

平等主義はいかに支持されるか

～権利にもとづく配分と厚生配分～

木 谷 忍*

目	次
1. 研究の背景と目的	2) 財の配分による交渉問題の定式化
2. 権利・義務の平等と厚生配分	3) ナッシュ交渉解とKS解
1) 平等性の2つの視点	4) 公理による2つの交渉解の特徴づけ
2) 権利・義務の平等による公正な配分	4. 取り引きゲームによる財の分割
3) 取り引きモデルによる厚生配分	1) 交互提案交渉ゲーム
3. 交渉問題の規範的解決	2) 分割者に対する逐次オークション
1) 交渉問題の定式化と交渉解	5. 結論

1. 研究の背景と目的

政府の役割は、簡潔に言えば、国民個々では実現できない幸福を与えること、およびその平等配分にあると考えられ、後者の平等配分にはいろいろ問題を孕んでいることは明らかである。たとえば、日本政府の銀行経営に対する保護政策（いわゆる護送船団方式）などは、預金者の保護よりも自由競争にして非効率な経営をなくすような政策にすべきであると各方面から非難を浴びている。R. ノージックはこの種の平等性を政府の過剰な介入と見做すことは明らかであるし、それどころか、社会契約説的な前者さえも非常に限定したもの（身の安全性）に限るべきと主張するであろう。

人間の道徳性が人間が生まれた後の自然淘汰による産物ではないことは、限定的ながら明らかになっている。神経医学での研究から、合理性と倫理性をつかさどる脳の部位は異なっていることが分かっているのである。この意味で、J. ロールズのいう基本財の平等を訴える道徳は、カント的な強制的道徳だとして非難されるべきものではない。しかし、基本財の範囲の難しい問題は残る。F. D. ヴァール [1] は道徳性は水に浮ぶピラミッドのようなものであるという。このピラミッドは個々人の手に入る資源の量で浮び沈みし、瀕死の状態におかれると頂上の僅かな部分しか水面上にない。つまり、基本財の範囲は個人の置かれた社会状況に依存することを意味している。この道徳ピラミッドの考え方にしたがると、政府の役割は社会全体の厚生を高めることに集中し、個々の厚生配分には関与する必要はないということになる。筆者は、この点について厚生をあたかも経済的価値のある財の配分として厚生配分を考えているという点に疑問を感じている。人は『生きる』というプロセスに価値を見出すのであって、人々に安心でき自由で絶えない交流の世界を平等に与えることが政府の役割ではなかろうか。

* 東北大学農学部地域計画論研究室・助教授

したがって本研究では、道徳ピラミッドを水面上に持ち上げ、そして人間本来の道徳心による厚生
の平等配分を論じるのではなく、政府が基本財の平等配分（権利の配分）と自由な取り引きの
できる社会政策から必然的に平等性を生むことが可能かどうかを論じることにある。すなわち、政府
は厚生の結果的な配分について直接関与せず、個々人が自分の選好にもとづいた自由で生き生きと
した活動から結果的に厚生
の平等をもたらしうることを数理モデルによって示すことである。重要
なことは、権利や義務の配分と自由な取り引きのできる社会は厚生
の平等性とは概念的に独立であ
り、これらはJ. ロールズのいう基本財より狭い範囲の平等、たとえば人権や機会の平等をもとに
設計されるという点である。

2. 権利・義務の平等と厚生 の平等

1) 平等性の2つの視点

本研究ではまず、資源の使い方によって平等性の考え方を区別する。個人を生かすための資源
（最低限の生活を保障し他人との取り引き機会を与えるのに必要な資源）と、個人の厚生を高める
資源（各自の責任のもとで生産したり、交換して得られる資源）である。しかし、この区別は必ず
しも明らかではない。たとえば、ある農家が生産する農作物は生きるための資源にもなるし、他の
財との交換によって厚生を高めるための資源にもなりうる。したがって、資源の種類によって平等
配分を論じることはいらない。

個人を活かすための資源には、たとえば交流の自由、機会、権利保護等の制度的資源が考えられ
るが、これは社会的制度の見直しだけではなく、個人に責任のないハンディキャップを補うための
経済的資源の配分も含まれる。たとえば、遺産配分問題では遺産に対する同等な権利という意味で
それは平等に配分されるが、相続人の遺産に関する情報量が極めて異なる場合は、それが相続人の
責任でない限り、相続の機会平等をみたすための情報収集コストを全遺産から天引きし支払うべき
であろう。このような平等性を権利・義務の平等ということにする¹⁾。

個人の厚生を高める資源は、個人を活かすための資源が平等に配分されるという前提のもとで、
人々の選好の違いが推進力となり資源の取り引き活動を通して得られるものである。当然ながら、
資源の物理的な均等配分が不平等であるばかりでなく、各個人の厚生
の視点からも配分は不平等に
なっている。しかし、立場主義²⁾ からみたときの「厚生」の平等を導く可能性はある。自分の幸福
は自分で感じるものであり、人がとやかくいうのはお節介以外の何物でもない。この幸福を感じる
程度が同じということが厚生
の平等の意味である。

2) 権利・義務の平等による公正な配分

前節の述べたように、権利・義務の平等は人々の生活の基礎をつくるための資源配分（負担配
分）をどうするかという問題であり、規範的な道徳にもとづくものと考えられる。もっとも、資源
（負担）自体が均等になるものではない。共同活動により得られた財を貢献度に合せて配分する原
則や、公共財に対する受益者負担の原則などは、労働報酬の権利や利用負担義務の平等性から導か
れるものである。現実の社会では財への権利要求、財の利用量に比例する形で配分や負担が決めら
れる（比例配分ルール）ことが多いが、これはある意味で強制的道徳である。なぜなら、共同活動

や公共財が先に存在するからである。人々は自由に共同活動をし、自由に集って公共財を作ろうとする機会を平等に与えることを考えなければならないからである。

人々が自由に集って協力し合う形で得られた財に対する義務の配分を論じるには協力ゲーム理論の枠組みが最も適当であろう。すなわち、社会の部分集合に提携値という値が与えられたとき、各個人の合理的行動のもとでの安定的な配分（負担）（コアという）のうち、どのような規範から配分（負担）を決定するかという問題を解くことである。ここでの代表的な規範は、シャプレイ値と仁である。この2つの規範についての詳細は割愛³⁾するが、前者がすべての提携値を加え合せた功利主義的規範であり、後者は提携値の最小値を最大にするという意味（マクシミン）での平等主義的規範である。

3) 取り引きモデルによる厚生 of 平等

この節では、財（資源）への権利・義務の配分なされた後に、財の交換を通してどのようにして平等な厚生が達成できるかという問題を考える。財に対する選好は各自異なっており、権利にもとづく配分では一般に社会的に非効率が生じている。これを放っておくことは下流に流れようとする水をせき止めているようなものである。したがって、『自然』な形で財の再配分システムを構築することは社会的厚生を高めるための必要条件である。このシステムの一つの形は、自由市場である。各財に価格を与えておき、各自の予算制約のもとで財の交換をするというものである。しかし、取引費用、外部性、公共財の存在など難しい問題があり、それが不当に弱者やフリーライダーを生み社会的公正は達成できない。外部性の問題は財の取込みが不十分であること、公共財の問題は便益に対するコスト支払に対する義務の問題であり権利（義務）配分問題として考えることにすると、ここで問題となるのは取引費用である。この点に関して、仮想的な取引ルールにもとづいて財の交換を行なってその結果を配分すれば、取引費用がかからないだけでなく、財に関する情報、および財へのアクセスに対する機会の平等という点も解決される。

厚生 of 分配に関する交渉問題を公理的に扱う理論がある。これは、交渉集合という達成可能な各個人の厚生（厚生ベクトル）の集合の中で、いくつかの規範的な公理（道徳ともいえる）のもとで特徴的な配分原理を特定化するものである。たとえば、後で述べるようにカラースモロディンスキーの配分原理（厚生 of 平等配分原理）は4つの『道徳』の結果である。このような理論の根底には、4つの『道徳』に対する合意の前提がある。人々は彼らの活動によって厚生を高めようと努力するのであって、その結果生じる配分に関して政府が関与するというにはたして合意できるであろうか。カラースモロディンスキーの配分原理が支持されうるのは、その配分結果がある自由な取り引きの結果として生じる場合である。本研究は、いくつかの取引ルールのもとで厚生 of 配分を論じ、それが結果的に平等主義的配分になるかどうかを吟味することにある。

3. 交渉問題 of 規範的解決

1) 交渉問題 of 定式化と交渉解

n 人交渉問題とは、以下の3つの条件をみたす n 次元ユークリッド空間の正錐、 \mathbb{R}_+^n の部分集合 B である。

(1) B は凸でコンパクトである。

(2) $x \in B, 0 \leq y \leq x \Rightarrow y \in B$ (0 は原点)。

(3) $\exists x \in B; x_i > 0 (\forall i)$ ここで, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。

$x \geq y$ は $x - y \in \mathbb{R}_+^n$, すなわち $x_i \geq y_i (\forall i)$ を表す。 B を交渉集合といい, $x (\in B)$ はある合意から得られる n 人の効用を要素とする効用ベクトルである。 $(0$ は合意がないときの効用水準である) また, $F: \{B \mid B: \text{交渉集合}\} \rightarrow \mathbb{R}^n (F(B) \in B)$ を交渉解という。

2) 財の配分による交渉問題の定式化

n 人に m 種の財 j ($j = 1, 2, \dots, m$) を配分することを考え, i ($i = 1, 2, \dots, n$) への j の配分を w_{ij} と表すことにする。各財の総量は 1 として一般性を失わないので, n 人に対する配分ベクトル $w_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{im})$ ($i = 1, 2, \dots, n$) は

$$W = \{w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \mid \sum_i w_i = 1, w_i \geq 0 (\forall i)\}, 1 = (1, 1, \dots, 1)$$

の要素である。各 i は, 配分 w に対して狭義単調増加, 上に凸, 連続な効用関数 u_i

$$u_i: [0, 1]^m \rightarrow \mathbb{R}$$

をもっており, $u_i(0) = 0$ ならば

$$B = \{x \mid \exists w \in X; 0 \leq x \leq (u_1(w_1), u_2(w_2), \dots, u_n(w_n))\}$$

は交渉集合となる。ここでは, u_i の定義域を自分への財の配分だけに着目することを暗に仮定している (Self-regarding)。

3) ナッシュ交渉解とカラースモロディンスキー解 (KS 解)

交渉解について数多く提案されているが, ここでは代表的なナッシュ交渉解とカラースモロディンスキー解 (KS 解) という公平性, 平等性を特徴とする交渉解に着目する⁴⁾。

[ナッシュ交渉解 F_N] B の中で $x_1 x_2 \dots x_n$ (ナッシュ積) を最大にするもの。

$$F_N(x) = \operatorname{argmax} \{x_1 x_2 \dots x_n \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in B\}$$

ナッシュ交渉解による配分は, いかなる財の移転も正当化できない, すなわちどのような財の移転も効用増が効用減を上回ることができないという特性をもっていて ([6], p120-121 を参照), 財の配分バランスがとれているという意味で『均衡』な配分である。

[KS 解 F_K] 直線: $x_1/u_1(1) = x_2/u_2(1) = \dots = x_n/u_n(1)$ と B との交点の中での最大の点。

$$F_K(x) = \max \{p \mid p(u_1(1), u_2(1), \dots, u_n(1)) \in B\} \times (u_1(1), u_2(1), \dots, u_n(1))$$

KS 解による配分は, 各自が得ることのできる最大の効用に対する配分の効用比が等しいという意味において, 効用平等の配分である。

4) 公理による 2 つの交渉解の特徴づけ

上述の 2 つの交渉解を『配分はどうあるべきか』という規範から定義づけよう。ここで考える規範は次の 6 つである。

[α] 効率性: B の中に $F(B)$ をパレート支配する配分はない。

[β] 対称性: 交渉集合が各主体に対して対称なら配分は同じ。

[γ] 効用測定尺度からの独立性: 配分は効用の測り方に影響しない。

[δ] 無関係対象からの独立性: B を含む交渉集合の配分が B での配分と同じなら, 両者は一致。

[ε] 一貫性：主体者をグループ分割して配分を考えても、もとの配分と同じ。

[ζ] 単調性：交渉集合が拡大するとき、配分が減る主体は存在しない。

このとき、次の命題が証明されている⁵⁾。

【命題 1】(交渉解の特徴づけ)

[α][β][γ][δ] をみたす交渉解はナッシュ交渉解に限り、[α][β][γ][ζ] をみたす交渉解はKS 解に限る。

ナッシュ交渉解も KS 解も上のすべての規範性を満足する訳ではない。たとえば、一般にナッシュ交渉解は単調性 [ζ] をみたさないし、KS 解は一貫性 [ε] をみたさない。

4. 取り引きゲームによる財の分割

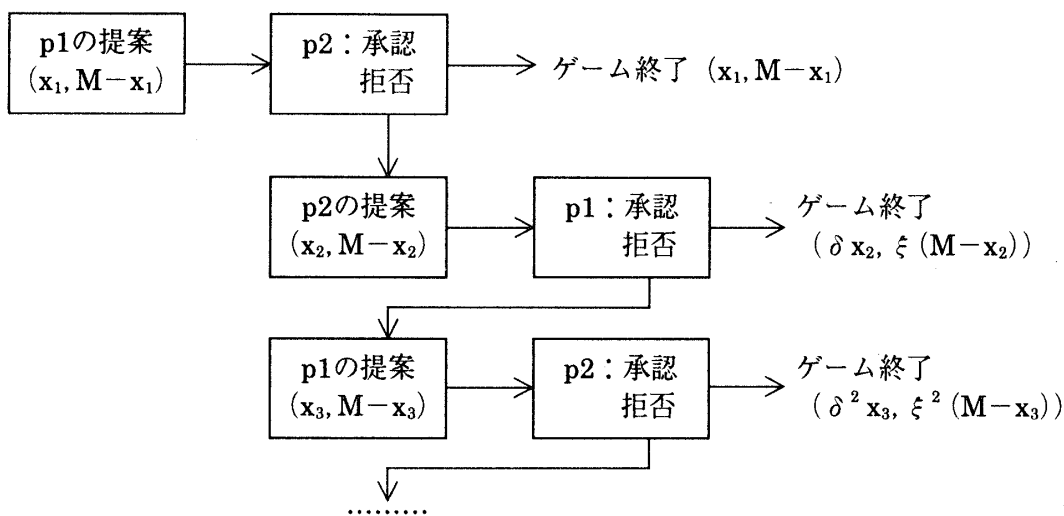
1) 交互提案交渉ゲーム

ルービンシュタイン [8] は、交渉時間へのコスト(時間選好)を取り入れることにより、財の配分を非協力ゲームの枠組みから論じ、これがナッシュ交渉解を導くことを示した。ナッシュ交渉解は交渉後の配分結果がどうなるべきかという意味で規範倫理的であるが、ルービンシュタインの交渉ゲームは配分結果が何故そうなるのかという意味でメタ倫理的である。この違いは重大である。というのも厚生平等を論じるのに必ずしも『強制的道徳』を必要としなくても平等が達成可能であることを示唆するからである。一方で、交渉ゲームのルールに対する合意は必要であるから別の意味で道徳性を要求されるが、前者の『強制的道徳』との違いは配分結果に対するものではなく、配分プロセスを実現するルールへの合意に関する道徳性であるという点に注意することは大切である。

ルービンシュタインの交互提案交渉ゲームでは2人のプレイヤー(p1, p2)が分割可能な財Mの分割について、一方が(x, M-x) (0 ≤ x ≤ M)の配分を提案して、もう一方がそれを承認するか拒否して、新たな配分の提案をするというものを1ラウンドとし、これを相手が承認するまで繰り返すというものである。ルービンシュタインがここで考えた重要な点は、提案を繰り返す度に財MがδM (0 < δ < 1)に縮小してしまうことである。このことによって、提案を受けたプレイヤーは配分が自分に不利と思って拒否したとしても、次に自分が提案する際の財の全体量が縮小しているために、自分の提案を相手に納得させる条件で現在提案されている自分への配分を上回るようにすることができないかもしれない。すなわち、δが小さいほど、早くゲームを終了しようとする動機がプレイヤーに生じる。第1図に交互提案交渉ゲームの流れを示す。

第1図では、ラウンドの経過に伴うMの縮小率をp1に対してδ、p2に対してεを与えているが、これはプレイヤーのゲーム継続に関する忍耐強さ(patience)の違いを表している。

ここで考える均衡戦略は部分ゲーム完全均衡である。実は、このゲームのナッシュ均衡点は無数にあるばかりか、各ラウンドにおいてのあらゆる分割を支持してしまう。将来の有りうる損失を無視した相手への脅かし戦略が存在するからである。したがって、将来にわたってプレイヤーは完全情報のもとで合理的に行動するという前提を置くのである。ルービンシュタインの示したことは次のことである。



第1図 交互提案交渉ゲームの流れ

【命題2】(交互提案交渉ゲームの部分ゲーム完全均衡戦略)

交互提案交渉ゲームの部分ゲーム完全均衡戦略は、各ラウンドにおいてp1, p2がそれぞれ $(\frac{M(1-\delta)}{1-\delta\xi}, M - \frac{M(1-\delta)}{1-\delta\xi})$, $(\frac{M\delta(1-\delta)}{1-\delta\xi}, M - \frac{M\delta(1-\delta)}{1-\delta\xi})$ を提案することである。

《証明》

仮に第3ラウンドでのp1のベストの提案が $(x_3, M - x_3)$ であるとしよう。このときp2からみれば、p1は第2ラウンドでのp2の提案が δx_3 以上なら承認すべきであると知っているから、第2ラウンドでのp2のベストの提案は $(\delta x_3, M - \delta x_3)$ である。なぜなら、

$$M - \delta x_3 - \xi(M - x_3) = (1 - \xi)M - (\xi - \delta)x_3 > (1 - \xi)x_3 - (\xi - \delta)x_3 = (1 - \delta)x_3 > 0$$

であるから、 $M - \delta x_3 > \xi(M - x_3)$ であり、p2はp1に拒否されると損をするからである。次に第1ラウンドでのp1の提案について、p2への配分が $\xi(M - \delta x_3)$ 以上なら承認すべきことを利用して、 $(M - \xi(M - \delta x_3), \xi(M - \delta x_3))$ がベストの提案となる。なぜなら、

$$\begin{aligned} M - \xi(M - \delta x_3) - \delta(\delta x_3) &> M - \xi(M - \delta x_3) - \delta x_3 \\ &= (1 - \xi)M + (\xi\delta - \delta)x_3 > (1 - \xi)x_3 + (\xi\delta - \delta)x_3 \\ &= (1 - \xi)(1 - \delta)x_3 > 0 \end{aligned}$$

であるから、 $M - \xi(M - \delta x_3) > \delta(\delta x_3)$ であり、p1はp2に拒否されると損をするからである。ここで、p1にとっての第3ラウンドから始る部分ゲームは第1ラウンドから始る全体のゲームと同型であるから、p1の第1ラウンドの最適提案は、第3ラウンドのものと同じである。すなわち、

$$M - \xi(M - \delta x_3) = x_3$$

よって、p1の最適な提案 $(x^*, M - x^*)$ は(1)を x_3 について解くことによって

$$x^* = \frac{M(1-\delta)}{1-\delta\xi}$$

である。《証明終わり》

もし、2人のプレイヤーが同じくらい忍耐強い ($\delta = \xi$) なら、交互提案交渉ゲームの部分ゲーム完全均衡戦略による配分結果は、 $(\frac{M(1-\delta)}{1-\delta^2}, \frac{M\delta(1-\delta)}{1-\delta^2})$ であり、最初に分割の提案をする p1の方が有利になる。この均衡解に疑問視する向きもある([9], p132-133)。p2にとって p1の最初の提案を拒否すれば逆に自分に有利になるという現実的な行動からの対比からである。確かに現実の行動からはこのような部分ゲーム完全均衡を支持できないかもしれないが、資源の公正配分の視点からみれば、現実にはどのような配分結果になるかというよりも、この交渉ゲームのルールが守られ、完全情報かつ合理的行動のもとでナッシュ交渉解が支持されることを示したこと非常に意義深いことである。

さて、 $(\delta, \xi) \rightarrow (1, 1)$ の場合提案をどちらから始めるかの差異はなく、ゲームへの参加機会も平等である。例えば、 $\delta = \xi \rightarrow 1$ なら $(\frac{M}{2}, \frac{M}{2})$ 、 $\delta = \xi \rightarrow 2 \rightarrow 1$ なら $(\frac{M}{3}, \frac{2M}{3})$ であり、 $\delta = \xi \rightarrow 2$ は p2のほうの方が p1より忍耐強いことを意味するから、危険回避型の効用をもつ者に不利な配分がなされるというナッシュ交渉解に対応することになる⁶⁾。

2) 分割者に対する逐次オークション

ここで提案するゲームは、KS解を実現するためのものである。実は、すでにこれに類するゲームはディマンジ [12] によって提案されている⁷⁾。しかしここでは、オークションでの付け値の提示機会を1回だけとしているために非常に煩雑なゲームになっている。ここでは、逐次オークションという本質的に多段階のゲームを提案する。

n人のプレイヤーの中心となる戦略は、財の割当て要求 (fraction) f_i ($0 \leq f_i \leq 1$) である。つまり、第iプレイヤーの f_i は、財の全体量 $1 (= (1, 1, \dots, 1))$ のうち財ベクトル $f_i 1$ を要求することになる。 f_i は同時に財の分割者に対する付け値となり、最も高い付け値を提示したものが財の分割者になれるというオークションゲームである。ゲームの手順は次の通り。

0) $r = 1$ とする。

1) n人が fraction f_i ($0 \leq f_i \leq r$) ($i = 1, 2, \dots, n$) を提示する。

2) 最大の f_i を提示した者が財の分割者になり、財の配分 x を提案する。

最大の f_i を提示した者が複数いる場合は、iの小さいプレイヤーが分割者となる。

(このゲームでは同じ f_i を提示した場合、iの小さい者を優先するという慣例をおく)

3) 分割者以外の者は f_i の提示の大きさの順に、2) の x に対して承認か拒否をする。全員承認した場合は財の配分を x としてゲーム終了。拒否した者がいる場合は、4) にいく。

4) 拒否した者への配分は、提示が大きい者から順に $f_i r$ ($r = (r, r, \dots, r)$) を与える。これらの合計が r を越える場合は最初に r を越えるプレイヤーから先、および分割者にはすべて0を配分しゲームを終了する。残りの fraction が0でない場合、それを新しい r として、最初の分割提案者と3) で承認した者だけを対象に f_i ($0 \leq f_i \leq r$) を提示し、2) に戻る。

拒否する者の数だけ、次のオークションでの fraction f_i を提示する者が減り、また拒否するものがいなければその時点でゲームが終了するので、このゲームは長くとも $(n-1)$ 回のオークションで終了することになる。4) で決定する拒否者の効用 v は、拒否者の集合を $\{j(1), j(2), \dots, j$

(s) $\{f_j(1) \geq f_j(2) \geq \dots \geq f_j(s)\}$ として,

$$v_{j(k)} = u_{j(k)}(f_{j(k)}r) \quad (0 \leq k \leq L)$$

$$v_{j(k)} = u_{j(k)}((1 - \sum_{k=1}^L f_j)r) \quad (k = L + 1)$$

$$v_{j(k)} = u_{j(k)}(0) \quad (k > L + 1)$$

で求まる。ここで、 L は $\sum_{k=1}^L f_j \leq r$ & $\sum_{k=1}^{L+1} f_j > r$ をみたくす。

このゲームのナッシュ均衡解は数多く存在する。例えば、『 n 人のプレイヤーが全員 $1/n$ を提示し、分割者なら y を提示、選択者なら提示が y であるときに限って承認しそれ以外は拒否する。』という戦略は明らかにナッシュ均衡解である。そこで、交互提案交渉ゲームと同様に部分ゲーム完全均衡戦略について考えてみることにする。最初に、下位の部分ゲームである 2 人ゲームについてのナッシュ均衡は次の補題で示される。

【補題】 (プレイヤーが 2 人の逐次オークションゲームでのナッシュ均衡)

プレイヤーが 2 人 ($n = 2$) の逐次オークションゲーム (財の全体量を r とする) において、『付け値の提示が $f_1 = f_2 = f^*$, 分割者 i の提案 $w^{(i)} = \operatorname{argmax} \{u_i(w) \mid u_j(w) = u_j(f_j r) (j \neq i)\}$, 選択者 i は提案された配分の効用が $u_i(f_i r)$ 以上で承認, 未満で拒否する』なる戦略はナッシュ均衡解である。ただし,

$$f^* = \max \{f \mid \exists w \in W_r; u_i(w) = u_i(f r) (i = 1, 2)\}$$

$$W_r = \{w \mid \sum_i w_i = r, w_i \geq 0\}$$

《証明》

今、プレイヤー 1 が逸脱して $f_1 < f_2 = f^*$ であるとしよう。このとき、プレイヤー 2 が分割 $x_2 = \operatorname{argmax} \{u_2(w) \mid u_1(w) = u_1(f_1 r)\}$ を提案する。プレイヤー 1 は拒否しても承認しても効用が $u_1(f_1 r)$ となり、 $u_1(f^* r)$ を下回る。次に、 $f_1 > f_2 = f^*$ であるとしよう。このとき、プレイヤー 1 は分割者となり、 $w^{(1)} = \operatorname{argmax} \{u_1(w) \mid u_2(w) = u_2(f^* r)\}$ を提案することになる。 $u_2(w) < u_2(f_2 r)$ となる配分は拒否され、結局 $u_2(w) = u_2(f^* r)$ をみたくすような w の中で効用最大なものを考えることになる。ここで、 $u_1(w^{(1)}) > u_1(f^* r)$ となる $w^{(1)} (w^{(1)} \in W_r; u_2(w^{(1)}) = u_2(f^* r))$ の存在を仮定してみよう。 u_i の連続性と狭義単調増加性から、十分小さなノルムをもつ次の様なベクトル w_e が存在する。

$$u_1(w^{(1)} + w_e) > u_1(f^* r), \quad u_2(w^{(1)} + w_e) > u_2(f^* r) \quad (w^{(1)} + w_e \in W_r)$$

これは f^* の最大性に反する。よって、 $u_1(w^{(1)}) \leq u_1(f^* r)$ でありプレイヤー 1 は $u_1(f^* r)$ を越える効用を得ることはできない。以上より、補題に示した戦略を逸脱する誘因はない。

《証明終わり》

次に、プレイヤーが k 人 ($2 \leq k \leq n$) の逐次オークションゲームについて、同様な戦略が部分ゲーム完全均衡になることを示そう。

【命題 3】 (逐次オークションゲームの部分ゲーム完全均衡)

逐次オークションゲームの k 人 ($2 \leq k \leq n$) による部分ゲーム (財の全体量を r とする) において、『付け値の提示が $f_1 = f_2 = \dots = f_k = f^*$, 分割者 i の提案 $w_i = \operatorname{argmax} \{u_i(w) \mid u_j(w) = u_j(f_j r) (j \neq i)\}$, 選択者 i は提案された配分の効用が $u_i(f_i r)$ 以上で承認, 未満で拒否する』という戦略

は部分ゲーム完全均衡である。ただし、

$$f^* = \max \{f \mid \exists w \in W_r; u_i(w) = u_i(fr) \ (i = 1, 2, \dots, k)\}$$

$$W_r = \{w \mid \sum_i w_i = r, w_i \geq 0\}$$

である。

《証明》

$k \leq k' - 1$ ($k' \geq 3$) のとき、命題 2 の戦略が部分ゲーム完全均衡であるとする。 $k' = 3$ のときは補題で示されている。したがって帰納法により、 $k = k'$ から始まる逐次オークションゲームについて、 $k \leq k' - 1$ における部分ゲーム完全均衡経路のもとで上記戦略がナッシュ均衡になることを示せばよい。

第 i プレイヤーが $f_1 = f_2 = \dots = f_k = f^*$ から逸脱する場合について、 $f_i < f^*$ と $f_i > f^*$ に分けて考える。

(1) $f_i < f^*$ のとき

分割提案者 j' ($j' \neq i$) は $u_i(w_{j'}) = u_i(f_i r)$, $u_j(w_{j'}) = u_j(f^* r)$ ($j \neq j', i$) となるような提案 $w_{j'}$ をする。 j', i 以外のプレイヤー j は全員承認するから、もし i が承認すると配分が $w_{j'}$ に決まり、拒否すると $f_i r$ に決まる。いずれの場合も $u_i(f_i r)$ を上回ることはできない。

(2) $f_i > f^*$ のとき、

i が分割提案者になる。このとき、 m 人のプレイヤー j に対して $u_j(w_i) < u_j(f^* r)$ となる提案 w_i をすると j は拒否し、 j の配分が $f^* r$ に確定する。その後、この m 人を除いた $(k' - m)$ 人のプレイヤーによる財 $(1 - mf^*)r$ を巡る部分オークションゲームに移る。ただし $mf^* \geq 1$ なら i への配分は 0 となるので、プレイヤー i は $mf^* < 1$ となるように m を決定することになる。この部分ゲームでの均衡戦略は帰納法の仮定から、

$$f^{**} = \max \{f \mid \exists z \in W_{(1-mf^*)r}; u_j(f(1-mf^*)r) = u_j(z) \ (\forall j \in Y)\}$$

$$= \max \{f \mid \exists z \in W_r; u_j(f(1-mf^*)r) = u_j(z - z_0) \ (\forall j \in Y)\}$$

$$u_{j'}(f^* r) = u_{j'}(z_0) \ (\forall j' \in Y')$$

(Y, Y' は i および i の提案を承認した $(k' - m)$ 人のプレイヤーの集合、

拒否したプレイヤーの集合であり、 z_0 は拒否した者に対する配分である)

f^* の定義より、 $f(1 - mf^*) \leq f^*$ だから、 $f^{**}(1 - mf^*) \leq f^*$ 。したがって、 Y でのオークションゲームでの i の効用は $u_i(f^{**}(1 - mf^*)r)$ となり、 $u_i(f^* r)$ を上回ることはできない。

以上から、プレイヤー i はすべてのプレイヤー j ($j \neq i$) に対して $u_j(w_i) = u_j(f^* r)$ となる w_i を提案することになる。 f^* の定義より、ある配分 z について、 $u_j(f^* r) = u_j(z)$ ($\forall j$) であるが、もし $u_i(w_i) > u_i(f^* r)$ となる w_i が存在するなら、補題の証明と同様に、 f^* の最大性に反する。したがって、 $u_i(w_i) \leq u_i(f^* r)$ となり、 $u_i(f^* r)$ を上回る効用は得られない。

以上より、第 i プレイヤーは逸脱する動機は生じない。《証明終わり》

【命題 4】(逐次オークションゲームと KS 解の関係)

u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) が線形関数であるなら、逐次オークションゲームの部分ゲーム完全均衡は、KS 解をもたらす。

《証明》

命題 2 より, 逐次オークションゲームは最初の提示, $f_1 = f_2 = \dots = f_n = f^*$ を行ない, プレイヤー 1 が $w_1 = \operatorname{argmax} \{u_1(w) \mid u_j(w) = u_j(f^* I) (j \neq 1)\}$ を提示, プレイヤー 2 ~ n は全員承認してゲームが終了する。このときの利得は u_i の線形性より, $u_i(f^* I) = f^* u_i(I) (i = 1, 2, \dots, n)$ で, これは KS 解である。なぜなら f^* は, 定義より $u_i(w) = u_i(f I) = f u_i(I)$ となる $w \in B$ が存在するような最大の f であるから。《証明終わり》

u_i の線形性により, 交渉集合は一般に多角形になる。この仮定は少し強いが, 財の総量が少ないときには問題はないし, 財を少しずつ配分し交渉の原点を移動させていくようなプロセスも考えることができよう。一般に $(u_i(f^* I)) (i = 1, 2, \dots, n)$ なる厚生配分は平等配分同値 (egalitarian equivalent) と呼ばれるものであり, KS 解よりも個人の自由選択にもとづいているという意味で規範性が低い。

5. 結論

本研究は, ルービンシュタインの精神のもと配分的公正の規範性を非協力ゲームのルールづくりに還元し, 平等主義のメタ倫理に踏込んだ。具体的には, 交渉問題で最も平等主義的解とされる KS 解に着目し, 線形的効用という仮定をおくことで限定的にはなるが, 逐次オークションゲームという非協力ゲームから KS 解が部分ゲーム完全均衡解として得られることを示した。実際にはオークションゲームは平等同値 (egalitarian equivalent) を導くものであるが, この平等同値というのも曲者である。厚生に平等が表面的に不自然な資源配分に繋がるという例も挙げられている ([6], p150-151)。

本文でも述べたように, 平等主義は何を平等にするのかという問からスタートしなければならない。J. ロールズは基本財, R. ドウォーキンが資源, A. センは潜在能力の平等を唱えるが, それらの実体は難しい。そもそも平等を押しつけることは個々人への介入であり, F. ハイエクは配分的公正という概念自体が無意味と主張する ([13], p351)。一方で手続き的公正というもっともらしい研究分野もあるが, この種の研究は社会的公正に対する論理が乏しく不偏性に欠ける。筆者の考える平等主義は厚生に平等であり, それは中央権力者が分け与えることができる類のものではない。しかし, それが個々人の自由な活動によって論理的に可能かどうかを探る理論は存在する。社会的公正の研究は平等主義の研究といっても過言ではないが, それは財の配分の研究というより社会のルールづくりの研究なのである。

註 1) 資源配分に関して自己責任という概念を導入したのはドウォーキンである (資源の平等)。

木谷 [2] は, 自己責任性モデルによる資源配分がマクシミン配分と功利主義的配分との間になることを数値例を通じて示し, その中庸性を論じている。

註 2) 立場主義での公平性については [3] を参照。

註 3) 論理的整合性では, 仁のほうがシャプレイ値より勝っている。というのは, シャプレイ値はコアに含まれない可能性があるし, 部分ゲームとの全体ゲームの整合性がない。しかし, 配

分結果は多くの例を見る限り、シャプレイ値の方が平均化する。([4]p107~参照)

註4) [5] に多くの交渉解とその規範的分析がある。

註5) この証明については、[7] が最も分かりやすい。

註6) ビンモアがナッシュ交渉解とルービンシュタインモデルとの対応を詳しく論じている。
(Binmore [10], p180-212)

註7) 最初にこのようなオークションゲームを提案したのはクロフォード [11] であるが、ダイヤモンド [12] によってその不備が指摘され、改良された。しかし、改良版のゲームはかなり複雑なものである。

参考文献

- [1] F. D. ヴァール『利己的なサル、他人を思いやるサル』西田利貞他訳，草思社，1998
- [2] 木谷 忍「自己責任モデルによる資源配分の倫理とその適用可能性」日本行動計量学会，第25回大会発表論文抄録集，138-141，1997
- [3] 木谷 忍「社会的決定における公平性とその理論的考察」農業経済研究報告，第29号，1-12，1997
- [4] Moulin H., *Axioms of cooperative decision making*, Cambridge University Press, 1988
- [5] Thomson W., *Cooperative Theory of Bargaining I : Classical, Cooperation : Game-Theoretic Approaches* (ed. Hertz, A. Mas-Colell), Springer, 1994
- [6] Young H. P., *Equity-In Theory and Practice*, Princeton Academic Press, 1994
- [7] 鈴木光男『新ゲーム理論』勁草書房，1994
- [8] Rubinstein, A., *Perfect Equilibrium in a Bargaining Model*, Vol.50, no.1, 97-109, 1982
- [9] Hargreaves-Heap, S. P. & Varoufakis Y., *Game Theory : A critical Introduction*, Routledge, 1995
- [10] Binmore, K. *Fun and Games : A Text on Game Theory*, D. C. Heath, 1992
- [11] Crawford, V. P. *A Procedure for Generating Pareto-Efficient Egalitarian Equivalent Allocations*, *Econometrica*, vol.47, No.1, 49-60, 1979
- [12] Demange G., *Implementing Efficient Egalitarian Equivalent Allocations*, *Econometrica*, vol.52, No.5, 1167-1177, 1984
- [13] 加藤寛孝「自由主義社会の倫理的基礎」加藤寛孝編『自由経済と倫理』，成文堂，1995