粒域における単粒子破碎は、破碎の際のひずみエネルギーと破碎産物の比表面積あるいは粒径の関係から検討すると、ほぼ Rittinger のエネルギー法則に従う。

7) 球の圧壊におけるひずみエネルギーは試験片体積の $(1-5/3m)$ 乗に比例する。

8) 破碎産物の粒度係数を k_{100} とすると、 $1/k_{100}$ は球圧壊強度の $5/3$ 乗に比例する。

9) 直径 3.0cm から $5 \times 10^{-3}\text{cm}$ の広い範囲にわたって球圧壊強度 S_i と試験片体積 V の関係を調べると、ホウケイ酸ガラス試料の場合は両者の関係が一つの直線であらわされるが、天然産の鉱物試料では両者の関係が幾つかの直線群であらわされる。

10) 第1表に掲げた試料につき Bond の仕事指数と碎料の力学的性質の関係を次元解析により求めた結果は(18)式と(18')式のものであり、両式による計算結果と測定値を比較すると第4表のように両者は良好な一致を示す。

以上得られた結果に基づき、仕事指数の値から単一球形粒子の破碎と同様の破碎を工業用ミルで行なう場合の所要エネルギーを計算し、これに対する単一球形粒子破碎時のひずみエネルギーの割合を求めると、セキエイガラスでは41.7%、ホウケイ酸ガラスでは42.0%、ケイ石では5.56%、チョウ石では4.70%、大理石では2.71%、セッコウでは4.51%となる。ただし、ひずみエネルギーのうち純粹に新しい表面積の増大に費やされた割合は現段階では不明である。

使用した試料中カッ石は常速荷重下では塑性変形が大きいので将来レオロジー的考察が必要とならう。

Gilvarry と Bergstrom らはパイレックスガラス、サファイアなどの比較的結合力の強い物質につき単粒子破碎実験を試みたが、天然物の場合には、これらの結合の強い物質とは異なる破碎特性を示すことは注目すべきことがらと考える。高速荷重下における単粒子破碎実験の結果については他日報告したい。

筆をおくに当たり、研究発表の機会を与えられた東北大学選鉱製錬研究所教授和田正美先生に深く感謝の意を表します。また本報告の内容は山形大学工学部化学工学科講師神田良照、同助手(現富山大学工学部化学工学科勤務)諸橋昭一、同助手(現高砂熱学工業勤務)栗野修、同助手(現山形大学工学部応用化学科勤務)泉多恵子、東北大学工学部資源工学科助手坂本宏の諸氏のご努力におうところ大であり、ここに記して深く謝意を表します。

(昭和45年7月8日受理)

記号

a = 直線のこう配	[—]
B = ぜい性度	[—]
c = 変動係数	[—]
$C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C'$ = 定数	
d = 試験片の直径	[cm]
E = ひずみエネルギー	[Kg·cm ²]
H = モース硬度	[—]
k_0 = 試験片の粒径	[μ]
k_{100} = 粒度係数	[μ]
l = 円筒形試験片の長さ	[cm]
M = 試験片の質量	[g]
m = 均一性係数	[—]
n = 指数	[—]
P = 荷重	[Kg]
R_c = 円筒形試験片における破碎産物の比表面積と試験片の比表面積の比	[—]
R_t = 球形試験片における破碎産物の比表面積と試験片の比表面積の比	[—]
r = 載荷点間距離の1/2	[cm]
S, S_0 = 比表面積	[cm ² /g]
S_c = 円筒形試験片の圧縮強度	[Kg/cm ²]
S_t = 球形試験片の球圧壊強度 (= 引張強度)	[Kg/cm ²]
V = 試験片の体積	[cm ³]
Wi = Bond の仕事指数	[KWH/t]
x = 粒子の直径	[μ]
x_0 = 試験片の直径	[μ]
Y_1 = 試料のヤング率	[Kg/cm ²]
Y_2 = 加圧板のヤング率	[Kg/cm ²]
y = ふるい下積算重量百分率	
J = 変位量	[μ]
σ = 球圧壊強度の標準偏差	[Kg/cm ²]
μ = 球圧壊強度の平均値	[Kg/cm ²]
ν_1 = 試料のポアソン比	[—]
ν_2 = 加圧板のポアソン比	[—]
ρ = 試料の密度	[g/cm ³], [kg/cm ³]