

博士論文

ランダム不均質層構造における短周期地震波主要動の
エンベロープ合成法
ScS 波を用いたマンツルの不均質構造推定への適用

江本 賢太郎

平成 23 年

博士論文

ランダム不均質層構造における短周期地震波主要動の
エンベロープ合成法
ScS波を用いたマンツルの不均質構造推定への適用

[Synthesis of seismic wave envelopes in short periods
in layered random media: Application to the estimation of
random heterogeneities in the mantle]

東北大学大学院理学研究科
地球物理学専攻

江本 賢太郎

論文審査委員

佐藤 春夫 教授 (指導教員・主査)
松澤 暢 教授
趙 大鵬 教授
西村 太志 准教授
日野 亮太 准教授

平成23年

謝辞

本研究を進めるにあたり、不均質媒質中での波の伝播に関する理論的考察や観測事例の解釈について懇切丁寧にご指導いただいた佐藤春夫教授に心から感謝申し上げます。高周波地震波の理論的な取り扱いのおもしろさを教えていただいたことが本研究のきっかけとなっており、先生の暖かい激励がなければ、本研究をなし得ることはできませんでした。波動伝播に関する理論的書籍を読み進めていくことにお付き合いいただき、深い理論的知識に基づいて数式の意味を一つ一つ丁寧に指導していただき、現象を理論的に扱うための基礎的な洞察力を養うことができました。また、国内外の数多くの研究者と議論する機会を提供して頂きました。心より感謝いたします。西村太志准教授には、特に、波形の細かな特徴にも注視し、そこから読み取れる数多くの情報をお教えいただきました。節目節目において幅広い知見に基づいた適切なご助言を頂いたことで、自分の研究の位置づけを認識することができました。中原恒助教には、常日頃から教育的なご指摘をしていただき、研究の理解を深めることができました。また、地震観測の現場に接する機会を与えていただき、大変貴重な経験をさせていただきました。山本希助教には、とりわけ数値計算の手法に関する数多くのご助言を頂き、効率のよい計算を実現することができました。計算機設備を安定的に管理していただき、円滑に研究を進めることができました。心より感謝申し上げます。

海野徳仁教授、藤本博巳教授、趙大鵬教授、松澤暢教授、日野亮太准教授をはじめとする地震・噴火予知研究観測センターの教員の方々には、セミナーなどを通じて、沈み込み帯やアスペリティといった構造を解釈する上での重要な知識や、海底地震観測などの地震学の幅広い研究について教えていただきました。

MITのMichael Fehler博士や、ジョセフ・フーリエ大学のMichel Campillo教授とEric Larose博士には、海外の研究所でセミナー発表をするという素晴らしい機会を授けて頂きました。また、研究室を訪問した際に、研究面や生活面においてご支援いただいた上、他の研究者や学生と議論する場も設けていただき、幅広い知見を得ることができました。北海道大学の蓬田清教授には、データ解析へのご助言と今後の研究計画へのアドバイスを頂きました。

固体地球物理学講座の先輩の澤崎郁博士には、私が研究室に配属された当初から、研究の進捗具合を気にかけてくださり、研究の進め方について教えていただきました。前田拓人博士や高橋努博士には、学会などの機会ですら常に研究へのアドバイスをしていただきました。須崎敦史氏には、講座在籍中から、地震学のみならず物理学に関する理論的研究に関する議論に応じていただき、理論的研究を進める上で大きな刺激となりました。秘書の阿部桃子さんには、事務手続きなど多岐に渡る支援をしていただきました。固体地球物理学講座と地震・噴火予知研究観測センターの学生の皆様には、興味深い研究結果を紹介していただくとともに、常日頃から私の研究生生活を支えてくださいました。心より感謝申し上げます。

本研究では防災科学技術研究所のHi-net高感度地震観測網のデータ、F-net広帯域地震観測網のメカニズム解、および気象庁一元化震源カタログを使用させていただきました。博士課程在学中は日本学術振興会特別研究員科学研究費(22・3143)の多岐にわたる支援を受けました。また、グローバルCOEプログラムにより、多くの国際的な研究交流を行うことができました。記して感謝申し上げます。

概要

1sより短い周期の地震波は、数km規模の速度不均質の影響を強く受けるため、非常に複雑な形状を示す。このような複雑な地震波を解析するためには、ランダムな速度不均質構造を考え、波動場を統計的に解釈し、地震波散乱理論に基づく統計的手法を用いるのが有効である。特に、卓越波長が媒質の相関距離より短い場合には、前方散乱が卓越するため、波動伝播は放物型方程式によって近似することが可能である。放物型方程式は媒質を薄い層にわけて位相の発展を記述することで解くことができる。この手法を波動場の二次モーメントのアンサンブル平均に拡張し、その導出過程において後方散乱を無視したものがマルコフ近似理論と呼ばれる。マルコフ近似理論は、地震波形のエンベロープの立ち上がりからピーク付近までの形状を精度よく導出できる強力な手法であり、屈折率のゆらぐ媒質を伝播する光や音波に用いられてきた。近年、地震学の解析にマルコフ近似が用いられるようになり、ベクトル波への拡張が行われた。さらに、相関距離やゆらぎの強さといった統計的不均質パラメータが不連続に変化する媒質におけるエンベロープ導出へと拡張されてきた。これにより、不均質パラメータの空間分布が微小地震の波形エンベロープの形状からインバージョンによって推定されるようになった。しかし、地球内部にはモホ面のような速度不連続境界が多数存在するものの、速度ゆらぎの平均速度に不連続が存在するランダム媒質は考慮されてこなかった。そこで、本研究では、平均速度構造に不連続を取り入れたランダム成層構造の自由表面でのマルコフ近似理論を用いたエンベロープ導出の理論構築に取り組んだ。本研究ではさらに、この手法を震源直上で観測されたS波とScS波に適用することにより、これまで解析例があまり多くない下部マントルにおけるランダム不均質構造の推定を試みた。

第1章では、短周期地震波の特徴と、そのような地震波を取り扱うためにこれまで提案されている理論モデルをまとめた。特にマルコフ近似理論のモデルの発展を詳しく記述した。また、地殻やリソスフェア、下部マントルにおける不均質構造の推定例をまとめ、従来の研究において解決しなければならない問題点を簡潔に記し、本研究の目的と構成を示した。

第2章では、マルコフ近似理論に基づくエンベロープ導出法の高度化を行った。まず、一様ランダム媒質における従来のマルコフ近似理論の数理的導出過程を詳細に記した。平均二乗(MS)エンベロープを導出するために、その周波数領域での表現であり、地震波の大局的な進行方向に直交する面内の異なる2点と異なる周波数における相関である二周波数相互相関関数の伝播に関する支配方程式を解く。速度不連続境界を導入するために、エンベロープを構成する散乱波強度の角度分布を表す角度スペクトルに着目した。角度スペクトルは二周波数相互相関関数の進行方向に直交する面内における波数領域の表現である。地震波が下から鉛直にランダム媒質を伝播する状況を考え、速度境界直下における角度スペクトルに平均速度を用いた平面波の透過係数を掛けることにより、速度境界直上における角度スペクトルを計算した。これを二周波数相互相関関数の表現に書き換えたものを初期条件として上層での支配方程式を解くことにより、ランダム不均質層構造における透過波エンベロープの導出が可能となった。同様に、自由表面において角度スペクトルに各成分の増幅係数を掛けることによって、自由表面の増幅の効果を取り入れたエンベロープの導出法を構築した。各層内の伝播過程はPS変換散乱を無視したマルコフ近似理論に基づいているが、速度不連続境界においては、変換係数を角度スペクトルに掛けることにより速度不連続によるPS変換波のエンベロープの導出にも成功した。また、角度スペクトルに反射係数を掛け、同じ層を逆方向に伝播させることにより、反射波のエンベロープも導出が可能となった。2次元2層ガウス型ランダム媒質に、平面P波が鉛直に入射する場合、弾性波の運動方程式の差分シミュレーションと比較することにより、上記の手法で透過波、変換波、反射波エンベロープが精度よく合成できていることが確かめられた。

自由表面においては、透過 P 波に着目すると、鉛直成分の増幅率はほぼ経過時間によらず 4 倍となるが、水平成分の増幅率は時間依存し、ピーク値では 4 倍以上に増幅され、増幅率は経過時間とともに減少していく様子が明らかになった。これは、地表におけるベクトル波の解析には自由表面の影響を考慮する必要があることを強く示唆している。円筒波入射の場合には、速度境界における波面の曲率半径を修正することにより平面波の場合と同様に速度不連続境界を取り扱うことが可能であることを、差分法との比較により示した。新たに構築した手法は 2 次元と 3 次元媒質どちらの場合にも適用可能である。ただし、3 次元 S 波入射の場合には、角度スペクトルを SH 波と SV 波を分け、それぞれに対応する透過係数や反射係数を掛けて速度境界での接続を行う必要がある。また、観測からその存在が示唆されている非等方なランダム不均質媒質において、マルコフ近似理論と差分法によるエンベロープを様々な相関距離の組み合わせにおいて比較した。これにより、マルコフ近似理論が成り立つための波長と相関距離の関係やゆらぎの強さの制限を求めた。 x 方向、 z 方向の相関距離が a_x, a_z 、ゆらぎの RMS 値が ε で表される 2 次元ガウス型非等方ランダム媒質に、卓越波数が k_c のデルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスが z 方向に入射する場合を考えると、 $a_z k_c \geq 4.0$ かつ $a_x k_c \geq 8.1$ で、さらに $\varepsilon^2 a_z z / (a_x^2) \leq 0.05$ の場合に、11% の誤差でマルコフ近似が成り立つことを示した。

第 3 章では、新たに提案したマルコフ近似に基づくエンベロープ導出法を用いて、地球内部のランダム不均質構造の推定を試みた。地表から核・マントル境界までのランダム不均質を求めるために、中部地下で発生したマグニチュード 5.2 の深発地震について、震央距離が 150 km 以内にある防災科学技術研究所の高感度地震観測網 Hi-net によって観測された S 波と ScS 波の特徴をまとめた。S 波と ScS 波の走時の読み取りが可能であり、S/N 比が 1.5 以上の観測データを用いることとし、中心周波数 1 Hz の水平動 2 成分和の二乗振幅を観測点で平均化して MS エンベロープを導出した。その結果、MS エンベロープが立ち上がりからピークの半分の値に減衰するまでの時間は、S 波と ScS 波それぞれ 2.29 s と 2.84 s と求まった。深さ 100 km に不均質パラメータの不連続境界、深さ 660 km に速度の不連続境界を持つ指数関数型ランダム媒質を仮定し、第 2 章で構築したマルコフ近似による理論エンベロープと比較した。震源の破壊時間を 2 s とし、観測された MS エンベロープを最もよく説明するようにグリッドサーチによって不均質パラメータを推定した結果、100 km の上下においてそれぞれ、ゆらぎの RMS 値 ε と相関距離 a の比から構成される不均質パラメータは、 $\varepsilon^{2.41} / a = 6 \times 10^{-5}, 7 \times 10^{-9} \text{ km}^{-1}$ と見積もられた。

第 4 章では、マルコフ近似理論に基づくベクトル波エンベロープの改良点と、推定したランダム不均質の従来の報告例との比較を議論するとともに、マルコフ近似理論の今後の課題や研究の方向性について議論した。ベクトル波エンベロープの改良点として、P 波入射の場合の z 成分のエンベロープを導出する過程において、従来無視していた二周波数相互相関関数のトランスパース座標による 4 階微分の項を取り入れた。このことにより、初動到達からの経過時間が大きくなると MS エンベロープが負になる現象を避けることができることを示した。また、第 3 章で推定したリソスフェアとマントルにおける不均質パラメータを従来の遠地 P 波のエンベロープ幅の拡大現象を解析する研究によって推定された値と比較した。本研究によるマントルにおける不均質パラメータの推定値が従来の研究による推定値より小さいことは、P 波と S 波の速度ゆらぎの強さが異なる可能性と、マントルに水平方向に長い非等方性が存在する可能性を示している。

本研究では、背景速度に不連続が存在するランダム媒質において、マルコフ近似理論に基づいたエンベロープ合成の理論を構築することに初めて成功した。この手法を用いることによって、地球内部のランダム不均質構造の深さ分布を推定することが可能となった。その一例として、震源直上で観測される S 波と ScS 波の解析から、下部マントルにおけるランダム不均質を推定することができた。この手法は浅い地震に対しても適用することができ、地殻やリソスフェア内のランダム不均質の深さ分布を推定することが可能となる。統計的に推定されるランダム不均質構造は、トモグラフィーによる決定論的構造と相補的に、地球内部の不均質構造の豊かな描像を与えるものである。

目次

謝辞	i
概要	iii
第 1 章 序論	1
1.1 短周期地震波の特徴	1
1.2 短周期地震波に対する従来のエンベロープ合成の理論的研究	2
1.3 マルコフ近似を用いた従来の研究	3
1.4 地球内部における速度不均質構造	4
1.4.1 地殻・リソスフェアにおける速度不均質	4
1.4.2 マントルにおける速度不均質	5
1.4.3 非等方ランダム媒質	6
1.5 本研究の目的	7
第 2 章 速度不連続が存在するランダム媒質におけるエンベロープ合成	17
2.1 マルコフ近似の基礎理論	17
2.1.1 一様ランダム媒質におけるエンベロープ合成	17
2.1.2 角度スペクトル	22
2.2 速度不連続が存在する場合のエンベロープ合成	22
2.2.1 平面波パルス入射の場合	22
2.2.2 円筒波パルス入射の場合	26
2.2.3 差分法との比較	28
2.2.4 3次元の場合	29
2.3 マルコフ近似の適用範囲	32
2.4 議論	35
2.4.1 伝播距離依存性	35
2.4.2 数値計算の精度	35
2.5 まとめ	36
第 3 章 地球内部におけるランダム不均質構造の推定	65
3.1 データ	65
3.1.1 S 波・ScS 波の特徴	65
3.1.2 エンベロープ幅の空間分布	66
3.1.3 走時ゆらぎ	66
3.1.4 多観測点を用いた平均エンベロープ	67
3.2 日本列島下におけるランダム不均質構造の推定	67
3.2.1 (I) 1 層モデル	68
3.2.2 (II) 2 層モデル (震源上下)	69

3.2.3	(III) 2層モデル (深さ 100 km)	69
3.2.4	(IV) 3層モデル (深さ 100 km, 660 km)	70
3.3	議論	70
3.3.1	読み取り誤差の影響	70
3.3.2	スタックの手法	70
3.3.3	減衰による分散	71
3.3.4	震源時間関数の影響	71
3.3.5	ピーク遅延時間を用いた解析	72
3.3.6	速度不連続がない従来のモデル	72
3.3.7	適用範囲	73
3.4	まとめ	73
第 4 章	議論	107
4.1	マルコフ近似によるベクトル波エンベロープの改良	107
4.1.1	3次元平面 P 波入射の場合	107
4.1.2	2次元平面 P 波入射の場合	108
4.1.3	角度スペクトルの解釈	109
4.2	従来の研究との比較	109
4.3	今後の課題	110
4.3.1	マルコフ近似理論の発展	110
4.3.2	ランダム不均質構造の推定	111
第 5 章	結論	119
	参考文献	120

第 1 章

序論

地球内部の不均質構造を精度よく推定するために数多くの研究が行われてきたが、特に、より微細な構造を求めるには短周期の地震波を統計的に扱うことが有用である。不均質構造の統計的特長を明らかにすることは、決定論的な構造推定と相補的に地球内部の構造を解明する上で役立つ。本序論では、短周期地震波の特徴、ランダム不均質構造における地震波形エンベロープを導出する各種の理論、地震波の波長が媒質の相関距離より短い場合における放物近似を統計的に取り扱うマルコフ近似理論についてまとめ、これらを用いて推定された不均質構造についての解析例をまとめて記す。

1.1 短周期地震波の特徴

短周期地震波は、波長と同程度のスケールの速度不均質構造の影響を強く受け、非常に複雑な波形を示すため、一般に、位相を無視し、振幅エンベロープ（包絡線）のみに着目した解析が有効と考えられてきた。ここで、速度波形の二乗平均（MS）エンベロープは波のエネルギー密度に対応すると考えてよい。

図 1.1 は短周期地震波のエンベロープが伝播距離とともに変化していく様子を示したものである。S 波のエンベロープに着目すると、震央距離が近いところでは非常に鋭い立ち上がりを示しているが、距離の増加とともに立ち上がりからピークに達するまでの時間（ピーク遅延時間）が長くなり、またエンベロープの時間幅が広がっていく様子がわかる。Sato (1989) は、微小地震の S 波エンベロープのピーク遅延時間が伝播距離とともに大きくなる現象をデータ解析から初めて報告し、これを速度不均質での前方散乱による説明を試みた。その後、Obara and Sato (1995) は、関東・東海地域における微小地震の波形記録を解析し、観測されるピーク遅延時間は、火山フロントの前弧側に比べて背弧側では大きく、特に周波数依存性が強いことを発見した。図 1.2 は、各観測点におけるピーク遅延時間の周波数依存性を示したものであり、火山フロントを境にして周波数依存性が大きく異なることがわかる。Takahashi et al. (2007) は、東北地方において微小地震の S 波のピーク遅延時間の経路依存性を詳細に調べた。図 1.3 は、4-8 Hz と 16-32 Hz の RMS エンベロープを示したものである。特に、地震波線が第四紀火山の下を通る場合（図 1.3b,d）にはピーク遅延時間が大きく、第四紀火山の間を通る場合（図 1.3a,c,e）には前弧側と同じ程度にピーク遅延時間が小さいことを発見した。Gamage (2007) や古賀 (2010) は、太平洋スラブの海溝付近における二重深発面で発生する地震の東北地方で観測されたエンベロープを解析し、上面で発生する地震の波形は下面で発生する地震と比べてピーク遅延時間が長いことを報告している。

速度構造が成層の場合、P 波は一般に上下動成分とラディアル成分のみしか持たないが、3 次元的不均質が存在する場合には散乱の影響でトランスバース成分にも振幅が励起されることが予測されるので、トランスバース成分の励起はランダム不均質の強さの定量的指標になると考えられる。Kubanza et al. (2006) は、遠地 P 波のエネルギーのトランスバース成分への配分比を IRIS の世界中の観測点において調べ、大陸のように安定した地域では配分比が小さく（ランダム不均質が弱い）、プレート境界では大きい（ランダム不均質が強い）ことを報告している。

直達 S 波の後ろに長く続く「コーダ波」と呼ばれる波群の存在は、ランダムな不均質による短周期地震波の散乱を示す顕著な証である。コーダ部分の $f-k$ 解析によれば、S 波直後の波群は S 波と同様のスローネスと到来

方向を示すのに対し、コーダ波の後ろの部分では様々な到来方向の波が入射する様子が示されている (例えば、*Scherbaum et al.*, 1991)。これは、コーダ波がランダムに分布する不均質によって散乱された波の重ね合わせであることを示している。時間が十分に経過すると、コーダ振幅は伝播距離に依存せず、震源時からの経過時間のみの関数で表され、空間的に一樣になるという特徴をもつ。

1.2 短周期地震波に対する従来のエンベロープ合成の理論的研究

不均質速度構造のモデルとして最も代表的なものは、ランダム媒質である。ランダム媒質のアンサンブルを考え、その統計的な特徴を速度ゆらぎの自己相関関数、または、パワースペクトル密度で表す。伝播する波動場のモーメントのアンサンブル平均を観測量と比較するのが、統計的手法である。この方法で求められるエンベロープは、相関距離やゆらぎの RMS 値などといった数少ないパラメータによって記述されるため、観測データをもとにして不均質構造を推定するインバージョン解析への適用も比較的容易であるという利点がある。例えば、図 1.4 に示した差分法によって計算したランダム媒質中を伝播する S 波エンベロープのペーストアップを見ると、図 1.1 の観測事例と同様にエンベロープ幅が伝播距離とともに広がっていく様子が再現できており、ランダム媒質の考え方が有効であることがわかる。

ランダム媒質中におけるエネルギーの伝播を扱う最も代表的なものとして、輻射伝達理論がある。この理論の枠組みは、当初、*Chandrasekhar* (1960) によって経験的に導入されたが、その後、ランダム媒質における波動場のアンサンブル平均から求める方法が開発された。ランダム媒質における波動場のアンサンブル平均は Dyson 方程式に従う。この方程式を厳密に解くのは難しいが、速度ゆらぎが弱い場合には、Bourret 近似 (例えば、*Rytov et al.*, 1989) を用いることができる。エネルギー密度の伝播を扱うためには、波動場の 2 次モーメントのアンサンブル平均を求める必要があるが、これは Bethe-Salpeter 方程式に従う (例えば、*Rytov et al.*, 1989)。Ladder 近似を用いて Bethe-Salpeter 方程式を解くことで、エネルギー密度の時空間分布を支配する輻射伝達方程式を導くことができる (*Margerin*, 2005)。この場合、散乱係数 (単位体積あたりの (非等方) 散乱強度) が重要なパラメータであり、これはランダムな速度ゆらぎのパワースペクトル密度と密接に関連している量である。

輻射伝達理論を用いてエンベロープを導出し、観測波形エンベロープと比較することにより、周波数帯ごとの散乱係数を推定する研究も行われている。代表的なものとして、Multiple Lapse Time Window Analysis (MLTWA) がある。これは、各周波数帯で等方散乱を仮定し、輻射伝達理論により点震源からのエンベロープを計算し、地震記録の 3 つの時間窓におけるエネルギー配分の震源距離依存性から散乱係数と内部減衰とを求める手法である (*Hoshiba*, 1991; *Fehler et al.*, 1992)。この解析法を用いて、世界各地でこれらのパラメータが推定されている (例えば、*Sato and Fehler*, 1998)。近年では、*Del Pezzo and Bianco* (2010a) により、Mathematica を用いた MLTWA のコードが公開されるなど、より使用が容易になっている。また、*Del Pezzo and Bianco* (2010b) によって、一樣なモデルで推定した結果を深さ方向の 2 層モデルでの値に修正する手法も提案されている。さらに、不均質が非常に強い場合には、輻射伝達理論は拡散方程式によって近似される。拡散方程式の解は因果律を満たさないため、直達波付近の解析には使用できないが、コーダ波部分の解析には有用であり、不均質性の強い火山や月でのエンベロープ解析に用いられてきた (例えば、*Wegler*, 2005; *Dainty et al.*, 1974)。

前方散乱が卓越する非等方性が強い状況では、輻射伝達理論に基づいたモンテカルロ・シミュレーションによってエンベロープを導出する際、直達波部分の再現のためには非常に大きなシミュレーションが必要となる (*Przybilla and Korn*, 2008)。このため、特に直達波付近のエンベロープを解析するためには、マルコフ近似理論が有用である。これは前方散乱近似を統計的に取り扱う方法で、卓越波長が相関距離よりも短い場合に成り立ち、立ち上がりからピーク付近におけるエンベロープの再現性がよい。マルコフ近似は、速度ゆらぎの自己相関関数を用いてエンベロープを直接導出する強力な手法であり、次節で詳しく述べることとする。

決定論的方法でも、同じ統計的性質を持つ多数のランダム媒質を作成して波動場を計算し、波動の二次モーメントのアンサンブル平均によって MS エンベロープを導出することができる。決定論的方法としては、例えば差分法、有限要素法、粒子法、スペクトル要素法などが挙げられる。例えば差分法は、弾性体の運動方程式を差分化してシミュレーションする手法であり、速度構造が与えられれば差分化の精度で波動論に基づいた正しい波動場の計算が可能である。Frankel and Clayton (1986) は、ランダム不均質媒質における波動場の計算を初めて行ない、散乱減衰やコーダ減衰について定量的な評価を行った。その後、Fehler et al. (2000) や、Korn and Sato (2005) により、ランダム媒質中におけるスカラー波やベクトル波の差分シミュレーションが行われ、Przybilla and Korn (2008) では 3 次元ベクトル波のシミュレーションが行われた。ここで、彼らの目的は、ランダム媒質中での波動場の挙動を調べるためではなく、主に統計的な理論手法の確認として差分計算を行っている。差分法を用いて統計的手法と比較するためには、乱数種を変えていくつものランダム媒質を生成し、そのすべてにおいて波動場シミュレーションを繰り返し、結果をスタックすることにより、アンサンブル平均のエンベロープを作成する必要がある。現在の計算機の性能であれば、ローカルなスケールの 2 次元差分計算は比較的容易に短時間で行えるため、それほど問題にはならないが、計算コストのかかる 3 次元波動場の計算を繰り返し行うことは困難である。コーダ波エンベロープの計算をするためには計算領域を広く設定する必要があり、さらに困難となる。

1.3 マルコフ近似を用いた従来の研究

卓越波長が相関距離よりも短い場合、波動方程式には放物近似、即ち後方散乱を無視した前方散乱近似を用いることができる。放物型方程式は、ランダム媒質を波線に垂直な薄い層に分けて波の伝播を考える Phase-screen 法 (例えば、Martin and Flatte, 1988; Fisk and McCartor, 1991; Hoshiya, 2000) によって解くことができる。マルコフ近似とは、波動場の二次モーメントのアンサンブル平均、正確には二周波数相互相関関数の発展方程式を Phase-screen 法で解き、そのフーリエ変換から波の強度 (平均二乗振幅) の時間変化、即ち波の MS エンベロープを導出する方法である。この名前の由来は、未来の現象が現在のこのみで決まり、過去には依存しないマルコフ確率過程に基づいている。マルコフ近似理論は光学の分野で発展してきた手法であり、屈折率や誘電率がゆらいでいる媒質での光や電磁波の伝播を記述するために用いられてきた (Ishimaru, 1978; Rytov et al., 1989)。マルコフ近似理論は、直接 MS エンベロープを導出することができる統計的手法という利点がある。マルコフ近似理論の地震波エンベロープへの適用は Sato (1989) によって初めてなされたが、その後、より現実的なランダム媒質を扱えるように、また、より容易に扱えるように、理論モデルの発展が行われてきた。マルコフ近似を用いた理論的研究例を表 1.1 にまとめて示す。表 1.1 のうち、特にランダム媒質がガウス型の自己相関関数で表される場合には MS エンベロープの解析解が得られている。

初期の研究では、屈折率がランダムにゆらいでいる媒質を伝播するパルス波形の変化を調べるために、無限に広がるランダム媒質中におけるスカラー波のエンベロープ導出が中心であった (Shishov, 1974; Sreenivasiah et al., 1976)。その後、Korn and Sato (2005) によって、2 次元ガウス型ランダム弾性媒質におけるベクトル波エンベロープの導出が行われ、3 次元ベクトル波への拡張は Sato (2006) によってなされた。マルコフ近似によるエンベロープが正しく波動場を再現できているかどうかを確かめるため、弾性体の運動方程式の差分解のアンサンブル平均と比較することも行われてきた (例えば、Fehler et al., 2000; Korn and Sato, 2005; Przybilla and Korn, 2008)。その結果、特にピーク付近におけるエンベロープ拡大現象は、マルコフ近似によってよく再現できていることが示された。Przybilla and Korn (2008) は、走時ゆらぎの効果を取り入れれば、ボルン近似による非等方散乱を考慮した輻射伝達理論とマルコフ近似によるエンベロープが直達波付近でも互いに良く一致することを示した。また、地球内部には非等方のランダム媒質の存在が示唆されているため、Saito (2006) や Sato (2008) は、非等方ランダム媒質中においてエンベロープ合成を行った。彼らは、相関距離の長軸方向に伝

播する地震波は短軸方向に伝播する地震波よりエンベロープ拡大が大きく、P波の場合、相対的にトランスバース成分の励起量が大きくなることを示した。Saito (2006) は、2次元スカラー波について、非等方ランダム媒質におけるマルコフ近似と差分法との比較を行っているが、ベクトル波についてはまだ差分法による検証は行われていない。

短周期地震波は、散乱の影響によって、震源の輻射パターンが崩れることが観測やシミュレーションから示されてきた(例えば、Takemura et al., 2009)。Sato and Korn (2007) や Sawazaki et al. (2011) は、ダブルカップル型点震源のような非等方な輻射パターンの場合についてエンベロープを合成し、震源からの輻射がないNull軸方向でも、散乱波が回り込むために振幅が生じる様子を示した。彼らは二周波数相互相関関数ではなく、相互相関関数に対してマルコフ近似を適用し、波線ごとの累積走時を用いるモンテカルロ・シミュレーション、即ち Stochastic ray path 法 (Williamson, 1972) によって、エンベロープを合成している。その後、Saito et al. (2008) や Takahashi et al. (2008) は、統計的不均質パラメータ(相関距離、ゆらぎのRMS値、短波長成分の豊かさ)が不連続に変化するランダム媒質においてエンベロープ合成を行っている。

地震学における観測は、多くの場合、自由表面上で行われる。自由表面における振幅は一般に入射角に依存する。エンベロープは様々な角度の散乱波が重ね合わさって構成されていると考えられるため、自由表面はエンベロープに対して複雑な影響を与えることが考えられ、特にベクトル波成分のエンベロープの解析には大きな影響を及ぼす可能性がある。Emoto et al. (2010) は、二周波数相互相関関数をトランスバース面内において波数領域にフーリエ変換した角度スペクトルに着目した。角度スペクトルをエンベロープを構成する散乱波強度の入射角分布を示すものと解釈することによって、自由表面上でのベクトル波エンベロープの合成に成功した。P波の鉛直入射の場合、鉛直成分の増幅率は時間に依存しないが、水平成分の増幅率は時間に依存してエンベロープ形状が変わること、最大値の増幅率は鉛直成分と水平成分で異なること、ピーク遅延時間にはほとんど変化がないことを示した。つまり、各成分へのエネルギーの分配量を指標として解析を行う際には、自由表面の効果を取り入れる必要があることが示された。このように、マルコフ近似理論に基づく理論的なエンベロープ合成法の研究は、より現実的で複雑な構造におけるランダム不均質の影響を正確に評価するように発展してきた。

また、マルコフ近似に基づくエンベロープは、コーダ部分の再現ができず、過小評価してしまうという欠点を補うために、Saito et al. (2003) や Sato et al. (2004) によって、輻射伝達理論にマルコフ近似によるエンベロープ拡大の効果を取り入れたハイブリッドモデルが提案されており、彼らのモデルを用いると、直達波付近のエンベロープ拡大現象とコーダの励起を一つのモデルで表現することが可能である。

地球内部は一般に深くなるにつれ速度が大きくなることや、モホ面などの速度不連続境界が存在していることが知られている。エンベロープ合成法をより実用的なものにするためには、統計的パラメータと同様に、背景速度にも不連続が存在する場合を取り扱うことができるように改良することが必要である。

1.4 地球内部における速度不均質構造

1.4.1 地殻・リソスフェアにおける速度不均質

1970年代には Aki and Lee (1976) によって地震波トモグラフィが開発され、それ以前から知られていた地球内部の層構造に加え、不均質な速度場が推定されるようになった。それ以降、地球内部の地震波速度構造の推定が盛んに行われてきた。また、反射法探査やレーザ干渉法などの決定論的手法を用いた多くの研究によって、地殻の構造は広く調べられてきている。近年の観測網の充実により、日本列島直下では数 km から数十 km の分解能で速度構造が明らかになっている(例えば、Matsubara, 2008, Nakajima et al., 2009, Zhao et al., 2009)。また、近年では、ノイズ記録を用いた地震波干渉法による地下構造の推定も行われるようになってきた(例えば、Brenquier et al., 2007)。

一方、決定論的な手法では複雑すぎて波形を直接扱うことができない規模（数 km，もしくはそれ以下）の不均質速度構造は，ランダム媒質や散乱体が一樣ランダムに分布する散乱媒質を仮定した輻射伝達理論に基づいたアプローチによって解析が行われてきた．短周期の地震波形は，震源の破壊時間よりも長く続くコーダが顕著である．*Aki* (1969) は初めてコーダ形成のモデル化の研究を行った．彼はコーダ波を表面波の重ね合わせと解釈することによって，Parkfield における散乱の強さを調べた．また，*Aki and Chouet* (1975) は，1 Hz 以上の短周期のコーダ波は散乱された S 波によって構成されていることを明らかにした．彼らは指数関数型ランダム媒質を仮定した場合，相関距離 $a = 0.1 \sim 1$ km，ゆらぎの RMS 値 ε を数 % と見積もった．*Aki* (1973) は，アレイ観測によって遠地地震 P 波の振幅と位相のゆらぎの相関を調べ，Montana LASA 直下には，深さ 60 km まで $a = 10$ km, $\varepsilon = 0.03$ のガウス型自己相関関数で特徴づけられるランダム不均質が広がっていると推定した．その後，*Wu and Flatté* (1990) は，深さ方向に変化するゆらぎのスペクトルを考慮したモデルを提案し，ランダム不均質のスペクトルの深度分布を求めている．*Sato* (1989) は関東における微小地震の S 波のエンベロープ拡大現象をマルコフ近似を用いたモデルで解析し，ガウス型ランダム媒質の場合には $\varepsilon^2/a \sim 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ と見積もった．後に，*Obara and Sato* (1995) は，関東・東海地域において，ガウス型ランダム媒質を仮定して，観測点ごとに比 ε^2/a が $10^{-3} \sim 10^{-3.8} \text{ km}^{-1}$ の間で分布していることを明らかにした．*Takahashi et al.* (2009) は，東北地方において，S 波のエンベロープ拡大にマルコフ近似を用いることにより，波線に沿ってランダム不均質のスペクトルの空間分布を求め，第四紀火山の下では短波長のゆらぎ成分が特に大きいという特徴を報告している．*Kubanza et al.* (2007) は，世界各地の IRIS の観測点において遠地 P 波のトランスバース成分のエネルギー比をマルコフ近似を用いて解析し，1-2 Hz においてガウス型ランダム媒質を仮定した場合， $\varepsilon^2/a = 2.0 \times 10^{-5} \sim 1.9 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ （不均質層の厚さを 100 km と仮定）と見積もり，この値は特にプレート活動が活発な地域において大きいことを示した．観測点が稠密な領域では，トモグラフィーから推定される不均質構造と散乱解析から求められるランダム不均質パラメータの比較が行えるようになりつつある．*Carcolé and Sato* (2009) は，コーダを用いた MLTWA により，日本列島における散乱減衰や内部減衰の空間分布を求め，トモグラフィーなどの決定論的手法から求められている構造との比較を行った．その結果，1-2 Hz において散乱減衰は，東日本で強く，トモグラフィーで見られるような構造や火山の分布との相関が見られたが，西日本では全体として弱いという傾向を発見した．

ランダム不均質の存在は，検層データからも示唆されている．*Shiomi et al.* (1997) は，九州における速度検層データのゆらぎのパワースペクトルを求めたところ，波長が数 m から数百 m の範囲で，波数のべき乗で減少することを示した．また，*Nishizawa and Fukushima* (2008) は，様々なタイプの岩石の写真を解析し，波長が mm から cm 程度の範囲で，速度ゆらぎが指数関数型の自己相関関数，即ちべき乗のスペクトルを示す事を報告している．このように，ランダムな速度ゆらぎの存在は様々なスケールにおいて報告されている．

1.4.2 マントルにおける速度不均質

地殻やリソスフェアといった浅部では，上述のようにトモグラフィーや統計的手法による数多くの研究が行われてきた．一方，深部においては，トモグラフィーの分解能が低く，また，統計的手法によるランダム不均質構造の推定例は少なく，浅部のような同じスケールでの推定結果の対比はあまり行われていない．地球深部を調べるグローバルトモグラフィーでは，データの制約から下部マントルにおける空間分解能は数百 km 程度である（例えば，山本・趙，2010）．*Kaneshima and Helffrich* (2010) は，下部マントルにおける決定論的な散乱体の検出を行っており，数百 km 規模の散乱体のクラスターの存在を推定しており，これらは過去の沈み込んだスラブに由来するものと推察した．

前田 (2002) は，*Zhao* (2001) によって求められた P 波のグローバル・トモグラフィーの深さ 200 km における速度偏差のパワースペクトル密度を計算した．その結果，波数が 0.001 km^{-1} から 0.01 km^{-1} の範囲でスペク

トルはべき乗で減少することを示した(図 1.5). トモグラフィーの分解能の制約から波長で数 km や数十 km までの構造はわからないが, 図 1.5 は, べき乗型のランダム不均質が地殻やリソスフェアといった浅部のみに存在するのではなく, マントルにも存在する可能性を示唆している.

深部におけるランダム不均質の存在は, 1970 年代から PKP(PKIKP) 波の先駆波の解析から指摘されてきた. *Cleary and Haddon* (1972) は, 震央距離 117.5° から 143° に現れる PKP 波の先駆波が下に凸の走時曲線を示すことから, この波を CMB 付近に分布する散乱体による散乱波であると初めて解釈した. *Doornbos and Vlaar* (1973) も同様の解釈を行い, 約 $0.5\text{--}1\text{ Hz}$ の周波数帯において, NORSAR で観測された震央距離 131° から 143° の地震を解析し, 方位角とスローネスから散乱体の場所を特定し, 散乱体は CMB より上に少なくとも 600 km 広がっていることを示した. 一方で, *Haddon and Cleary* (1974) は, 震央距離が約 120° から 140° に現れる 1 Hz 帯の PKP 波の先駆波をボルン近似 (*Chernov*, 1960) を用いて解析し, CMB より上の 200 km の層に $a = 16 \sim 30\text{ km}$ ($\varepsilon = 1\%$ と固定) のガウス型ランダム不均質が存在しているとして, *Doornbos and Vlaar* (1973) が提唱するような大きな広がりには必要がないと述べている. ランダム不均質が CMB 直上 (D'層) のみに存在しているのか, マントル全体に広がっているのかという議論は, まだ明白な決着を見せていない. しかし, 近年の研究事例では, マントル全体に広がるランダム不均質の存在を示唆するものが多い. *Hedlin et al.* (1997) は, IRIS の世界各地の観測点において, 震央距離が 118° から 145° の PKP の先駆波を $0.7\text{--}2.5\text{ Hz}$ の周波数帯において解析し, ランダム不均質が D'層のみに存在するとした場合よりも, マントル全体に存在すると仮定した方がエンベロープの形状を説明できると述べている. 彼らは指数関数型ランダム媒質を仮定し, ボルン近似を用いて不均質パラメータを $a = 8\text{ km}$, $\varepsilon = 1\%$ と見積もった. この値は全世界の平均に対応するものであるが, *Hedlin and Shearer* (2000) は, 同じ周波数帯において, 震央距離が 120° から 137.5° の範囲における IRIS 観測網の観測点と震源のペア毎にランダム不均質を見積もることで地域性を調べ, 地域によって ε が 0.3% から 3% まで変化し, 場所によってはトモグラフィーで見られる大規模な速度不均質と対応する部分があると述べている. *Margerin and Nolet* (2003a) は, 輻射伝達理論のモンテカルロ・シミュレーションを用いて世界規模の短周期地震波エンベロープを計算する手法を提案した. Born 近似による散乱振幅を用いた計算と比較して, 0.5% 以下の速度ゆらぎであれば, 多重散乱を考慮しない Born 近似であってもモンテカルロ・シミュレーションと同様の結果が得られるが, *Hedlin et al.* (1997) のような 1% のランダム不均質がマントル全体に広がっているような場合には, Born 近似では正確な波形の計算はできないと述べている. *Margerin and Nolet* (2003b) は, この手法を用いて, IRIS 観測網で記録された震央距離が 124° から 142° の地震の PKP 波の先駆波を $0.4\text{--}2.5\text{ Hz}$ の周波数帯において解析し, 下部マントルにおいて $\varepsilon = 0.25\%$ (指数関数型の場合) と求めた. *Shearer and Earle* (2004) は, IRIS 観測網で観測された震央距離が 10° から 110° の $0.5\text{--}2.5\text{ Hz}$ の P 波エンベロープを輻射伝達理論のモンテカルロ・シミュレーションによって解析し, 指数関数型ランダム媒質を仮定した場合, 下部マントルでは $a = 8\text{ km}$, $\varepsilon = 0.5\%$ とすれば観測データを説明できるとしている. *Lee et al.* (2006) では, 等方散乱を仮定した輻射伝達理論のモンテカルロ・シミュレーションを行い, ScS 波着信前後のコーダ波エンベロープを解析することにより, 下部マントルにおける散乱係数は上部マントル・地殻に比べて一桁程度小さいと述べている.

1.4.3 非等方ランダム媒質

上記の浅部や深部におけるランダム媒質の推定事例では, 等方的なランダム媒質を考慮したモデルに基づいた解析を行っているが, 浅部においては非等方なランダム媒質の存在を示唆する報告もある. 非等方なランダム媒質では, 伝播する方向によって異なった波形を示すため, 不均質の強さを評価するためには, 非等方性による影響を正しく評価しなければならない. *Fuchs and Schulz* (1976) は, 長周期の地震波はよく通すが, 短周期の P_n や S_n をトラップして遠くまで伝播させるといった観測結果を説明する構造の候補として, 下部地殻において

水平方向に長さ数十 km の長軸をもち、鉛直方向に数百 m から数 km のレンズ上の構造を考えた。Ikelle et al. (1993) は、相関距離の長軸と短軸の長さが異なる非等方ランダム媒質を考え、差分法によるシミュレーションを用いることにより、その構造の中を伝播する波がどのような特徴を持つのかを調べた。Nielsen et al. (2002) は、ロシアで行われた核実験を約 2000 km の長さの測線で測定されたデータを説明するために、深さ約 100 km から 185 km の間に、水平方向の相関距離が 5 ~ 10 km、鉛直方向の相関距離が 5 km 以下の非等方ランダム媒質が存在する速度モデルを用いた。ただし、Nielsen et al. (2003) や Nielsen and Thybo (2003) は、必ずしも非等方ランダム媒質は必要なく、むしろモホ面上下における速度コントラストによって発生する”Whispering gallery”が重要であるとも述べている。Furumura and Kennet (2005) は、深発地震の地震波は振幅が太平洋側で大きくなる異常震域を説明するために、太平洋スラブの中に、沈み込む方向に沿って長軸が存在する非等方ランダム媒質を考えた。差分法によるシミュレーションの結果、高周波が非等方ランダム媒質によってスラブ内でトラップされることにより異常震域を説明できることを示した。地殻の成因を考えれば、水平方向に長い相関距離をもつ構造をしていると考えるのは自然なことである。しかし、下部マントルにおいてこのような非等方性が存在しているかどうかは、まだ明らかになっていない。

1.5 本研究の目的

波長が相関距離よりも短いような場合、ランダム媒質における波形エンベロープを直接導出するマルコフ近似法は特に有効である。前述のように、マルコフ近似を用いたエンベロープ導出手法は、一様媒質中でのスカラー波から始まり、ベクトル波へと拡張され、非等方性や不均質パラメータに不連続がある場合についても用いることが可能となった。入力は平面波や球面(円筒)波が考慮され、2次元の場合でも3次元の場合でも手法が確立されており、エンベロープ拡大やP波のトランスバース成分の励起量に適用することにより、不均質パラメータの推定が行われている。しかし、従来の研究では、背景速度構造を取り入れることができず、大きな速度不連続が存在するような場合には波形エンベロープを計算することができなかった。そこで本研究では、マルコフ近似を背景速度に不連続が存在する多層ランダム媒質へと拡張する。各層内での変換散乱や後方散乱は従来どおり無視するが、速度境界における透過、変換、反射を考慮することによって、多層ランダム媒質における波動場を再現することができるであろう。同様にして、自由表面の効果を取り入れた理論を構築する。また、非等方ランダム媒質におけるマルコフ近似に基づくエンベロープ導出は既に行われているが、本研究では差分法と比較することによりマルコフ近似の適用範囲を調べ、マルコフ近似をデータに適用する際の指標を作成する。

地殻やリソスフェアにおける不均質パラメータの推定は数多く行われているが、マントルにおいては研究例が少ない上に、手法やデータの違いにより、推定結果にばらつきが大きい。図 1.6 に、Hi-net 観測網で観測された沈み込む太平洋プレートの深さ 619 km で発生した深発地震の二乗エンベロープを平均したものを示す。S/N 比がよい ScS 波が観測されているが、S 波と比較するとエンベロープの幅はそれほど広がっていないことがわかる。S 波は上部マントルと地殻を伝播し、ScS 波は下部マントルと上部マントル・地殻を伝播した CMB からの反射波である。ランダム不均質媒質が存在する場合には先に示したようにエンベロープ幅は広がると考えられるため、この結果からは下部マントルにおけるランダム不均質媒質が非常に弱いことが示唆される。そこで本研究では、日本列島下で発生した深発地震の直達 S 波と ScS 波に、速度不連続を取り入れたマルコフ近似を適用することによって、リソスフェアのランダム不均質とそれ以深のマントルにおけるランダム不均質を分離して推定する。各章の構成は以下の通りである。

第 2 章では、角度スペクトルに着目して層境界において二周波数相互相関関数を接続する方法を述べ、ランダム成層構造に平面波や球面波が鉛直入射した場合の自由表面におけるエンベロープ導出法を提案する。具体例として、2 層の 2 次元ガウス型ランダム媒質を仮定してマルコフ近似によってエンベロープを計算し、弾性体の運動方程式の差分シミュレーションから求めたエンベロープと比較検証する。その後、3 次元媒質の場合の定式化

を述べる．また，非等方ランダム媒質において，マルコフ近似によるエンベロープの解析解と差分シミュレーションによるエンベロープを比較し，マルコフ近似の適用範囲を調べる．

第 3 章では，中部日本下で発生した深発地震の直達 S 波と ScS 波の短周期における特徴を調べ，Hi-net 観測網で観測されたエンベロープを観測点平均することによって滑らかな平均エンベロープを作成する．得られたエンベロープを，簡単な層構造を仮定したマルコフ近似に基づく理論エンベロープを用いて解析し，この地域の地下深部のランダム不均質構造を推定する．

第 4 章では，ベクトル波エンベロープ導出におけるマルコフ近似の改良の可能性を調べる．また，マルコフ近似に基づくエンベロープを，より多様な状況に使用可能にするために残された今後の課題と，地球内部のランダム不均質パラメータを求める際の課題について述べる．

第 5 章では，本論文の結論を述べる．

表 1.1 これまでのマルコフ近似理論の研究例 .

媒質	次元, ゆらぎの種類	波の種類	研究例	備考
一様等方ランダム	2D, ガウス 2D, フォン・カルマン 2D, ガウス	スカラー波	<i>Fehler et al.</i> (2000) <i>Saito et al.</i> (2003)	解析解・円筒波 円筒波
		ベクトル波	<i>Korn and Sato</i> (2005) <i>Sato and Korn</i> (2007)	解析解・平面波 解析解・円筒波 非等方震源・SRPM
	3D, ガウス	スカラー波	<i>Williamson</i> (1972) <i>Shishov</i> (1974) <i>Sreenivasiah et al.</i> (1976)	SRPS・平面波 解析解・球面波 解析解・平面波
		ベクトル波	<i>Sato</i> (2006) <i>Sato</i> (2007)	解析解・平面波 解析解・球面波
	3D, フォン・カルマン	スカラー波	<i>Lee and Jokipii</i> (1975b) <i>Saito et al.</i> (2002)	平面波 球面波
		ベクトル波	<i>Suzaki</i> (2007) <i>Sawazaki et al.</i> (2011)	平面波・球面波 球面波・非等方震源・SRPM
一様非等方ランダム	2D, ガウス	スカラー波	<i>Saito</i> (2006)	円筒波
	3D, ガウス	ベクトル波	<i>Sato</i> (2008)	解析解・平面波・球面波
不連続 (統計的パラメータ)	2D, ガウス	スカラー波	<i>Saito et al.</i> (2008)	平面波
	3D, フォン・カルマン	スカラー波	<i>Takahashi et al.</i> (2008)	球面波・SRPM
自由表面	2D, 3D, ガウス 指数	ベクトル波	<i>Emoto et al.</i> (2010) (本論文)	平面波
速度不連続	2D, 3D, ガウス 指数	ベクトル波	<i>Emoto et al.</i> (2012) (本論文)	平面波・球面波

SRPM は Stochastic Ray Path Method を表す .

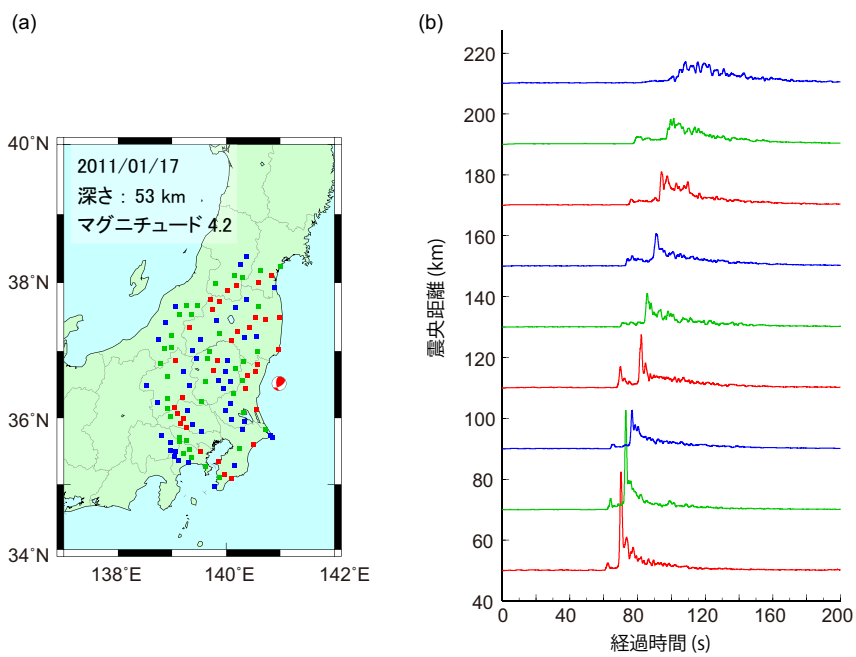


図 1.1 (a) 茨城沖で発生した地震の震央と使用した Hi-net 観測点 (四角) の分布 . (b) 速度波形のトランスバース成分に中心周波数が 2 Hz のバンドパスフィルタをかけて二乗エンベロープを作成し、震央距離 20 km ごとにスタックしてその平方根をとった RMS エンベロープのペーストアップ . 観測点とエンベロープの色は対応しており、震央距離を表す .

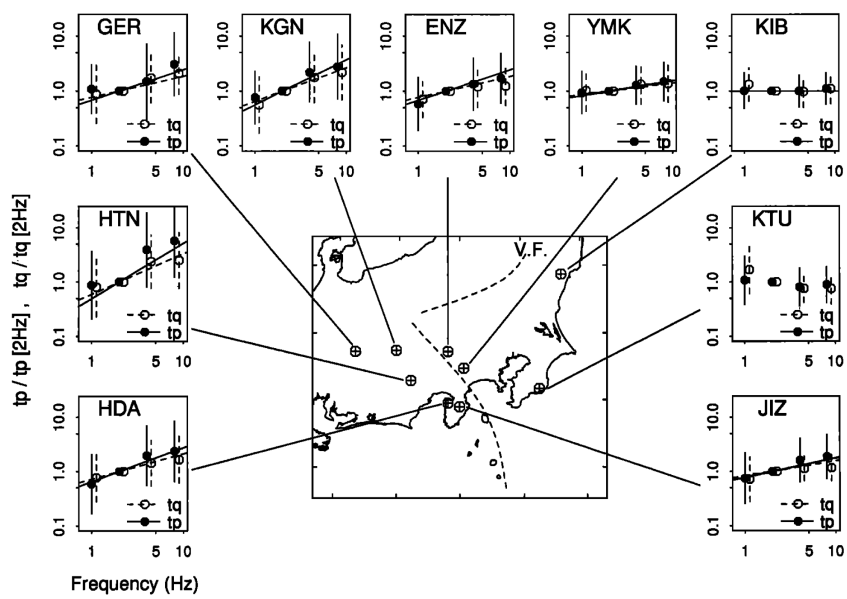


図 1.2 各観測点におけるピーク遅延時間 (t_p) と MS エンベロープが立ち上がりからピーク値の 1/4 になるまでの時間 (t_q) の周波数依存性．2 Hz におけるそれぞれの値で規格化して示されている．黒丸，白丸はそれぞれ， t_p と t_q の平均値を表し，縦の線は標準偏差を表す．直線は，理論モデルに推定されたパラメータを当てはめた場合の推定値を示す．中央の図で破線は火山フロントを示す (Obara and Sato, 1995) ．

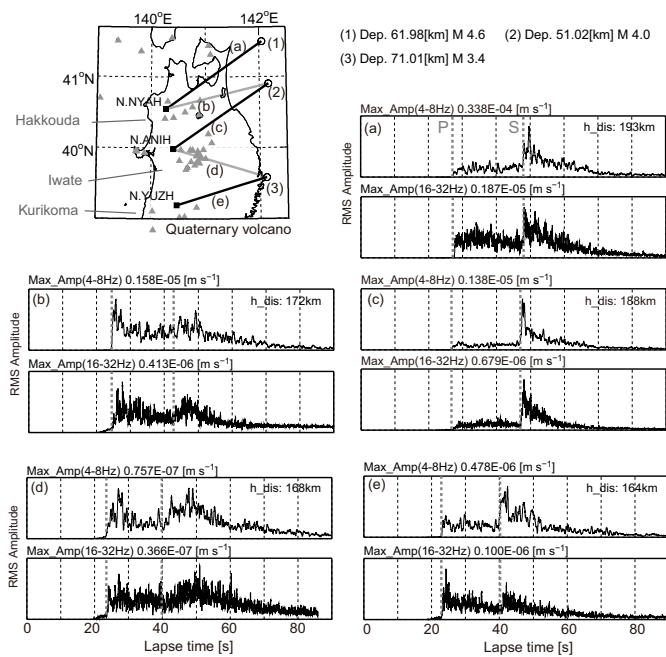


図 1.3 (1)-(3) の地震に対して、各観測点で観測された 4-8 Hz (上段) と 16-32 Hz (下段) の速度波形の RMS エンベロープ。縦の太破線は、P 波と S 波の走時を示す。(a)-(e) に対応する波線経路を地図中に示す。地図中の三角は第 4 紀火山を示す。震源距離はエンベロープの右上に示されている (Takahashi et al., 2007)。

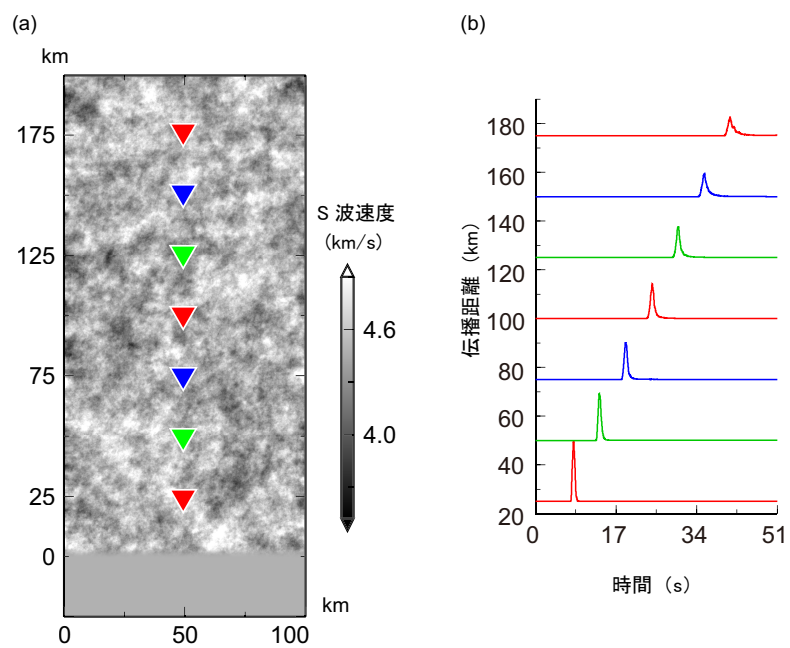


図 1.4 (a) 相関距離 4 km, ゆらぎの RMS 値 4% で特徴づけられる 2 次元指数関数型ランダム媒質. (b) 差分計算により各伝播距離で求められた水平成分の MS エンベロープ. Küpper ウェーブレット (中心周波数 2 Hz) の時間関数を持つ平面 S 波の鉛直入射を仮定.

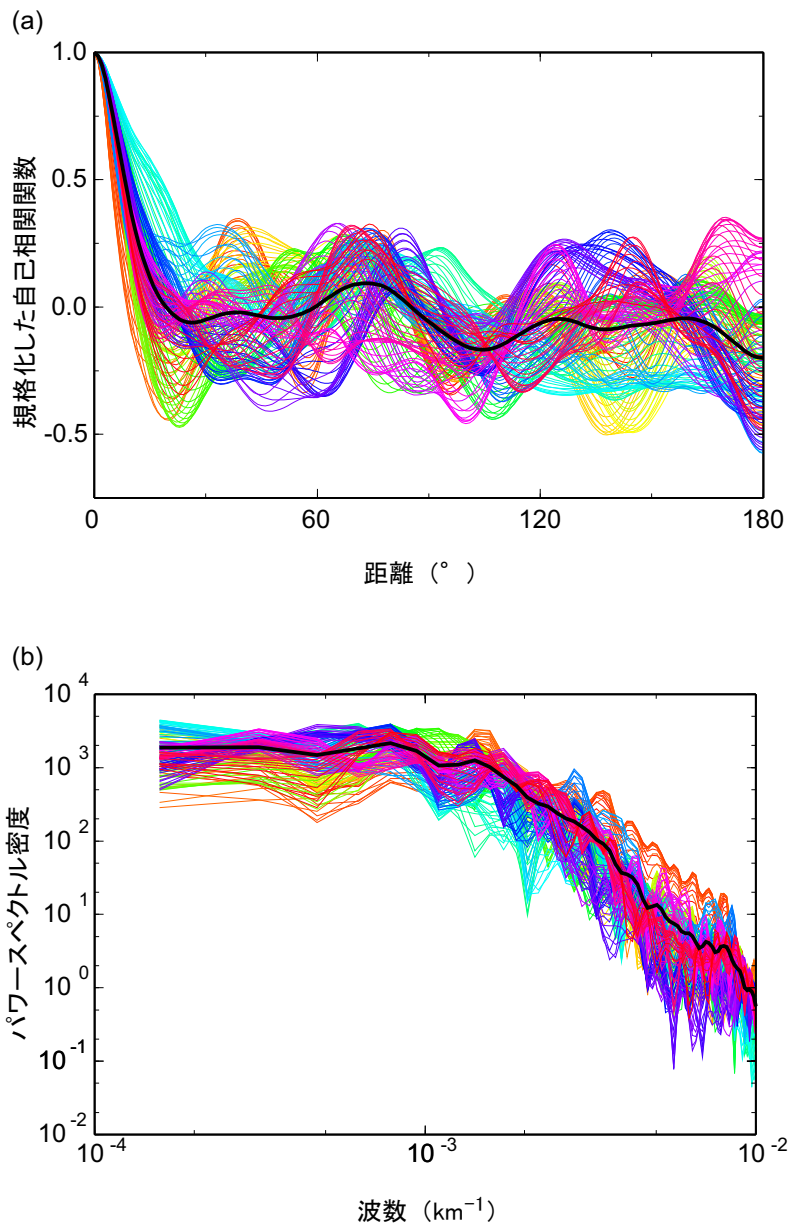


図 1.5 Zhao (2001) によるグローバルトモグラフィーの深さ 200 km における速度構造の (a) 自己相関関数と (b) パワースペクトル密度関数．細線は各経度線に沿って計算した関数であり，黒い太線は平均値を示す (前田, 2002) ．

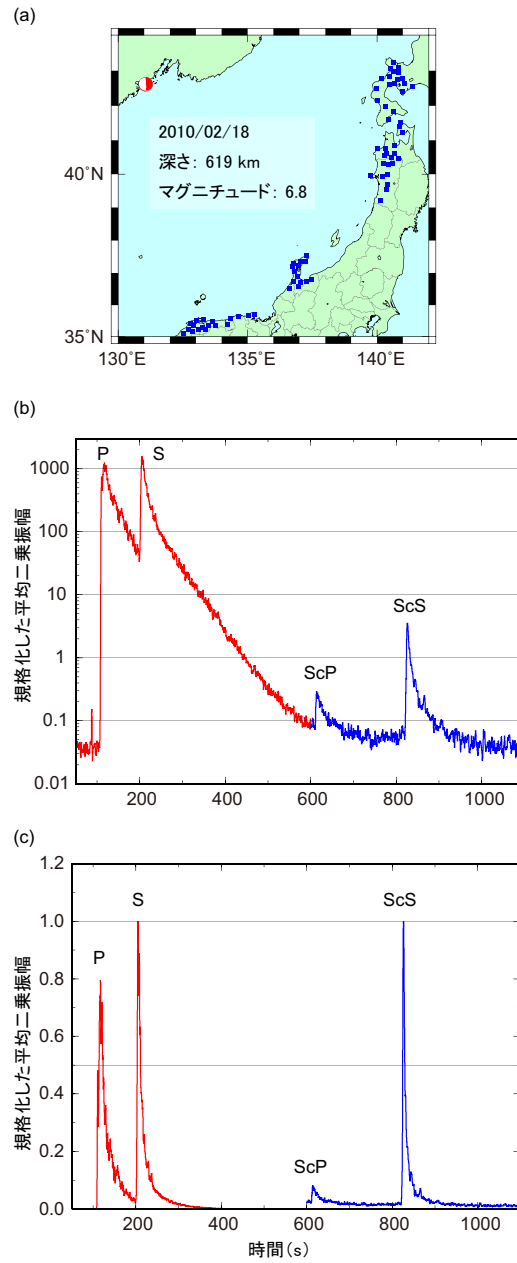


図 1.6 (a) ロシアで発生した深発地震の震央と用いた 56 個の Hi-net の観測点分布。(b) 縦軸を対数で示した水平動・東西成分を全観測点でスタックした MS エンベロープ。幅 0.7 Hz, 中心周波数 1 Hz のバンドパスフィルターを適用。赤色の部分は S 波走時をそろえてスタックし, 青色の部分は ScS 波走時をそろえてスタックした。振幅は S 波走時の 2 倍のコーダ振幅で規格化した。(c) 縦軸を線形にした場合の MS エンベロープ。赤色の部分は S 波, 青色の部分は ScS 波の最大値で規格化した。

第 2 章

速度不連続が存在するランダム媒質におけるエンベロープ合成

本章では、一様ランダム媒質におけるマルコフ近似に基づくエンベロープを数理的に導出し、散乱波強度の角度分布に着目することにより、速度不連続境界と自由表面が存在するランダム媒質でのエンベロープ合成法の提案を行う。また、非等方なランダム媒質において、マルコフ近似によるエンベロープと弾性波動方程式の差分分解とを比較することにより、マルコフ近似の適用範囲を調べる。差分法との比較のため、マルコフ近似の導出は 2 次元の場合を主に示し、最後に 3 次元への拡張法を述べる。本章の一部は *Emoto et al.* (2010) と *Emoto et al.* (2012) としてすでに公開されている。

2.1 マルコフ近似の基礎理論

本節では、2 次元等方ランダム媒質におけるマルコフ近似を扱った *Korn and Sato* (2005) の導出にしたがって、2 次元等方ランダム媒質におけるエンベロープ導出を記述する。

2.1.1 一様ランダム媒質におけるエンベロープ合成

短周期地震波が影響を受ける小さな規模の速度構造をモデル化するために、ランダムな速度ゆらぎをもつ媒質を考える。P 波速度 $\alpha(\mathbf{x})$, S 波速度 $\beta(\mathbf{x})$ を

$$\begin{aligned}\alpha(\mathbf{x}) &= \alpha_0(1 + \xi(\mathbf{x})), \\ \beta(\mathbf{x}) &= \beta_0(1 + \xi(\mathbf{x}))\end{aligned}\tag{2.1}$$

のように表す。ここで、 α_0, β_0 はそれぞれ、平均 P 波速度、平均 S 波速度であり、ゆらぎ ξ は位置座標 $\mathbf{x} = (x, z)$ のランダムな関数である。ランダム媒質を統計的に解釈するために、ランダムなゆらぎのアンサンブル $\{\xi\}$ を考える。平均速度からのゆらぎであるため、 $\langle \xi(\mathbf{x}) \rangle = 0$ である。ここで、 $\langle \cdot \rangle$ はアンサンブル平均を表す。また、本論文ではゆらぎは十分に小さく、 $|\xi(\mathbf{x})| \ll 1$ と仮定する。ゆらぎの性質は空間の自己相関関数

$$R(\mathbf{x}) = \langle \xi(\mathbf{x} + \mathbf{x}')\xi(\mathbf{x}') \rangle\tag{2.2}$$

によって特徴付けられるものとする。例えば、2 次元ガウス型自己相関関数

$$R(\mathbf{x}) = \varepsilon^2 e^{-(x^2+z^2)/a^2}\tag{2.3}$$

や、2 次元指数関数型自己相関関数

$$R(\mathbf{x}) = \varepsilon^2 e^{-\sqrt{x^2+z^2}/a}\tag{2.4}$$

が用いられる。ここで、 a はランダム媒質の相関距離であり、 ε はゆらぎの二乗平均平方 (RMS) である。ガウス型、指数関数型のランダム媒質の自己相関関数とパワースペクトルを図 2.1 に示す。ある a と ε が与えられたとき、ガウス型ランダム媒質と指数関数型ランダム媒質を比べると、ガウス型の場合はスペクトルの短波長成分が少ないが、指数関数型の場合には、スペクトルが高波数領域でべき乗で減少するため、ガウス型よりも短波長成分が多いという特徴がある。

変位場 u をスカラーポテンシャル ϕ とベクトルポテンシャル B を用いて $u = \nabla\phi + \nabla \times B$ と書き表すと、両者はそれぞれ、伝播速度 α と β の波動方程式

$$\begin{cases} \nabla^2\phi - \frac{1}{\alpha^2}\ddot{\phi} = 0 \\ \nabla^2 B - \frac{1}{\beta^2}\ddot{B} = 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

を満たす。いま、 x, z 座標で表される 2 次元媒質を考えているため、3 次元の表式において、 $B = (0, B, 0)$ とした。P 波の波数を $k_0 = \omega/\alpha_0$ として、 $ak_0 \gg 1$ のとき、前方散乱が卓越し、PS 変換散乱は十分小さいと予想される。したがって、この条件の下では、P 波と S 波の伝播を独立に扱うことができる。本章では主に P 波の伝播について考える。

いま、 z 方向に伝播する平面 P 波が、 $z < 0$ の均質媒質から $z \geq 0$ のランダム不均質媒質に入射すると仮定する (図 2.2)。前方散乱が卓越しているため、ランダム媒質中でも波動場は z 方向に伝播する平面波の重ね合わせで記述できると考えられるため、スカラーポテンシャルを

$$\phi(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{ik_0 z - i\omega t} \frac{1}{ik_0} U(x, z, \omega) \quad (2.6)$$

と展開する。ここで、分母に現れる ik_0 は、変位場 $\nabla\phi$ を考えたときに余計な係数が残らないようにするためである。前方散乱が卓越する状況を仮定しているため、 U は z 方向にゆるやかに変化すると仮定する。つまり、波長を λ_w とし、 $\lambda_w |\partial_z^2 U| \ll |\partial_z U|$ とすると、 U は放物型方程式

$$2ik_0 \partial_z U + \partial_x^2 U - 2k_0^2 \xi U = 0 \quad (2.7)$$

に従う。ここで、 $\partial_z = \partial/\partial z$, $\partial_z^2 = \partial^2/\partial z^2$, $\partial_x^2 = \partial^2/\partial x^2$ である。放物近似により、一度観測点より先へ伝播してから観測点に戻って到達する波や、震源と観測点の間で震源方向に戻った後に再び観測点方向に伝播して観測点に到達する波も無視している (Rytov et al., 1989)。

波動場のエネルギーを計算するためには、二次モーメントを考える必要があり、 x 軸上の異なる 2 点 x, x' と異なる 2 つの周波数 ω', ω'' における二周波数相互相関関数を

$$\Gamma_2(x', x'', z, \omega', \omega'') \equiv \langle U(x', z, \omega') U^*(x'', z, \omega'') \rangle \quad (2.8)$$

と定義する。ここで、 U^* は複素共役を表す。以下、この二周波数相互相関関数が満たす支配方程式を導く。

マルコフ近似

$k'_0 = \omega'/\alpha_0$, $k''_0 = \omega''/\alpha_0$ とし、(2.7) に $U^*(x'', z, \omega'')/k''_0$ をかけた方程式から、(2.7) の複素共役に $U(x', z, \omega')/k'_0$ をかけた方程式を引きアンサンブル平均を計算すると、

$$2i\partial_z \Gamma_2 + \left(\frac{\partial_{x'}^2}{k'_0} - \frac{\partial_{x''}^2}{k''_0} \right) \Gamma_2 - 2 \langle (k'_0 \xi(x', z) - k''_0 \xi(x'', z)) U(x', z, \omega') U(x'', z, \omega'')^* \rangle = 0 \quad (2.9)$$

となる。この式の第 3 項を以下のように評価する。まず、(2.7) より、 $U(x, z, \omega)$ は $U(x, z - \Delta z, \omega)$ を用いて、

$$U(x, z, \omega) = U(x, z - \Delta z, \omega) + \frac{i}{2k_0} \int_{z - \Delta z}^z dz' [\partial_x^2 U(x, z', \omega) - 2k_0^2 \xi U(x, z', \omega)] \quad (2.10)$$

と書ける。ここで、 Δz は a より大きいが、 U の変化が小さいような伝播距離に選ぶ。このとき、(2.10) は

$$U(x, z, \omega) \approx U(x, z - \Delta z, \omega) + \frac{i\Delta z}{2k_0} \partial_x^2 U(x, z - \Delta z, \omega) - ik_0 U(x, z - \Delta z, \omega) \int_{z - \Delta z}^z \xi(x, z') dz' \quad (2.11)$$

と近似的に書き換えることが可能である．式 (2.11) を用いると，

$$\begin{aligned}
& U(x', z, \omega') U^*(x'', z, \omega'') \\
& \approx U(x', z - \Delta z, \omega') U^*(x'', z - \Delta z, \omega'') \\
& + \frac{i\Delta z}{2} \left(\frac{\partial_{x'}^2}{k_0'} - \frac{\partial_{x''}^2}{k_0''} \right) U(x', z - \Delta z, \omega') U^*(x'', z - \Delta z, \omega'') \\
& - iU(x', z - \Delta z, \omega') U^*(x'', z - \Delta z, \omega'') \int_{z-\Delta z}^z [k_0' \xi(x', z') - k_0'' \xi(x'', z')] dz' \\
& + \mathcal{O}(\xi^2)
\end{aligned} \tag{2.12}$$

と書けるので， $\xi(x', z)$ を掛けてアンサンブル平均を計算すると

$$\begin{aligned}
& \langle \xi(x', z) U(x', z, \omega') U^*(x'', z, \omega'') \rangle \\
& \approx -ik_0' \Gamma_2(x', x'', z - \Delta z, \omega', \omega'') \int_{z-\Delta z}^z \langle \xi(x', z) \xi(x', z') \rangle dz' \\
& + ik_0'' \Gamma_2(x', x'', z - \Delta z, \omega', \omega'') \int_{z-\Delta z}^z \langle \xi(x', z) \xi(x'', z') \rangle dz' \\
& = -ik_0' \Gamma_2(x', x'', z - \Delta z, \omega', \omega'') \int_{z-\Delta z}^z R(0, z - z') dz' \\
& + ik_0'' \Gamma_2(x', x'', z - \Delta z, \omega', \omega'') \int_{z-\Delta z}^z R(x' - x'', z - z') dz' \\
& = -\frac{ik_0'}{2} \Gamma_2(x', x'', z - \Delta z, \omega', \omega'') A(0) + \frac{ik_0''}{2} \Gamma_2(x', x'', z - \Delta z, \omega', \omega'') A(x' - x'')
\end{aligned} \tag{2.13}$$

となる．ここで，前方散乱が卓越した状況を考えており，後方散乱を無視しているため， $\xi(x, z)$ と $U(x, z - \Delta z, \omega)$ の間には相関がないとした．この導出はマルコフ近似と呼ばれる (Lee and Jokipii, 1975a)．また，

$$A(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dz R(x, z) \tag{2.14}$$

であり， $R(x, z)$ は $z < a < \Delta z$ に大きな振幅を持っており， $z > \Delta z$ の寄与は少ないため，積分範囲を無限大に置き換えた．同様にして，(2.12) より

$$\begin{aligned}
& \langle \xi(x'', z) U(x', z, \omega') U^*(x'', z, \omega'') \rangle \\
& \approx -\frac{ik_0'}{2} \Gamma_2(x', x'', z - \Delta z, \omega', \omega'') A(x' - x'') + \frac{ik_0''}{2} \Gamma_2(x', x'', z - \Delta z, \omega', \omega'') A(0)
\end{aligned} \tag{2.15}$$

と書ける．また， Δz だけ伝播しても Γ_2 の変化は小さいとし， $\Gamma_2(x', x'', z, \omega', \omega'') \approx \Gamma_2(x', x'', z - \Delta z, \omega', \omega'')$ とすると，(2.9) は

$$2i\partial_z \Gamma_2 + \left(\frac{\partial_{x'}^2}{k_0'} - \frac{\partial_{x''}^2}{k_0''} \right) \Gamma_2 + i \left[(k_0'^2 + k_0''^2) A(0) - 2k_0' k_0'' A(x' - x'') \right] \Gamma_2 = 0 \tag{2.16}$$

と書ける．

準単周波数近似

次に，2周波数，2点の変数の中心と差を以下のように導入する．

$$\begin{cases} k_c = \frac{\omega_c}{\alpha_0} \equiv \frac{\omega' + \omega''}{2\alpha_0} \\ k_d = \frac{\omega_d}{\alpha_0} \equiv \frac{\omega' - \omega''}{\alpha_0} \end{cases}, \quad \begin{cases} x_c \equiv \frac{x' + x''}{2} \\ x_d \equiv x' - x'' \end{cases} \tag{2.17}$$

中心周波数 ω_c をもつ狭帯域の波を考え，準単周波数近似として $k_d \ll k_c$ という状況を考える．このとき， $(k_0'^2 + k_0''^2) \approx 2k_c^2 + k_d^2/2$ ， $k_0' k_0'' \approx k_c^2 - k_d^2/4$ ， $(1/k_0' - 1/k_0'') \approx -k_d/k_c^2$ となる．また，等方一様なランダム媒質において，二周波数相互相関関数は x_c には依存しないため，(2.16) は

$$2i\partial_z \Gamma_2 - \frac{k_d}{k_c^2} \partial_{x_d}^2 \Gamma_2 + 2ik_c^2 [A(0) - A(x_d)] \Gamma_2 + \frac{ik_d^2}{2} [A(0) + A(x_d)] \Gamma_2 = 0 \tag{2.18}$$

となる．ここで，十分長い距離を伝播すると，二周波数相互相関関数には x_d 軸上の近い点のみしか寄与しないため， $A(x_d) \sim A(0)$ として

$$\partial_z \Gamma_2 + i \frac{k_d}{2k_c} \partial_{x_d}^2 \Gamma_2 + k_c^2 [A(0) - A(x_d)] \Gamma_2 + \frac{k_d^2}{2} A(0) \Gamma_2 = 0 \quad (2.19)$$

を得る．さらに，周波数領域で

$$w(\omega_d) \equiv \exp \left[-\frac{\omega_d^2 A(0) z}{2\alpha_0^2} \right], \quad (2.20)$$

と定義される項を用いて， $\Gamma_2 = {}_0\Gamma_2 w(\omega_d)$ と分離すると，最終的に二周波数相互相関関数が従うべき方程式は

$$\partial_{z_0} \Gamma_2 + i \frac{\omega_d}{2k_c^2 \alpha_0} \partial_{x_d}^2 {}_0\Gamma_2 + k_c^2 [A(0) - A(x_d)] {}_0\Gamma_2 = 0 \quad (2.21)$$

と書ける．式 (2.20) は，(2.19) において， $ik_d/(2k_c^2) \partial_{x_d}^2 \Gamma_2 \sim 0$ ， $x_d \sim 0$ とした場合の解であり，速度ゆらぎの長波長成分の影響を受ける z 方向に沿った走時ゆらぎを表す項である (Lee and Jokipii, 1975a)．時間領域では

$$w(t) = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2\pi A(0)z}} \exp \left[-\frac{\alpha_0^2 t^2}{2A(0)z} \right] \quad (2.22)$$

となる．走時ゆらぎの影響を取り除いた (2.21) は，速度ゆらぎによる回折の影響を扱う方程式である．

MS エンベロープ

波動場の x 成分の強度は

$$\begin{aligned} \langle |u_x(x, z, t)|^2 \rangle &= \langle \partial_{x'} \phi(x', z, t) \partial_{x''} \phi^*(x'', z, t) \rangle_{x'=x''} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' e^{ik'_0 z - i\omega' t} \\ &\quad \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega'' e^{-ik''_0 z + i\omega'' t} \frac{1}{k'_0 k''_0} \langle \partial_{x'} U(x', z, \omega') \partial_{x''} U^*(x'', z, \omega'') \rangle_{x'=x''} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_c \widehat{I}_x(z, t; \omega_c) \end{aligned} \quad (2.23)$$

と記述される．ここで

$$\widehat{I}_x(z, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-z/\alpha_0)} \left[-\frac{1}{k_c^2} \partial_{x_d}^2 \Gamma_2(x_d, z, \omega_c, \omega_d) \right]_{x_d=0} \quad (2.24)$$

は， x 成分の MS エンベロープを表す．走時ゆらぎを取り除いた x 成分の MS エンベロープは

$$\widehat{I}_{x0}(z, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-z/\alpha_0)} \left[-\frac{1}{k_c^2} \partial_{x_d}^2 {}_0\Gamma_2(x_d, z, \omega_c, \omega_d) \right]_{x_d=0} \quad (2.25)$$

と書ける．同様にして， z 成分の走時ゆらぎのない MS エンベロープは

$$\widehat{I}_{z0}(z, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-z/\alpha_0)} \left[\left(1 + \frac{1}{k_c^2} \partial_{x_d}^2 \right) {}_0\Gamma_2(x_d, z, \omega_c, \omega_d) \right]_{x_d=0} \quad (2.26)$$

と書き表される (Korn and Sato, 2005)．ここで， \widehat{I}_{z0} を導く際には， $\partial_{x'}^2 U' \partial_{x''}^2 U''^* \ll 1$ として無視した．この項の寄与については，改めて第 4 章で考察する．走時ゆらぎを考慮した MS エンベロープは，(2.25) と (2.26) に (2.20) を畳み込むことによって得られる．さらに，基準 MS エンベロープとして，

$$\widehat{I}_0^R(z, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-z/\alpha_0)} {}_0\Gamma_2(x_d = 0, z, \omega_c, \omega_d) \quad (2.27)$$

を導入する．P 波入射の場合，この基準 MS エンベロープは x 成分と z 成分の MS エンベロープの和 $\widehat{I}_0^R = \widehat{I}_{x0} + \widehat{I}_{z0}$ になっている．

ガウス型ランダム媒質

ガウス型ランダム媒質 (2.3) の場合には，二周波数相互相関関数の支配方程式 (2.21) は

$$\partial_{z_0}\Gamma_2 + i\frac{\omega_d}{2k_c^2\alpha_0}\partial_{x_d}^2\Gamma_2 + k_c^2\varepsilon^2 a\sqrt{\pi}\left(\frac{x_d}{a}\right)^2{}_0\Gamma_2 = 0 \quad (2.28)$$

となる．ここで，波動場の相関は x_d が小さい所でのみ大きな振幅を持っているとして $x_d^2 \ll a^2$ とした．デルタ関数型強度を持つ平面波パルス入射

$$\widehat{I}_{z_0}(z=0, t; \omega_c) = \delta(t) \quad (2.29)$$

を考える．これは，二周波数相互相関関数を用いると

$${}_0\Gamma_2(x_d, z=0, \omega_c, \omega_d) = 1 \quad (2.30)$$

と書ける．このとき，2次元ガウス型ランダム媒質における二周波数相互相関関数の解析解は *Korn and Sato* (2005) によって

$$\begin{aligned} {}_0\Gamma_2(x_d, z, \omega_c, \omega_d) &= \frac{1}{\sqrt{\cos s_0}} \exp\left(-\frac{2\alpha_0 k_c^2 t_M \tan s_0}{z s_0} x_d^2\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\cos s_0}} \exp\left(-\frac{\tan s_0}{s_0} \frac{x_d^2}{a_\perp^2}\right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

と求められている．ここで， $a_\perp = \sqrt{a/(\sqrt{\pi}\varepsilon^2 z k_c^2)}$ は干渉半径， t_M はエンベロープを特徴付ける時間であり，

$$t_M \equiv \frac{\sqrt{\pi}\varepsilon^2 z^2}{2\alpha_0 a} \quad (2.32)$$

と定義され， $s_0 = 2e^{i\pi/4}\sqrt{t_M\omega_d}$ である．式 (2.31) を用いて MS エンベロープを表すと，基準 MS エンベロープが

$$\widehat{I}_0^R(z, t, \omega_c) = \frac{1}{2\pi t_M} \int_{-\infty}^{\infty} d(t_M\omega_d) e^{-it_M\omega_d \frac{t-z/\alpha_0}{t_M}} \frac{1}{\sqrt{\cos s_0}} \quad (2.33)$$

x 成分の MS エンベロープが

$$\widehat{I}_{x_0}(z, t, \omega_d) = \frac{4\alpha_0}{z} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d(t_M\omega_d) e^{-it_M\omega_d \frac{t-z/\alpha_0}{t_M}} \frac{\tan s_0}{s_0 \sqrt{\cos s_0}} \quad (2.34)$$

と書ける．基準 MS エンベロープの時間積分は伝播距離に依存せず， $\int_{z/\alpha_0}^{\infty} \widehat{I}_0^R dt = 1$ である．入射 MS エンベロープを (2.29) としたため，MS エンベロープは $[s^{-1}]$ の次元を持つ．式 (2.33) と (2.34) から，エンベロープの時間変化は t_M で規格化でき，基準 MS エンベロープの振幅は $1/t_M$ に比例し， x 成分の MS エンベロープは t_M に依らないことがわかる．また，基準 MS エンベロープの振幅は z^{-2} に比例し， x 成分の MS エンベロープは z^{-1} に比例する． x 成分の振幅は z 成分の MS エンベロープに対して小さいため， z 成分の振幅は，この近似の範囲ではほぼ z^{-2} に比例すると考えてよい (図 2.3)．

S 波入射の場合

S 波入射の場合には，ポテンシャル B を (2.6) と同様に z 方向に伝播する平面波の重ね合わせによって記述し，その際の平面波の振幅を用いて (2.8) によって二周波数相互相関関数を定義する．このとき，(2.6) において $k_0 = \omega/\beta_0$ と置き換える．P 波入射の場合と同様の議論によって，S 波入射の場合の二周波数相互相関関数の支配方程式は

$$\partial_{z_0}\Gamma_2 + i\frac{\omega_d}{2k_c^2\beta_0}\partial_{x_d}^2\Gamma_2 + k_c^2[A(0) - A(x_d)]{}_0\Gamma_2 = 0 \quad (2.35)$$

となる．ここで， $k_c = \omega_c/\beta_0$ である．基準 MS エンベロープは (2.27) において α_0 を β_0 に置き換えたものであり， x 成分と z 成分の MS エンベロープは，P 波入射の場合の x 成分と z 成分を入れ替えたものとなる．つまり，S 波入射の場合の x 成分の MS エンベロープは (2.26)， z 成分は (2.25) において， α_0 を β_0 に置き換えたものとなる．

2.1.2 角度スペクトル

速度不連続境界における透過係数や反射係数はエンベロープを構成する地震波の入射角に依存するため、今後、速度不連続があるランダム媒質におけるエンベロープを導出するためには、その直下での散乱波の角度分布を求める必要がある。そこで、二周波数相互相関関数を x 座標でフーリエ変換した角度スペクトル

$${}_0\tilde{\Gamma}_2(k_x, z, \omega_d, \omega_c) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx_d e^{-ik_x x_d} {}_0\Gamma_2(x_d, z, \omega_d, \omega_c) \quad (2.36)$$

を導入する (Korn and Sato, 2005)。角度スペクトルを用いると、(2.25) は

$$\hat{I}_{x0}(z, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-k_c}^{k_c} dk_x \frac{k_x^2}{k_c^2} \hat{I}_0^A(k_x, z, t; \omega_c), \quad (2.37)$$

(2.26) は

$$\hat{I}_{z0}(z, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-k_c}^{k_c} dk_x \left(1 - \frac{k_x^2}{k_c^2}\right) \hat{I}_0^A(k_x, z, t; \omega_c) \quad (2.38)$$

と書き換えることができる。ここで、時間領域の角度スペクトルとして、 \hat{I}_0^A を

$$\hat{I}_0^A(k_x, z, t; \omega_c) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-z/\alpha_0)} {}_0\tilde{\Gamma}_2(k_x, z, \omega_d, \omega_c) \quad (2.39)$$

と定義した。いま、 $\theta = \sin^{-1}(k_x/k_c)$ とすると、(2.37) と (2.38) に現れる角度スペクトルの係数は

$$\begin{cases} \frac{k_x^2}{k_c^2} = \sin^2 \theta \\ 1 - \frac{k_x^2}{k_c^2} = \cos^2 \theta \end{cases} \quad (2.40)$$

と書き表すことができる。 θ は x 成分の波数 k_x の波の進行方向を表すため、(2.37) と (2.38) は、それぞれ角度スペクトルを x 方向と z 方向に射影したものを全波数で積分した表現となっている。したがって、角度スペクトルは散乱波強度の進行方向の角度分布を示すものだと解釈できる。いま、 $ak_c \gg 1$ としているため、一つ一つの散乱波は平面波とみなすことができる。式 (2.37) と (2.38) において、積分範囲を $-k_c$ から k_c としたのは、角度スペクトルの物理的な意味を保つためである。デルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスが $a = 10$ km, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8$ km/s, $\beta_0 = 4.5$ km/s で特徴付けられるガウス型ランダム媒質に鉛直入射したとき、伝播距離 $z = 100$ km における時間領域の角度スペクトル (2.39) のスナップショットと、無限媒質中でのベクトル波エンベロープを図 2.4 に示す。角度スペクトルは、初動到達直後には 0° にピークを持つ鋭い分布を示すが、時間が経過するにつれ、分布が広くなり、ピークが大きな角度へと移動していることがわかる。このことは、初動からピーク付近では、エンベロープは小さい角度の散乱波で構成されているが、時間の経過とともに相対的に大きな角度を持つ散乱波によって構成されるようになることを示している。しかし、大部分のエネルギーは、大きくてもせいぜい 30° 程度の角度を持った波によって運ばれていることがわかる。エンベロープを構成する地震波が時間とともに変化するため、速度不連続境界の影響も時間とともに変化すると予想される。

2.2 速度不連続が存在する場合のエンベロープ合成

2.2.1 平面波パルス入射の場合

マルコフ近似では、 $ak_c \gg 1$ を仮定しており、ランダム媒質内では P 波と S 波の変換散乱は小さいため、P 波と S 波を独立に扱うことができる。しかし、速度不連続境界を考えることによって、境界における P 波と S 波の変換波を考慮する必要がある。ここでは、手順を簡単に説明するために、 $z = z_1 = 50$ km に速度境界が存

在し, $z_2 = 100$ km に自由表面が存在する, 2 層のランダム不均質構造 (図 2.5a,b) を考え, z_2 におけるエンベロープの合成方法を説明する. 両層とも $a = 10$ km, $\varepsilon = 0.05$ で特徴付けられるガウス型ランダム媒質とし, $\alpha_{10} = 7.8$ km/s, $\beta_{10} = 4.5$ km/s, $\alpha_{20} = 6.0$ km/s, $\beta_{20} = 3.5$ km/s とする. ここで, 下付きの添え字の 10 と 20 は, それぞれ第 1 層 (下層) と第 2 層 (上層) における平均値を表す. 平面 P 波, もしくは平面 S 波が $z < 0$ から $z \geq 0$ へ鉛直入射する場合を考える. 計算手順を, 第 1 層, 速度境界, 第 2 層, 自由表面と 4 つの部分に分けて記す.

(i) 第 1 層 ($0 \leq z < z_1$): デルタ関数型の強度をもった平面波パルスが入射する場合を考え, P 波の場合は $\widehat{I}_{z0}(z=0, t; \omega_c) = \delta(t)$, S 波の場合は $\widehat{I}_{x0}(z=0, t; \omega_c) = \delta(t)$ であり, 二周波数相互相関関数の初期条件はいずれの場合も ${}_0\Gamma_2(x_d, z=0, \omega_c, \omega_d) = 1$ となる. この条件の下で支配方程式 (2.21) を解き, $z = z_1$ における二周波数相互相関関数 ${}_0\Gamma_2(x_d, z_1, \omega_d, \omega_c)$ を求める. 媒質がガウス型ランダム媒質の場合, 解析解 (2.31) を用いることが可能である.

(ii) 速度境界 ($z = z_1$): FFT を用いて, 角度スペクトル $\widetilde{{}_0\Gamma_2}(k_x, z_{1-}, \omega_d, \omega_c)$ を計算する. ここで, z_{1-} は z_1 の直下を示す. いま, $ak_c \gg 1$ を仮定しているため, z 方向への波動場の変化はゆるやかであり, 特に速度不連続境界の直下では, 散乱波を平面波の重ね合わせであるとみなし, 平面波入射の場合の透過係数, 変換係数を角度スペクトルに掛ける. 平面 P 波パルス入射のとき, 透過 P 波に対して P 波から P 波への透過係数 $|\dot{P}\dot{P}(k_x)|^2$, 変換 S 波に対して P 波から S 波への変換係数 $|\dot{P}\dot{S}(k_x)|^2$ を角度スペクトルに掛ける. ここで, \dot{P}, \dot{S} はそれぞれ, z の正の向きに進む P 波と S 波を表しており, 速度不連続境界に到達する度に文字を加えていく. つまり, $\dot{P}\dot{P}$ は PP 透過波, $\dot{P}\dot{S}$ は P 波から S 波に変換されて透過する波を表す. z の負の方向へ進む P 波と S 波は, それぞれ \dot{P} と \dot{S} と表す. 同様にして平面 S 波パルス入射の場合, 透過 S 波に対して $|\dot{S}\dot{S}(k_x)|^2$, 変換 P 波に対して $|\dot{S}\dot{P}(k_x)|^2$ を角度スペクトルに掛けることにより, 境界直上における角度スペクトルを求める.

$$\widetilde{{}_0\Gamma_2}(k_x, z_{1+}, \omega_d, \omega_c) = \begin{cases} |\dot{P}\dot{P}(k_x)|^2 {}_0\widetilde{\Gamma}_2(k_x, z_{1-}, \omega_d, \omega_c) & \text{PP 透過波} \\ |\dot{P}\dot{S}(k_x)|^2 {}_0\widetilde{\Gamma}_2(k_x, z_{1-}, \omega_d, \omega_c) & \text{PS 変換波} \\ |\dot{S}\dot{S}(k_x)|^2 {}_0\widetilde{\Gamma}_2(k_x, z_{1-}, \omega_d, \omega_c) & \text{SS 透過波} \\ |\dot{S}\dot{P}(k_x)|^2 {}_0\widetilde{\Gamma}_2(k_x, z_{1-}, \omega_d, \omega_c) & \text{SP 変換波} \end{cases} \quad (2.41)$$

z_{1+} は z_1 の直上を示す. これらの透過・変換係数は, 境界の上下の平均速度, 平均密度, そして入射角に依存し, 解析的に求めることができる (Aki and Richards, 2002). P 波入射における透過係数, 反射係数を図 2.6 に示す. 臨界角が現れる場合には, それ以下の角度のみを考える.

(iii) 第 2 層 ($z_1 \leq z < z_2$): $\widetilde{{}_0\Gamma_2}(k_x, z_{1+}, \omega_d, \omega_c)$ を k_x に関して逆フーリエ変換し, 二周波数相互相関関数 ${}_0\Gamma_2(x_d, z_{1+}, \omega_d, \omega_c)$ を求める. これを初期条件として, 二周波数相互相関関数の支配方程式 (2.21) を $z = z_2$ まで解く. いま, 伝播過程における P 波と S 波の変換散乱は無視しているため, P 波と S 波は独立に解く. このとき, 第 2 層において P 波として伝播する場合には $k_c = \omega_c/\alpha_{20}$, S 波の場合には $k_c = \omega_c/\beta_{20}$ とする. この定義を用いることにより, 速度境界におけるスネル則が考慮されている.

(iv) 自由表面 ($z = z_2$): 自由表面直下において, (iii) で求めた二周波数相互相関関数を FFT を用いて角度スペクトル $\widetilde{{}_0\Gamma_2}(k_x, z_2, \omega_d, \omega_c)$ に変換する. 角度スペクトルに自由表面におけるそれぞれの成分の増幅係数を掛け, 全波数で積分することによって, 走時ゆらぎのない場合の MS エンベロープを得る. つまり, 速度境界直下と同様に, 波動場は平面波の重ねあわせで表現できるとし, (2.37) と (2.38) に現れる角度ス

ベクトルの射影項を，P 波の場合には自由表面における x 成分の増幅率

$$|u_h^P| = \left| \frac{2\beta_{20}^2 \tan 2\psi \sin 2\theta \sin \theta + 2\alpha_{20}\beta_{20} \cos \psi \sin 2\theta}{\beta_{20}^2 \tan 2\psi \sin 2\theta + \alpha_{20}^2 \cos \psi} \right| \quad (2.42)$$

と z 成分の増幅率

$$|u_v^P| = \left| \frac{2\alpha_{20}^2 \cos 2\psi \cos \theta + 2\alpha_{20}\beta_{20} \sin \psi \sin 2\theta}{\beta_{20}^2 \tan 2\psi \sin 2\theta + \alpha_{20}^2 \cos \psi} \right| \quad (2.43)$$

に置き換えることによって，自由表面上でのエンベロープを表現する (Emoto *et al.*, 2010)．ここで， θ は入射角であり， $\psi = \sin^{-1}(\beta_{20} \sin \theta / \alpha_{20})$ は自由表面において P 波から S 波に変換される S 波の反射角である．つまり，自由表面での x 成分の MS エンベロープは

$$\widehat{I}_{x0}^F(z, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-k_c}^{k_c} dk_x |u_h(k_x)|^2 \widehat{I}_0^A(k_x, z, t; \omega_c) \quad (2.44)$$

と記述でき， z 成分は

$$\widehat{I}_{z0}^F(z, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-k_c}^{k_c} dk_x |u_v(k_x)|^2 \widehat{I}_0^A(k_x, z, t; \omega_c) \quad (2.45)$$

となる． $|u_h(k_x)|$ と $|u_v(k_x)|$ は入射角に依存し，解析的に表現でき (例えば，Pujol, 2003)，図 2.7a に示す．比較のため，無限媒質の場合の射影項を 4 倍したのもを示す．鉛直成分は射影項を 4 倍したものとほぼ等しいが，水平成分は入射角が大きくなると両者に違いが生じている．自由表面に S 波が入射する場合には， x 成分の増幅率

$$|u_h^S| = \left| \frac{2\alpha_{20}\beta_{20} \sin \psi \sin 2\theta \cos 2\theta + 2(\alpha_{20}^2 - 2\beta_{20}^2 \sin^2 \psi) \cos \theta \cos 2\theta}{\beta_{20}^2 \sin 2\psi \sin 2\theta + (\alpha_{20}^2 - 2\beta_{20}^2 \sin^2 \psi) \cos 2\theta} \right| \quad (2.46)$$

と z 成分の増幅率

$$|u_v^S| = \left| \frac{2\alpha_{20}\beta_{20} \cos \psi \sin 2\theta \cos 2\theta + 2\beta_{20}^2 \sin \theta \sin 2\psi \sin 2\theta}{\beta_{20}^2 \sin 2\psi \sin 2\theta + (\alpha_{20}^2 - 2\beta_{20}^2 \sin^2 \psi) \cos 2\theta} \right| \quad (2.47)$$

を角度スペクトルに掛ける．ここで， θ は自由表面への入射角であり， $\psi = \sin^{-1}(\alpha_{20} \sin \theta / \beta_{20})$ は，自由表面において S 波から P 波に変換される P 波の反射角である．

3 層以上のランダム媒質から構成される場合には，(ii) と (iii) を自由表面に到達するまで繰り返すことによって，エンベロープの合成が可能である．さらに，層境界において反射係数，変換反射係数を角度スペクトルに掛け，再び同じ層を逆方向に伝播させることにより，層境界から逆方向に伝播する波も表現することが可能である．つまり，層境界において，透過，反射，変換のすべてのパターンを考慮し，最終的にすべてを足し合わせることによって，鉛直入射の場合に限られるが，水平成層構造のランダム媒質における波動場を再現することが可能である．

第 1 層において，デルタ関数型強度をもつ平面波パルスの入射を考えた場合，ガウス型ランダム媒質では，最初の境界での二周波数相互相関関数を求める際に解析解を用いることができるが，そうでない場合や第 2 層における伝播を計算するときには，二周波数相互相関関数の支配方程式 (2.21) を数值的に解く必要がある．支配方程式を数值的に解く手法として，Saito *et al.* (2002) によって規格化変数を用いた手法が提案されている．しかし，ここで提案した手法では角度スペクトルを求める必要があり，そのためには x_d 方向に等間隔にサンプルされた二周波数相互相関関数を求めなければならない．このため，本論文では Saito *et al.* (2002) において，支配方程式を数值的に解く際に用いられた規格化した変数は使用せずに，そのままの変数で支配方程式を Crank-Nicolson 法を用いて差分して解く．境界条件は以下のように設定する．

$$\begin{cases} \frac{\partial_0 \Gamma_2}{\partial x_d} \Big|_{x_d=0} = 0, \\ \frac{\partial_0 \Gamma_2}{\partial x_d} \Big|_{x_d=X_d} = 0. \end{cases} \quad (2.48)$$

ここで、 X_d は計算に用いる x_d の最大値である．この境界条件の場合には、Crank-Nicolson 法に現れる行列は三重対角行列となり、LAPACK のようなライブラリを使うことによって高速に計算することが可能である．(2.48) の妥当性を確かめるために、(2.31) で与えられる解析解を用いて計算した MS エンベロープと、上述の手法で数値的に計算した MS エンベロープを比較したものを図 2.8 に示す．ここで、媒質は $a = 5 \text{ km}$, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8 \text{ km/s}$ で特徴付けられるガウス型ランダム媒質を仮定し、入射はデルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスの鉛直入射、伝播距離は $z = 50 \text{ km}$ とした．また、数値計算の際の刻み幅を $\Delta x_d = 0.05 \text{ km}$, $\Delta z = 0.1 \text{ km}$, $\Delta \omega_d = 0.2 \text{ s}^{-1}$ とし、 $X_d = 50 \text{ km}$ とした．解析解と数値解の差は、鉛直成分のピーク値で 1.4%、水平成分のピーク値で 0.7% と小さい値である．

図 2.5a,b によって表される 2 次元ガウス型 2 層ランダム媒質に、デルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスが鉛直入射した場合の速度境界直下と直上における角度スペクトルと MS エンベロープを図 2.9 に示す．図 2.9b を見ると、PP 透過波 ($\acute{P}\acute{P}$) の角度スペクトルは、上層が低速度であるために増幅され、振幅が大きくなっている．また、スネル則によって速度境界において鉛直方向に波線が曲がるため、境界直下の同時刻の角度スペクトルと比べて、分布の幅が狭くなっている様子がわかる．図 2.9c を見ると、PS 変換波 ($\acute{P}\acute{S}$) の角度スペクトルは、ピークが 0° ではなくなっているが、これは PS 変換は回り込んできた P 波によって生じるからである．また、PS 変換波の方が PP 透過波よりも鉛直方向に曲げられるために、角度スペクトルの分布の範囲が、PP 透過波よりも狭くなっている．第 2 層では、この角度スペクトルを二周波数相互相関関数に直したものが初期条件となる．図 2.10 に自由表面上での走時ゆらぎのない場合の MS エンベロープ (2.44), (2.45) を示す．表示している立ち上がりから 1.0s までの範囲では層境界における PS 変換波は到達しないので、PP 透過波のみの表示となっている．比較のために、2 層モデルと平均スローネスが等しい厚さ 100 km, 平均 P 波速度 6.9 km/s の 1 層モデルの場合の MS エンベロープも示す．両者を比較すると、2 層モデルの方が、上層が低速度層であるため、振幅が増幅されていることがわかる．また、図からはわかりにくいですが、鉛直成分のピーク値に対する水平成分のピーク値の比は、2 層モデルの方が 1 層モデルと比べて約 10% 小さくなっている．このことは、下層におけるランダムな速度不均質により散乱されて広がった地震波が、速度境界において鉛直方向に曲げられ、角度分布が狭くなるために、水平成分の励起量が抑えられたと解釈することができる．ここで、走時ゆらぎの効果は後述するように 2 層モデルと 1 層モデルで異なるので注意が必要である．

自由表面が存在することにより、どのような効果が現れるのかを調べるために、図 2.11 に自由表面を考慮した場合 (2.44), (2.45) と考慮しなかった場合 (2.37), (2.38) の走時ゆらぎのない MS エンベロープの比較を示す．図 2.11c を見ると、自由表面によって鉛直成分は時間に依らず、ほぼ一定値で 4 倍に増幅されているが、水平成分の増幅率は時間とともに変化し、MS エンベロープのピーク値は 5.2 倍に増幅され、時間とともに増幅率は減少していく様子がわかる．均質媒質の場合、自由表面に鉛直に P 波が入射した場合、振幅は 2 倍に増幅されるため、二乗振幅は 4 倍になる．また、斜めに入射した場合には、振動方向から決められる見掛けの入射角は、実際の入射角より大きくなるため、水平成分の増幅率が鉛直成分に比べて大きくなっていると考えられる (例えば、斎藤, 2009)．

マルコフ近似によって求めた走時ゆらぎのない場合の MS エンベロープを差分法と比較する際には、走時ゆらぎの効果 (2.22) を畳み込む必要がある．多層のランダム媒質における伝播の場合、着目した相のそれぞれの層での伝播速度を考慮して畳み込めばよい．本節では各層における a と ε は共通としているため、例えば、ガウス型ランダム媒質の 2 層モデルにおける平面 P 波入射の場合の自由表面における PP 透過波に対する周波数領域での走時ゆらぎの効果は

$$w^{PP}(\omega_d) = \exp \left[-\frac{\omega_d^2 \varepsilon^2 a \sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{z_1}{\alpha_{10}^2} + \frac{z_2 - z_1}{\alpha_{20}^2} \right) \right], \quad (2.49)$$

PS 変換波に対しては

$$w^{PS}(\omega_d) = \exp \left[-\frac{\omega_d^2 \varepsilon^2 a \sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{z_1}{\alpha_{10}^2} + \frac{z_2 - z_1}{\beta_{20}^2} \right) \right] \quad (2.50)$$

と表すことができる。つまり、PP 透過波と PS 変換波では、後者の方が走時ゆらぎの効果が大きい。走時ゆらぎは、エンベロープ幅を広げる効果はあるが、エンベロープの時間積分値は変化させない。

2.2.2 円筒波パルス入射の場合

円筒 P 波入射の場合には、円筒座標系を採用し、スカラーポテンシャルを平面波ではなく、以下のように円筒波の重ねあわせとして表現する。

$$\phi(r, \theta, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{U(r, \theta, \omega)}{ik_0 \sqrt{r}} e^{i(k_0 r - \omega t)} \quad (2.51)$$

重ね合わせる円筒波の振幅 U を用いて、平面波入射の場合と同様に異なる θ 、異なる ω において、二周波数相互相関関数を定義する。

$$\Gamma_2(r, \theta', \theta'', \omega', \omega'') \equiv \langle U(r, \theta', \omega') U^*(r, \theta'', \omega'') \rangle \quad (2.52)$$

大局的な進行方向は r 方向としている。後方散乱を無視し、式を変形すると円筒波入射の場合の二周波数相互相関関数の支配方程式は以下のように書ける (Fehler et al., 2000)。

$$\partial_{r0} \Gamma_2 + i \frac{\omega_d}{2\alpha_0 k_c^2 r^2} \partial_{\theta_d}^2 \Gamma_2 + k_c^2 [A(0) - A(r\theta_d)] \Gamma_2 = 0. \quad (2.53)$$

ここで、 $\Gamma_2 = {}_0\Gamma_2 \exp[-\omega_d A(0)r/(2\alpha_0^2)]$ 、 $\theta_d = \theta' - \theta''$ である。 r 成分と θ 成分の MS エンベロープの表現は Sato and Korn (2007) により、それぞれ

$$\hat{I}_{r0}(r, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi r} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-r/\alpha_0)} \left[\left(1 + \frac{1}{r^2 k_c^2} \partial_{\theta_d}^2 \right) {}_0\Gamma_2(r, \theta_d, \omega_d, \omega_c) \right]_{\theta_d=0} \quad (2.54)$$

と

$$\hat{I}_{\theta 0}(r, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi r} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-r/\alpha_0)} \left[-\frac{1}{r^2 k_c^2} \partial_{\theta_d}^2 {}_0\Gamma_2(r, \theta_d, \omega_d, \omega_c) \right]_{\theta_d=0} \quad (2.55)$$

と与えられており、基準 MS エンベロープは

$$\hat{I}_0^R(r, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi r} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-r/\alpha_0)} {}_0\Gamma_2(r, \theta_d = 0, \omega_d, \omega_c) \quad (2.56)$$

である。

ガウス型ランダム媒質

ガウス型ランダム媒質の場合、デルタ関数型強度をもつ円筒波パルス入射 (${}_0\Gamma_2(r=0, \theta_d, \omega_d, \omega_c) = 1/(2\pi)$) のときには、Fehler et al. (2000) によって二周波数相互相関関数の解析解が与えられている。

$${}_0\Gamma_2(r, \theta_d, \omega_d, \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{s_0}{\sin s_0}} \exp \left[-\left(\frac{1 - s_0 \cot s_0}{s_0^2} \right) \frac{r^2 \theta_d^2}{a_{\perp}^2} \right] \quad (2.57)$$

ここで、干渉半径 $a_{\perp} = \sqrt{a/(\sqrt{\pi} \varepsilon^2 r k_c^2)}$ であり、 $s_0 = 2e^{i\pi/4} \sqrt{t_M \omega_d}$ 、 $t_M = \sqrt{\pi} \varepsilon^2 r^2 / (2\alpha_0 a)$ である。解析解 (2.57) を用いて MS エンベロープの表現を書き換えると、 θ 成分は

$$\hat{I}_{\theta 0}(r, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi r} \frac{4\alpha_0}{r} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d(t_M \omega_d) e^{-it_M \omega_d(t-r/\alpha_0)} \frac{1 - s_0 \cot s_0}{s_0^2} \sqrt{\frac{s_0}{\sin s_0}} \quad (2.58)$$

となり、基準 MS エンベロープは

$$\hat{I}_0^R(r, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi r} \frac{1}{2\pi t_M} \int_{-\infty}^{\infty} d(t_M \omega_d) e^{-it_M \omega_d(t-r/\alpha_0)} \sqrt{\frac{s_0}{\sin s_0}} \quad (2.59)$$

となる。つまり、幾何減衰を含めて、基準 MS エンベロープは r^{-3} で減衰し、 θ 成分は r^{-2} で減衰する。

角度スペクトル

角度スペクトルは, $x_d = r\theta_d$ と書くことによって

$$\widetilde{{}_0\Gamma}_2(k_x, r, \omega_d, \omega_c) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx_d e^{-ik_x x_d} {}_0\Gamma_2(x_d, r, \omega_d, \omega_c) \quad (2.60)$$

と記述される．これらを時間領域の角度スペクトルを用いた表現に書き換えると, r 成分の走時ゆらぎがない場合の MS エンベロープは

$$\widehat{I}_{r0}(r, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi r} \int_{-k_c}^{k_c} dk_x \left(1 - \frac{k_x^2}{k_c^2}\right) \widehat{I}_0^A(k_x, r, t; \omega_c) \quad (2.61)$$

θ 成分は

$$\widehat{I}_{\theta 0}(r, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi r} \int_{-k_c}^{k_c} dk_x \frac{k_x^2}{k_c^2} \widehat{I}_0^A(k_x, r, t; \omega_c) \quad (2.62)$$

と書き換えることができる．この表現は平面 P 波入射の場合の (2.38) と (2.37) と等価な表現であるため, 角度スペクトルを散乱波強度の角度分布を表すものとして解釈し, 平面波入射の場合と同様の手法によって, 速度不連続境界での接続を行うことができる．円筒波の場合, 波面は曲率を持っているが, 角度スペクトルはこれを無視し, 大局的な進行方向に直交する x_d 軸上で散乱波強度の角度分布と定義し, 物理的な意味を保つために, 積分範囲を $[-k_c, k_c]$ とした．この影響があるかどうかを調べるために, 角度スペクトルを使わない表現 (2.54), (2.55) と, 角度スペクトルを用いた表現 (2.61), (2.62) によって計算した MS エンベロープの比較を図 2.12 に示す．媒質は $a = 5$ km, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8$ km/s で特徴付けられる 2 次元ガウス型ランダム媒質, 入射はデルタ関数型強度をもつ円筒波パルスを変定した．このパラメータの場合では, r 成分, θ 成分ともに両者は非常によく一致しており, 角度スペクトルを曲率を持つ波面ではなく, x_d 軸上の散乱波の角度分布としてみなすことが可能であることがわかる．

平面波入射の場合と異なり, 図 2.13 に示すように, 速度が異なる媒質に円筒波が入射すると, 波面の曲率が変わるため, 見かけの射出点をずらす必要がある．図 2.13a において, 射出点を O , 第 2 層の波面の見かけの射出点を O' とし, O' から点 r_1 までの距離を r'_1 とする．図より $r_1 \tan \theta_1 = r'_1 \tan \theta_2$ が成り立つ．ここで, スネル則より, $\sin \theta_1/v_1 = \sin \theta_2/v_2$ という関係が成り立っているため,

$$r'_1 = \frac{v_1 \cos \theta_2}{v_2 \cos \theta_1} r_1 \quad (2.63)$$

となる．波面が r_1 に到達した直後を考え, $\theta_1 = \theta_2 \approx 0$ とすると (図 2.13b), O' から r_1 までの距離は $r'_1 = (v_1/v_2)r_1$ となる．つまり, 射出点が O から O' に移ったため, 第 2 層における点 r では, r'_1 から第 2 層を $r - r_1$ だけ伝播し, O' からの距離は

$$r' = \frac{v_1}{v_2} r_1 + (r - r_1) \quad (2.64)$$

となる．また, (2.38) と (2.37) の積分の前に現れる $1/(2\pi r)$ は幾何減衰を表す項である．第 2 層にある r における幾何減衰は r_1 において速度が連続な場合は

$$\frac{1}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi r_1} \frac{r_1}{r_1 + (r - r_1)} \quad (2.65)$$

と書ける．右辺は, r_1 までの幾何減衰に, 曲率半径 r_1 をもつ波が $r - r_1$ だけ進んだときの減衰が掛け合わされていると解釈できる．したがって, r_1 に速度不連続境界があり, 曲率半径が r'_1 となり, そこから $r - r_1$ だけ進んだ伝播距離 r における幾何減衰は

$$\frac{1}{2\pi r_1} \frac{r'_1}{r'_1 + (r - r_1)} = \frac{1}{2\pi \left(r_1 + \frac{v_2}{v_1} (r - r_1)\right)} \quad (2.66)$$

となる． n 個の層からなるランダム媒質の場合には同様に考えて，第 n 層にある伝播距離 r における見かけの伝播距離は

$$r' = r'_{n-1} + r - r_{n-1} \quad (2.67)$$

となる．ここで，

$$r'_i \equiv \frac{v_i}{v_{i+1}}(r_i - r_{i-1} + r'_{i-1}) \quad (2.68)$$

と定義した．また，修正された幾何減衰は，

$$\frac{1}{2\pi r_1} \left(\prod_{i=2}^{n-1} \frac{r'_{i-1}}{r'_{i-1} + r_i - r_{i-1}} \right) \cdot \frac{r'_{n-1}}{r'_{n-1} + r - r_{n-1}} \quad (2.69)$$

となる．

2.2.3 差分法との比較

速度不連続と自由表面があるランダム媒質におけるマルコフ近似が波動場を再現できているかどうかを調べるために，2次元ランダム媒質において差分法と比較する．

まず，平面波入射の場合について検証を行う．仮定する媒質は厚さ 50 km のガウス型ランダム媒質からなる 2 層モデルを考える (図 2.5a,b)．差分法に用いる媒質のサイズは， x 方向に 100 km， z 方向に 117 km とし， $-17 \text{ km} \leq z \leq 0 \text{ km}$ は均質媒質， $0 \text{ km} \leq z \leq 100 \text{ km}$ をランダム媒質とする．初期条件として， $z = z_s = -10 \text{ km}$ に，以下で定義される中心周波数が 2 Hz の Küpper ウェーブレット (図 2.5c) の平面 P 波を与える．

$$u(t, z_s) = \begin{cases} \sin \left[4\pi \left(t - \frac{z_s}{\alpha_0} \right) \right] - \frac{1}{2} \sin \left[8\pi \left(t - \frac{z_s}{\alpha_0} \right) \right] & 0 \text{ s} \leq t - \frac{z_s}{\alpha_0} \leq 0.5 \text{ s} \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \quad (2.70)$$

これは，正弦波の一部をなめらかにしたものである． x 方向に 5 km 間隔で 20 個の観測点からなる観測点アレイを，伝播距離 20, 40, 60, 80, 100 km に設置する．100 km の点は自由表面上の観測点である．差分法の精度は空間は 4 次，時間は 2 次とし，スタッガードグリッド法を用いる (例えば，Moczo, 1998)．空間刻みは x 方向， z 方向ともに約 98 m，時間刻みは 5 ms とする．この設定は von Neumann の安定化条件 (Moczo et al., 2000) を満たし，数値分散も無視できる．媒質の左右 ($x = 0, 100 \text{ km}$) は周期境界条件を設定し，上 ($z = 100 \text{ km}$) は自由表面，下 ($z = -17 \text{ km}$) は吸収境界 (Clayton and Engquist, 1977) とする．差分法の場合には密度を用いる必要があるが，密度のゆらぎは速度ゆらぎに比例すると仮定する (Birch 則)．つまり， $\xi = \delta\alpha/\alpha_0 = \delta\beta/\beta_0 = (1/\nu)\delta\rho/\rho_0$ とし，比例定数 ν は 0.8 とする (Sato and Fehler, 1998)．ここでは，下層と上層の平均密度をそれぞれ $\rho_{10} = 3.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ， $\rho_{20} = 2.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とする．なめらかな MS エンベロープを得るために，まず，各伝播距離の観測点アレイの 20 個の 2 乗振幅 (図 2.14a) を平均化する (図 2.14b)．各観測点アレイにおいて観測点間隔は 5 km であり，相関距離 ($a = 10 \text{ km}$) より短い，波形は十分にばらついており，統計的に独立だと仮定する．次に，平均化した 2 乗エンベロープを 100 個の異なる乱数種を用いて生成したランダム媒質におけるシミュレーション結果をすべてスタックして，各伝播距離における最終的な MS エンベロープを作成する (図 2.14c)．どの媒質でも， ξ は不連続境界でも連続としている．マルコフ近似のエンベロープには，走時ゆらぎの効果と Küpper ウェーブレットのエンベロープを畳み込むことで比較する．

すべての伝播距離におけるマルコフ近似と差分法の比較を図 2.15 に示す．下層の 20 km から 40 km を伝播する過程において，ランダム速度不均質による散乱によって振幅が減衰しており，上層の 60 km の観測点では低速層による増幅が見られ，再び 80 km の観測点で減衰するが，自由表面で大きく増幅されている．すべての伝播距離において，マルコフ近似と差分法によるエンベロープの速度境界における PP 透過波 ($\dot{P}\dot{P}$) は，立ち上がりからコーダ部分にまで鉛直成分，水平成分ともによく一致していることがわかる．伝播距離 20 km，40 km の観

測点では、振幅は小さいが、速度境界から反射した P 波 ($\dot{P}\dot{P}$) もよく再現できている。 x 成分に着目すると (図 2.15b), 境界からの反射 S 波 ($\dot{P}\dot{S}$) も再現できている様子がわかる。さらに、伝播距離 60 km の観測点では、PP 透過波が自由表面で反射した P 波 ($\dot{P}\dot{P}\dot{P}$) が z 成分に顕著に現れ、マルコフ近似と差分法はよく一致していることがわかる。PP 透過波のコーダ部分に重なっているが、境界での PS 変換波 ($\dot{P}\dot{S}$) も x 成分に現れている (図 2.15b)。また、伝播距離 80 km の観測点では、速度境界における PP 透過波が自由表面で反射した P 波 ($\dot{P}\dot{P}\dot{P}$) とともに、自由表面で S 波に変換されて反射したもの ($\dot{P}\dot{P}\dot{S}$) もマルコフ近似と差分法のエンベロープはよく一致している。このときの自由表面における反射係数と変換係数は図 2.7b に示される。PP 反射波係数 $|\dot{P}\dot{P}|^2$ は、小さい入射角では 1 に近い値のため、マルコフ近似で計算する前方散乱の範囲では、自由表面を考慮せず、すべての角度において 100% 反射を仮定して計算しても、自由表面からの反射 P 波の計算は、ある程度の精度を持って可能であると思われる。しかし、自由表面で S 波に変換されて戻る波 ($\dot{P}\dot{P}\dot{S}$) は、本論文で提案した手法でなければ再現することはできない。伝播距離 100 km の自由表面上の観測点では自由表面による増幅がよく再現され、さらに x 成分を拡大図 (図 2.15b) を見ると、境界での PS 変換波 ($\dot{P}\dot{S}$) も再現できている様子がわかる。

次に、円筒波入射の場合の検証を行う。図 2.16 に示す 2 層構造のガウス型ランダム媒質を考える。媒質のサイズは 200×200 km, $z = 125$ km を速度境界とし、P 波の等方震源を $(x, z) = (100, 50)$ km に設定する。震源から鉛直方向に 25, 50, 75, 100, 125, 150 km 離れた位置に観測点を設置する。伝播距離 75 km の観測点までが下層に存在し、150 km の観測点は自由表面上に設置する。震源には中心周波数が 2 Hz の Ricker ウェーブレットを力として与える。差分法によってなめらかな MS エンベロープを得るために、300 個の異なるランダム媒質におけるシミュレーション結果をスタックする。マルコフ近似には走時ゆらぎの効果を畳み込み、初期強度波形として、 $2\pi r |u_r(r)|^2$ を畳み込む。ここで、 $u_r(r)$ は震源近傍の距離 r における r 方向の振幅を示す。すべての伝播距離における差分法とマルコフ近似との比較を図 2.17 に示す。伝播距離 75 km まで散乱によって振幅は減少し、速度境界を通過した伝播距離 100 km では、低速度層の影響で振幅が増幅され、125 km で再び散乱によって減衰し、150 km で自由表面により増幅されている。マルコフ近似は、すべての距離において波形の特徴を再現でき、立ち上がりからコーダ部分まで差分法とよく一致していることがわかる。平面波入射の場合 (図 2.15) と比較して、円筒波入射の場合は水平成分を拡大すると、差分法とマルコフ近似の差が目立つ。特に自由表面では数十 % 程度異なるが、この差は全体のエネルギーからすると数 % 程度であるため、全体としてマルコフ近似はよく成立していると言える。

2.2.4 3次元の場合

これまで、2次元ランダム媒質における理論を構築してきたが、3次元の場合の修正点に関して述べる。まず、平面 P 波入射の場合、スカラーポテンシャルを振幅 $U(\mathbf{x}_\perp, z, \omega')$ の平面波の重ね合わせで展開し、異なるトランスバース平面内の 2 点 (\mathbf{x}'_\perp, z) , (\mathbf{x}''_\perp, z) , 異なる周波数 ω' , ω'' の U の相関として二周波数相関関数を定義する。ここで、 $\mathbf{x}_\perp = (x, y)$ であり、大局的な進行方向 (z 方向) に直交する面である。2次元の場合と同様の議論により、後方散乱を無視することによって、二周波数相互相関関数の支配方程式は

$$\partial_z {}_0\Gamma_2 + i \frac{\omega_d}{2\alpha_0 k_c^2} \nabla_{\perp d}^2 {}_0\Gamma_2 + k_c^2 [A(0) - A(r_{\perp d})] {}_0\Gamma_2 = 0 \quad (2.71)$$

と記述される (Sato, 2006)。ここで、 $r_{\perp d} = |\mathbf{x}_{\perp d}|$, $\mathbf{x}_{\perp d} = \mathbf{x}'_\perp - \mathbf{x}''_\perp$, $\nabla_{\perp d}^2 = \partial_{x_d}^2 + \partial_{y_d}^2$ である。角度スペクトルをトランスバース面内において、次のように定義する。

$$\widetilde{{}_0\Gamma_2}(\mathbf{k}_\perp, z, \omega_c, \omega_d) \equiv \iint_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x}_{\perp d} e^{-i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{x}_{\perp d}} {}_0\Gamma_2(\mathbf{x}_{\perp d}, z, \omega_c, \omega_d) \quad (2.72)$$

ここで, $\mathbf{k}_\perp = (k_x, k_y)$ はトランスバース面内の座標 $x_{\perp d}$ に対応する波数である．いま, 規格化した波の極性方向を示すベクトルを $\mathbf{p} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ と定義すると, x 成分の MS エンベローブは

$$\widehat{I}_{x0}^P(z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_x)^2 \widehat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, z, t; \omega_c) \quad (2.73)$$

z 成分は

$$\widehat{I}_{z0}^P(z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_z)^2 \widehat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, z, t; \omega_c) \quad (2.74)$$

と書ける．ここで, $k_\perp = |\mathbf{k}_\perp|$ である．ここでは等方なランダム媒質を考えているため, $\widehat{I}_{y0}^P = \widehat{I}_{x0}^P$ である．式 (2.74) を導く際に, $\langle \nabla_\perp^2 U' \nabla_\perp^2 U''^* \rangle_{\mathbf{x}'=\mathbf{x}''} \ll 1$ と仮定した．式 (2.73) と (2.74) より, 速度境界において, 角度スペクトルに透過, 変換, 反射係数を掛けることによって二周波数相互相関関数を接続することが可能である．つまり, i 番目の速度境界において, 上向きに入射する P 波を考えると, 速度境界直上における角度スペクトルは

$${}_0\widetilde{\Gamma}_2(\mathbf{k}_\perp, z_{i+}, \omega_d, \omega_c) = \left| \dot{P}X \right|^2 {}_0\widetilde{\Gamma}_2(\mathbf{k}_\perp, z_{i-}, \omega_d, \omega_c) \quad (2.75)$$

と表される．ここで, 係数における X は, 透過 P 波, 透過 S 波, 反射 P 波, 反射 S 波に応じて, $\dot{P}, \dot{S}, \dot{P}, \dot{S}$ が入る．自由表面 ($z = Z$) では, *Emoto et al.* (2010) より, x 成分と y 成分の MS エンベローブは

$$\begin{aligned} \widehat{I}_{x0}^{PF}(Z, t; \omega_c) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp |u_h^P|^2 \frac{k_x^2}{k_\perp^2} \widehat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, Z, t; \omega_c) \\ &= \widehat{I}_{y0}^{PF}(Z, t; \omega_c) \end{aligned} \quad (2.76)$$

z 成分は

$$\widehat{I}_{z0}^{PF}(Z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp |u_v^P|^2 \widehat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, Z, t; \omega_c) \quad (2.77)$$

と記述される．ここで, $|u_h^P|, |u_v^P|$ は 2 次元の場合と等しく, x 成分に現れている係数は, $k_x^2/k_\perp^2 = \cos^2 \varphi$ であり, 水平成分へ射影した角度スペクトルを x 成分に射影する係数である．

次に平面 S 波入射の場合を考える．いま, 入射 S 波の振動方向は, $\mathbf{p} = (1, 0, 0)$ とする．等方的なランダム媒質の場合, 波線が曲げられても振動方向は $x - z$ 平面内に保たれる．また \mathbf{p} は常に進行方向に直交するため, 伝播過程において, 振動方向は

$$\mathbf{p} = \frac{1}{N(\theta, \varphi)} (\cos \theta, 0, -\sin \theta \cos \varphi) \quad (2.78)$$

と書ける．ここで, $N(\theta, \varphi) = \sqrt{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \cos^2 \theta}$ は \mathbf{p} を規格化する係数である．図 2.18 に示すように, r, θ, φ 方向の単位ベクトル $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$ を導入し, $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta) = -\cos \varphi / \cos \theta \sin \varphi (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\varphi)$ の関係を用いると,

$$(\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 + (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\varphi)^2 = 1 \quad (2.79)$$

となる．この表現式から, $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2$ と $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\varphi)^2$ は, それぞれ SV 波と SH 波へエネルギーを分配する係数とみなすことができる．無限媒質における MS エンベローブを, この表現を用いて記述すると, x 成分は

$$\widehat{I}_{x0}^S(z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp N^2(\theta, \varphi) \left[(\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\varphi)^2 + \left(1 - \frac{k_\perp^2}{k_c^2}\right) (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 \right] \widehat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, z, t; \omega_c) \quad (2.80)$$

z 成分は

$$\widehat{I}_{z0}^S(z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp N^2(\theta, \varphi) \frac{k_\perp^2}{k_c^2} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 \widehat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, z, t; \omega_c) \quad (2.81)$$

となる． y 方向へは振動しないため, 常に $\widehat{I}_{y0}^S = 0$ である．ここで, $1 - k_\perp^2/k_c^2$ と k_\perp^2/k_c^2 は, それぞれ SV 波を x 成分と z 成分へ射影する係数である．(2.80) は唯一の表現ではないが, 物理的に自然な表現である．(2.81)

における角度スペクトルの係数は，SH 波に対する z 成分への射影項が 0 と解釈することができるので，第 i 番目の速度境界において二周波数相互相関関数を接続する際には，

$${}_0\tilde{\Gamma}_2(\mathbf{k}_\perp, z_{i+}, \omega_d, \omega_c) = N^2(\theta, \varphi) \left[|S'_H X|^2 (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\varphi)^2 + |S'_V X|^2 (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 \right] {}_0\tilde{\Gamma}_2(\mathbf{k}_\perp, z_{i-}, \omega_d, \omega_c) \quad (2.82)$$

と記述される．ここで， X には，透過 S 波，透過 P 波，反射 S 波，反射 P 波に応じて， \dot{S} , \dot{P} , \dot{S} , \dot{P} が入り， $|S_H X|$ と $|S_V X|$ は，それぞれ SH 波と SV 波に対応する係数である．例えば，入射する波の振幅を 1 とした場合， $|S'_H \dot{S}|$ は透過する SH 波の振幅であり， $|S'_V \dot{S}|$ は透過する SV 波の振幅である．自由表面 ($z = Z$) では，*Emoto et al.* (2010) により， x 成分の MS エンベロープは，

$$\hat{I}_{x0}^{SF}(Z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp N^2 \left[4(\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\varphi)^2 + |u_h^S|^2 (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 \right] \hat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, Z, t; \omega_c) \quad (2.83)$$

z 成分は

$$\hat{I}_{z0}^{SF}(Z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp N^2 |u_v^S|^2 (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 \hat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, Z, t; \omega_c) \quad (2.84)$$

となる．(2.83) に現れる因子 4 は，SH 波エネルギーの自由表面における増幅率である．デルタ関数型強度を持つ平面波パルスが 3 次元ガウス型ランダム媒質に入射した場合，無限媒質における MS エンベロープは *Sato* (2006) により解析解が与えられており，その際の MS エンベロープを図 2.19a に示す．入射する平面波パルスを $\delta(t)$ としているため，MS エンベロープの次元は $[s^{-1}]$ となる．

3 次元球面 P 波入射の場合には，2 次元円筒波入射の場合と同様に，スカラーポテンシャルを球面波によって展開し，その振幅によって二周波数相互相関関数を定義する．後方散乱を無視することによって，二周波数相互相関関数の支配方程式は

$$\partial_{r_0} \Gamma_2 + i \frac{\omega_d}{2\alpha_0 k_c^2 r^2} \left(\partial_{\theta_d}^2 + \frac{1}{\theta_d} \partial_{\theta_d} \right) {}_0\Gamma_2 + k_c^2 [A(0) - A(r_{\perp d})] {}_0\Gamma_2 = 0 \quad (2.85)$$

となる (*Saito et al.*, 2002)．角度スペクトルは， $\mathbf{x}_\perp = r\theta_d(\cos \varphi, \sin \varphi)$ として，平面波入射の場合と同様に定義する．すると，無限媒質中での MS エンベロープは， x, y 成分が

$$\begin{aligned} \hat{I}_{x0}^P(z, t; \omega_c) &= \frac{1}{(2\pi r)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_x)^2 \hat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, z, t; \omega_c) \\ &= \hat{I}_{y0}^P(z, t; \omega_c) \end{aligned} \quad (2.86)$$

z 成分が

$$\hat{I}_{z0}^P(z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi r)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_z)^2 \hat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, z, t; \omega_c) \quad (2.87)$$

と書ける．係数以外は平面波の場合と等しい表現であるため，速度境界での接続，自由表面上でのエンベロープの導出も平面波のととき同様の手続きによって行うことができる．ただし，2 次元円筒波入射の場合と同様に，速度境界において波面が変わることを考慮した修正が必要である．3 次元の場合の幾何減衰 $1/(2\pi r)^2$ は，(2.69) を二乗したものに修正する．

3 次元球面 S 波入射の場合はベクトルポテンシャルを球面波で展開し，P 波の場合と同様に速度不連続に伴うスネル則を考慮した支配方程式の計算を行い，MS エンベロープは， x 成分が

$$\hat{I}_{x0}^S(z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi r)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp N^2(\theta, \varphi) \left[(\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\varphi)^2 + \left(1 - \frac{k_\perp^2}{k_c^2} \right) (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 \right] \hat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, z, t; \omega_c) \quad (2.88)$$

z 成分が

$$\hat{I}_{z0}^S(z, t; \omega_c) = \frac{1}{(2\pi r)^2} \iint_{k_\perp \leq k_c} d\mathbf{k}_\perp N^2(\theta, \varphi) \frac{k_\perp^2}{k_c^2} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 \hat{I}_0^A(\mathbf{k}_\perp, z, t; \omega_c) \quad (2.89)$$

となる．いま，平面 S 波入射の場合と同様に $x - z$ 面内での振動を考えているため， y 成分の MS エンベロープは常にゼロである．これらの表現は，係数以外は平面 S 波入射の場合と等しい表現であるため，境界での接続，

自由表面上でのエンベロープ導出は，平面 S 波入射の場合と同様の手続きによって行うことができる．そして，幾何減衰項を球面 P 波入射の場合と同様に補正を行うことにより，ランダム層構造におけるエンベロープ合成が可能である．デルタ関数型強度を持つ球面波が 3 次元ガウス型ランダム媒質に入射した場合には，無限媒質における MS エンベロープは *Sato* (2007) により解析解が与えられており，その際の MS エンベロープを図 2.19b に示す．デルタ関数型強度を持つ球面 P 波パルス入射の場合は

$$\widehat{I}_{z0}^P(z=0, t; \omega_c) = \frac{1}{4\pi r^2} \delta(t) \quad (2.90)$$

であり，球面 S 波パルスの場合は

$$\widehat{I}_{x0}^S(z=0, t; \omega_c) = \frac{1}{4\pi r^2} \delta(t) \quad (2.91)$$

とするため，MS エンベロープの次元は $[\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}]$ となる．

2.3 マルコフ近似の適用範囲

マルコフ近似によるエンベロープ導出の過程には， $|\xi| \ll 1$ ， $ak_c \gg 1$ ， $k_d \ll k_c$ といった様々な仮定を用いている．この中でも， $ak_c \gg 1$ という短波長近似は前方散乱近似として，放物型方程式の導出と後方散乱を無視するために必要な条件である．等方的なランダム媒質では，*Przybilla and Korn* (2008) や *Emoto et al.* (2010) によって，波長が相関距離と同程度かそれ以下のときにマルコフ近似が成り立つことが差分法との比較により示された．非等方なランダム媒質を伝播する地震波は，伝播する方向によりエンベロープ拡大などの散乱現象の現れ方が異なる．*Sato* (2008) では，3 次元非等方ガウス型ランダム媒質でマルコフ近似を用いてエンベロープを解析的に導出することに成功し，伝播方向による違いを示した．本研究では 2 次元非等方ガウス型ランダム媒質におけるマルコフ近似の適用範囲を，差分法と *Sato* (2008) による理論エンベロープ（2 次元に修正）を比較することによって調べる．

まず，二次元ガウス型ランダム媒質を特徴付ける自己相関関数 $R(\mathbf{x})$ は次のように記述される．

$$R(\mathbf{x}) = \varepsilon^2 \exp\left(-\frac{x^2}{a_x^2} - \frac{z^2}{a_z^2}\right) \quad (2.92)$$

ここで， a_x と a_z は，それぞれ x 方向と z 方向の相関距離である．平面 P 波パルス入射を考え，入射方向 (z 方向) は自己相関関数の長軸もしくは短軸に平行な方向に選ぶ．等方的な場合の (2.6) と同様にスカラーポテンシャルを平面波で展開し，二周波数相互相関関数を (2.8) によって定義すると，二周波数相互相関関数は以下の放物型方程式に従う．

$$\partial_z {}_0\Gamma_2 + i \frac{\omega_d}{2k_c^2 \alpha_0} \partial_{x_d}^2 {}_0\Gamma_2 + k_c^2 \varepsilon^2 a_z \sqrt{\pi} \left(\frac{x_d}{a_x}\right)^2 {}_0\Gamma_2 = 0 \quad (2.93)$$

ここで， ${}_0\Gamma_2$ は走時ゆらぎを取り除いた二周波数相互相関関数であるが，非等方ランダム媒質の場合の走時ゆらぎの項は次のように記述される．

$$w(\omega_d) = \exp\left[-\frac{\omega_d^2 \varepsilon^2 a_z \sqrt{\pi} z}{2\alpha_0^2}\right] \quad (2.94)$$

デルタ関数型強度を持つ平面波パルス入射の場合，二周波数相互相関関数の解析解は 3 次元ランダム媒質において，*Sato* (2008) によって求められており，2 次元の場合には， z 方向の相関距離 a_z と y 方向の相関距離 a_y の比の極限 $a_z/a_y \rightarrow 0$ を取ることにより

$$\begin{aligned} {}_0\Gamma_2(x_d, z, \omega_c, \omega_d) &= \frac{1}{\sqrt{\cos s_0}} \exp\left(-\frac{2\alpha_0 k_c^2 t_M \tan s_0}{z s_0} x_d^2\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\cos s_0}} \exp\left(-\frac{\tan s_0}{s_0} \frac{x_d^2}{a_\perp^2}\right) \end{aligned} \quad (2.95)$$

と得られる．このとき，エンベロープ幅を特徴付ける t_M は，

$$t_M = \frac{\sqrt{\pi}\varepsilon^2 z^2 a_z}{2\alpha_0 a_x^2} \quad (2.96)$$

となる．式 (2.95) は等方的な場合の (2.31) と等しい表現であり，基準 MS エンベロープや x 成分の MS エンベロープが等方的な場合と同様に，(2.33) と (2.34) と書けるため，それぞれの成分の MS エンベロープは，2 次元等方ガウス型ランダム媒質の場合と同様に，図 2.3 のように特徴付けられる．ただし， t_M の定義は等方的な場合の (2.32) とは異なることに注意が必要である．ここで， $a_x > a_z$ の場合， t_M が等方的な場合と比べて小さくなるため，エンベロープの幅が狭くなり，振幅は大きい．つまり，散乱の影響が弱くなる．一方， $a_x < a_z$ の場合には， t_M が大きくなるために，エンベロープ幅が大きくなり，また， x 成分の励起量も大きくなり，散乱減衰の影響も大きい． x 成分と z 成分の MS エンベロープの和は基準エンベロープ (2.27) であるため，時間積分は

$$\int_{z/\alpha_0}^{\infty} (\hat{I}_{x0} + \hat{I}_{z0}) dt = \int_{z/\alpha_0}^{\infty} \hat{I}_0^R dt = 1 \quad (2.97)$$

となり，伝播距離に依存しない．一方， x 成分の MS エンベロープの時間積分値は

$$\int_{z/\alpha_0}^{\infty} \hat{I}_{x0} dt = \frac{4\alpha_0 t_M}{z} = \frac{2\sqrt{\pi}\varepsilon^2 z a_z}{a_x^2} \quad (2.98)$$

となる (Sato, 2008) ．

具体例として， $a_x = 10$ km, $a_z = 5.0$ km, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8$ km/s で与えられる媒質 (図 2.20a) において差分法とマルコフ近似を比較する．差分法で用いる媒質は， x 方向に 100 km, z 方向に 146 km の 2 次元媒質とする． -19 km $\leq z \leq 0$ km は均質媒質とし， 0 km $\leq z \leq 127$ km の非等方ガウス型ランダム不均質媒質に鉛直に平面 P 波を入射させる．平面 P 波の初期波形は，中心周波数が 2 Hz の Küpper ウェーブレットとし， $z = -10$ km に設定する．媒質の左右 ($x = 0, 100$ km) は周期境界条件を設定し，上下 ($z = -19, 127$ km) は吸収境界とする．観測点は $z = 25, 50, 75, 100$ km の伝播距離に，それぞれ x 方向に 5 km 刻みで 20 個の観測点アレイを設置する．なめらかな MS エンベロープを得るために，まずそれぞれの伝播距離の観測点アレイにおいて平均二乗振幅を求める．相関距離，ゆらぎの大きさを保ったまま，乱数種を変えて 100 回シミュレーションを行い，すべてのシミュレーションの平均二乗振幅を，それぞれの伝播距離においてスタックし，最終的な MS エンベロープを求める．差分法によるエンベロープとマルコフ近似によるエンベロープを比較するために，求めた MS エンベロープに，走時ゆらぎの効果と入射波の 2 乗振幅を畳み込む．入射 Küpper ウェーブレット (2.70) の二乗の時間積分値は 0.3 であるため，畳み込んだ後の MS エンベロープの x 成分と z 成分の和は伝播距離に依らず 0.3 となる．図 2.21 に， $a_x = 10$ km, $a_z = 5.0$ km, $\varepsilon = 0.05$ のガウス型ランダム媒質の場合のマルコフ近似と差分法の MS エンベロープの比較を示す．両者はすべての伝播距離において x 成分も z 成分もよく一致している．図 2.21b の拡大図を見ると，1 s から 1.5 s 後から経過時間とともに差分法によるエンベロープがマルコフ近似によるエンベロープよりも大きくなっている様子がわかる．これは，マルコフ近似では後方散乱・広角散乱が取り込まれていないが，差分法には含まれているためだと考えられる．

次に， $a_x = 5.0$ km, $a_z = 10$ km, $\varepsilon = 0.05$ のガウス型ランダム媒質 (図 2.20b) の場合について，マルコフ近似と差分法の MS エンベロープの比較を図 2.22 に示す．全体として振幅が減衰していく様子や，エンベロープ幅拡大現象の再現はできているが，図 2.21 の場合と比べると，差分法とマルコフ近似との差が大きい． $a_z > a_x$ の場合， t_M が大きくなるため， x 成分の励起量が大きくなり，またエンベロープ拡大が大きくなるため，マルコフ近似がうまく成り立っていない可能性がある．また，図 2.23a に $(a_x, a_z) = (10, 5.0)$ km の場合，図 2.23b に $(a_x, a_z) = (5.0, 10)$ km の場合のそれぞれの伝播距離における MS エンベロープの x 成分と z 成分の和の時間積分値と x 成分の z 成分に対する励起量を示す． $(a_x, a_z) = (10, 5.0)$ km の場合は，2 成分和の積分値が伝播距離に依らず初期値と等しく， x 成分の励起量もマルコフ近似から推定される値 (2.98) と等しいのに対し，

$(a_x, a_z) = (5.0, 10)$ km の場合には, 2 成分和の積分値が初期値より大きくなり, また x 成分の励起量がマルコフ近似の予想よりも小さくなっている. この理由として, $(a_x, a_z) = (5.0, 10)$ km の場合には, 後方・広角散乱が強いのと同時に, 全反射による低速度ゆらぎでのエネルギーのトラップが生じている可能性がある.

マルコフ近似が成立するためには, $a_x k_c \gg 1, a_z k_c \gg 1$, そして $\varepsilon^2 a_z z / a_x^2 \ll 1$ を満たす必要がある. 前者 2 つは, 前方散乱近似が成立し, 変換散乱を無視するために必要な条件であり, 3 つ目の条件は, $k_c a_\perp \ll 1$ と置き換えることができる. ここで, a_\perp は干渉半径と呼ばれ, $a_\perp \equiv a_x / \sqrt{\sqrt{\pi} \varepsilon^2 a_z k_c^2 z}$ と定義される (Sato, 2008). この条件は, x 成分のエネルギーの励起量が十分小さいということと等価である. マルコフ近似では, 散乱が強くと, 伝播距離が大きくなると, x 成分の励起量が大きくなりすぎ, z 成分の MS エンベロープのコーダ振幅が負になってしまう. 平面 P 波入射の場合, $t - z/\alpha_0 > z/(4\alpha_0)$ となると, MS エンベロープが負になり, これはマルコフ近似の限界を示している (Sato and Korn, 2007). 半無限等方ガウス型ランダム媒質において平面 P 波入射の場合, Emoto et al. (2010) は, 差分法と比較することにより, 以下の適用範囲を示した.

$$\begin{cases} ak_c \geq 8 \\ \varepsilon^2 \leq (0.1 \sim 0.2)a/z \end{cases} \quad (2.99)$$

この条件を満たしていれば, 鉛直成分の MS エンベロープのピーク値のマルコフ近似と差分法の差が 6.5% 以下で一致する.

無限非等方ガウス型ランダム媒質において, マルコフ近似の適用範囲を調べるために, $z = 100$ km, $\varepsilon = 0.05$ と固定し, a_x と a_z を, それぞれ 2.5, 5.0, 10 km と変化させ, マルコフ近似と差分法の比較を行う. 入射は中心周波数 2 Hz の平面 P 波の Küpper ウェーブレットとした. $z = 100$ km に 20 個設置した観測点を, 100 個のランダム媒質の実現値で平均化し, MS エンベロープを得た. 比較するマルコフ近似には, Küpper ウェーブレットの 2 乗振幅と走時ゆらぎを畳み込んだ. マルコフ近似と差分法による MS エンベロープの比較を図 2.24 に示す. a_z が大きくなると t_M が大きくなり, エンベロープ幅が大きくなる. $(a_x, a_z) = (2.5, 2.5)$ km, $(2.5, 5.0)$ km, $(2.5, 10)$ km の場合, 最大振幅もそのときの時刻もマルコフと差分法のエンベロープの間に大きな差がある. $(a_x, a_z) = (5.0, 10)$ km の場合, 最大振幅の到達時刻は同じであるが, 振幅は異なる. マルコフ近似と差分法のエンベロープの一致具合を示す指標として, 最大値の相対的な差 $\left| \hat{I}_{z_{\max}}^M - \hat{I}_{z_{\max}}^F \right| / \hat{I}_{z_{\max}}^F$ を用いる. ここで, 上付きの添え字 M, F は, それぞれマルコフ近似と差分法によるエンベロープを示しており, 下付きの z_{\max} は z 成分の最大値を意味する. $(a_x, a_z) = (5.0, 5.0)$ km の場合, マルコフ近似は差分法よりも少し小さく, $\left| \hat{I}_{z_{\max}}^M - \hat{I}_{z_{\max}}^F \right| / \hat{I}_{z_{\max}}^F = 11\%$ である. 一方, $(a_x, a_z) = (10, 2.5)$ km の場合, マルコフ近似は差分法よりも少し小さいが, やはり $\left| \hat{I}_{z_{\max}}^M - \hat{I}_{z_{\max}}^F \right| / \hat{I}_{z_{\max}}^F = 11\%$ である. 試したすべての場合をまとめると, 無限非等方ガウス型ランダム媒質の場合, 以下の条件

$$\begin{cases} a_z k_c \geq 4.0 \\ a_x k_c \geq 8.1 \\ \varepsilon^2 \leq 0.05 \frac{a_x^2}{a_z z} \end{cases} \quad (2.100)$$

を満たすとき(図 2.24 の赤枠内), マルコフ近似は 11% の誤差精度で成り立つ. これは, 等方ガウス型ランダム媒質の場合の条件 (2.99) と比べると, ε に対して厳しい条件となっているが, この原因としては, a_x が a_z よりも小さい場合にはマルコフ近似のエンベロープの再現性が悪いためだと考えられる. 例えば, $(a_x, a_z) = (5.0, 10)$ km の場合, $a_x k_c = 8.1, a_z k_c = 16, \varepsilon^2 a_z z / a_x^2 = 0.1$ であり, (2.99) を満たしているが, マルコフ近似と差分法の MS エンベロープの間には大きな差がある.

2.4 議論

2.4.1 伝播距離依存性

2.3 節では、ランダム媒質の非等方性がマルコフ近似の適用範囲にどのような影響を与えるのかを 2 次元平面 P 波入射 (z 方向) の場合について調べた。その際に適用範囲を特徴付けるパラメータとして、 x 成分の励起量である $\varepsilon^2 a_z z / a_x^2$ を用いた。このパラメータには伝播距離 z が含まれるが、 z は固定していた。過去にマルコフ近似の適用範囲を調べた研究でも、伝播距離依存性については触れていない (例えば, *Emoto et al.*, 2010; *Przybylla and Korn*, 2008)。そこで、特に伝播距離が短い場合について、マルコフ近似と差分法を比較することによって、その依存性を調べる。仮定する媒質は $a = 10$ km, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8$ km/s, $\beta_0 = 4.5$ km/s で特徴付けられる 2 次元ガウス型ランダム媒質とし、中心周波数 2 Hz の Küpper ウェーブレットの平面 P 波の鉛直入射を考える。この場合、 $ak_c = 16$ である。観測点を $z = 5, 10, 15, 20, 25$ km に x 方向に各 20 個配置し、100 個の異なるランダム媒質においてスタックする。マルコフ近似と差分法を比較したものを図 2.25 に示す。全体のエネルギーとしては、 z 成分からわかるように、どの距離においても両者はよく一致している。長い伝播距離 ($z = 50, 75, 100$ km) の場合は、マルコフ近似は差分法と x 成分、 z 成分ともによく一致している。しかし、特に $z = 5$ km においては、初期波形の Küpper ウェーブレットの形が残っており、他の距離と比較して一致度は悪い。伝播距離が長くなるにつれ、よりよい一致具合を示すようになる。 x 成分のみで議論してもこの傾向は同様であり、伝播距離が長くなるにつれてマルコフ近似と差分法の差は小さくなっている。各距離における $\varepsilon^2 z / a$ の値は、 $1.3 \times 10^{-3}, 2.5 \times 10^{-3}, 3.8 \times 10^{-3}, 5.0 \times 10^{-3}, 6.3 \times 10^{-3}, 1.3 \times 10^{-2}, 1.9 \times 10^{-2}, 2.5 \times 10^{-2}$ であり、いずれの距離においても $\varepsilon^2 z / a \leq (0.1 \sim 0.2)$ (*Emoto et al.*, 2010) や、(2.100) を満たしている。 $|\hat{I}_{z\max}^M - \hat{I}_{z\max}^F| / \hat{I}_{z\max}^F \leq 10\%$ であるため、11% 以内の精度で成り立つとした (2.100) とは矛盾しないが、伝播距離が短すぎると x 成分の再現が悪くなる。マルコフ近似の導出過程 (2.10) において、大局的な進行方向 (z 方向) の刻み幅として、 Δz を導入した際に、 $\Delta z > a$ としているため、伝播距離は a より大きくなければならない。また、 $z = 5$ km においては、(2.19) を導く際に、 $A(0) \sim A(x_d)$ とした近似や、ガウス型ランダムの場合の支配方程式 (2.28) を導く際の $x_d^2 \ll a^2$ という近似が破綻しているものと考えられる。したがって、より現実的な速度構造を考えるためには、層厚を薄くして層の数を増やす必要があるが、層の厚さには注意が必要である。図 2.25 を見ると、少なくとも相関距離よりも伝播距離が長くなければならないことがわかる。また、今後さらにマルコフ近似を発展させ、背景速度が連続的に変化するランダム媒質におけるエンベロープ合成を行う際にも、このことに注意する必要があるだろう。

2.4.2 数値計算の精度

二周波数相互相関関数の支配方程式の解析解は、ガウス型ランダム媒質において、デルタ関数型の強度をもつ平面波もしくは球面波が入射する場合にのみ存在している。そのため、ガウス型ランダム媒質においても、第 2 層以降は数値的に支配方程式を解く必要がある。本論文では、Crank-Nicolson 法を用いて支配方程式を差分化し、数値的に解いている。Crank-Nicolson 法は陰解法であるため、常に安定であり、十分な精度でエンベロープを計算することができている。しかし、ScS 波のような長距離を伝播する波を再現する場合には、計算の精度が問題になることが考えられる。そこで、 $a = 8$ km, $\varepsilon = 0.5\%$, $\alpha_0 = 8.0$ km/s, $\beta_0 = 6.5$ km/s によって特徴付けられる 3 次元ガウス型ランダム媒質にデルタ関数型球面 S 波パルスが入射する場合を考え、解析解 (*Sato*, 2007) (図 2.19b) と Crank-Nicolson 法による数値解を比較する (図 2.26)。伝播距離は $r = 5000$ km とし、数値計算における r 方向、 θ 方向、 ω_d の刻みは、それぞれ $\Delta r = 0.1$ km, $\Delta \theta = 0.0002$ rad, $\Delta \omega_d = 0.03$ s⁻¹ とし、計算領域のサイズは $N_{\omega_d} = 100$, $N_\theta = 8000$ とした。このとき、 x 成分の MS エンベロープは解析解と数値解がよく一

致している．しかし，詳細に見ると，コーダ部分で両者に差が生じている．また数値解は時刻 0 において，二乗振幅が負になっている．このことは， ω_d 領域における刻みや計算のサイズが十分でないことを示唆している． z 成分は x 成分に比べると非常に振幅は小さいが，拡大してみると，解析解と数値解には大きな差が生じている． z 成分の数値解は解析解の 1.74 倍になっている．この両者の差は x 成分の振幅からすると 1% に満たない量であるが，ベクトル波を用いた解析を行う場合には注意が必要である．ただし， x 成分に比べて z 成分のピークが遅れる特徴は数値解でも再現できている．これは， z 成分はランダム不均質の影響によって回り込む S 波によって励起されてるためである．長距離を伝播するベクトル波エンベロープの絶対振幅を議論するためには，より精度が高く，かつ高速であり安定した手法を開発していかなければならない．

2.5 まとめ

本章では，ランダム不均質媒質の相関距離より地震波の波長が小さい状況において，マルコフ近似に基づいたエンベロープ導出を行った．角度スペクトルに着目することにより，背景速度に不連続境界が存在する 2 次元ガウス型ランダム媒質において，マルコフ近似に基づくベクトル波エンベロープ合成法を提案した．速度境界で角度スペクトルの表現を用いて二周波数相互相関関数を接続し，自由表面において増幅率をかけるとこにより，エンベロープを導出した．平面 P 波の鉛直入射を考え，上に低速度層が存在する場合には，速度境界の影響で振幅が増幅され，スネル則によって波線が曲げられることにより水平成分の励起量が小さくなるといった効果を取り入れることが可能となった．自由表面では，鉛直成分と水平成分によって増幅率が異なるため，ベクトル波を用いた解析を行う際には自由表面の効果を正しく取り入れる必要があることがわかった．2 次元ガウス型ランダム媒質の速度境界において変換係数や反射係数をつけることによって，水平成層構造における波動場をマルコフ近似に基づいて再現した．この妥当性を弾性体の運動方程式の差分解と比較することで確かめた．この手法はガウス型以外のランダム媒質や，円筒波の場合，3 次元の場合へと拡張可能である．速度構造を取り入れることができたため，鉛直方向に伝播する地震波のエンベロープ解析から，ランダム不均質構造の深さ方向の分解が可能となる．また，非等方な 2 次元ガウス型ランダム媒質において，解析解に基づくマルコフ近似の MS エンベロープと差分法を比較することにより，マルコフ近似の適用範囲を求めた．この結果，鉛直入射する平面 P 波の場合には，水平方向の相関距離と鉛直方向の相関距離の比が特に重要であることがわかった．

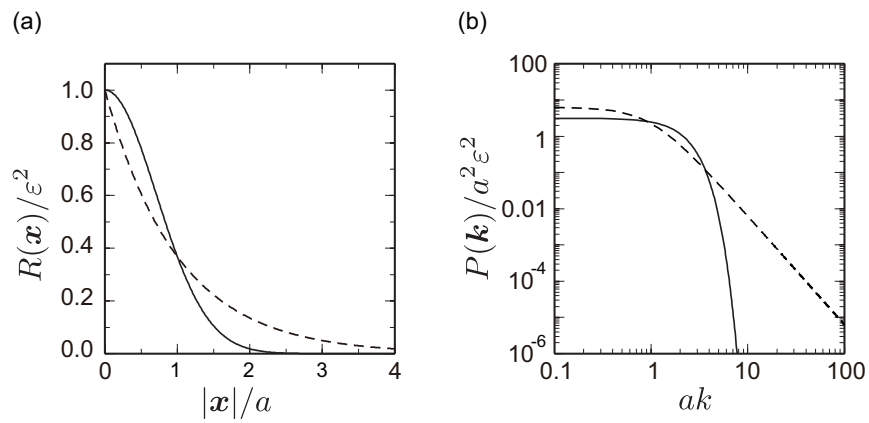


図 2.1 2次元ガウス型ランダム媒質と指数関数型ランダム媒質の (a) 自己相関関数と (b) パワースペクトル密度．実線がガウス型，破線が指数関数型を表す．

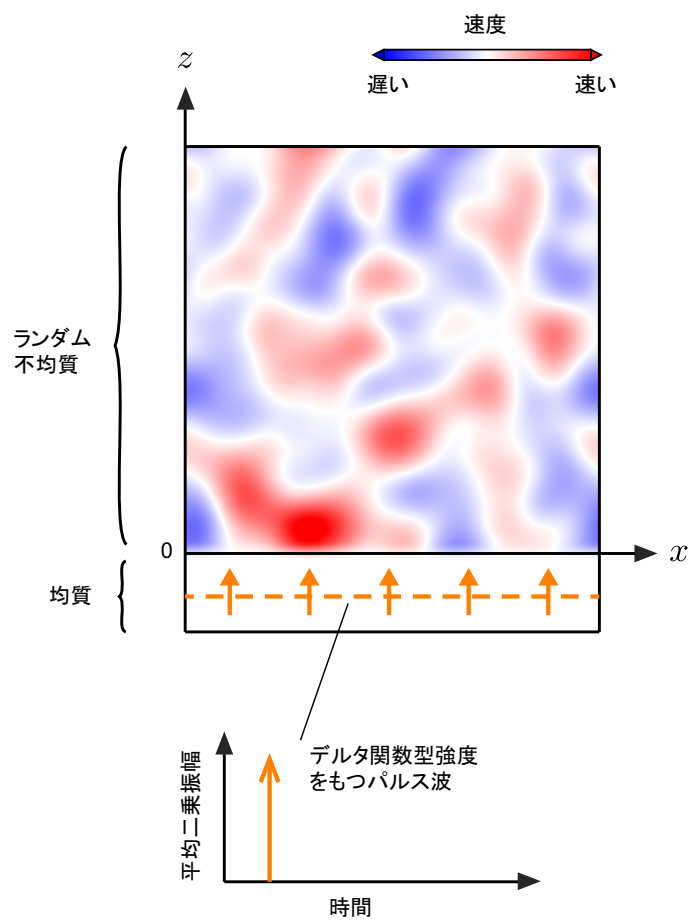


図 2.2 2次元ランダム媒質にデルタ関数型の強度を持つ平面波パルスが入射する場合の概念図。

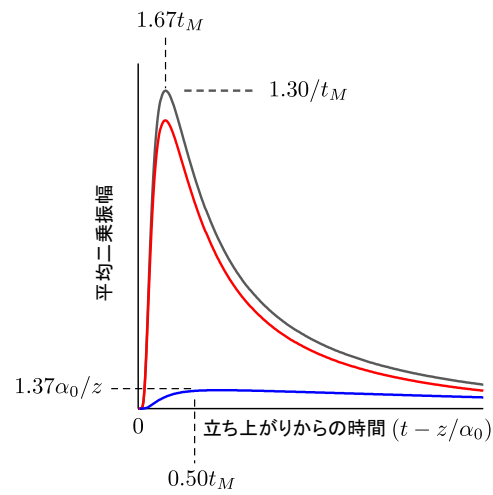


図 2.3 2次元ガウス型ランダム媒質にデルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスが入射したときの基準 MS エンベロープ (黒色) と z 成分 (赤色), x 成分 (青色) の MS エンベロープ.

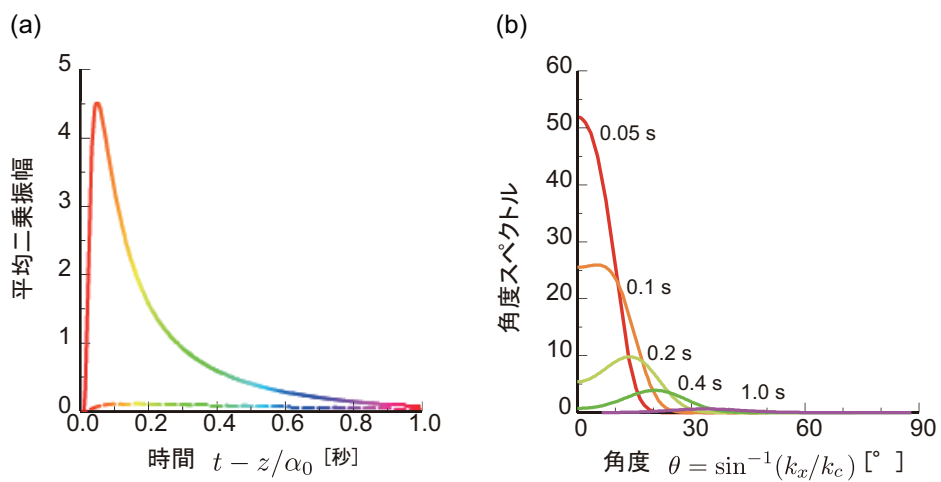


図 2.4 (a) $a = 10 \text{ km}$, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8 \text{ km/s}$ で特徴付けられる 2 次元ガウス型ランダム媒質において，デルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスが入射したときの $z = 100 \text{ km}$ における MS エンベロープ．実線が z 成分，破線が x 成分を表す．(b) 角度スペクトルの時間変化．線の色は (a) と (b) で同じ時刻に対応している．角度スペクトルは入射角に対して偶関数であるため，入射角が正の部分のみを示す．

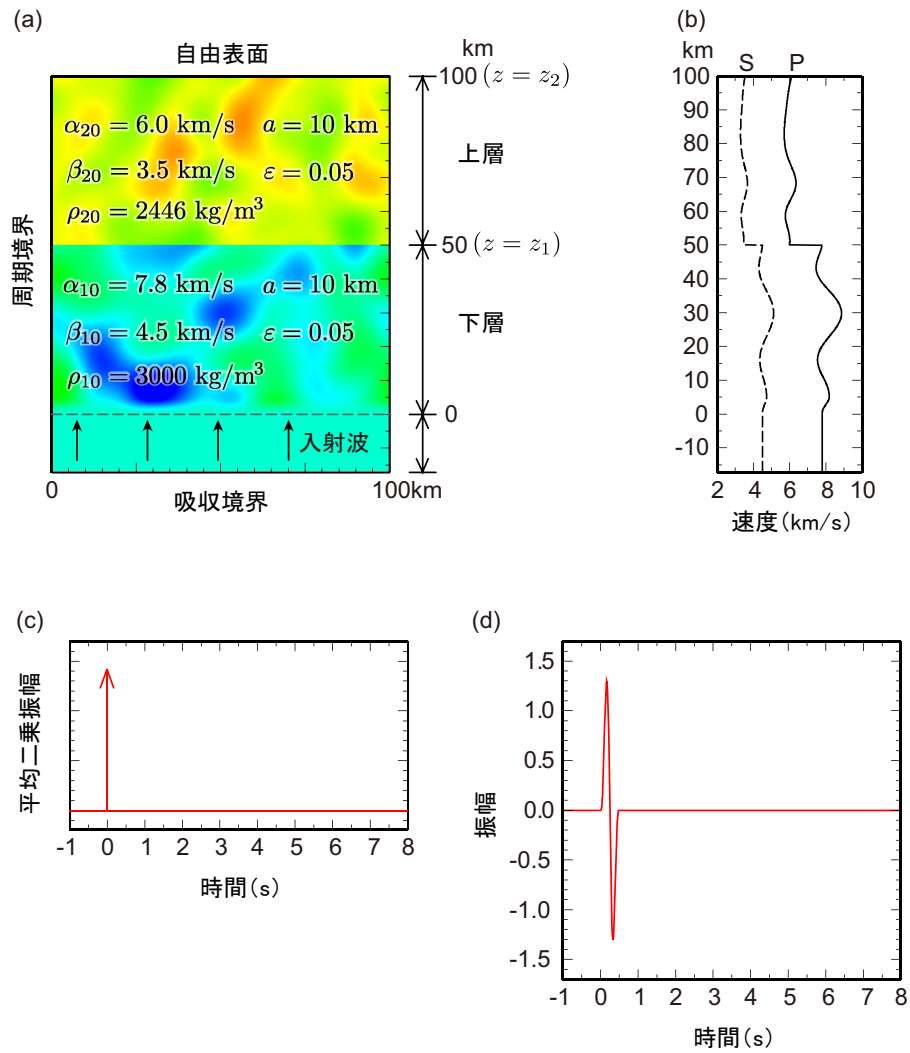


図 2.5 (a) 計算に用いる 2 次元 2 層ガウス型ランダム媒質 . (b) z 方向の速度構造の例 . (c) デルタ関数型強度を持つパルス . (d) 中心周波数が 2 Hz の Küpper ウェーブレット (2.70) .

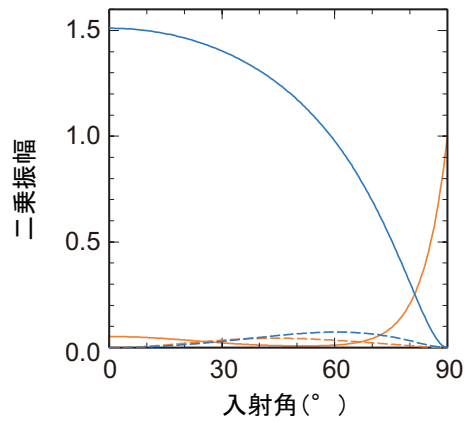


図 2.6 P 波入射の場合の速度境界 ($z = z_1 = 50 \text{ km}$) における 2 乗した透過係数と反射係数．水色の実線が透過 P 波 ($|\hat{P}P|^2$)，破線が透過 S 波 ($|\hat{P}S|^2$) であり，橙色の実線が反射 P 波 ($|\hat{P}P|^2$)，破線が反射 S 波 ($|\hat{P}S|^2$) である．

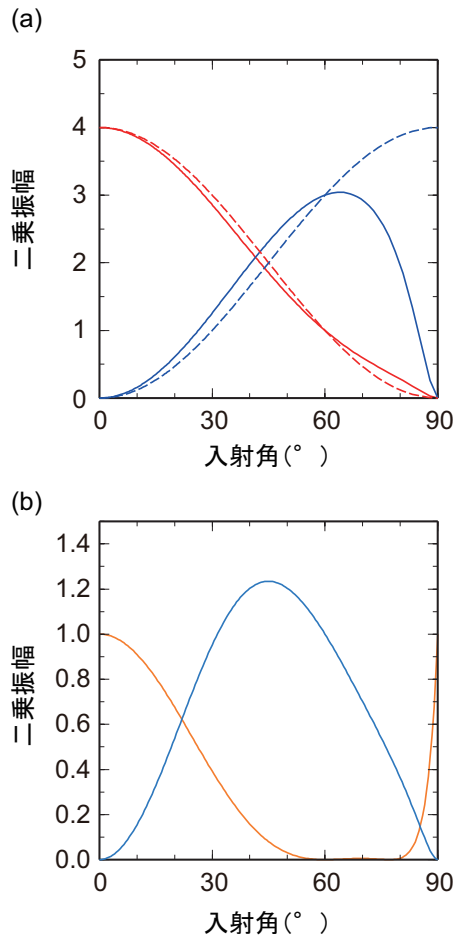


図 2.7 (a) 自由表面 $z = z_2 = 100 \text{ km}$ における水平方向 (青色) と鉛直方向 (赤色) の増幅係数 (実線) の 2 乗と無限媒質における射影項を 4 倍したもの (破線). (b) 自由表面における $\hat{P}\hat{P}$ 反射係数 (水色) と $\hat{P}\hat{S}$ 変換係数 (橙色) の 2 乗. いずれの場合も平面 P 波入射を仮定し, $\alpha_0/\beta_0 = \sqrt{3}$ を仮定している.

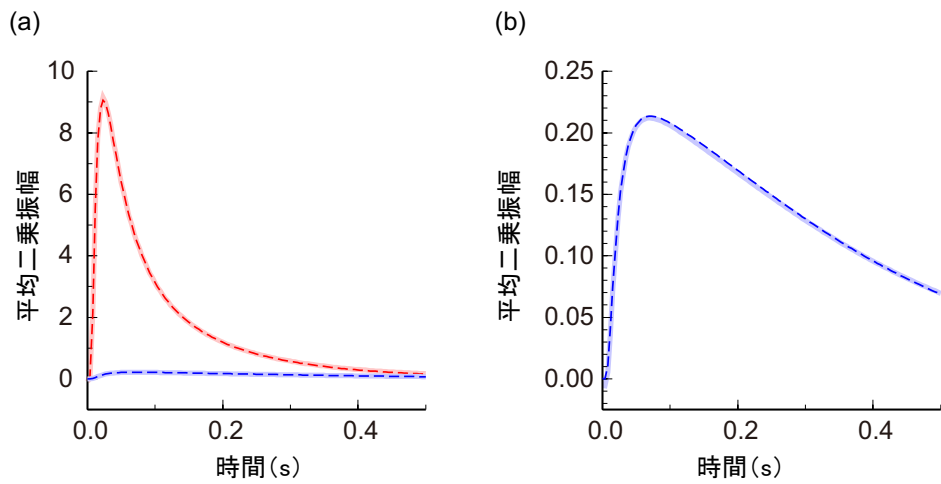


図 2.8 (a) $a = 5 \text{ km}$, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8 \text{ km/s}$ で特徴づけられる 2 次元ガウス型ランダム媒質において $z = 50$ における MS エンベロープを (2.48) に基づいて数値的に解いたもの (破線) と解析解から計算したものの (実線) の比較. 入射はデルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスの鉛直入射を仮定. 赤色が z 成分, 青色が x 成分を表す. 数値計算の刻み幅は本文を参照. (b) x 成分の MS エンベロープの拡大図.

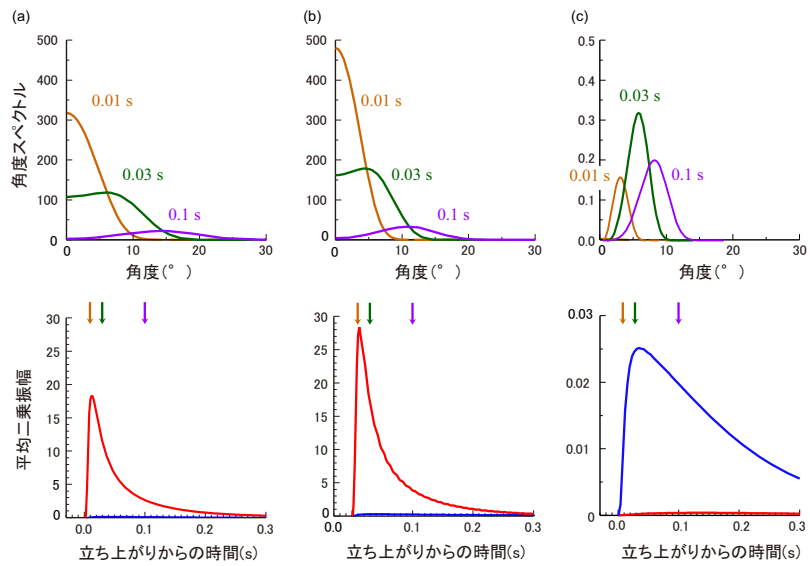


図 2.9 図 2.5a のランダム媒質の速度不連続境界 ($z = z_1 = 50 \text{ km}$) における角度スペクトル (上段) と MS エンベロープ (下段). 角度スペクトルは, 入射角に対して偶関数であるため, 入射角が正の部分のみ示す. (a) 速度不連続境界直下における P 波. (b) 速度不連続境界直上における透過 $\hat{P}\hat{P}$ 波. (c) 速度不連続境界直上における変換 $\hat{P}\hat{S}$ 波.

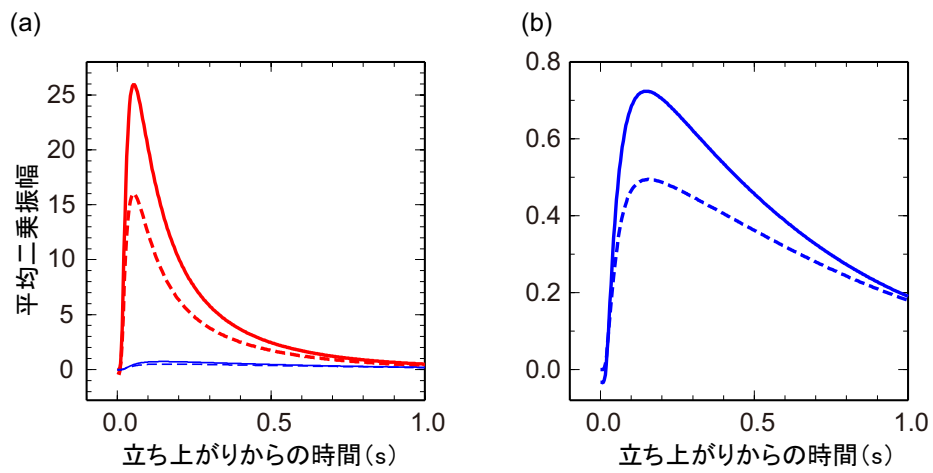


図 2.10 (a) 図 2.5a のランダム媒質において、デルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスが入射したときの $\dot{P}\dot{P}$ 透過波の自由表面 ($z = z_2 = 100$ km) での鉛直成分 (赤色) と水平成分 (青色) の MS エンベロープ (実線). 比較のために、同じ平均スローネスをもつ $a = 10$ km, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 6.9$ km/s で特徴付けられる単層ガウス型ランダム媒質の自由表面 ($z = 100$ km) における MS エンベロープを破線で示す. (b) 水平成分の拡大図.

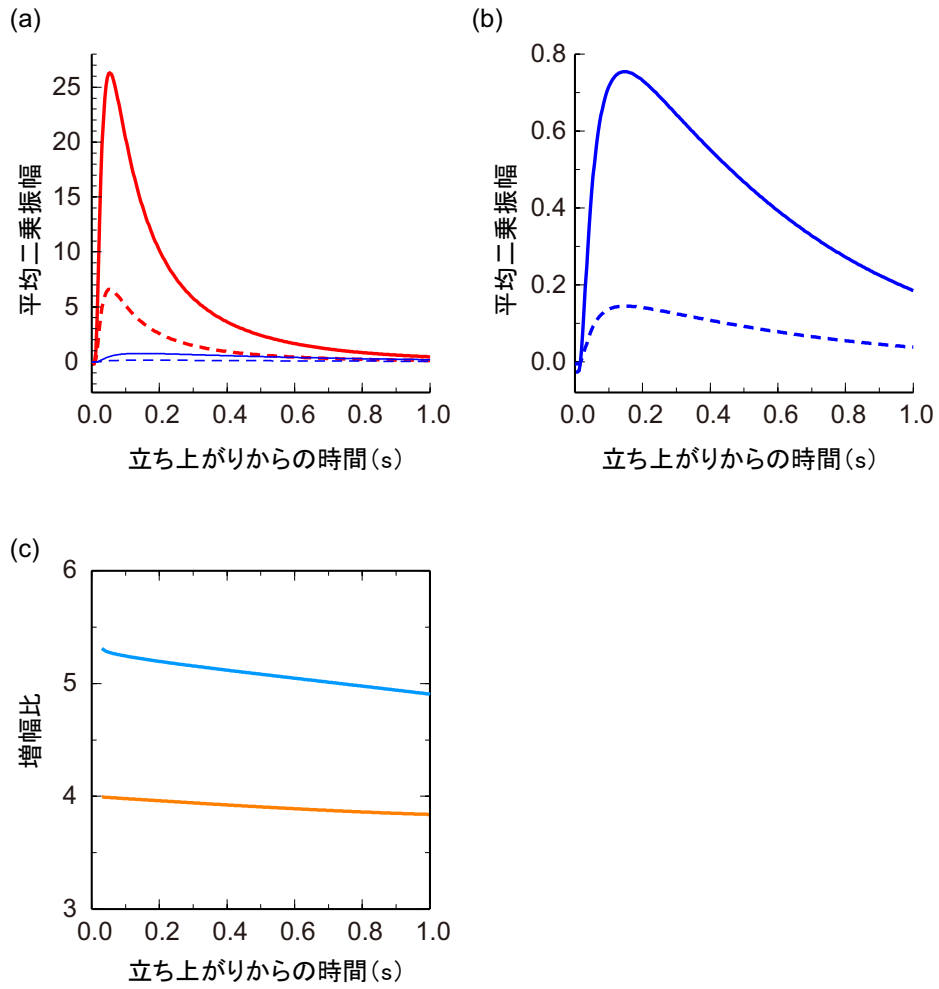


図 2.11 (a) 図 2.5a のランダム媒質の自由表面 ($z = z_2 = 100$ km) において、デルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスが入射したときの $\dot{P}\dot{P}$ 透過波の自由表面での鉛直成分 (赤色) と水平成分 (青色) の MS エンベロープ (実線) と、自由表面を考慮しない場合 (破線). (b) 水平成分の拡大図. (c) 自由表面を考慮した場合の MS エンベロープと考慮しない場合の二乗振幅比. 橙色が鉛直成分, 水色が水平成分を表す.

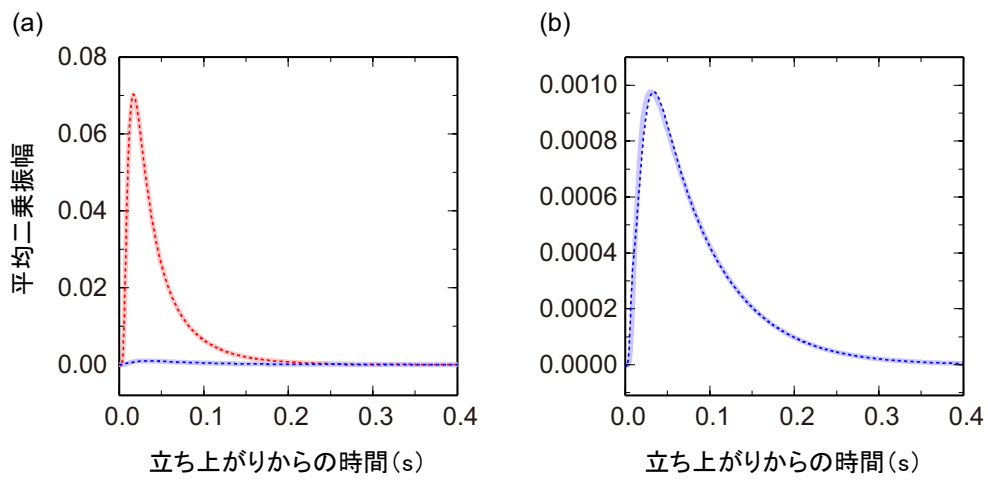


図 2.12 (a) $a = 5 \text{ km}$, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8 \text{ km/s}$ で特徴付けられる 2 次元ガウス型ランダム媒質において, デルタ関数型強度をもつ円筒 P 波パルス入射を仮定したときの二周波数相互相関関数の解析解を用いて (2.54), (2.55) によって計算した r 成分 (赤色) と θ 成分 (青色) の MS エンベロープ (実線) と, 角度スペクトルを射影した後に波数で積分して求めた MS エンベロープ (破線) の比較. (b) θ 成分の拡大図.

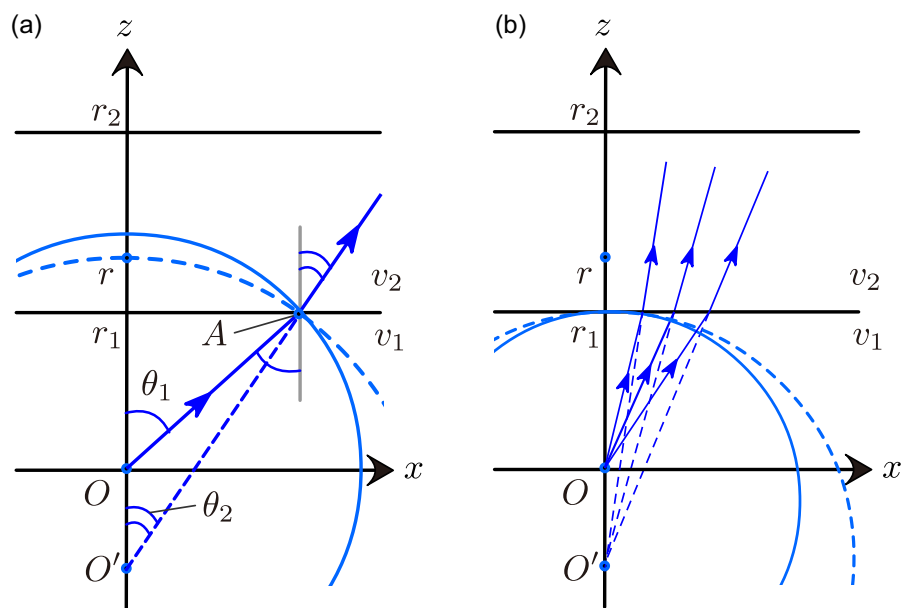


図 2.13 $v_2 < v_1$ の速度不連続境界に円筒（球面）波が入射した場合の波面の変化と、みかけの原点の移動の概念図．実線が速度不連続がない場合の波面であり，破線がスネル則により変化した波面である．見かけの射出点が O から O' に変わる．(b) 波面が r_1 に到達した直後．

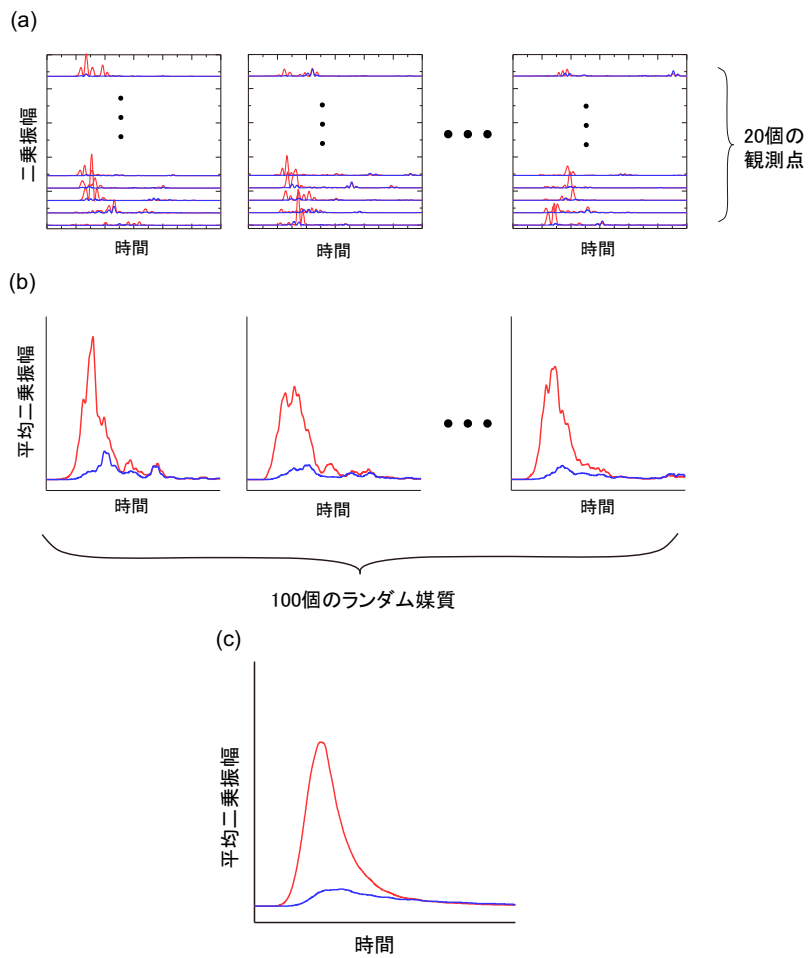


図 2.14 差分シミュレーションによる MS エンベロープの導出方法 . (a) 各ランダム媒質における観測点アレイでの二乗振幅 . (b) 観測点アレイで 20 個の二乗振幅を平均した MS エンベロープ . (c) 100 個のランダム媒質において観測点アレイの MS エンベロープを平均した最終的な MS エンベロープ . 赤色は z 方向に進む平面 P 波入射の場合の z 成分 , 青色は x 成分を表す .

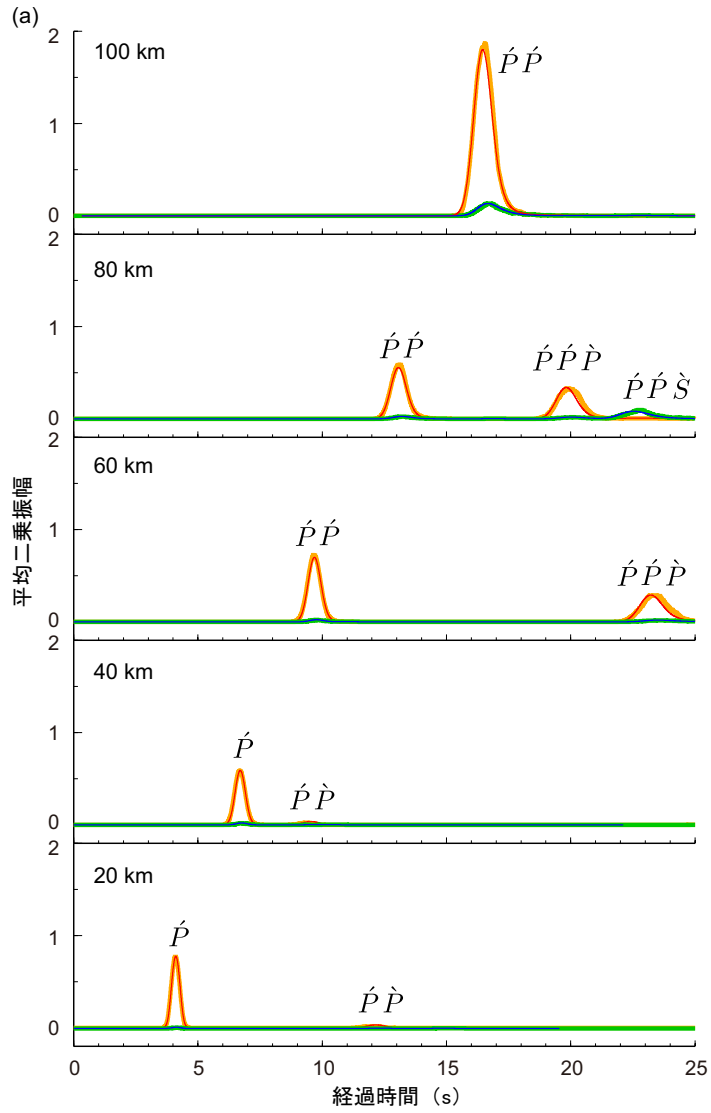


図 2.15 (a) 図 2.5 のランダム媒質において、平面 P 波の 2 Hz の Küpper ウェーブレットが入射したときの各伝播距離における差分法とマルコフ近似の MS エンベロープの比較。赤色と青色がマルコフ近似の z 成分と x 成分であり、黄色と緑色が差分法の z 成分と x 成分である。 \dot{P} は速度不連続境界の影響を受けていない P 波， $\dot{P}\dot{P}$ は透過 P 波， $\dot{P}\dot{P}$ は速度境界による反射 P 波， $\dot{P}\dot{P}\dot{P}$ は透過 P 波が自由表面で反射した P 波， $\dot{P}\dot{P}\dot{S}$ は透過 P 波が自由表面で変換した S 波を表す。

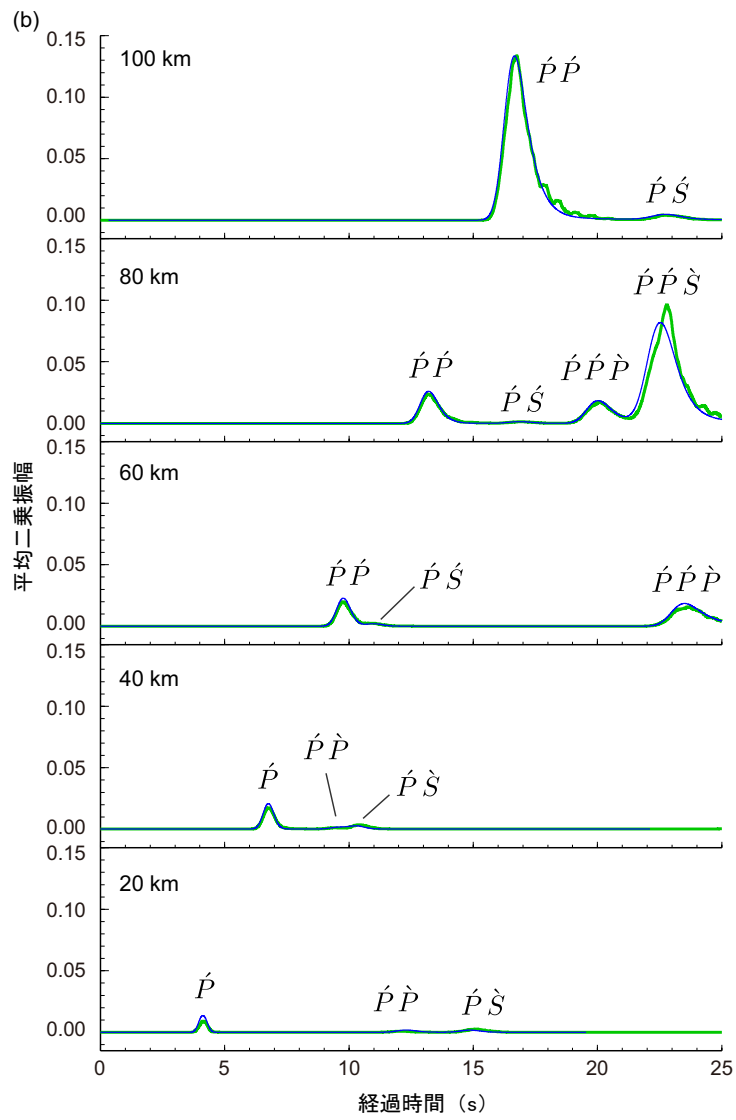


図 2.15 つつぎ . (b) 水平成分の拡大図 . $\dot{P}\dot{S}$ は速度境界による変換 S 波 , $\dot{P}\dot{S}$ は速度境界による反射 S 波を表す .

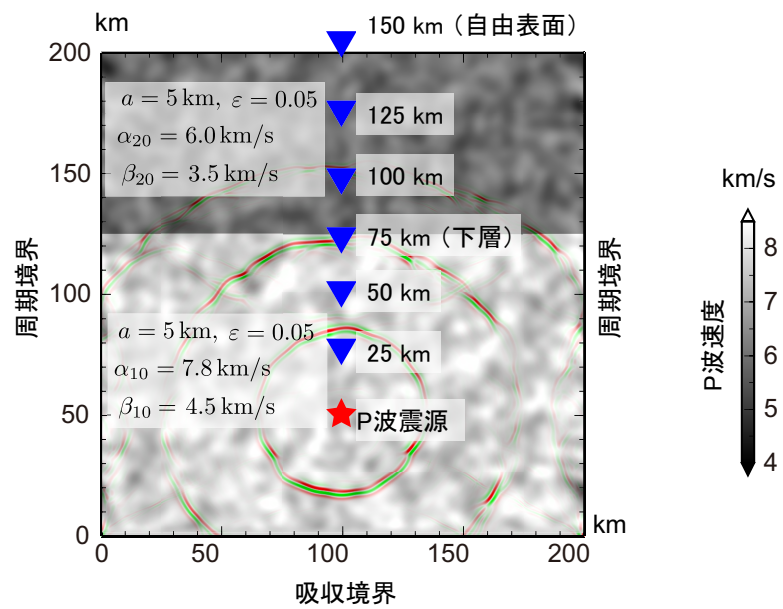


図 2.16 円筒波入射の場合の計算で用いる 2 次元ガウス型 2 層ランダム媒質 . 計算時間が 5,10,15 s の z 成分の変位を重ねて示す (緑 : 正 , 赤 : 負) .

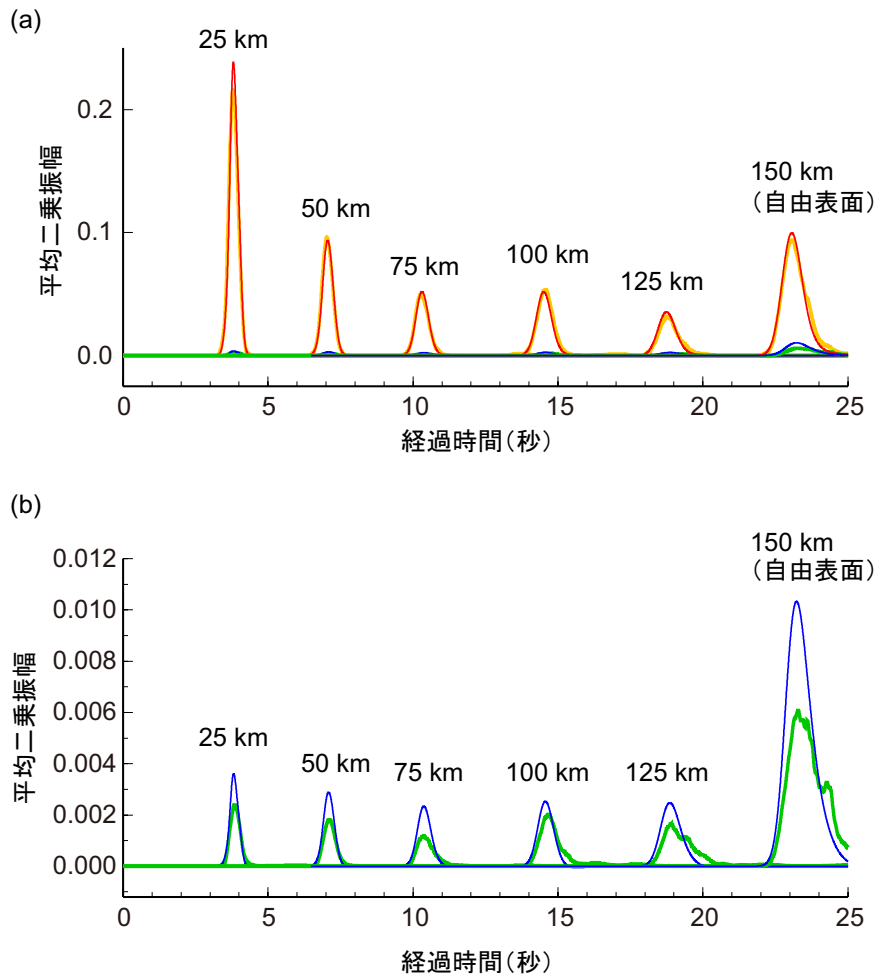


図 2.17 (a) 図 2.16 の媒質において 2 Hz の Ricker ウェーブレット型 P 波の等方震源を設置したときの、各伝播距離で計算したマルコフ近似による r 成分 (赤色) と θ 成分 (青色) の MS エンベロープと差分法による r 成分 (黄色) と θ 成分 (青色) の比較 . (b) θ 成分の拡大図 .

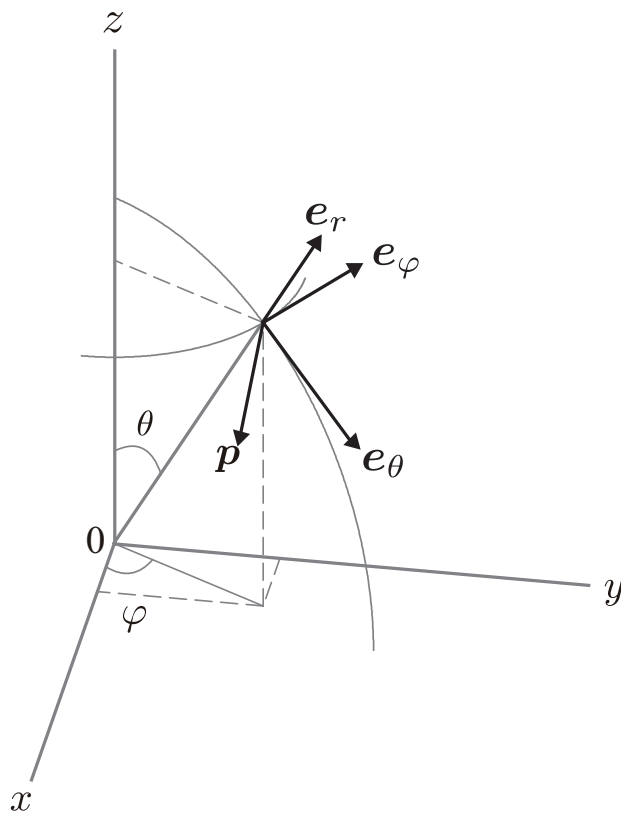


図 2.18 3次元 S 波入射の場合の座標系 . p は S 波の振動方向を表す単位ベクトルであり , e_r, e_θ, e_ϕ は , それぞれ r, θ, ϕ 方向の単位ベクトルである .

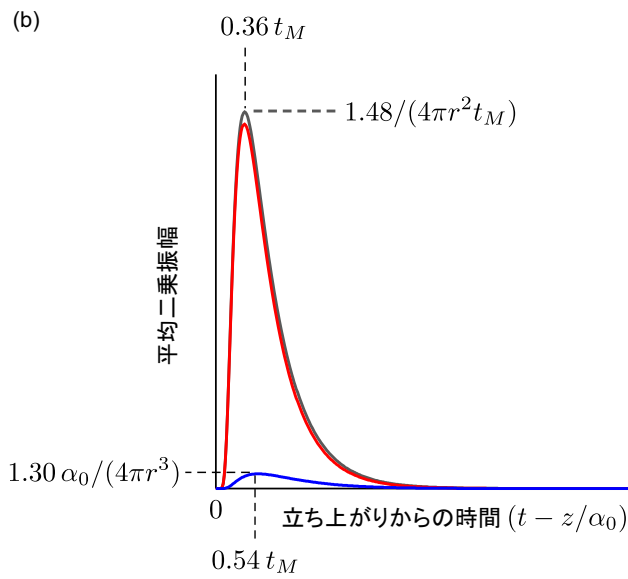
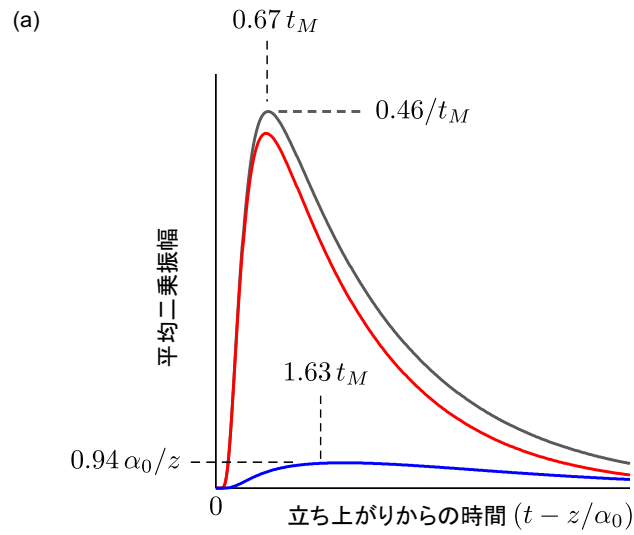


図 2.19 (a) デルタ関数型強度を持つ平面 P 波が 3 次元ガウス型ランダム媒質に入射したときの無限媒質中における MS エンベロープ．黒色は基準エンベロープ，青色は x, y 成分，赤色は z 成分を表す． $t_M = \sqrt{\pi \epsilon^2 z^2} / (2\alpha_0 a)$ ．平面 S 波入射の場合には， α_0 を β_0 と置き換え，黒色が基準エンベロープ，青色が z 成分，赤色が x 成分となる．(b) デルタ関数型強度を持つ球面 P 波が 3 次元ガウス型ランダム媒質に入射したときの無限媒質中における MS エンベロープ． $t_M = \sqrt{\pi \epsilon^2 r^2} / (2\alpha_0 a)$ ．色は (a) の場合と同様である．

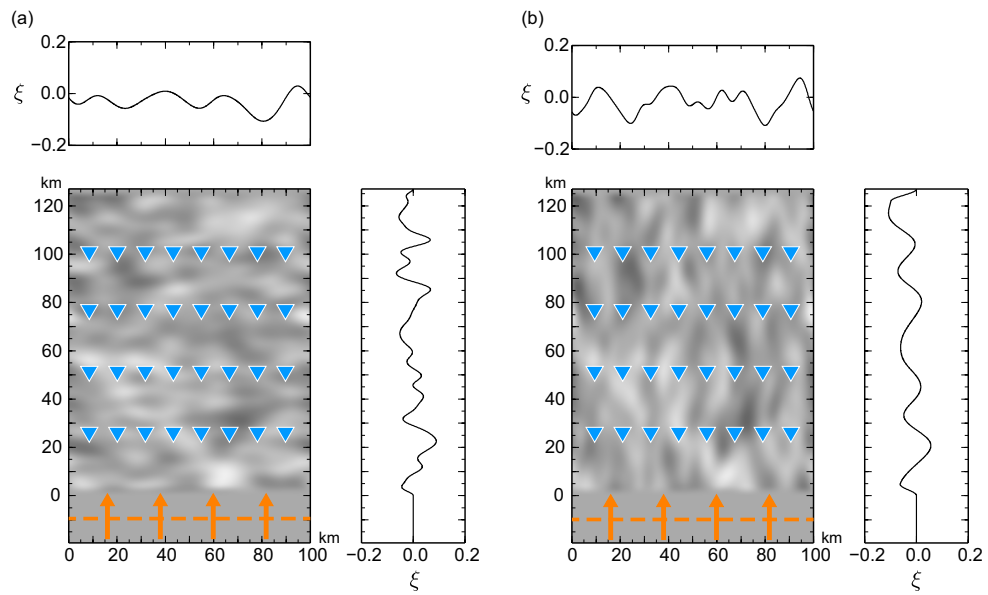


図 2.20 (a) $a_x = 10 \text{ km}$, $a_z = 5 \text{ km}$, $\varepsilon = 0.05$ で特徴付けられる 2 次元非等方ガウス型ランダム媒質 . 波形はそれぞれ水平方向と鉛直方向のゆらぎ ξ の一例を表す . (b) $a_x = 5 \text{ km}$, $a_z = 10 \text{ km}$, $\varepsilon = 0.05$ の場合 .

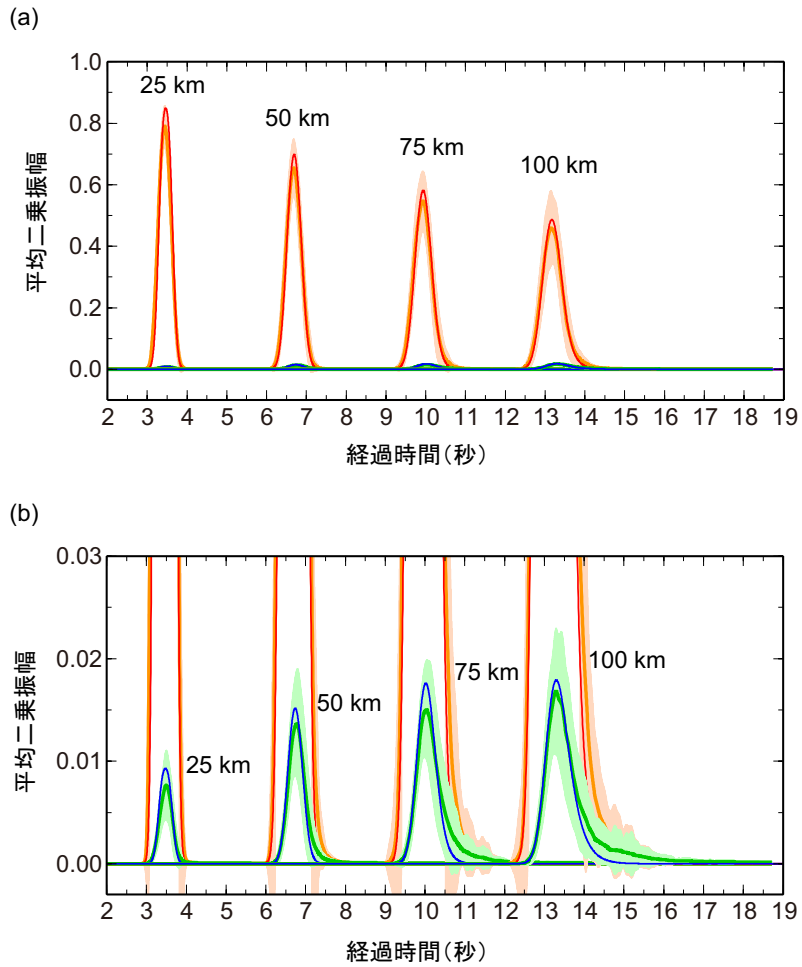


図 2.21 (a) $(a_x, a_z) = (10, 5.0)$ km, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8$ km/s で特徴付けられる 2 次元非等方ガウス型ランダム媒質において, 中心周波数が 2 Hz の平面 P 波の Küpper ウェーブレットが鉛直入射した場合の各伝播距離におけるマルコフ近似による z 成分 (赤色) と x 成分 (青色) の MS エンベロープと, 差分法による z 成分 (橙色) と x 成分 (緑色) の MS エンベロープの比較. 影で示した領域は ± 1 標準偏差を表す. (b) 拡大図.

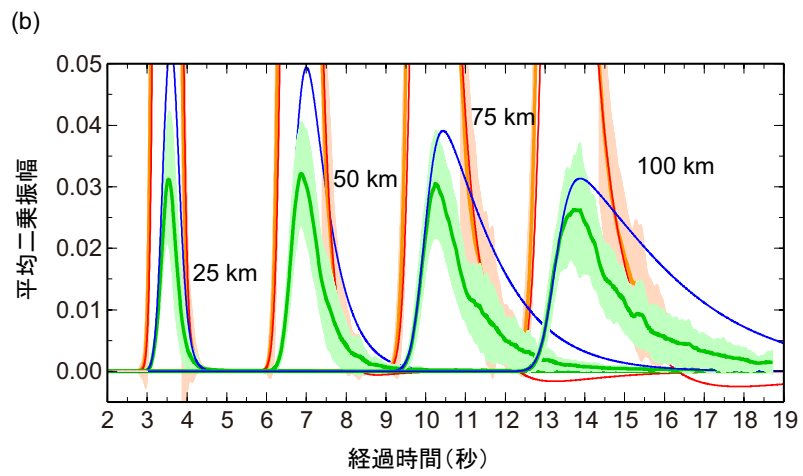
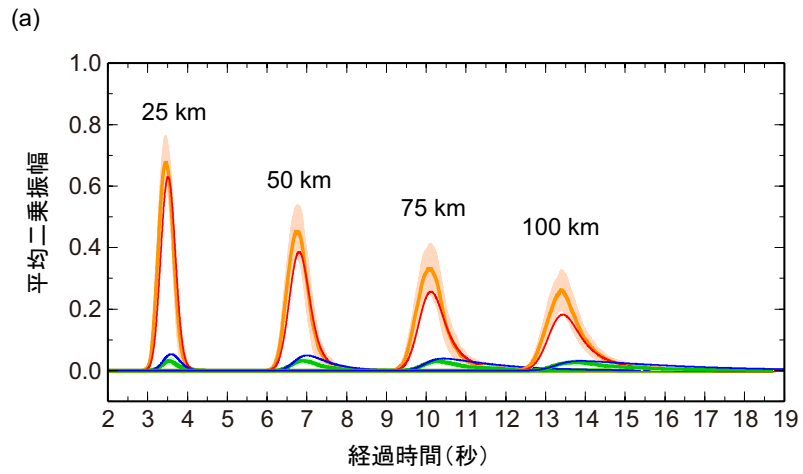


図 2.22 図 2.21 において, $(a_x, a_z) = (5.0, 10)$ km とした場合 .

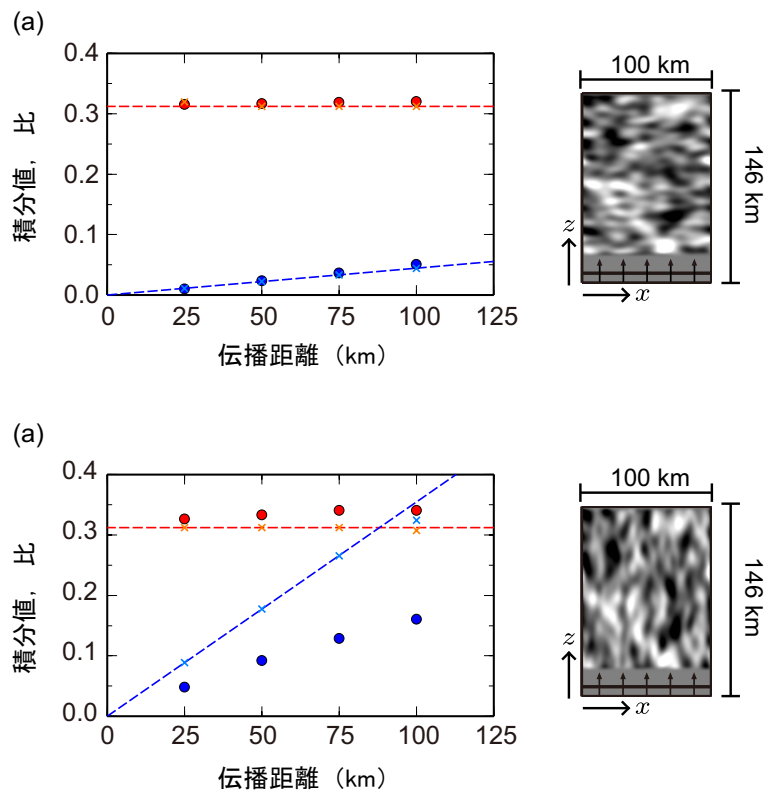


図 2.23 (a) $(a_x, a_z) = (10, 5.0)$ km (図 2.21) の場合の差分法による MS エンベロープの各伝播距離における x 成分と z 成分の和の時間積分値 (赤点) と, それに対する x 成分の時間積分値の比 (青点). 破線はマルコフ近似から予想される理論値 (2.97), (2.98) を示す. \times 印は差分法の計算時間に合わせた時間窓でマルコフ近似のエンベロープを積分した場合の値である. (b) $(a_x, a_z) = (5.0, 10)$ km (図 2.22) の場合.

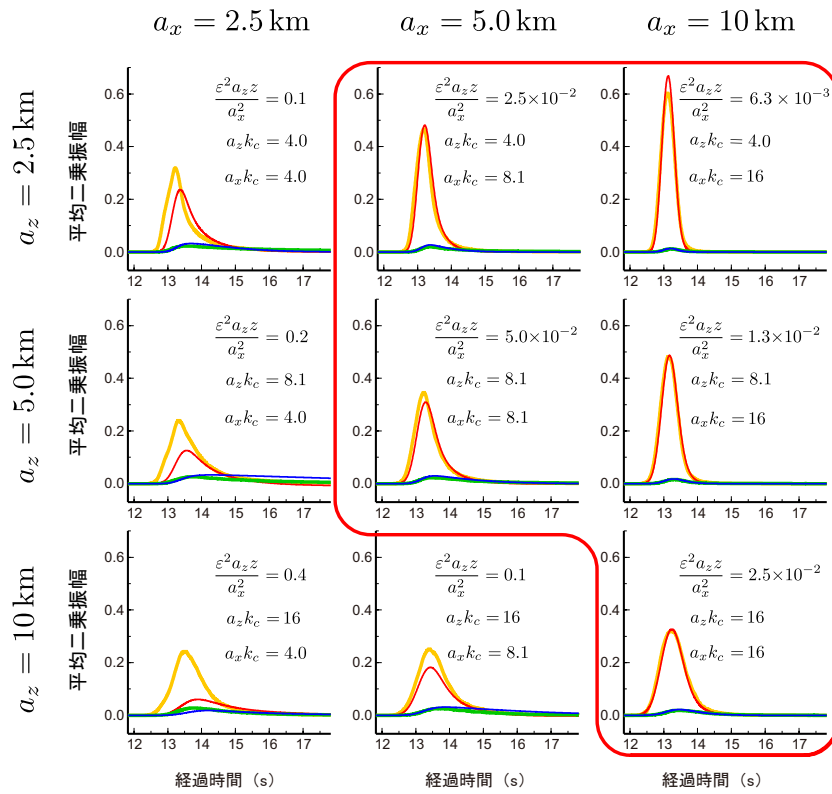


図 2.24 $\varepsilon = 0.05, \alpha_0 = 7.8$ km/s で特徴付けられる 2 次元ガウス型無限ランダム媒質において $a_x = 2.5, 5.0, 10$ km, $a_z = 2.5, 5.0, 10$ km と変えた場合の $z = 100$ km における MS エンVELOプの差分法とマルコフ近似の比較. 赤色と青色がマルコフ近似の z 成分と x 成分であり, 橙色と緑色が差分法による z 成分と x 成分を表す. 中心周波数が 2 Hz の平面 P 波の Küpper ウェーブレットの鉛直入射を仮定. 赤枠は (2.100) で示されるマルコフ近似の適用範囲を示す.

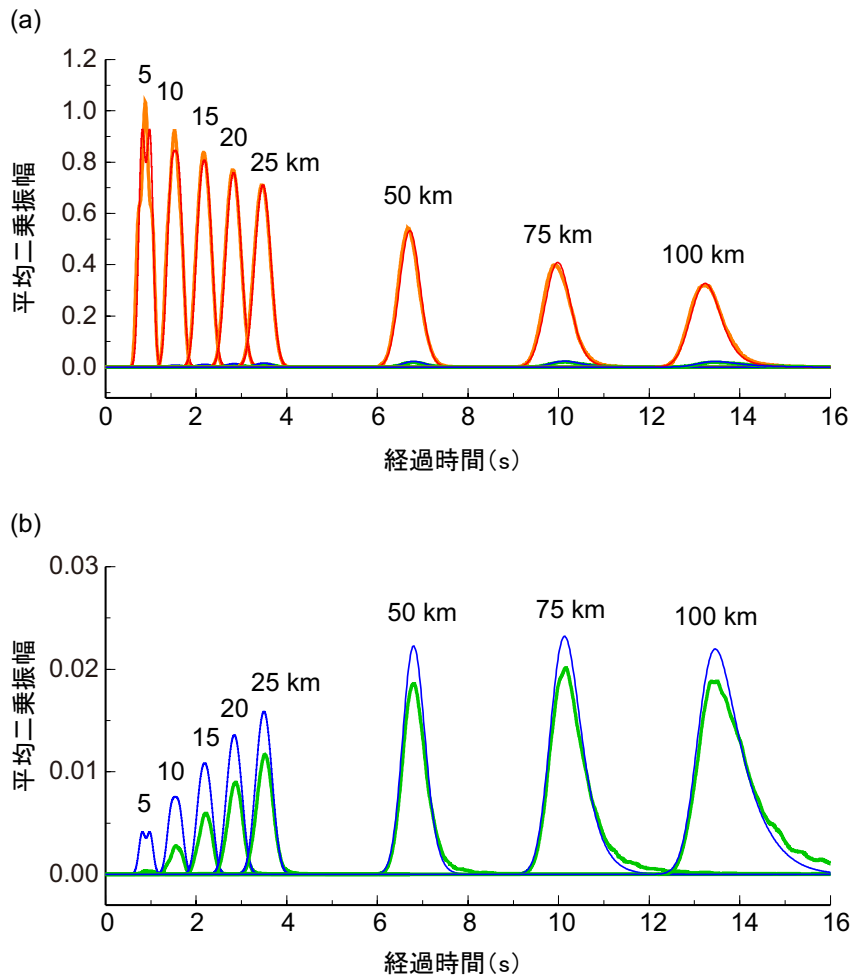


図 2.25 (a) $a = 10 \text{ km}$, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8 \text{ km/s}$ で特徴付けられる 2 次元ガウス型無限ランダム媒質において中心周波数 2 Hz の平面 P 波の Küpper ウェーブレットが鉛直入射した場合の各伝播距離における差分法とマルコフ近似の MS エンベロープの比較. 赤色と青色がマルコフ近似の z 成分と x 成分であり, 橙色と緑色が差分法による z 成分と x 成分を表す. (b) 水平成分の拡大図.

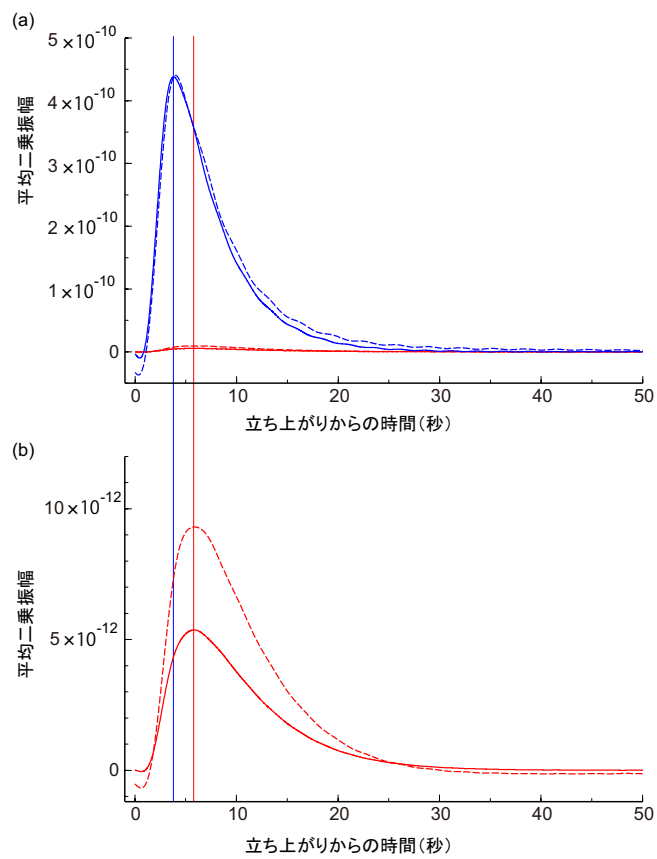


図 2.26 (a) $a = 8 \text{ km}$, $\varepsilon = 0.005$, $\beta_0 = 6.5 \text{ km/s}$ によって特徴付けられる 3 次元ガウス型ランダム媒質において、デルタ関数型強度の球面 S 波パルスが入射する場合の $r = 5000 \text{ km}$ における MS エンベロープ．実線が解析解，破線が Crank-Nicolson 法による数値解を表す．赤色が z 成分，青色が x 成分である．(b) z 成分の拡大図．青色と赤色の縦線は，それぞれ x 成分と z 成分のピーク到達時間を示している．

第 3 章

地球内部におけるランダム不均質構造の推定

本章では、第 2 章で構築したマルコフ近似理論モデルを用いて、地球内部のランダム不均質構造の推定を行う。観測点直下で発生した深発地震の S 波と ScS 波のエンベロープを比較することによって、リソスフェアとマントルにおけるランダム不均質構造を分離して推定することを目的とする。

3.1 データ

ScS 波を解析するために、マグニチュードが比較的大きい地震を用いた方が S/N 比のよい記録が得られるが、一方で破壊時間が長くなり複雑な波形となる。第 2 章で構築した理論モデルは鉛直入射の地震波に適用できる。そこで、鉛直入射のデータが得られ、できるだけ多くの直上の観測点における波形を得るために、本論文では日本全国に展開されている Hi-net 観測網を用いる。Hi-net 観測点は、1s の固有周期を持つ速度型高感度地震計が、深さ 100 m ~ 3510 m のボアホール中に設置されている (Obara *et al.*, 2005)。2004 年 4 月から 2011 年 2 月の間に日本列島付近で発生したマグニチュード 5 以上、深さ 100 km 以深で発生した地震の波形を震央距離が小さい観測点で調べた。本研究ではその中から、反射波などの他の相の影響を受けずに、顕著な ScS 波が確認可能な岐阜県北部、深さ 286 km で発生したマグニチュード 5.2 の地震を解析に使用する (表 3.1)。震源情報に関しては、気象庁一元化震源を用いる。この地震は沈み込む太平洋スラブ内で発生した地震であり、F-net によって求められたメカニズム解によると、横ずれ断層成分をもつ正断層型の地震である。

まず観測波形から機器特性を取り除く。Maeda *et al.* (2011) では、F-net 観測網の広帯域地震計と、機器特性を除去した後に F-net と同じ機器特性を畳み込んだ Hi-net 観測点による波形記録を比較することにより、マグニチュード 6 程度の遠地地震であれば、0.1 Hz 程度まで Hi-net 観測点の記録も使用できることを示している。できるだけ鉛直入射の地震波を扱うために、震央距離が 150 km 以内にある Hi-net 観測点を用いる (図 3.1)。第 2 章で構築した理論モデルは、ランダム媒質に鉛直入射する平面波もしくは球面波にしか適用することはできないが、これらの観測点を用いることにより、理論モデルを使用することが可能となる。

3.1.1 S 波・ScS 波の特徴

震央距離が 150 km 以内で、ScS 波の到達時刻が読み取り可能であった観測点における 1 Hz の S 波と ScS 波の速度波形を図 3.2 に示す。また、それらと P 波到達前のノイズ部分のスペクトルを図 3.3 に示す。また、波形の全体像がわかるように、N.HIMH 観測点 (震央距離 77 km) における速度波形を図 3.4 に示す。各観測点において、S 波は比較的明瞭な立ち上がりを示しているが、ScS 波の立ち上がりは不明瞭である。また、S 波は到達後 3s 程度に大きな振幅を示す観測点が存在するが、ScS 波はどの観測点においても長くコーダが続いている。図 3.3 を見ると、ScS 波は約 1 Hz を境に、高周波側でスペクトルが P 波到達前のノイズレベルまで減少している様子がわかる。

今後使用する観測点は、S 波と ScS 波の走時を読み取ることが可能であり、また、水平 2 成分 (東西・南北) において、二乗振幅エンベロープの S 波と ScS 波の S/N 比が、それぞれ 1.5 以上のものである。ノイズは P 波到達前の 10 秒間の二乗振幅の平均によって定義する。走時はフィルターをかけていない東西成分の波形から、

目視で読み取る．この条件を満たす観測点数は，S 波の場合，全周波数帯において 52 個であり，ScS 波については，0.25, 0.5, 1, 2 Hz に対して，それぞれ 51, 50, 33, 6 個である．

3.1.2 エンベロープ幅の空間分布

本論文では，エンベロープの幅を特徴付ける量として，MS エンベロープの立ち上がりからピーク値の半分に減衰するまでの時間 t_h を用いる．立ち上がりの時刻には，フィルターをかけずに読み取った到達時刻を用いる．従来のマルコフ近似を用いたエンベロープ解析には，立ち上がりからピークまでの時間 t_p が用いられることが多かった（例えば，*Sato, 1989; Takahashi et al., 2009*）．従来はマグニチュード 4 程度までの微小地震に対する解析であったが，本論文ではマグニチュード 5.2 の地震を用いているため，破壊時間が 2 s 程度あり，パルスの放射を仮定できないため， t_p には破壊時間の影響が強く現れてしまうと考えられる．*Saito et al. (2005)* では，MS エンベロープの立ち上がりから，そのピーク値の 1/4 に減衰するまでの時間 t_q を用いた解析を行った．しかし，前方散乱近似であるマルコフ近似による理論エンベロープでは，広角散乱を含まないためにコーダ部分の再現が悪く，強い不均質が存在する場合， t_q にはこの影響が含まれてしまう恐れがあるため，本論文では使用しない．以上から t_h を用いることにした．比較のため，3.3 節において t_p を指標として行った解析例を示す．

S 波と ScS 波の各観測点における t_h を図 3.5 と図 3.6 に示す．ScS 波の 2 Hz の場合を除いて，周波数が高くなるにつれ， t_h は小さくなっている．高周波ほどエンベロープ幅が大きくなるという従来の研究（例えば，*Takahashi et al., 2007*）とは異なる．これは，0.25 Hz や 0.5 Hz においては， t_h までの主要部分が周期と同程度になっているため，ランダム不均質による散乱ではなく，フィルターの影響が現れている可能性が考えられる．また，S 波と ScS 波ともに， t_h の震央距離依存性は見られない．これは，ほぼ鉛直入射であるため伝播距離がほとんど変わらないためと考えられる．さらに， t_h の分布に S 波と ScS 波の両者に共通するに顕著な地域性は見られない．つまり，S 波と ScS 波では異なるランダム不均質の影響を受けていると考えことができ，この事実はマントルにおけるランダム不均質の存在を示唆するものである．ScS 波の $t_h(t_h^{ScS})$ から S 波の $t_h(t_h^S)$ を引いたものを図 3.7 に示す．観測点によっては負になっているところもあるが，全体として正の値を示しており，平均すると，0.25, 0.5, 1, 2 Hz において，それぞれ 2.0, 1.3, 1.8, 6.2 s である．S 波は鉛直上向きに観測点に到達し，ScS 波は鉛直下向きに放射された波が，CMB で鉛直上向きに反射して観測されると仮定すると，震源より上にある速度不均質の影響は共通であるため，ScS 波の方がエンベロープ幅が大きいという観測事実は，震源より下のマントルにおいても，ランダム不均質構造が存在しているということを示唆するものである．

3.1.3 走時ゆらぎ

ランダムな速度不均質があると走時にゆらぎが生じる．図 3.8 に S 波と ScS 波の走時ゆらぎを示す．狭い震央距離の範囲であれば，平均走時は震央距離の 1 次関数で近似できると考え，相対ゆらぎは，平均走時を震央距離が 0-50, 50-100, 100-150 km において，最小二乗法を用いて求め，そこからのずれとして図 3.8a,b に示す．また，ずれを平均値で割ったものを図 3.8c,d に示す．ここで，観測点の標高の違いは考慮していない．正の部分が平均走時より早く，負は平均走時より遅いことを表している．S 波は震央より南西方向にある観測点では，平均走時よりも早く到達しており，北東方向の観測点は遅く到達している．*Zhao (2004)* では，日本列島直下において，深さ数 100 km まで分解能のよいトモグラフィーを行っており，火山下の低速度域を検出している．トモグラフィーによる速度構造と走時ゆらぎとの対応関係は明らかでないが，フィリピン海プレートの影響など，大きな不均質の影響を受けていると考えられる．一方で ScS 波の走時ゆらぎにはそのような特徴は見られない．S 波と異なる分布を示し，かつ半径 150 km の範囲でゆらぎが変化していることは，震源より下のマントルには，このスケールよりも小さい速度ゆらぎが存在していることを示唆している．また，ScS 波の走時ゆらぎを平均値で割ったものは S 波と比べると一桁小さい．このことは，マントルにおける速度不均質の強さは，震源より浅い部

分と比べて小さいことを示唆している。

3.1.4 多観測点を用いた平均エンベロープ

各観測点によって波形はばらついているため、本論文では多数の観測点の波形をスタックすることにより、なめらかな MS エンベロープを作成し、それを理論モデルと比較する。用いた観測点は、3.1.1 節で述べた基準で選んだ観測点である。MS エンベロープを得るために、以下の処理を行う。(1) 各観測点において、中心周波数が 0.25, 0.5, 1, 2 Hz のバターワース型のゼロ位相のバンドパスフィルタをかける。通過帯域の幅は、中心周波数の $2/3$ とする。(2) ヒルベルト変換を用いて二乗エンベロープを作成し、各成分ごとにノイズレベルを取り除く。ノイズレベルは、P 波到達前の 10 s 間のタイムウィンドウでの二乗振幅の平均値である。(3) S 波走時の約 2 倍の時刻の 10 秒間 (136s-146s) の平均コーダ振幅を用いてエンベロープを規格化する。コーダは様々なところをサンプルしてきた散乱波と考えられ、十分に時間が経過した後のコーダ振幅は空間で一様であるという考えに基づき、コーダ振幅で規格化することによって、サイト増幅の効果を除去する (Phillips and Aki, 1986)。(4) 読み取った S 波、ScS 波の立ち上がり時刻をそれぞれそろえて二乗エンベロープをスタックし、MS エンベロープを得る (図 3.9, 3.10)。ScS 波の 2 Hz を除けば、なめらかな MS エンベロープが得られている。ScS 波が 2 Hz になると判別できなくなるのは、S/N 比が悪いためであるが、1 Hz と比べて急激に判別不可能になるのは、2 Hz の波が強く減衰を受けるようなスケールの構造がマントルに存在することを示唆している。0.25, 0.5, 1 Hz における t_h^S は、それぞれ 3.36, 2.59, 2.29 s であり、 $t_h^{ScS} = 4.31, 3.84, 2.84$ s である。どの周波数においても t_h は、ScS 波の方が S 波より大きい。したがって、スタック後の波形からもマントルにおけるランダム不均質構造の存在が示唆される。フィルターをかけずに読み取った初動到達時刻を 0 s として表示しているため、特に低周波ではフィルターの影響によりエンベロープが 0 s より前に染み出している。しかし、ゼロ位相のフィルターを用いているため、ピークになる時刻はフィルターの影響を受けない。観測点ごとの t_h を調べた 3.1.2 節と同様に、MS エンベロープの t_h も高周波ほど小さくなる傾向があるが、これもフィルターの影響と考えられる。

また、S/N 比が小さいが、スタックした S 波と ScS 波エンベロープともに、鉛直成分が最大となる時刻は、水平成分に比べて遅れている様子が確認できる。これは、S 波の鉛直成分は、回折した SV 波によって生じるため、ピークが遅れていると考えられる。これは、3 次元の球面波入射の場合のマルコフ近似からも予想されることである (図 2.26)。

3.2 日本列島下におけるランダム不均質構造の推定

第 2 章で構築した理論モデルを、観測波形から得られた MS エンベロープに適用することにより、日本列島直下 (中部地方) における地表から CMB までのランダム不均質構造を求めると。

地球内部の不均質構造の推定事例では、速度ゆらぎのスペクトルは高周波領域においてべき乗で減衰することが報告されている (例えば、Shiomi et al., 1997)。そこで、本章ではそれを考慮し、高周波領域でべき乗で減少するスペクトルを持つ指数関数型ランダム媒質を仮定する。二周波数相互相関関数の支配方程式は、(2.85) において、P 波速度を S 波速度に置き換えたものである。このとき、Saito et al. (2002) によると、(2.85) の第 3 項に掛かる係数は、 $r_{\perp d} \ll a$ のとき

$$k_c^2 [A(0) - A(r_{\perp d})] \approx k_c^2 \varepsilon^2 a C \left(\frac{r_{\perp d}}{a} \right)^p \quad (3.1)$$

と近似的に書くことができるため、支配方程式は

$$\partial_{r_0} \Gamma_2 + i \frac{\omega_d}{2\beta_0 k_c^2 r^2} \left(\partial_{\theta_d}^2 + \frac{1}{\theta_d} \partial_{\theta_d} \right) \Gamma_2 + \varepsilon^2 a k_c^2 C \left(\frac{r_{\perp d}}{a} \right)^p = 0 \quad (3.2)$$

となる。ここで、 p と C は Saito et al. (2002) によって数値的に計算されており、 $p = 1.83, C = 2.28$ である。

このとき、エンベロープ幅を特徴付ける t_M は

$$t_M = 1.23\beta_0^{-1.19} \left(\frac{\varepsilon^{2.41}}{a} \right)^{0.91} \omega_c^{0.19} r^{2.09} \quad [\text{s}] \quad (3.3)$$

で与えられる．つまり， β_0 [km/s]， ω_c [s⁻¹]， r [km] を与えると，観測エンベロープ幅から $\varepsilon^{2.41}/a$ [km⁻¹] というパラメータを推定することができる．逆に，エンベロープ幅は $\varepsilon^{2.41}/a$ にのみ依存するため，マルコフ近似に基づくエンベロープ幅の解析では， ε と a を分離することができない．分離するためには他のパラメータの組み合わせで特徴付けられるような指標を用いる必要がある．2.4 節で述べたように，長距離の伝播を計算すると数値計算の精度の問題により，上下動成分のエンベロープを直接比較することは難しく，また，観測エンベロープも上下動成分の S/N 比があまりよくないため，解析には水平 2 成分和の MS エンベロープを用い， x 成分の理論エンベロープ (2.88) と比較する．これは，走時ゆらぎが含まれていない理論エンベロープであるが，本研究ではスタックする際に読み取った立ち上がり時刻を揃えているため，観測エンベロープは走時ゆらぎを含まない理論に相当すると考える．また，マルコフ近似では，S 波の振動面は常に保たれ，第 2 章で述べた状況では，水平成分では x 成分のみに振幅があり， y 成分は常に 0 である．しかし，観測される波形は，東西成分と南北成分ともに振幅があり，本研究では震源の輻射パターンを考慮していないため，観測の水平 2 成分和とマルコフ近似の x 成分が対応すると考え，両者を比較する．短波長近似が満たされている範囲の解析をするために，できるだけ高い周波数のエンベロープとして 1 Hz の MS エンベロープを解析に用いる．

以下では，図 3.11 に示す 4 つのモデルを仮定して地球内部の不均質パラメータ $\varepsilon^{2.41}/a$ を推定する：(I) 速度や不均質パラメータに不連続はないと仮定した 1 層モデル．(II) 震源の深さの上下で速度と不均質パラメータが異なるとした 2 層モデル．(III) 深さ 100 km に速度と不均質パラメータの不連続を仮定した 2 層モデル．(IV) 深さ 660 km に速度の不連続境界を仮定し，深さ 100 km に不均質パラメータの不連続境界を仮定した 3 層モデル．

3.2.1 (I) 1 層モデル

最も単純なモデルとして，地表から CMB まで一様な速度構造，一様な統計的パラメータを仮定した場合を考える．S 波と ScS 波を別々に解析する．それぞれの場合における平均 S 波速度は，震央距離が小さい観測点における走時から求める．N.SYKH 観測点（震央距離 14 km）において，S 波と ScS 波の走時は，それぞれ 64.78, 873.78 s である．S 波の伝播距離 286 km と ScS 波の伝播距離 5496 km を用いると，平均速度はそれぞれ，4.4 km/s，6.3 km/s となる．自由表面の増幅のみを考慮し，S 波に対して $\varepsilon^{2.41}/a$ を $1.0 \times 10^{-5} \sim 9.0 \times 10^{-5} \text{ km}^{-1}$ の間を $1.0 \times 10^{-5} \text{ km}^{-1}$ 刻み，ScS 波に対しては $1.0 \times 10^{-8} \sim 9.0 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$ の間を $1.0 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$ 刻みで x 成分のエンベロープを計算した．対象とする地震がマグニチュード 5.2 であるので，時間幅が 2 s のハニング窓関数を計算したエンベロープに畳み込む．グリッドサーチの結果，最適解は S 波と ScS 波について， $\varepsilon^{2.41}/a = 1 \times 10^{-5}$ ， $3 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$ と得られた．このパラメータによって計算したマルコフ近似に基づく理論エンベロープと観測エンベロープの比較を図 3.12 に示す．S 波，ScS 波ともに最大値によって規格化して表示している．S 波，ScS 波ともに特徴をよく再現できている様子がわかるが，観測エンベロープは 0 s より前に染み出している．初動到達時刻をそろえてスタックしているため，これは走時ゆらぎではなく，フィルターの影響である．フィルターの影響は波形の後半の部分にも同様に現れるため， t_h の読み取りは実際より大きく，不均質性を過大評価している可能性は考えられる．MS エンベロープがピーク値の 1/4 から 1/5 程度に減衰した付近から，理論よりも観測エンベロープの方が大きくなっている．これは，マルコフ近似では取り込まれていない広角散乱の影響だと考えられる．しかし， t_h にはこの影響はほとんど見られないことがわかる．S 波と ScS 波から見積もられる $\varepsilon^{2.41}/a$ が 3 桁異なる．これは伝播距離の違いによる影響であり，(3.3) を用いて，ScS 波から求めた値を伝播距離が S 波と同じ 286 km に変換してみると， $\varepsilon^{2.41}/a = 1 \times 10^{-5} \text{ km}^{-1}$ となり，S 波から求めた値と等しくなる．つまり，286 km より深い部分におけるランダム不均質の強さは非常に小さいことを示している．

ここでは、CMB による反射は全入射角において 100% としたが、CMB では PS 変換波が生じるため、実際には S 波反射は 100% ではない。そこで、CMB 反射を考慮して上記と同様にグリッドサーチにより ScS 波に対する $\varepsilon^{2.41}/a$ を推定したが、結果は変わらなかった。

3.2.2 (II) 2 層モデル (震源上下)

次に震源より上 (0–286 km) と震源より下 (286 km–CMB) の 2 層にわけ、それぞれの層における不均質パラメータを求める。下層と上層のインデックスをそれぞれ、1 と 2 とし、下付きの添え字によってパラメータを区別する。このときの背景速度構造は IASP91 (*Kennet and Engdahl, 1991*) をそれぞれの層で平均して、 $\alpha_{10} = 12 \text{ km/s}$, $\alpha_{20} = 8.0 \text{ km/s}$, $\beta_{10} = 6.5 \text{ km/s}$, $\beta_{20} = 4.4 \text{ km/s}$ とし、背景密度は PREM (*Dziewonski and Anderson, 1981*) の平均値を使用する ($\rho_{10} = 4.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{20} = 3.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)。また、CMB における反射係数を計算する際には、PREM の CMB の上下における速度と密度を用いた。上層のパラメータは S 波のみで決まり、先ほどと同様に $\varepsilon_2^{2.41}/a_2 = 1 \times 10^{-5} \text{ km}^{-1}$ である。下層のパラメータはマルコフ近似による理論波形からグリッドサーチにより求める。この時、上層のパラメータは S 波から求めた値に固定する。残差が最小となる最適値は $\varepsilon_1^{2.41}/a_1 = 1 \times 10^{-10} \text{ km}^{-1}$ となり、非常に小さい値となった。観測された S 波と ScS 波の t_h の差が小さいことと、層境界を深さ 286 km に置いたため、散乱はほとんど上層のみで起こると仮定してしまっていることになり、震源より下のマンツルの不均質性が極めて小さいという結果となった。理論エンベロープと観測エンベロープの比較を図 3.13 に示す。

3.2.3 (III) 2 層モデル (深さ 100 km)

不均質パラメータと背景速度の不連続境界を深さ 100 km に設ける。この深さはこの地域における特徴的なものを示しているわけではないが、リソスフェアとそれより深い部分を分離するという考えに基づいている。1 層モデルのときと同様に、S 波と ScS 波の走時を満たすように第 1 層と第 2 層の平均 S 波速度を求めると、それぞれ $\beta_{10} = 6.4 \text{ km/s}$, $\beta_{20} = 2.8 \text{ km/s}$ となる。それぞれの層における平均 P 波速度は、平均 S 波速度の $\sqrt{3}$ 倍とする。また、密度は、第 2 層において $\rho_{20} = 3.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とし、第 1 層においては $\rho_{10} = 5.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ と、速度ゆらぎの 0.8 倍となるようにした (Birch 則)。CMB における反射係数を計算する際には、PREM の CMB の上下における速度と密度を用いた。マルコフ近似には震源時間関数として、時間幅 2s のハニング窓関数を畳み込んだ。第 1 層と第 2 層の $\varepsilon^{2.41}/a$ を推定するために、グリッドサーチを用いる。それぞれの層におけるこのパラメータを変更して、理論エンベロープの t_h との残差 2 乗和

$$R(\varepsilon_1^{2.41}/a_1, \varepsilon_2^{2.41}/a_2) = (\text{obs}t_h^{\text{ScS}} - \text{cal}t_h^{\text{ScS}})^2 + (\text{obs}t_h^{\text{S}} - \text{cal}t_h^{\text{S}})^2 \quad (3.4)$$

が最小となる組み合わせを求める。グリッドサーチした結果を図 3.14 に示す。この計算範囲では、S 波の t_h は全く下層の不均質には依存しておらず、S 波のみでは上層のパラメータを仮定しても下層の不均質を見積もることは難しい。一方、ScS 波の t_h は、下層のパラメータを大きくすると、 t_h もゆるやかに大きくなっていることがわかる。上層と下層のパラメータでトレードオフはあるが、S 波の t_h と組み合わせることにより、パラメータ推定が可能である。R が最小となる最適な組み合わせは

$$\begin{cases} \varepsilon_2^{2.41}/a_2 = 3 \times 10^{-5} \text{ km}^{-1} & (\text{上層}) \\ \varepsilon_1^{2.41}/a_1 = 5 \times 10^{-9} \text{ km}^{-1} & (\text{下層}) \end{cases} \quad (3.5)$$

となった。このときのマルコフ近似による MS エンベロープと観測エンベロープの比較を図 3.15 に示す。

3.2.4 (IV) 3層モデル (深さ 100 km, 660 km)

散乱は主にリソスフェアで起こっていると考えられ、リソスフェアとその下の構造におけるランダム不均質を分離するため、統計的不均質パラメータの不連続境界を深さ 100 km に設定する。この境界における速度は連続とし、速度境界は深さ 660 km に設定し、上部マントルと下部マントルに分ける。深さ 660 km 境界では、統計的不均質パラメータは連続とする。背景速度構造は IASP91 を 660 km 上下で平均し、 $\alpha_{10} = 12.5 \text{ km/s}$, $\alpha_{20} = 8.8 \text{ km/s}$, $\beta_{10} = 6.8 \text{ km/s}$, $\beta_{20} = 4.8 \text{ km/s}$ とし、密度は PREM から $\rho_{10} = 5.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{20} = 3.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とする。マルコフ近似のエンベロープに時間幅が 2 s のハニング窓関数を畳み込んでグリッドサーチした結果を図 3.16 に示す。R が最小となる最適な組み合わせは

$$\begin{cases} \varepsilon_2^{2.41}/a_2 = 6 \times 10^{-5} \text{ km}^{-1} & (\text{上層}) \\ \varepsilon_1^{2.41}/a_1 = 7 \times 10^{-9} \text{ km}^{-1} & (\text{下層}) \end{cases} \quad (3.6)$$

となった。最適解のマルコフ近似に基づく理論波形と観測波形の比較を図 3.17 に示す。

(I) ~ (IV) のどのモデルでも観測波形はうまく再現することができており、これらの結果からどのモデルがよいか判断することはできない。しかし、(I) の 1 層モデルは、地球規模の構造をモデル化するには単純すぎる構造であり、(II) の 2 層モデルは、震源の深さに制約されており、地球内部の具体的な構造を反映していない。また、(III) の 2 層モデルは、上層での速度が標準的なモデルからは大きくはずれている。したがって、本研究では (IV) の 3 層モデルが地球内部のモデル化としては最も妥当と考え、今後はこのモデルの値を使用して議論する。

3.3 議論

3.3.1 読み取り誤差の影響

特に ScS 波は S/N 比がよくないため、走時の読み取りは難しく、0.1 s 程度の誤差は考えられる。そこで、観測エンベロープから求めた S 波と ScS 波の t_h に最大で片側 0.1 s の誤差を与え、モデル (IV) の最適解がどのように変化するかを調べる。図 3.18 は、 t_h を変化させたときの最適解の頻度分布を示している。頻度は全試行回数で規格化している。グリッドサーチした範囲内では、上層のパラメータは誤差を与えない場合の最適解の両隣に染み出しがある程度であるが、下層のパラメータは誤差を与えない場合の最適解の 0.4 ~ 1.4 倍に広がっている。つまり、上層のパラメータの推定結果の信頼性は高いが、下層のパラメータは不確実性が大きい。これは、下層の不均質が非常に弱く、ほぼ上層の不均質によってエンベロープ幅が制御されてしまっているためである。

3.3.2 スタックの手法

本研究では、MS エンベロープを観測波形から求める際に、読み取った初動到達時刻を揃えてスタックを行い、これとマルコフ近似による走時ゆらぎを含まない MS エンベロープと比較することにより、不均質パラメータの推定を行った。3.1.3 節で述べた走時ゆらぎは、トモグラフィーで見られるような大規模の速度不均質に影響されていると考えられ、読み取った初動到達時刻を揃えることで、このような大規模の構造の影響を取り除いてしまうことになるため、本研究で見積もるランダム不均質の強さは過小評価になる可能性がある。

使用する波形記録に S/N 比や S 波と ScS 波の立ち上がりの判別が可能かどうかの条件を与えずに、図 3.1 に示した震央距離が 150 km 以内のすべての観測点を用いてスタックして求めた S 波と ScS 波の MS エンベロープを図 3.19 に示す。スタックする際に、IASP91 に基づく理論走時を用いて理論走時を揃えてスタックした。読み取った初動到達時刻を揃えた場合と比べると、S 波はエンベロープ幅が広がっていることがわかる。ScS 波は S/N 比が悪いデータからノイズレベルを引いていることが影響し、MS エンベロープが負になっている部分が多く、安定したエンベロープが得られていないため、解析に使用することができない。

3.3.3 減衰による分散

地震波は伝播過程で、内部減衰や散乱減衰の影響をうけて振幅が減衰する。この減衰は指数関数によって表され、振幅は $u \propto (1/r)e^{-\pi r f Q^{-1}/\beta}$ と減衰する。この形からわかるように、 $Q \propto f$ 以外の場合には、周波数によって減衰の仕方が異なる。そのため、因果律を満たすために、分散が生じる。たとえば、正分散が生じた場合には高周波の波が遅れて届き、その結果、エンベロープ幅が広がる。したがって、減衰による分散の影響があると、ランダム不均質が存在しない場合でも伝播距離が長くなるほどエンベロープ幅が拡大する。マルコフ近似では、準単周波数近似を用いており、この影響は取り込まれていない。

例えば、地表から CMB の間で、スローネスの重みをかけて PREM の S 波の減衰係数 Q_μ^{-1} を平均すると、 $Q_\mu = 222$ となる。地表から深さ 286 km までの平均は $Q_\mu = 124$ である。 Q が周波数に依存しないと仮定し、S 波速度を 4.4 km/s、伝播距離を 286 km とし、 Q_μ による分散の影響を図 3.20 に示す（赤色）。これは S 波に対応すると考える。また、ScS 波に相当するものとして、S 波速度を 6.3 km/s、伝播距離を 5496 km とした場合のものを青色で示す。周波数依存しない Q の場合において、パルス波が分散によってどのような波形になるのかは *Kjartansson* (1979) によって周波数領域の解析解が求められており、FFT によって時間領域での分散によるパルス幅の拡大は計算できる。観測 MS エンベロープと比較するために、パルス波形に対する減衰の影響（図 3.20a）に、中心周波数 1 Hz のバンドパスフィルターをかけ（図 3.20b）、その二乗エンベロープを計算した後に、2 s 幅のハニング窓関数を畳み込む（3.20c）。S 波と ScS 波に対応するものの半値幅はそれぞれ、1.2 s、1.6 s である。観測 MS エンベロープの半値幅は、S 波と ScS 波に対してそれぞれ、1.6 s、2.2 s である。ランダム不均質が存在しない場合でも、減衰による分散によって、1 Hz において、S 波より ScS 波のエンベロープ幅が大きいという観測結果と同様の傾向を示すが、幅は観測エンベロープよりも小さく、ランダム不均質による散乱が必要であることを示唆している。また、エンベロープの形状（図 3.20c）を見ると、ゆるやかな立ち上がりを示しており、観測エンベロープの形状とは異なる。このことから、S 波よりも ScS の方がエンベロープ幅の広いという現象は、減衰による分散の影響のみでは説明ができないと考える。S 波や ScS 波の走時がゆらいていることも、ランダム不均質媒質の存在を示すものである。ただし、本研究の解析では、この減衰による分散の影響を考慮していないため、得られた推定値は地球内部のランダム不均質の強さの上限を与えるものだと考える。

3.3.4 震源時間関数の影響

解析に使用した地震のマグニチュードは 5.2 であったため、浅い地震から求めた相似則にしたがって、破壊時間を 2 s と仮定し、マルコフ近似によるエンベロープに畳み込んで解析を行った。しかし、深発地震の破壊時間は浅い地震よりも短いという報告例がある（例えば、*Houston et al.*, 1998; *Persh and Houston*, 2004）。そこで、3.2.4 節に示した深さ 100 km に不均質パラメータの不連続、深さ 600 km に速度不連続を仮定した 3 層モデル (IV) に、破壊時間が 1.5 s と仮定し、1.5 s 幅のハニング窓関数を畳み込んで解析した結果を図 3.21 に示す。グリッドサーチによる最適解は、

$$\begin{cases} \varepsilon_2^{2.41}/a_2 = 1.1 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1} & (\text{上層}) \\ \varepsilon_1^{2.41}/a_1 = 6 \times 10^{-9} \text{ km}^{-1} & (\text{下層}) \end{cases} \quad (3.7)$$

である。2 s の破壊時間とした場合と比べて、破壊時間分を散乱によるエンベロープ拡大と解釈するため、上層での値が大きくなっている。下層のパラメータの変化は、上層のパラメータの変化の影響によりわずかに小さくなった。3.2.4 節で行ったように、S 波と ScS 波の t_h の値に変化を与えると、下層のパラメータの変化は比較的大きい。下層のパラメータはほぼ S 波と ScS 波の t_h の差によって決まっており、畳み込む震源時間関数の仮定を変えても、S 波と ScS 波の t_h の差は大きく変わらず、下層のパラメータの変化は小さいと考えられる。最適解の組み合わせのときの理論エンベロープと観測エンベロープの比較を図 3.22 に示す。

3.3.5 ピーク遅延時間を用いた解析

本論文では、より長い波形の情報を使用するため、マルコフ近似の研究でよく用いられるピーク遅延時間 t_p ではなく、 t_h を指標とした。ピーク遅延時間 t_p を指標として行った解析結果を図 3.23 に示す。 t_p の観測値は、S 波と ScS 波それぞれ 1.40, 1.84s である。構造はモデル (IV) を仮定し、震源時間関数として幅が 2s のハニング窓をマルコフ近似によるエンベロープに畳み込んでいる。スタックした観測エンベロープと理論エンベロープの S 波と ScS 波の t_p の残差 2 乗和が最小になる最適解は、

$$\begin{cases} \varepsilon_2^{2.41}/a_2 = 4 \times 10^{-5} \text{ km}^{-1} & (\text{上層}) \\ \varepsilon_1^{2.41}/a_1 = 9 \times 10^{-9} \text{ km}^{-1} & (\text{下層}) \end{cases} \quad (3.8)$$

となった。最適解のときの理論エンベロープと観測エンベロープの比較を図 3.24 に示す。 t_h を用いたと比較して、上層のパラメータはやや小さく求められた。

震源時間関数を 1.5s 幅のハニング窓関数とした場合の解析結果を図 3.25 に示す。グリッドサーチによる最適解は、

$$\begin{cases} \varepsilon_2^{2.41}/a_2 = 1.0 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1} & (\text{上層}) \\ \varepsilon_1^{2.41}/a_1 = 9 \times 10^{-9} \text{ km}^{-1} & (\text{下層}) \end{cases} \quad (3.9)$$

である。2s の破壊時間とした場合と比べて、下層のパラメータは変わらないが、上層のパラメータは 3 倍近く大きくなっている。これは、破壊時間を短くしたため、散乱の影響としてエンベロープをより拡大させているためである。 t_h を用いた解析と同様に、上層のパラメータは震源時間関数の仮定の影響を受けやすい。

3.3.6 速度不連続がない従来のモデル

本論文では背景速度に不連続境界が存在する場合におけるエンベロープ合成法を提案し、それを用いて S 波と ScS 波の解析を行った。速度不連続境界を取り入れたことによる影響を調べるために、背景速度が一定という仮定の下で *Takahashi et al. (2008)* により提案された手法を用いて、背景速度は一樣であるが、統計的パラメータには不連続境界が存在する場合について考える。統計的パラメータの不連続境界の深さは 100 km とし、速度は IASP91 の地表から CMB までの平均 S 波走時である 6.3 km/s とし、一樣とする。さらに、CMB による反射も考慮せず、ScS 波は不連続境界まで下層を仮想的に $r_{ScS} = 2891 \times 2 - 286 - 100 = 5396$ km 伝播すると仮定する。下層での波の伝播を、速度境界において t_h が等しくなるように、上層のパラメータで置き換え、等価な伝播距離を用いる。エンベロープ幅は t_M で特徴付けられ、指数関数型ランダム媒質の場合は (3.3) によって定義される。 t_h [s] は (2.86) に 2s 幅のハニング窓関数を畳み込んだものから数値的に計算し、最小二乗法によって回帰直線を求めると、 t_M [s] を用いて

$$t_h = 0.70t_M + 1.07 \quad (3.10)$$

と記述される (図 3.26)。つまり、等価な伝播距離 r' は、実際の下層の伝播距離 r を用いて、

$$r' = \left(\frac{\varepsilon_1^{2.41}}{a_1} \frac{a_2}{\varepsilon_2^{2.41}} \right)^{0.43} r \quad (3.11)$$

と書ける。したがって、理論的な t_h は

$$t_h = 0.85\beta_0^{-1.19}\omega_c^{0.19} \left(\frac{\varepsilon_2^{2.41}}{a_2} \right)^{0.91} \left[\left(\frac{\varepsilon_1^{2.41}}{a_1} \frac{a_2}{\varepsilon_2^{2.41}} \right)^{0.43} r + l \right]^{2.09} + 1.07 \quad [\text{s}] \quad (3.12)$$

となる。ここで、上層の厚さ $l = 100$ km とし、S 波と ScS 波に対して r は、それぞれ 186 km, 5396 km である。他のパラメータの次元は β_0 [km/s], ω_c [s⁻¹], a_1 [km], a_2 [km], r [km] とする。 $^{obs}t_h^S = 2.29$ s, $^{obs}t_h^{ScS} = 2.84$ s

を代入し，S 波と ScS 波についての式を連立させて解くことにより，

$$\begin{cases} \varepsilon_2^{2.41}/a_2 = 2.71 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1} & (\text{上層}) \\ \varepsilon_1^{2.41}/a_1 = 6.85 \times 10^{-10} \text{ km}^{-1} & (\text{下層}) \end{cases} \quad (3.13)$$

と求まる．上層での速度が速く，それを補償するために上層の $\varepsilon_2^{2.41}/a_2$ が大きくなるため，下層の $\varepsilon_1^{2.41}/a_1$ が小さくなりすぎている．つまり，下層の値を正しく見積もるためには，速度不連続を取り入れ，上層と下層の値を異なる背景速度の下で評価しなければならない．

3.3.7 適用範囲

本論文では，1 Hz でのエンベロープを用いて不均質構造の推定を行ったが，推定した媒質（3 層モデル IV）においてマルコフ近似が成り立っているのかどうかを考察する．解析は 3 次元指数関数型ランダム媒質を仮定し，球面 S 波入射の場合のマルコフ近似を用いたが，指数関数型ランダム媒質におけるマルコフ近似の適用範囲を調べる研究は行われていない．そこで，本論文では，(2.99) で与えられる *Emoto et al.* (2010) で求められた 2 次元ガウス型ランダム媒質における平面 P 波入射の場合を参考にする．以下では， $a_1 = a_2 = 8 \text{ km}$ と仮定する．まず，短波長近似についてであるが，上層，下層での平均 S 波速度は，それぞれ $\beta_{20} = 4.8 \text{ km/s}$, $\beta_{10} = 6.8 \text{ km/s}$ であるため，1 Hz の S 波の場合， $a_2 k_c = 10$, $a_1 k_c = 7.4$ である．下層においては，(2.99) の適用範囲の下限を下回るが，この適用範囲を導出する際に，彼らは $ak_c = 4.0, 8.1, 16$ の 3 つの場合しか調べていないため，(2.99) を少し下回っても，マルコフ近似が成り立たなくなるわけではないので，本論文の条件は短波長近似は満たすと考える．次に ε の上限を決める 2 つ目の条件であるが，(2.99) は半無限媒質を仮定して導出されており，速度不連続境界を考慮していないので，(1) 100 km 不連続境界から地表まで伝播する場合，(2) S 波が震源から不連続境界まで 186 km 伝播する場合，(3) ScS 波が震源から 660 km 不連続境界まで 374 km 伝播する場合，(4) ScS 波が 660 km 不連続境界から CMB まで伝播する場合（逆も），(5) ScS 波が 660 km 不連続境界から 100 km 不連続境界まで伝播する場合を調べる．伝播距離を z とすると，それぞれの場合において $\varepsilon^2 z/a$ は，(1) 2.2×10^{-2} , (2) 2.3×10^{-5} , (3) 4.7×10^{-5} , (4) 2.8×10^{-4} , (5) 7.8×10^{-5} となる．つまり，いずれの場合も (2.99) の 2 つ目の条件を満たす．したがって，本論文で仮定した状況において，マルコフ近似を用いて解析するのは妥当であるといえる．

3.4 まとめ

本章では，日本直下で発生した深発地震の直上の観測点で記録された S 波と ScS 波の短周期での特徴を調べた．エンベロープの幅に着目すると，ほとんどの観測点において，ScS 波の幅の方が S 波よりわずかながら長くなっていることがわかった．そこで，全観測点において波形をスタックし，なめらかな平均エンベロープを得た．得られた S 波と ScS 波の MS エンベロープの t_h は，それぞれ 2.29 s と 2.84 s であった．この値をマルコフ近似に基づく理論エンベロープによる値と比較することによって，この地域における CMB までのランダム不均質構造を推定した．ランダム不均質構造をリソスフェアとそれ以深の部分にわけて求めるために，統計的パラメータの不連続境界を深さ 100 km，速度不連続境界を深さ 660 km に設定した 3 層モデルを仮定し，第 2 章で構築したマルコフ近似を用いてエンベロープを導出し，深さ 100 km 上下における不均質パラメータ $\varepsilon^{2.41}/a$ をグリッドサーチによって最適値を求めた．上層では $6 \times 10^{-5} \text{ km}^{-1}$ ，下層では $7 \times 10^{-9} \text{ km}^{-1}$ と推定された．また，下層のパラメータは S 波と ScS 波のエンベロープ幅の差によって制御されるため，畳み込む震源時間関数やエンベロープ幅の指標を変えても，下層におけるパラメータの変化は小さかった．減衰による分散や，走時ゆらぎの影響を考慮すると，本研究で推定したパラメータは，ランダム不均質の上限値だと考えられる．

表 3.1 解析に用いる地震のパラメータ．発震時，深さ，マグニチュードは気象庁一元化震源，メカニズム解は F-net のカタログを使用．

発震時 (JST)	深さ	マグニチュード	走向	傾斜	すべり角
2010/08/27 00:08'04.23"	286 km	5.2	230	45	-165

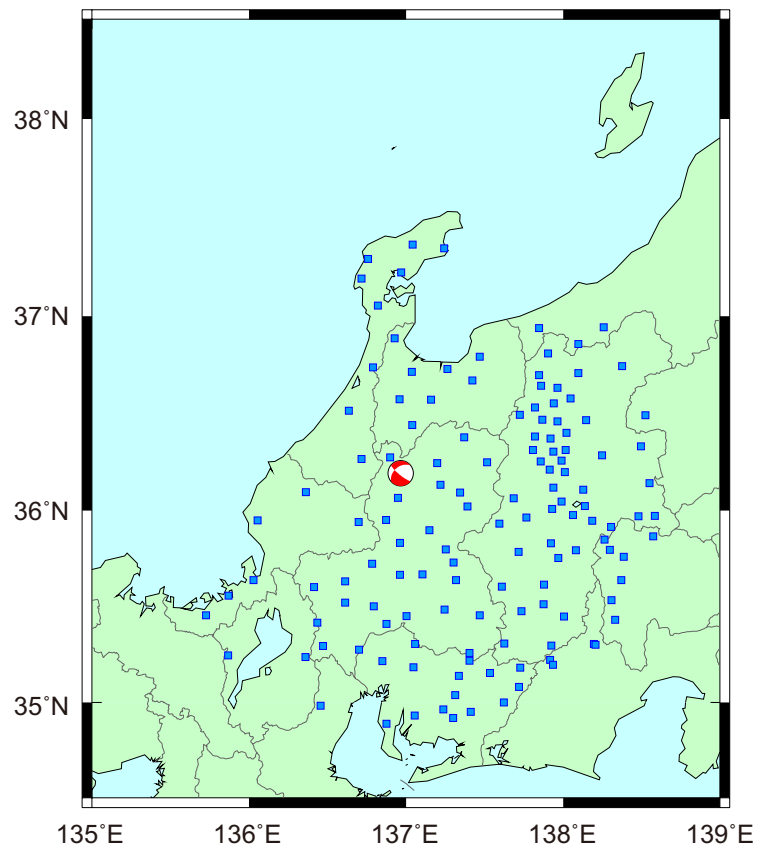


図 3.1 解析に用いる地震の震央(発震機構解・下半球投影)と震央距離が 150 km 以内にある 135 個の Hi-net 観測点分布(四角).

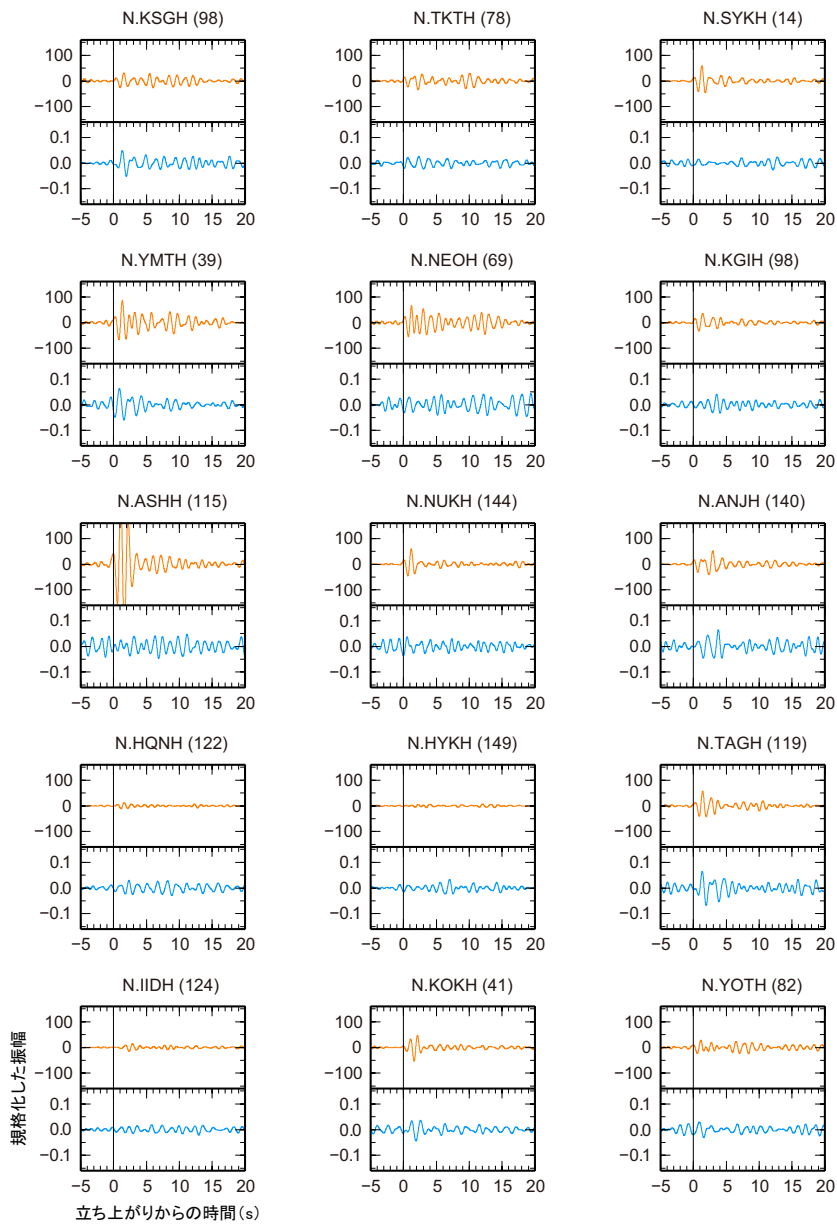


図 3.2 S 波と ScS 波の初動到達時刻が読み取り可能であった各観測点 (52 点) における S 波 (橙色) と ScS 波 (青色) の速度波形の東西成分。波形は 1 Hz (幅 2/3 Hz) のバンドパスフィルタを適用した後、各観測点においてコーダ部分 (136 s-146 s) の振幅で規格化し、読み取った初動到達時刻を 0 s として示している。各図の上の文字は観測点コードを示し、括弧内は震央距離 (km) を表す。

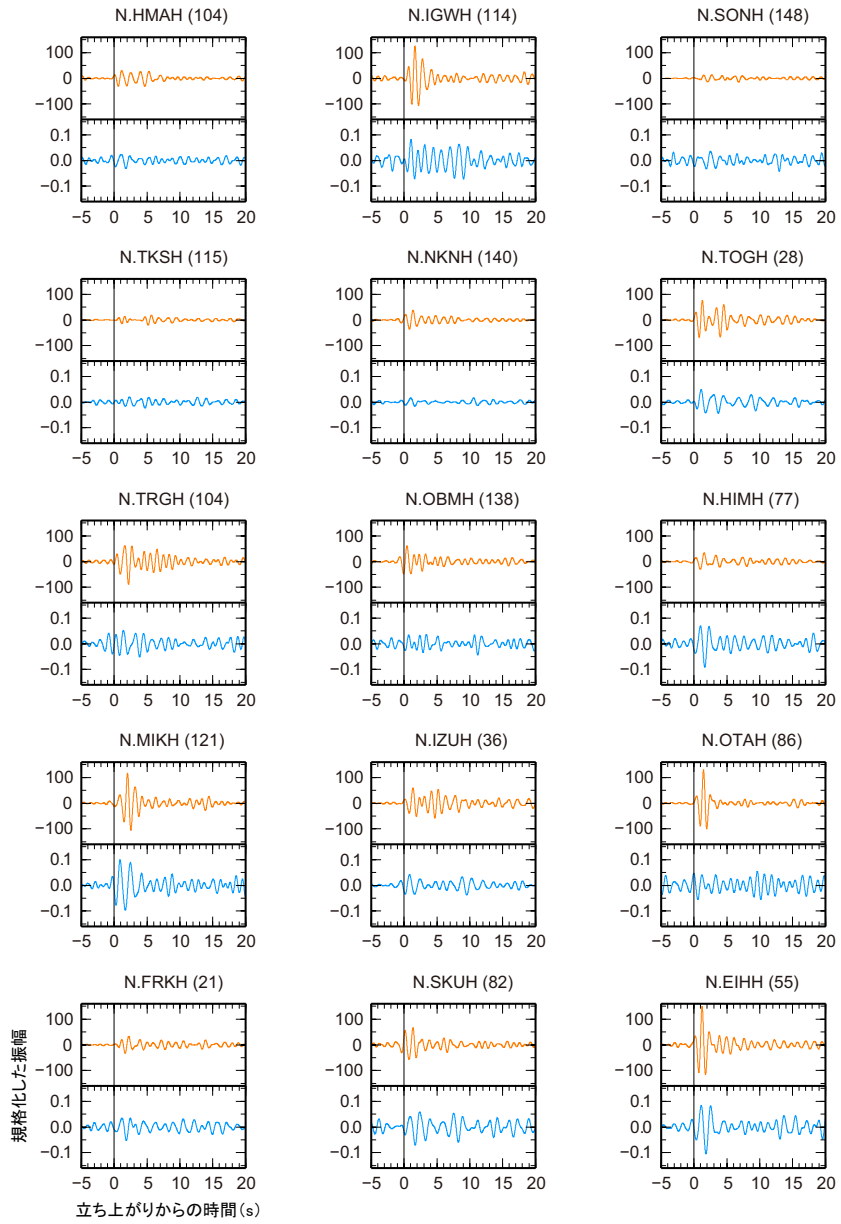


図 3.2 つつぎ .

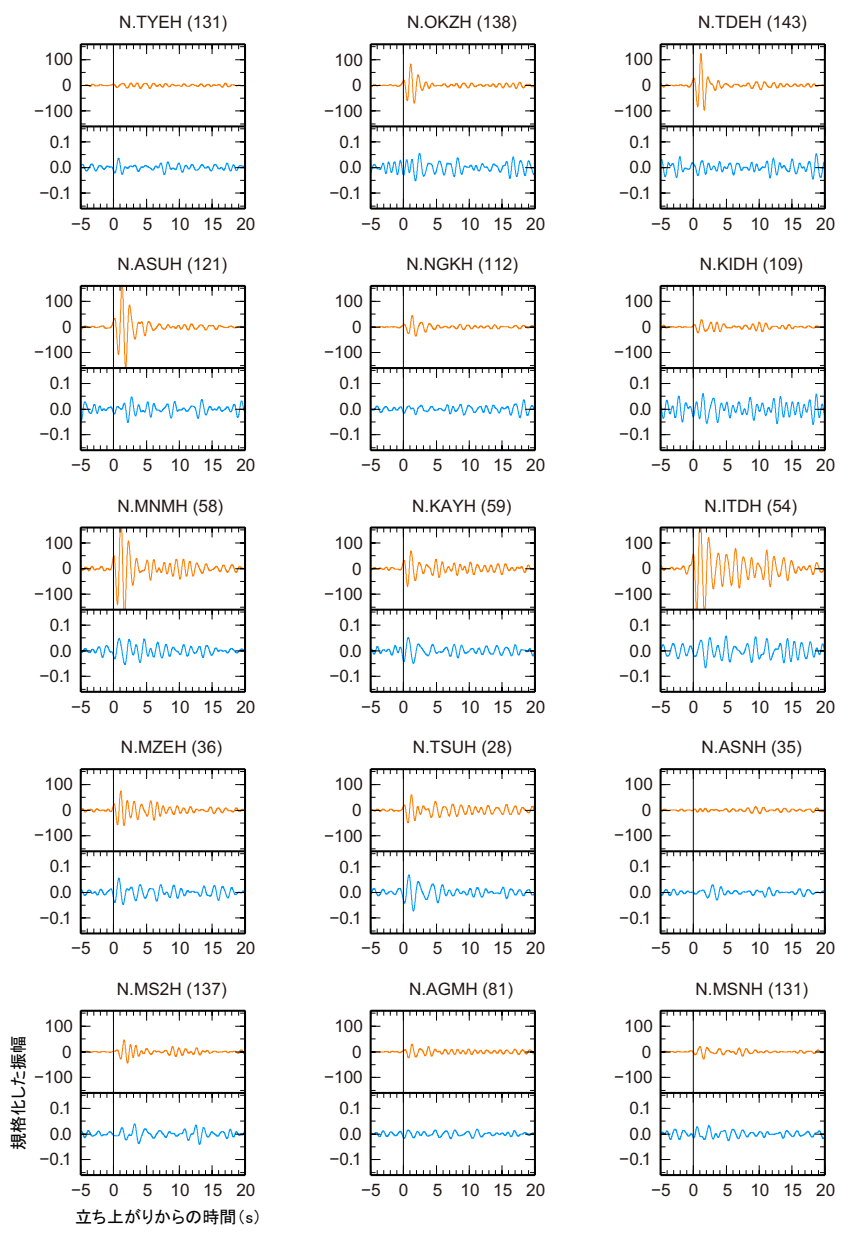


図 3.2 つつぎ .

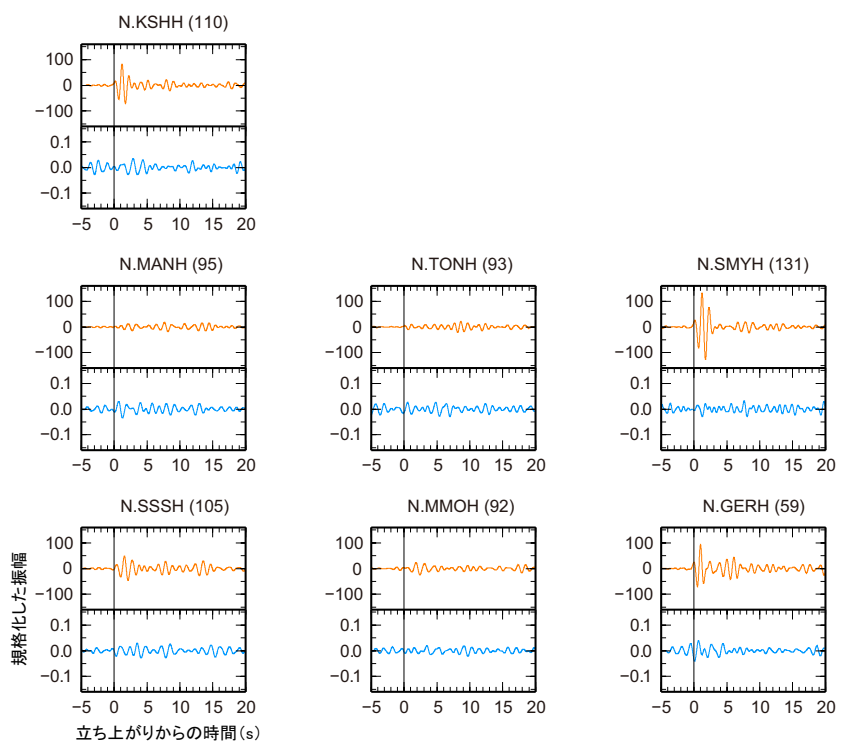


図 3.2 つつぎ .

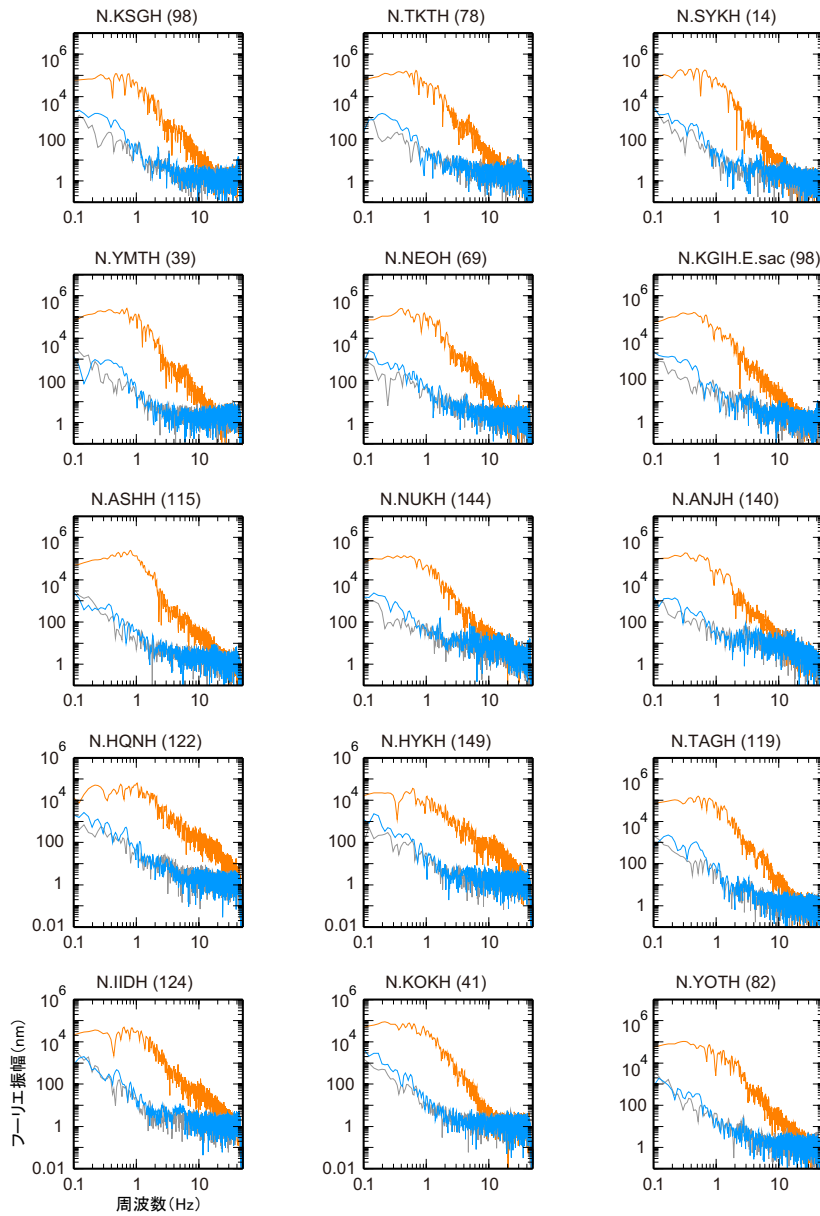


図 3.3 各観測点における東西成分の S 波（橙色）と ScS 波（青色）のスペクトル．時間窓は走時の 5 s 前から 15 s 後までの 20 s 間とし、前後それぞれ 5 s 幅のコサインテーパを適用．灰色は P 波到達前のノイズ部分のスペクトルを示す．各図の上の文字は観測点コードを示し、括弧内は震央距離（km）を示す．各観測点において、縦軸の範囲が異なることに注意．

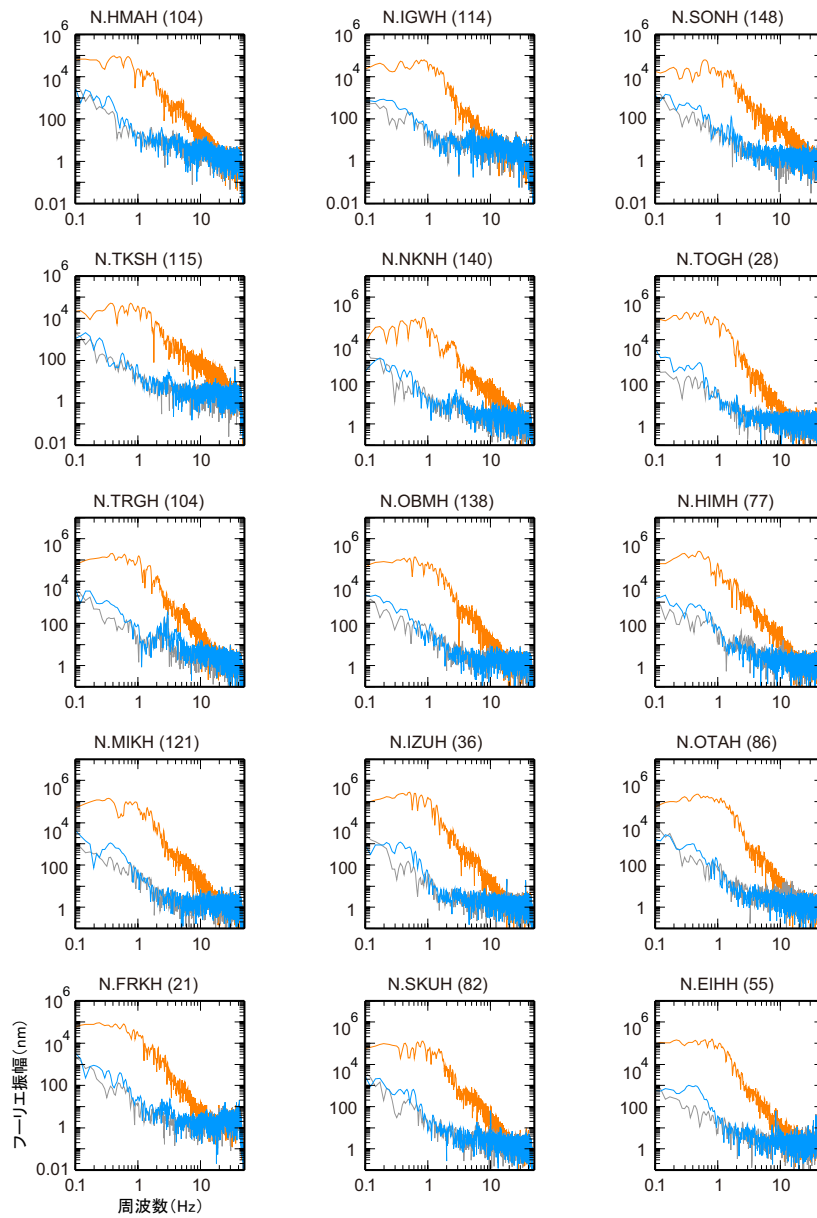


図 3.3 つつぎ .

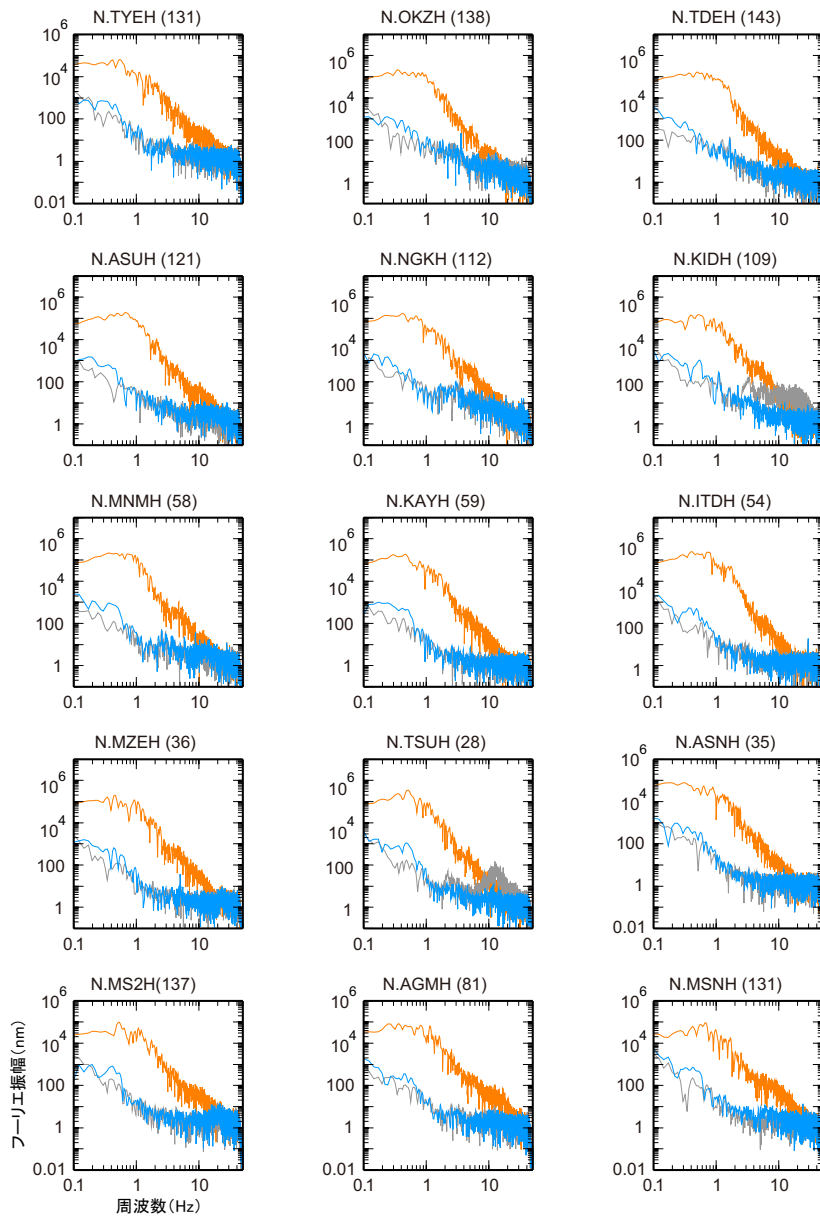


図 3.3 つつぎ .

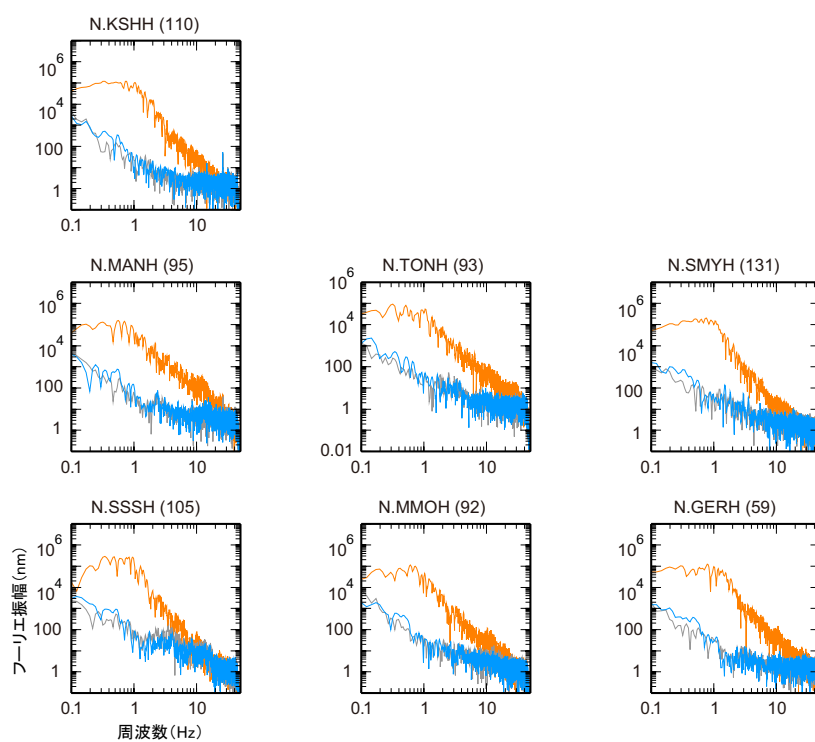


図 3.3 つつぎ .

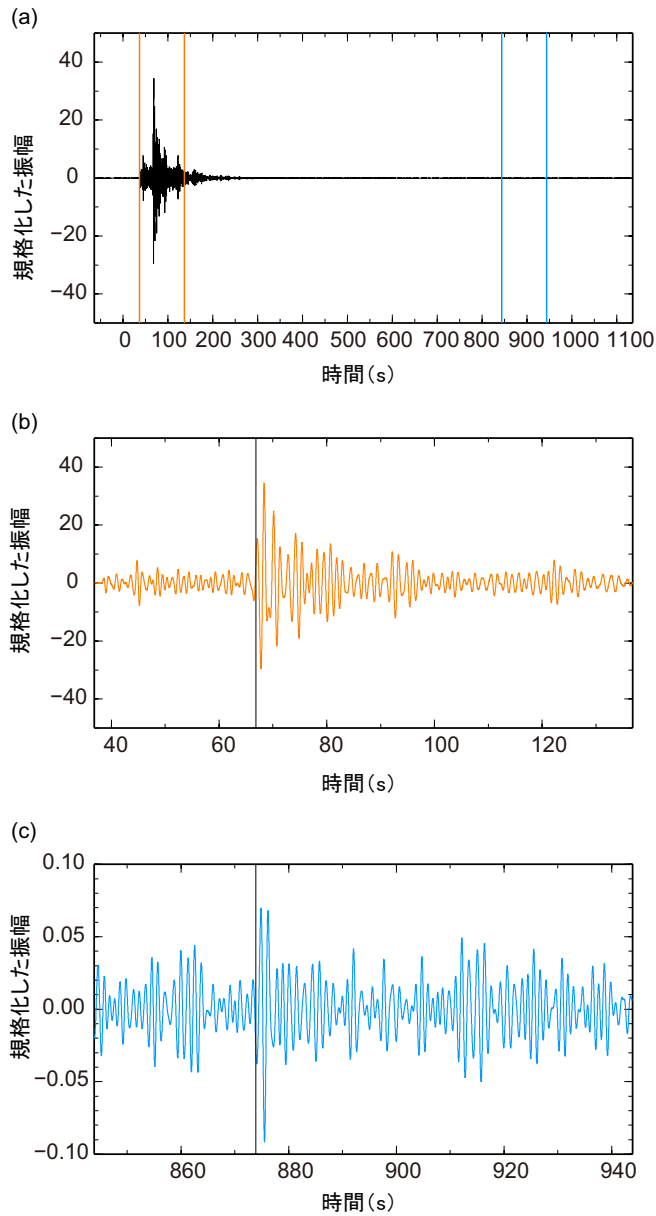


図 3.4 (a) 観測点 N.HIMH における東西成分の速度波形．波形は 1 Hz (幅 2/3 Hz) のバンドパスフィルタを適用した後，コーダ部分 (136 s-146 s) の平均振幅で規格化した．(b) S 波部分と (c) ScS 波部分を切り出した速度波形．縦の黒線は読み取った初動到達時刻を示す．

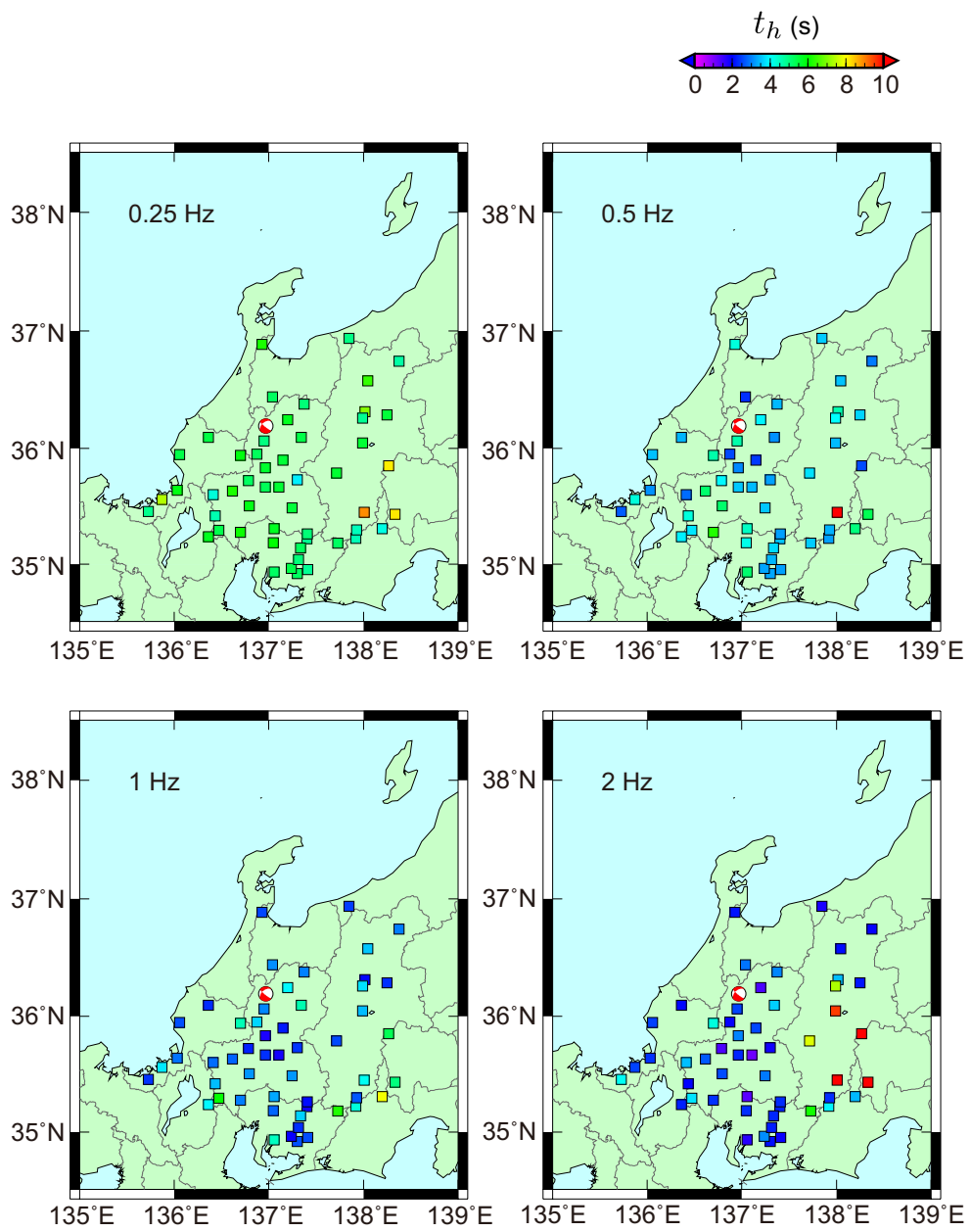


図 3.5 各観測点における水平 2 成分和の二乗エンベロープから求めた S 波の t_h^S の空間分布 .

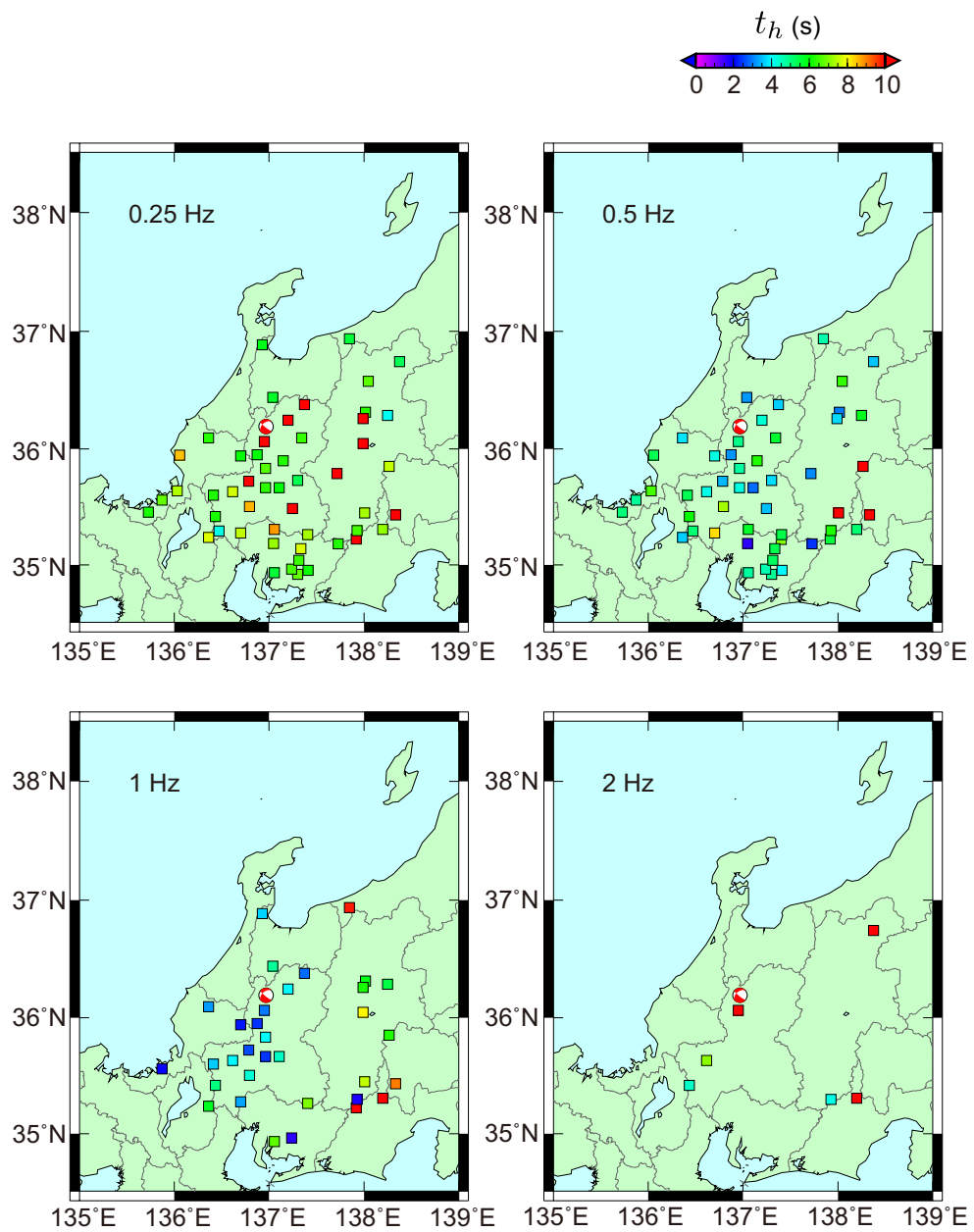


図 3.6 各観測点における水平 2 成分和の二乗エンベロープから求めた ScS 波の t_h^{ScS} の空間分布 .

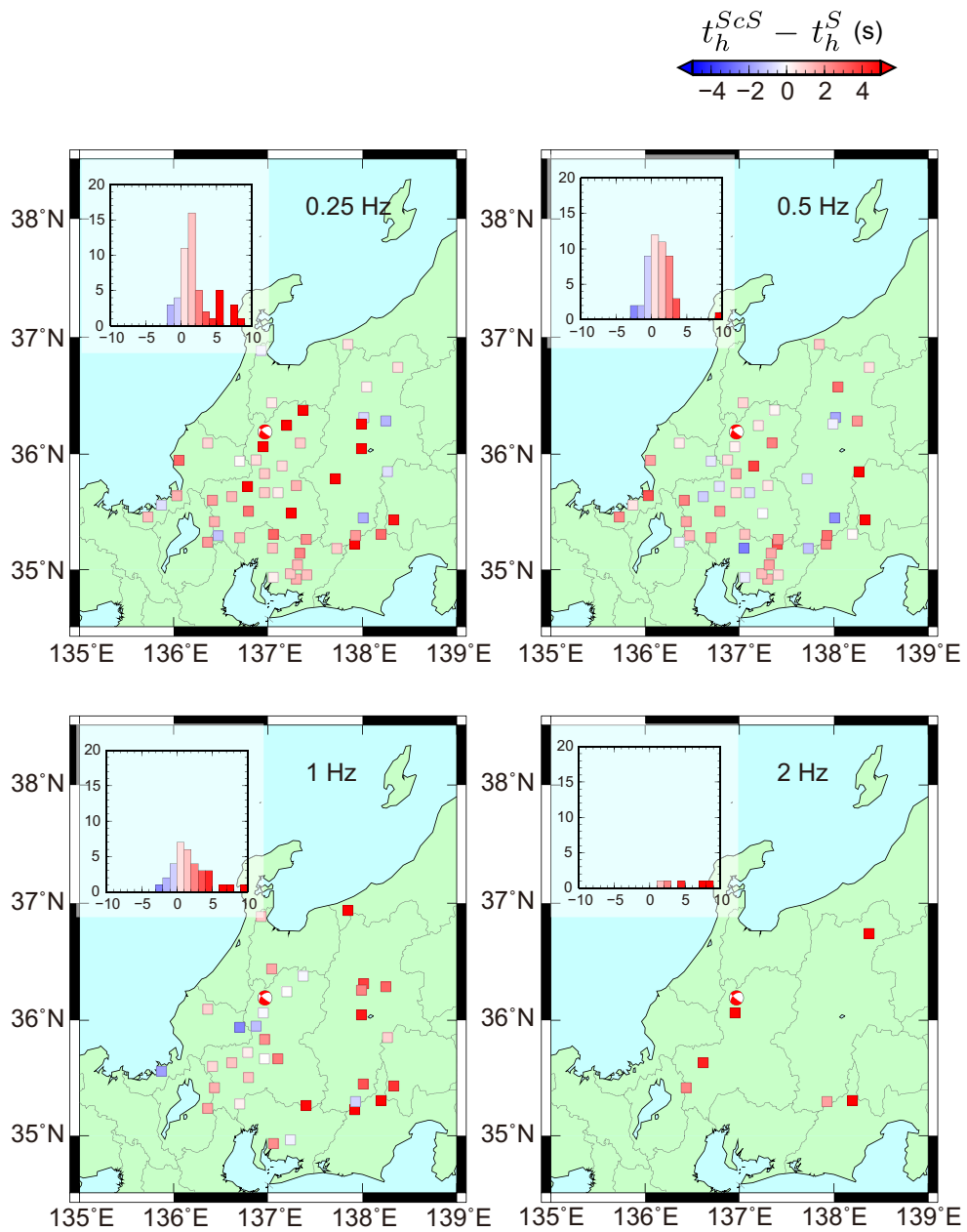


図 3.7 各観測点における水平 2 成分和の二乗エンベロープから求められる ScS 波の t_h^{ScS} から、S 波の t_h^S を引いた値の空間分布。

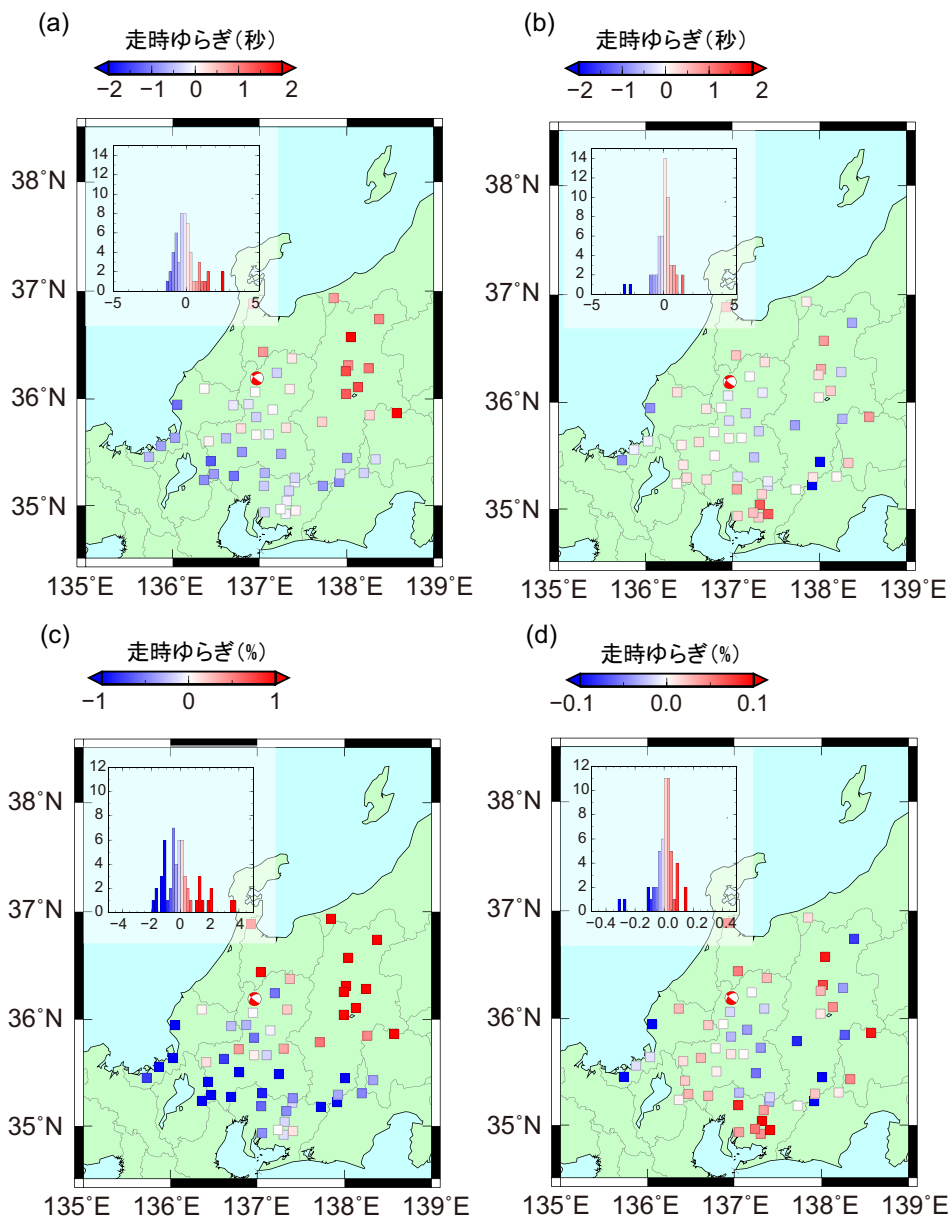


図 3.8 各観測点における (a)S 波と (b)ScS 波の走時ゆらぎ．震央距離を 50 km ごとにわけ，その中で最小二乗法により求めた平均走時からのずれを示す．(c)S 波と (d)ScS 波の平均走時からのずれをそれぞれの平均走時で割った値．

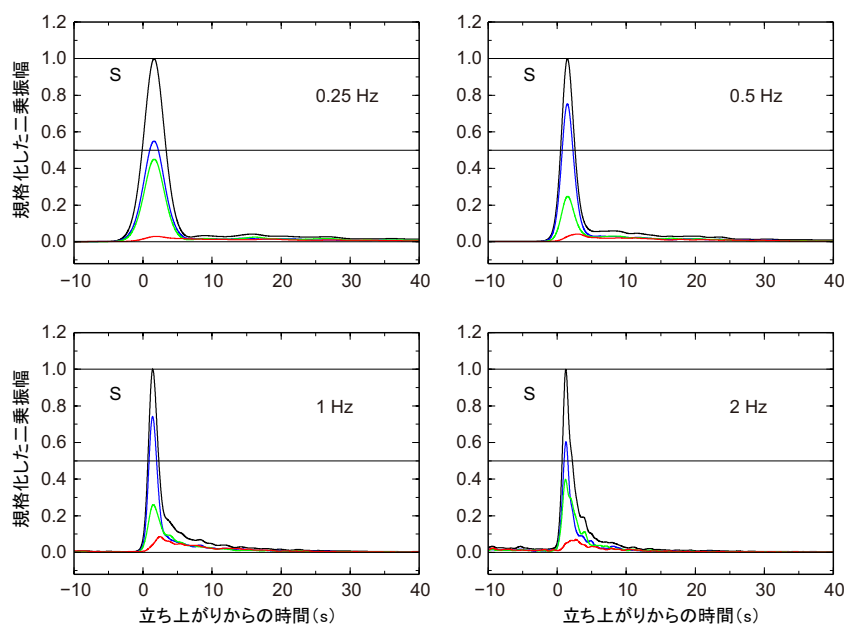


図 3.9 S 波の走時が読み取り可能で、S 波部分の水平 2 成分の S/N が 1.5 以上の点での二乗エンベロープをスタックした MS エンベロープ。振幅は表示している時間窓の中の最大値で規格化した。黒色、緑色、青色、赤色はそれぞれ、水平 2 成分和、南北成分、東西成分、上下成分を表す。

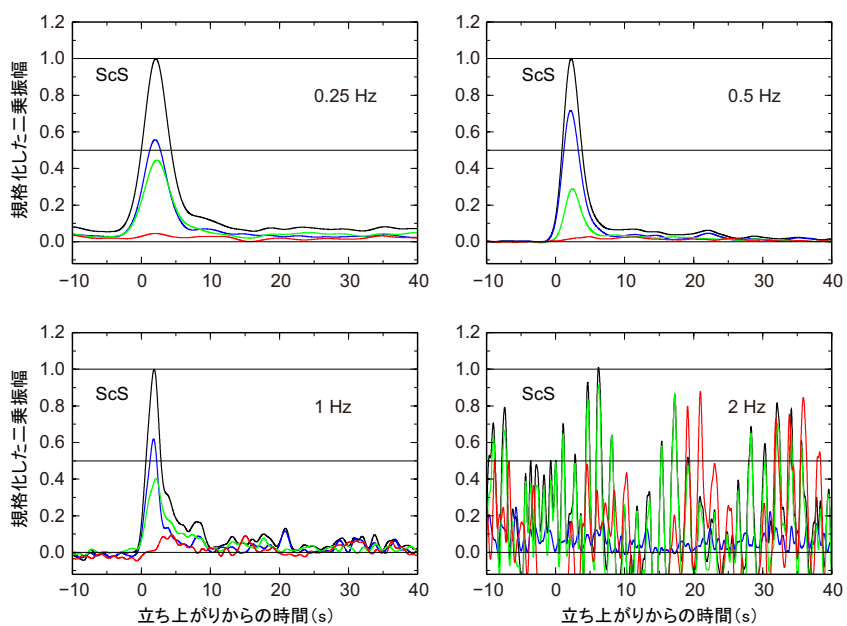


図 3.10 ScS 波の走時が読み取り可能で、ScS 波部分の水平 2 成分の S/N が 1.5 以上の点での二乗エンベロープをスタックした MS エンベロープ。振幅は表示している時間窓の中の最大値で規格化した。色は図 3.9 と同じである。

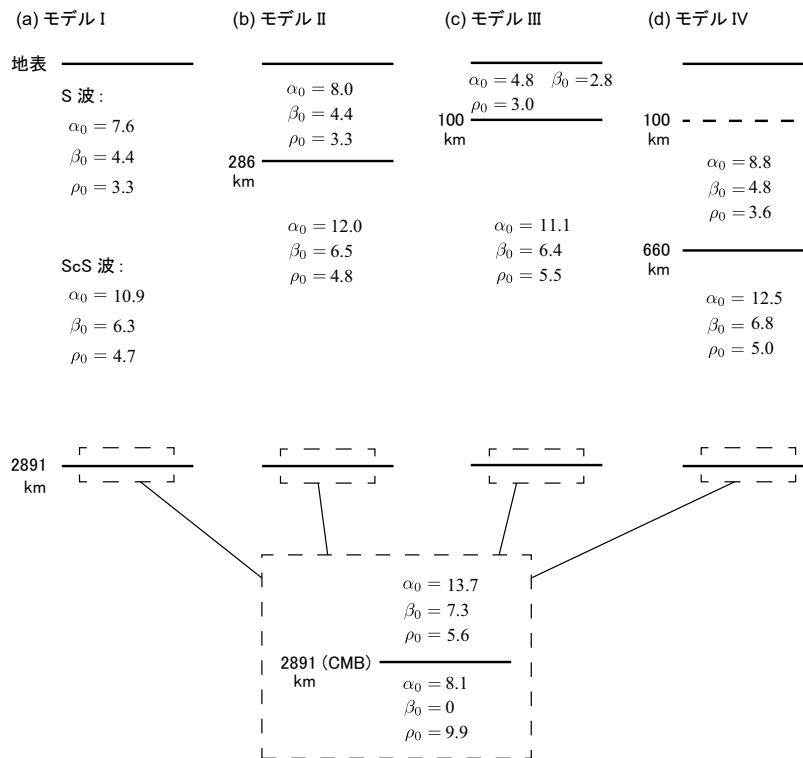


図 3.11 地球内部の不均質パラメータ推定に用いる 4 つのモデル . (a) 速度と不均質パラメータに不連続がない 1 層モデル (I) . (b) 震源の上下で速度と不均質パラメータが異なる 2 層モデル (II) . (c) 深さ 100 km に速度と不均質パラメータの不連続境界がある 2 層モデル (III) . (d) 深さ 100 km に不均質パラメータ , 660 km に速度不連続が存在する 3 層モデル (IV) . 単位は α_0 と β_0 が km/s , ρ_0 が 10^3kg/m^3 である .

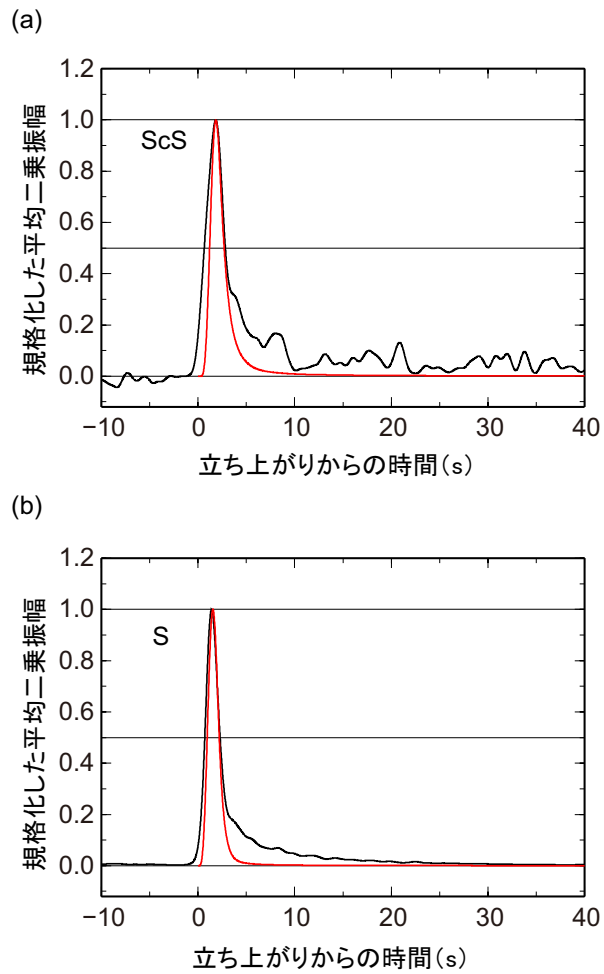


図 3.12 一層モデル (I) を仮定したときの最適値におけるマルコフ近似に基づく (a)ScS 波と (b)S 波の理論 MS エンベロープ (赤色) と観測 MS エンベロープ (黒色) の中心周波数 1 Hz での比較．振幅はそれぞれにおいて最大値で規格化した．マルコフ近似のエンベロープは走時ゆらぎがない場合の x 成分のエンベロープに、 $2s$ の震源時間関数を畳み込み導出した．観測エンベロープは水平 2 成分和である．

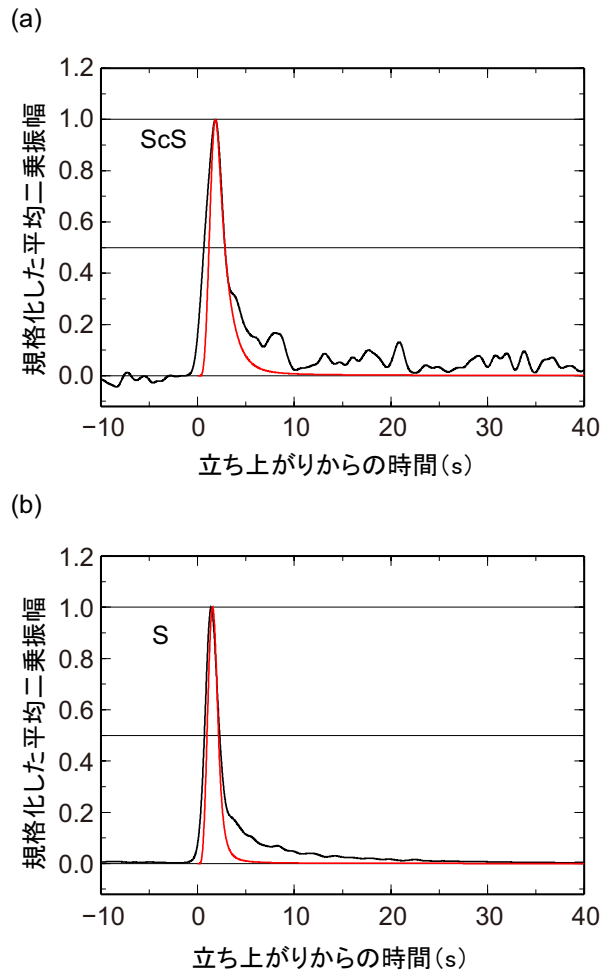


図 3.13 図 3.12 と同様。ただし、理論エンベロープは、深さ 286 km に速度・不均質の不連続境界を仮定した場合（モデル II）である。

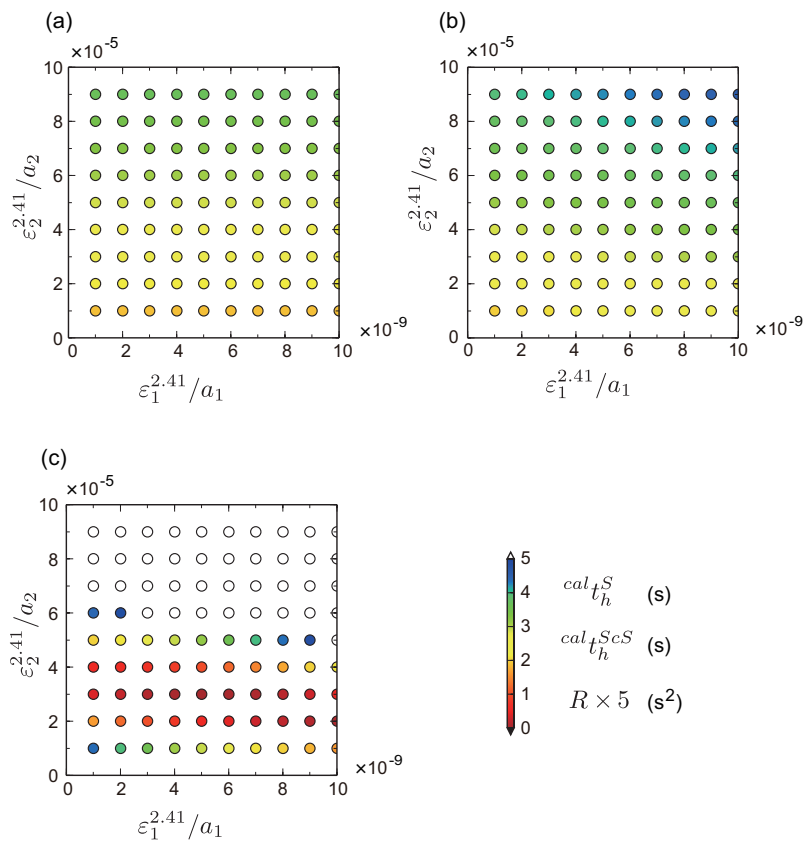


図 3.14 深さ 100 km に速度・統計的パラメータの不連続境界を仮定した場合 (モデル III) のグリッドサーチの結果 . (a) 計算された S 波の t_h の分布 . (b) 計算された ScS 波の t_h の分布 . (c) 残差二乗和 R の分布 .

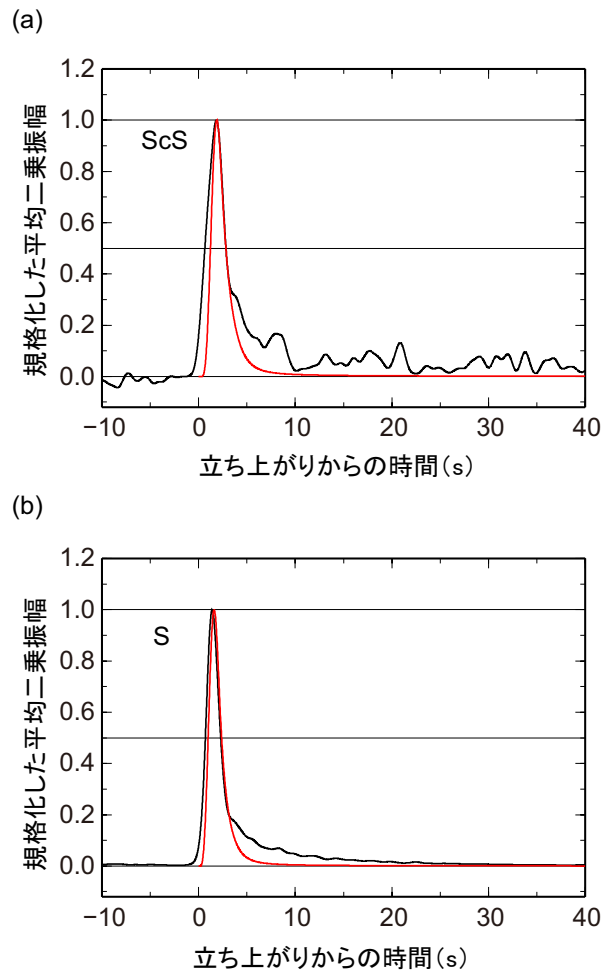


図 3.15 図 3.12 と同様 . ただし , 理論エンベロープは図 3.14 の場合 (モデル III) の最適値の場合である .

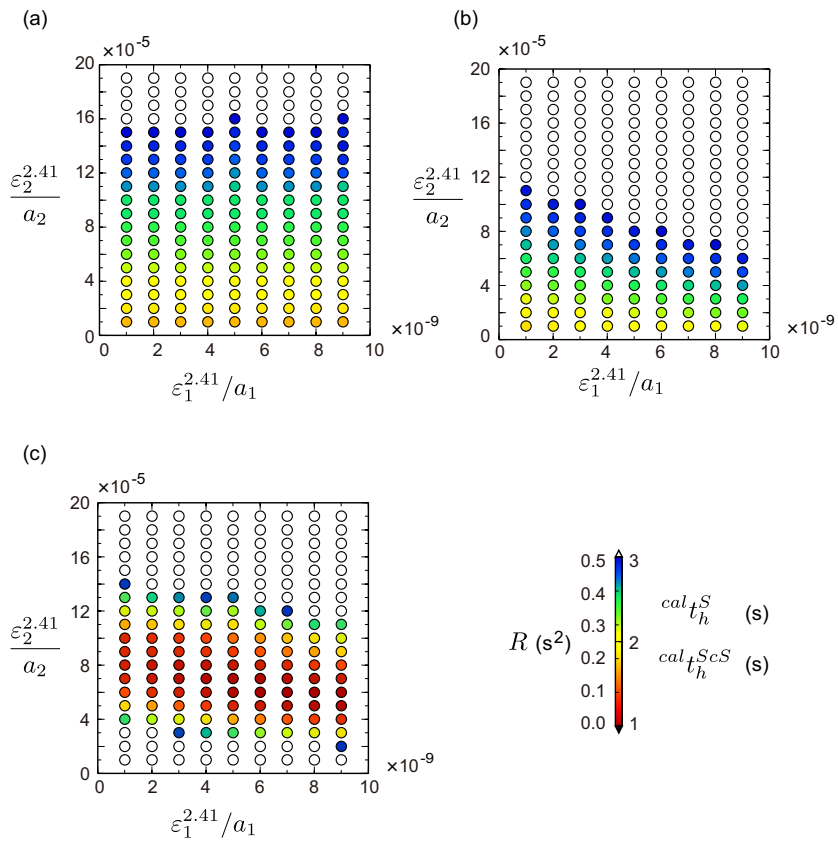


図 3.16 図 3.14 と同様 . ただし , 深さ 100 km に統計的パラメータの不連続境界 , 深さ 660 km に速度の不連続境界を仮定した場合 (モデル IV) である .

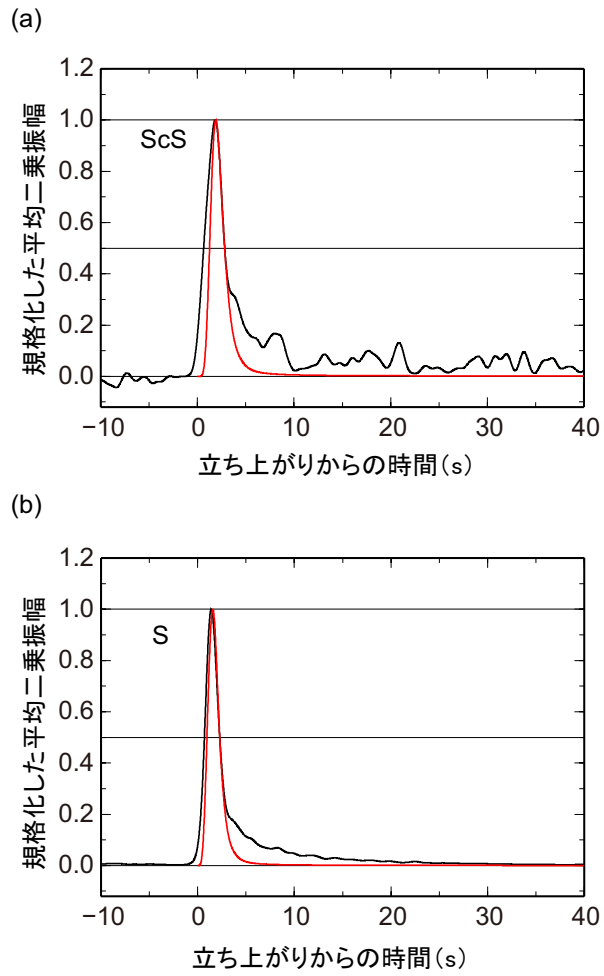


図 3.17 図 3.12 と同様。ただし、理論エンベロープは深さ 100 km に統計的パラメータの不連続境界、深さ 660 km に速度の不連続境界を仮定した場合（モデル IV）である。

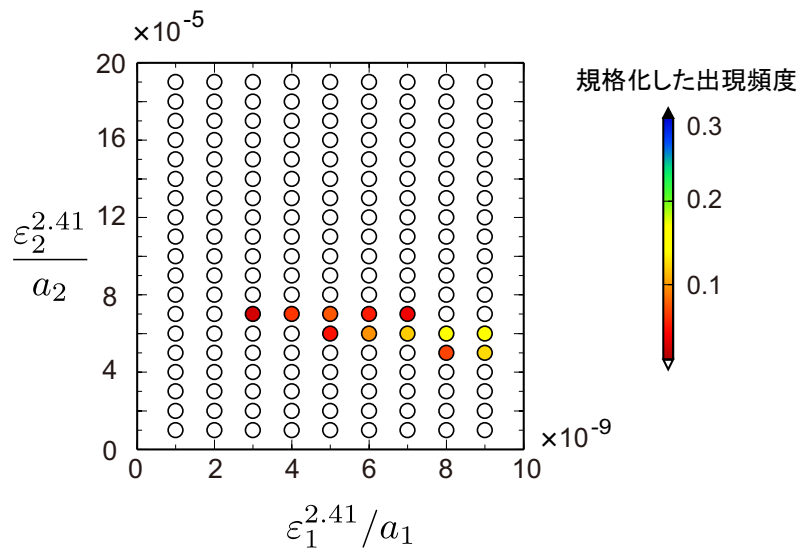


図 3.18 S 波と ScS 波の観測エンベロープから求めた t_n にそれぞれ、片側 0.1 s のゆらぎを与えてグリッドサーチしたときの最適解の頻度分布。

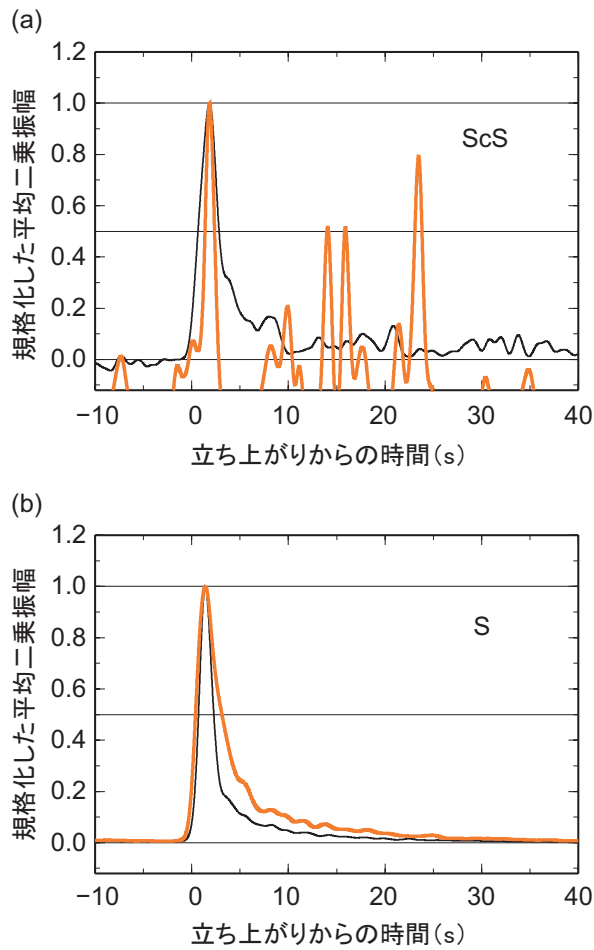


図 3.19 S/N 比が 1.5 以上の波形記録を読み取った初動到達時刻を揃えてスタックした場合（黒色）と、震央距離が 150 km 以内のすべての観測点の記録を用いて IASP91 による理論走時を揃えてスタックして求めた水平 2 成分和の MS エンベロープ（橙色）の比較．読み取った初動到達時刻を 0s とし、全観測点を用いた場合の MS エンベロープは、初動到達時刻で揃えた場合の MS エンベロープとピーク到達時刻を揃えて表示している．中心周波数は両者とも 1 Hz である．

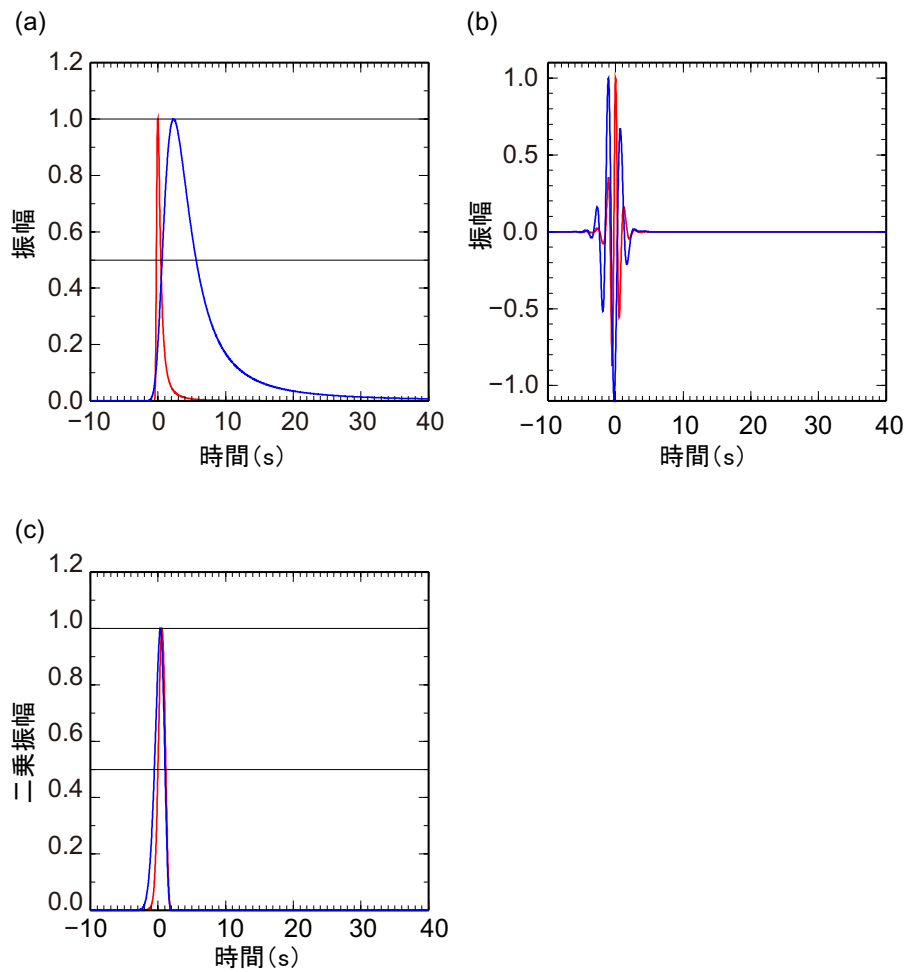


図 3.20 減衰に周波数依存性はないと仮定して計算した (a) インパルス波形に対する応答と, (b) そこに中心周波数 1 Hz のバンドパスフィルターをかけた波形. (c) 二乗エンベロープに変換し, 2 s 幅のハニング窓関数を畳み込んだエンベロープ. 赤色が伝播距離 286 km, $Q = 124$, S 波速度 4.4 km/s と仮定した場合 (S 波に相当). 青色が伝播距離 5496 km, $Q = 222$, S 波速度 6.3 km/s と仮定した場合 (ScS 波に相当) である.

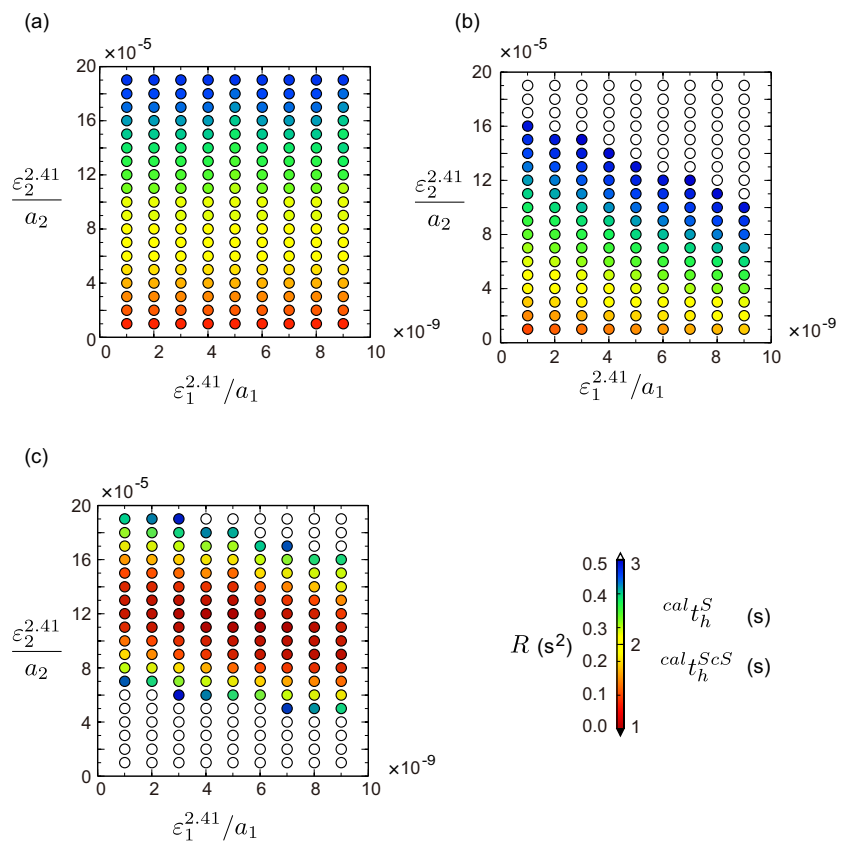


図 3.21 図 3.16 (モデル IV) と同様 . ただし , 1.5 s 幅の震源時間関数を畳み込んだ場合 .

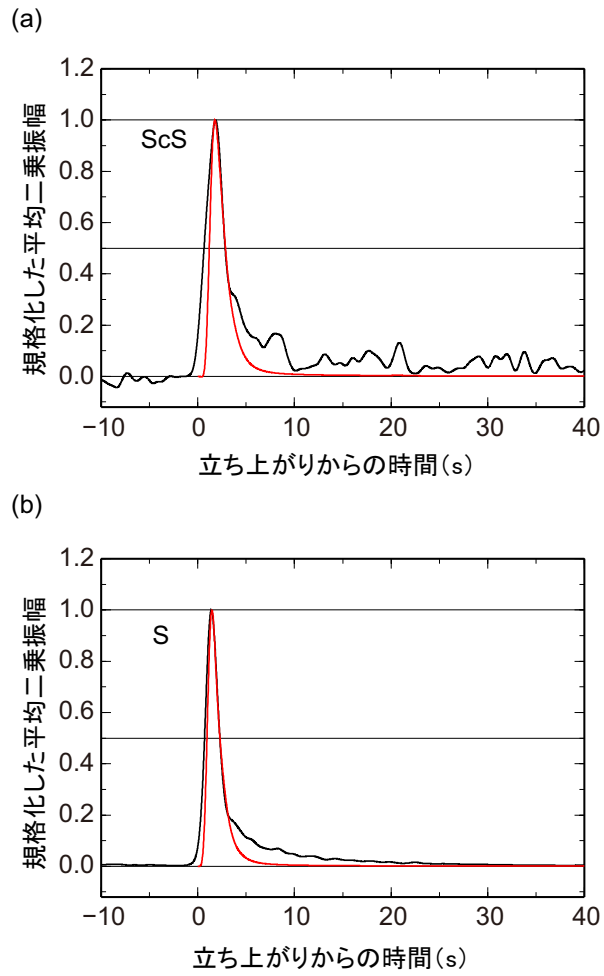


図 3.22 図 3.17 (モデル IV) と同様 . ただし , 理論エンベロープは , 1.5 s 幅の震源時間関数を畳み込んだ場合 (図 3.21) の最適解

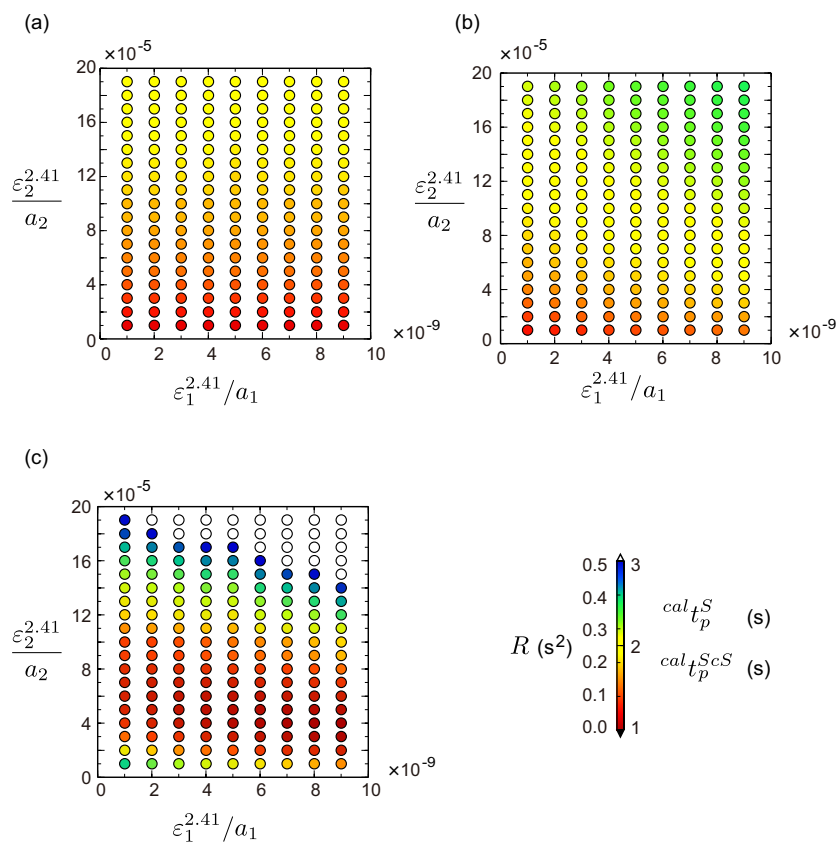


図 3.23 深さ 100 km に統計的パラメータの不連続境界，深さ 660 km に速度の不連続境界を仮定した場合（モデル IV）のグリッドサーチの結果．(a) 計算された S 波の t_p の分布．(b) 計算された ScS 波の t_p の分布．(c) 残差二乗和 R の分布．

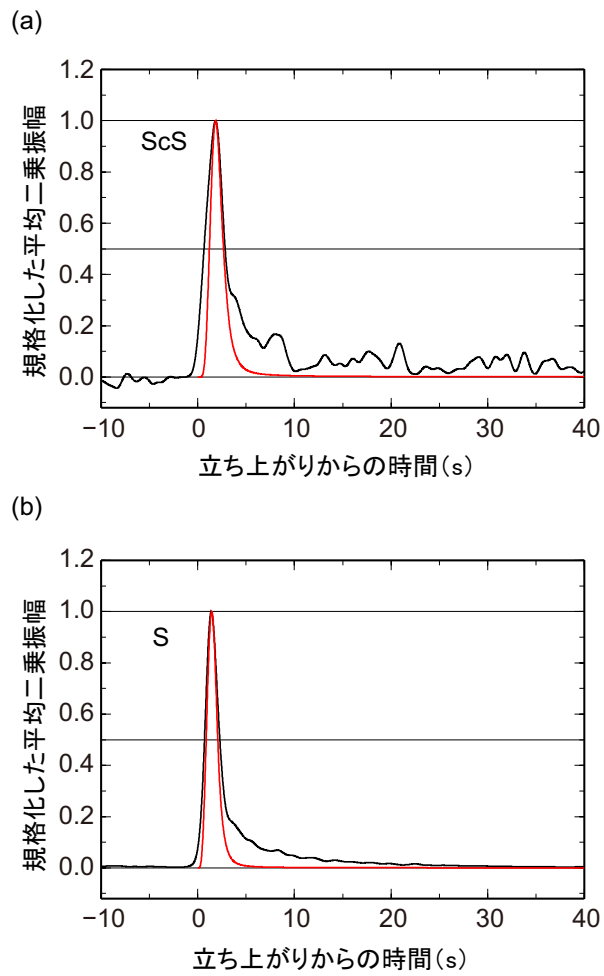


図 3.24 図 3.17 (モデル IV) と同様 . ただし , 理論エンベロープは , t_p を用いて解析した場合 (図 3.23) の最適解 .

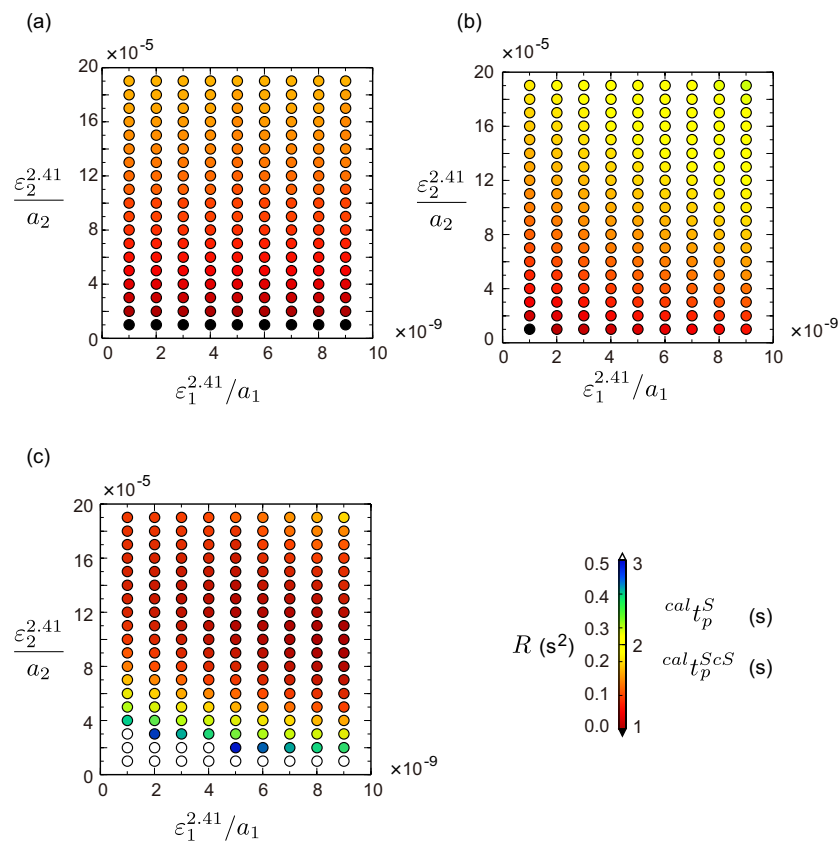


図 3.25 図 3.23 (モデル IV) と同様 . ただし , 理論エンベロープは , t_p を用いた解析において 1.5 s 幅の震源時間関数を畳み込んだ場合 (図 3.25) の最適解 .

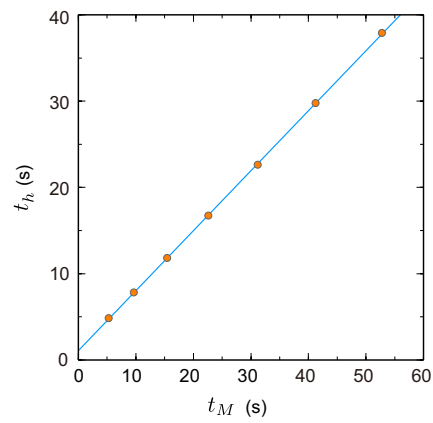


図 3.26 t_h と t_M の関係．指数関数型ランダム媒質において，(2.86) によって計算した x 成分の平均二乗エンベロープに 2s 幅のハニング窓関数をたたみ込んだものから数値的に求めた t_h を橙色，最小二乗法によって求めた回帰直線を青色の実線で示す．計算した t_h は， $a = 10$ km, $\varepsilon = 0.05$, $\beta_0 = 6.3$ km/s, $f_c = 1$ Hz とし，伝播距離を 300 ~ 900 km まで 100 km 刻みで変化させた場合の値である．

第 4 章

議論

4.1 マルコフ近似によるベクトル波エンベロープの改良

4.1.1 3次元平面 P 波入射の場合

本研究では、エンベロープを構成する散乱波強度の角度分布と解釈される角度スペクトルを用いることにより、マルコフ近似に基づいたベクトル波エンベロープを導出した。また、この解釈により角度スペクトルの表現を用いることによって、速度不連続を取り入れた。しかし、この角度スペクトルの解釈のためには、2次元の場合は (2.26)、3次元の場合は (2.74) の導出において行った近似が必要であり、以下では3次元の場合においてこの近似が妥当かどうか検証する。

式 (2.74) は近似を用いた表現であり、そもそも、 z 成分の強度は、

$$\begin{aligned}
 I_z^P(\mathbf{x}_\perp, z, t) &= \langle |u_z|^2 \rangle \\
 &= \langle \partial_z \phi' \partial_z \phi''^* \rangle_{\mathbf{x}'=\mathbf{x}''} \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \int_{-\infty}^{\infty} d\omega'' e^{-i(k'_0 - k''_0)z + i(\omega' - \omega'')t} \left\langle \left(U' + \frac{\partial_z U'}{ik'_0} \right) \left(U''^* - \frac{\partial_z U''^*}{ik''_0} \right) \right\rangle_{\mathbf{x}'=\mathbf{x}''} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d \widehat{I}_z^P(z, t, \omega_c)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

と記述され、走時ゆらぎを含む MS エンベロープは

$$\widehat{I}_z^P(z, t, \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-z/\alpha_0)} \left\langle \left(U' + \frac{\partial_z U'}{ik'_0} \right) \left(U''^* - \frac{\partial_z U''^*}{ik''_0} \right) \right\rangle_{\mathbf{x}'=\mathbf{x}''} \tag{4.2}$$

となる。ここで、

$$\partial_z U \approx -\frac{1}{2ik_0} \nabla_\perp^2 U \tag{4.3}$$

の関係をj用いることにより、

$$\left\langle \left(U' + \frac{\partial_z U'}{ik'_0} \right) \left(U''^* - \frac{\partial_z U''^*}{ik''_0} \right) \right\rangle_{\mathbf{x}'=\mathbf{x}''} = \left[\Gamma_2 + \frac{1}{k_c^2} \nabla_{\perp d}^2 \Gamma_2 + \frac{1}{4k_c^4} \nabla_{\perp d}^4 \Gamma_2 \right]_{\mathbf{x}_\perp d=0} \tag{4.4}$$

となる。このとき、準単周波数近似を用いた ($k_d^2 \ll k_c^2$)。式 (4.4) において、

$$\langle \nabla_\perp^2 U' \nabla_\perp^2 U''^* \rangle_{\mathbf{x}'=\mathbf{x}''} \approx 0 \tag{4.5}$$

とすると、 z 成分の MS エンベロープは (2.74) となる。しかし、この近似の妥当性は自明ではない。つまり、(4.4) の第 3 項が第 1 項と第 2 項に比べて大きくなれば、角度スペクトルに掛かる係数は、単純な射影と解釈することができず、角度スペクトルを散乱波強度の角度分布と解釈することも破綻する。走時ゆらぎのない場合の MS エンベロープの表現は、 Γ_2 を ${}_0\Gamma_2$ に置き換えることによって得られる。

式 (4.5) の近似の妥当性を調べるために、3次元ガウス型ランダム媒質にデルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルスが入射する場合について数値的に確かめる。この場合、Sato (2006) により、二周波数相互相関関数の解析解は

$${}_0\Gamma_2 = \frac{1}{\cos s_0} \exp\left(-\frac{\tan s_0}{s_0} \frac{x_d^2 + y_d^2}{a_\perp^2}\right) \tag{4.6}$$

と求められており，

$$\begin{cases} \nabla_{\perp d}^2 0\Gamma_2 \Big|_{x_{\perp d}=0} = -\frac{4 \tan s_0}{s_0 \cos s_0} \frac{1}{a_{\perp}^2} \\ \nabla_{\perp d}^4 0\Gamma_2 \Big|_{x_{\perp d}=0} = \frac{32 \tan^2 s_0}{s_0^2 \cos s_0} \frac{1}{a_{\perp}^4} \end{cases} \quad (4.7)$$

となる． ω_d と t_M を変えた場合の (4.4) の第 1 項と第 2 項の和に対する第 3 項の比の絶対値

$$R(t_M, \omega_d) = \left| \frac{\frac{1}{4k_c^4} \nabla_{\perp d}^4 0\Gamma_2}{\left(1 + \frac{\nabla_{\perp d}^2}{k_c^2}\right) 0\Gamma_2} \right| \quad (4.8)$$

を図 4.1a に示す． $t_M \omega_d$ が $[0, 10]$ ， t_M が $[0, 1]$ s の範囲では，おおむね R は非常に小さいが， t_M が大きい場合には，小さい $t_M \omega_d$ のときに R は大きな値をとり，最大値は $R = 51\%$ である．この状況ではもはや (4.4) の第 3 項を無視することはできない．第 3 項を無視することで MS エンベロープにどのような影響を与えるかを， $t_M = 1.0$ s の場合について計算したものを図 4.1b に示す．これは， $\alpha_0 = 7.8$ km/s， $z = 100$ km， $f_c = 2$ Hz とした場合， $a = 2.84$ km， $\varepsilon = 0.05$ に相当するものである．図をみると，第 3 項を無視した場合と，そうでない場合の違いは主にコーダ部分に現れることがわかる． z 方向に伝播する P 波入射の場合を考えると，従来のマルコフ近似では，次第に x, y 成分のエンベロープが相対的に大きくなるため，基準エンベロープからそれらを引いた z 成分の MS エンベロープはコーダ部分において負になる．しかし，第 3 項を取り入れることによって， z 成分の MS エンベロープが負になる現象が改善されていることがわかる．最大値に対してほとんど影響がないため，このことは 2.3 節で行ったマルコフ近似の適用範囲の議論には影響を与えないと考えられる．

4.1.2 2次元平面 P 波入射の場合

4 階微分の項を取り入れることによって，どの程度エンベロープが改善されるのかを調べるために，2次元非等方ガウス型ランダム媒質において，差分法によるエンベロープと比較する．2次元ランダム媒質に平面 P 波が鉛直入射したときの z 成分の MS エンベロープは

$$\widehat{I}_{z0}(z, t; \omega_c) = \text{frac} 12\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-z/\alpha_0)} \left\langle \left(U' + \frac{\partial_z U'}{ik'_0} \right) \left(U''^* - \frac{\partial_z U''^*}{ik''_0} \right) \right\rangle_{x'=x''} \quad (4.9)$$

と書ける．ここで，3次元の場合の (4.4) と同様の導出により，

$$\left\langle \left(U' + \frac{\partial_z U'}{ik'_0} \right) \left(U''^* - \frac{\partial_z U''^*}{ik''_0} \right) \right\rangle_{x'=x''} = \left[\Gamma_2 + \frac{1}{k_c^2} \partial_{x_d}^2 \Gamma_2 + \frac{1}{4k_c^4} \partial_{x_d}^4 \Gamma_2 \right]_{x'=x''} \quad (4.10)$$

となる．4 階微分の項を無視することにより，(2.26) が導かれる．2次元非等方ガウス型ランダム媒質にデルタ関数型強度を持つ平面 P 波が鉛直入射したときの $0\Gamma_2$ の解析解は (2.95) であるので，

$$\begin{cases} \partial_{x_d}^2 0\Gamma_2 \Big|_{x_d=0} = -\frac{2 \tan s_0}{s_0 \sqrt{\cos s_0}} \frac{1}{a_{\perp}^2} \\ \partial_{x_d}^4 0\Gamma_2 \Big|_{x_d=0} = \frac{12 \tan^2 s_0}{s_0^2 \sqrt{\cos s_0}} \frac{1}{a_{\perp}^4} \end{cases} \quad (4.11)$$

となる．図 2.22 と同様に， $a_x = 5$ km， $az = 10$ km， $\varepsilon = 0.05$ ， $\alpha_0 = 7.8$ km/s で特徴付けられる 2次元非等方ランダム媒質において，伝播距離 $z = 75$ km で求めた差分法による MS エンベロープの z 成分と (4.10) の 4 階微分の項を無視した場合と無視しない場合の MS エンベロープの比較を図 4.2 に示す．全体として，4 階微分を取り入れても MS エンベロープに大きな変化はない．しかし，4 階微分を取り入れることにより，経過時間が大きい部分で MS エンベロープが負にならいため，エンベロープ後半の形状は差分法とよく一致するようになっていることがわかる．

4.1.3 角度スペクトルの解釈

式 (4.4) の第 3 項を無視することにより,

$$\begin{cases} k_x = k_c \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k_c \sin \theta \sin \phi \\ k_z = k_c \cos \theta \end{cases} \quad (4.12)$$

という座標系を導入すると, (4.4) の第 3 項を無視して導いた (2.74) で, 角度スペクトルに掛かる係数が

$$(\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_z) = \cos^2 \theta$$

と書かれる. これにより, (2.74) は, 角度スペクトルを z 成分に射影して, 全角度で積分した表現となるため, 角度スペクトルは散乱波強度の角度分布と解釈することが可能であった. しかし, (4.4) の第 3 項を取り入れることで, 余分な項が加わり, 単純な射影と解釈することができなくなる. しかし, 図 4.1b を見ると, コーダ部分には違いが生じるものの, マルコフ近似で主に対象としているエンベロープの立ち上がりからピーク付近においては差は小さいため, この範囲においては, 角度スペクトルは散乱波強度の角度分布を表すと解釈することが可能である.

4.2 従来の研究との比較

第 3 章において推定した地球内部の不均質パラメータを従来の研究と比較する. 本論文では指数関数型ランダム媒質を仮定しているため, 同様に指数関数型ランダム媒質を仮定して行われた地球内部の推定事例を図 4.3 に示す. 本研究の結果は, 3.2.4 節の 3 層モデル (IV) を仮定した場合のものである. まず, 本研究による浅部のパラメータ (青色) は従来の報告例と同程度の値が見積もられており, この地域における浅部の短波長不均質構造は他の地域と同程度であると言える. しかし, 本研究の深部のパラメータに関しては *Shearer and Earle* (2004) よりも $\varepsilon^{2.41}/a$ は一桁ほど小さく, *Margerin and Nolet* (2003b) と比べても数分の一の大きさである. 日本列島直下には, *Zhao* (2004) や *Zhao* (2009) によって, 太平洋プレートの沈み込みによる対流やプリュームと思われる低速度異常が深さ 1000 km から 1500 km に広がっている構造が P 波のトモグラフィーから推定されており, このような大規模な構造を考えれば, 解析した地域は速度不均質は比較的強い地域である. 本研究では走時を揃えてスタックしているために, このような大規模の速度不均質の影響を取り除いてしまっていると考えられる. また, 図 4.3 に基づいて, *Shearer and Earle* (2004) で見積もられた $a = 8$ km を仮定して計算したパワースペクトル密度の比較を図 4.4 に示す. 解析している周波数帯はそれぞれの研究で異なるが, 浅部のスペクトルはほぼ重なっていることがわかる. 一方, 深部に関しては, スペクトルのレベルが一桁以上ばらついていることがわかる. *Shearer and Earle* (2004) の P 波の解析による結果を用いてマルコフ近似によって計算した S 波と ScS 波の理論エンベロープと観測エンベロープの比較を図 4.5 に示す. 彼らは速度構造として IASP91 モデルを使用しているが, 連続的に速度が変化する場合のマルコフ近似によるエンベロープ合成法は確立していないので, 0–200, 200–600, 600–CMB の 3 層それぞれで平均した速度構造を用い, 不連続境界における反射・透過係数の際に用いる密度は PREM のそれぞれの層での平均値を用いる. このモデルでは, S 波も ScS 波も再現することができず, 不均質の強さを過大評価してしまっていることがわかる. 特に ScS 波は広がりすぎている. 本研究でスタックした ScS 波と異なり, *Shearer and Earle* (2004) のスタックした P 波エンベロープは数十 s から 100 s 程度に広がっている.

彼らは主に遠地震を使用しており, 波線はマントルを水平方向に通過するが, 本研究で用いた ScS 波は, マントルを鉛直方向に通過する (図 4.6a). 第 2 章で示したように, 非等方ランダム媒質において, 長い相関距離方向に伝播する波は, 短い方向に伝播する波に比べ, 不均質の影響を強く受け, ピーク到達時刻が遅れ, エンベ

ローブ幅も拡大する (図 4.6c). したがって, マントルに水平方向に長い相関距離を持つランダム不均質が存在する場合には, 等方的なモデルで解析している *Shearer and Earle* (2004) は不均質を過大評価してしまい, 鉛直方向に伝播する波を扱っている本論文の結果は不均質を過小評価してしまっている可能性がある. また, 彼らは P 波を解析し, 本研究では S 波を解析している. したがって, 結果の違いは, P 波と S 波の速度ゆらぎの強さが等しくないことを示唆している可能性もある. また, *Shearer and Earle* (2004) では, 理論走時を揃えてスタックして平均エンベロープを求めているが, 本研究では, 走時の読み取りが可能であった波形のみを用いて, 読み取り走時を揃えてスタックしている. 本研究では, 読み取り走時を揃えてスタックしたものが, 走時ゆらぎのない理論エンベロープに相当すると考えて解析を行っている. しかし, 走時を読み取れるデータしか使わないことによって, 散乱の影響が大きすぎて立ち上がり不明瞭になって走時が読めないデータを取り除いてしまっているため, このことが, 不均質パラメータの強さを過小評価することにつながる可能性は残る.

4.3 今後の課題

4.3.1 マルコフ近似理論の発展

本研究では, 背景速度に不連続境界が存在する場合におけるランダム媒質中のマルコフ近似に基づくエンベロープ導出法を提案したが, 各層中では背景速度は一定としている. PREM などにより, 地球内部では背景速度が深さとともに増加することは広く知られている. 特に, 本研究のようにグローバルスケールを対象とした解析では, 連続的な速度変化も大きい. 仮定する背景速度によって統計的パラメータの値も変化してしまうため, 背景速度が連続的に変化するようなランダム媒質におけるエンベロープ導出法を構築する必要がある.

上記とともに重要であるのが, 大局的な波線が速度不連続境界に斜めに入射する波に対するエンベロープ導出法を構築することである. 日本のように観測網が非常に充実しているような場所であっても, 大部分の記録は浅い地震であるため, ある程度の入射角をもって速度境界 (モホ面) や地表へ入射する. つまり, 統計的エンベロープを観測から求めるためには, より多くの地震記録をスタックする必要があり, 浅い地震を使用すれば, これが容易になるため, マルコフ近似を用いてより精度のよい解析が行えると期待される. また, 本研究のように鉛直入射が仮定できるような状況であっても, 日本列島の直下には, フィリピン海プレートや太平洋プレートが斜めに沈み込んでいる. *Nakanishi* (1980) は, 四国や中国地方において, プレート上面で P 波に変換される ScSp 波を用いて, 地震活動を起こさないような深さまでプレート上面の位置を決定している. 本研究で使用した地震波形にも, 高周波では上下動成分に ScSp 相が観測されているため, 斜め入射の場合のエンベロープ導出が可能になれば, 扱うことができる相も増えることになる. さらに, 本研究では鉛直に伝播する地震波を用いて統計的パラメータの深さ分布を求めたが, 震源の深さは 286 km であった. 深い深発地震を使用することができたとしても, せいぜい 600 km 程度であり, 多くの地震を使用しても CMB 付近の構造を分解することはできない. 第 1 章で述べたように, マントルにおけるランダム不均質が, 特に D'' 層のみに強く存在しているのか, マントル全体に広がっているのかを区別するためには, その部分を通る波とそうでない波を用いる必要があり, そのためには遠地地震を用いなければならない. 遠地地震が球殻構造の速度不連続を持つ地球内部を伝播すると, 斜めに速度境界に入射する場合は生じるため, 現在のマルコフ近似理論ではこのような問題にアプローチすることは難しい. 遠地地震の波線はマントルをほぼ水平に通過し, 本研究で用いた直上で観測される ScS 波の波線はマントルを鉛直に通過するため, 両者を比較することは, マントルにおけるランダム媒質の非等方性を調べるためにも重要である.

グローバルスケールで数値的に支配方程式を解いてマルコフ近似に基づいたエンベロープを計算する際には, 第 2 章で述べたように, 数値計算の誤差の影響が大きくなる. また, 深部と浅部で $\varepsilon^{2.41}/a$ の値に 3 ~ 4 桁程度の差があり, このように着目しているパラメータが大きく変化する場合を数値計算で扱うには, 適切に規格化を

するなどしなければ、計算コストが非常に増える。今後データを増やし、より容易に不均質パラメータを推定するためには、安定的にエンベロープが計算できるように、数値計算の技術的な改良が必要であろう。

本研究では、マルコフ近似から求められた統計的エンベロープの誤差については考察していない。波動場のゆらぎを調べるためには2次モーメントを扱う必要があるように、2次モーメントであるMSエンベロープのゆらぎを調べるためには、4次モーメントに関する数理的考察を行う必要がある。*Rytov et al.* (1989) は、放物型方程式の場合の4次モーメントの定常解について言及しており、これを参考にすれば導出が可能であろう。エンベロープのゆらぎを調べることは、特に少ないデータから平均エンベロープを求める際に重要になる。

4.3.2 ランダム不均質構造の推定

本研究で解析した地震は中部地方で発生した一つの深発地震である。現在の手法では、様々な要因の誤差が大きく、本研究で推定した値は一例であって、その地域の代表的な値を示しているかどうかはわからない。今後、本手法をより多くのデータに適用することによって、そのばらつきを調べることができれば、マントルにおけるランダム不均質構造の地域性を明らかにすることが可能になると期待される。CMBの形状が小さなスケールでゆらいでいるという報告例もあるため、そのようなものの影響も考察する必要がある。本研究では一つの地震を多数の観測点においてスタックしてMSエンベロープを求めたが、*Lee et al.* (2003) のように、一つの観測点においても多数の地震をスタックすることにより統計的なエンベロープを求めることも可能であるため、地震観測網が密でない地域においても、本研究の手法によって解析を行うことは可能である。また、震源より深い場所のランダム不均質構造の深さ分布を調べることは本手法では困難であるが、震源の深さの異なる多数の地震のデータを使用することによって、今後、上部マントルやリソスフェアにおけるランダム不均質構造の深さ分布をより高い分解能で調べることが可能になるであろう。

さらに、本研究では深部を伝播する波の中でScS波のS/N比がよいという理由から、S波とScS波に着目したが、第1章で示したように、マグニチュードの大きい地震を使用すれば短周期でもScPが検出できるため、この情報も使用した解析をすることができる。これにより、P波とS波の速度ゆらぎの相関があるか調べることも可能であろう。本研究では確認できなかったが、大きな地震の場合には、CMBで再び反射するScS2が短周期においても検出できる可能性がある。この相を用いることができれば、震源の影響ではなく、より正確に伝播過程の影響を捉えることが可能になると期待できる。

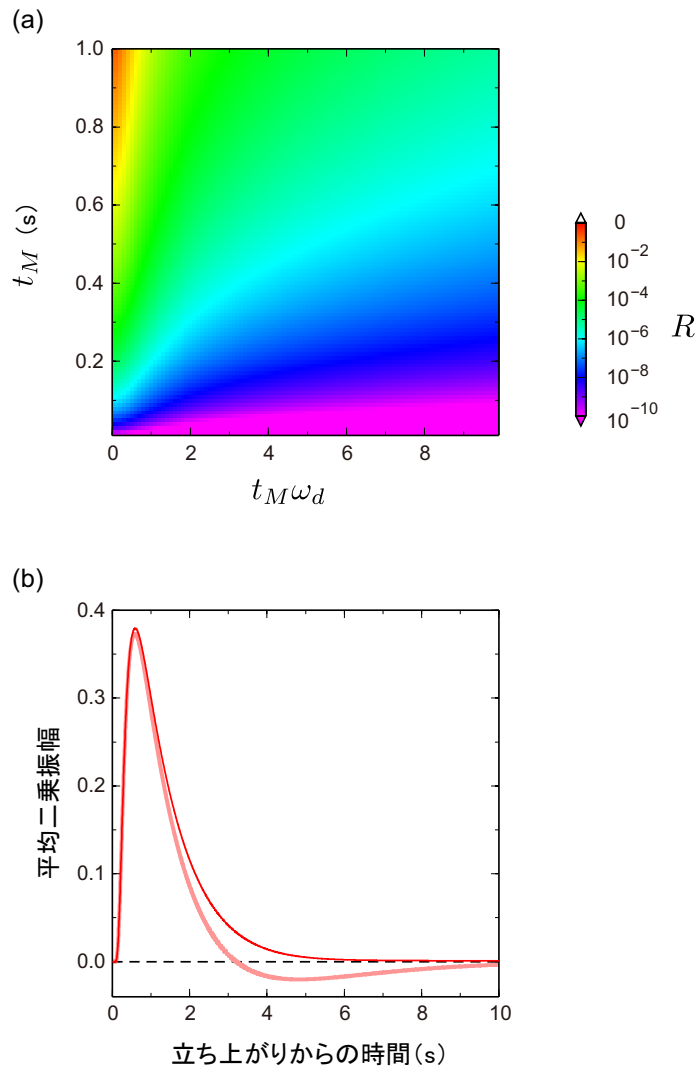


図 4.1 (a) 式 (4.8) で定義される R の分布 . (b) $t_M = 1.0$ s の場合における z 成分の MS エンベロープ . 太線が (4.4) の第 3 項を無視したもので , 細線が無視しない場合である .

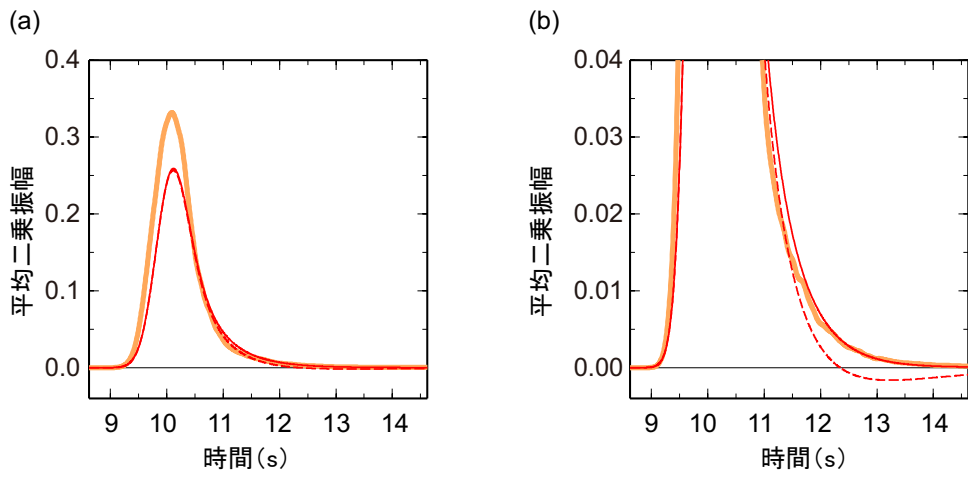


図 4.2 (a) パラメータ $a_x = 5, \text{ km}$, $a_z = 10 \text{ km}$, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_0 = 7.8 \text{ km/s}$ で特徴付けられる 2 次元非等方ランダム媒質に中心周波数が 2 Hz の平面 P 波 Küpper ウェーブレットが鉛直入射したときの、 $z = 75 \text{ km/s}$ での差分法とマルコフ近似による z 成分の MS エンベロープの比較．橙色が差分法による MS エンベロープの z 成分を示し、赤色の破線が (4.10) において 4 階微分の項を無視した場合、実線が取り入れた場合の z 成分の MS エンベロープを示す．(b) 縦軸を 10 倍にした拡大図．

地域	中部地方	世界中のデータ	世界中のデータ	東北日本(前弧)
相	S波・ScS波	遠地P波	PKPの先駆波	S波
(震央距離)	(~150 km)	(10 - 100°)	(124 - 142°)	(~ 300 km)
周波数	1 Hz	1 Hz	0.4 - 2.5 Hz	2 - 16 Hz
手法	マルコフ	輻射伝達	輻射伝達	マルコフ
	[本研究] 3層モデル(IV)	[Shearer & Earle, 2004]	[Margerin & Nolet, 2003]	[Saito et al., 2005]
地表	6×10^{-5} 4.2%	1.07×10^{-4} 5.3%		1.35×10^{-4} 5.9%
100 km				
200 km		5.34×10^{-5} 4.0%		
600 km	7×10^{-9} 0.10%			
670 km		3.56×10^{-7} 0.50%	6.70×10^{-8} 0.25%	
CMB				

図 4.3 本研究において、深さ 100 km に統計的パラメータの不連続境界、深さ 660 km に速度の不連続境界を仮定した場合（モデル IV）の最適解と従来の研究から見積もられた地球内部の不均質構造の比較。各セルにおいて、上段が $\varepsilon^{2.41}/a$ [km^{-1}] の値であり、下段は $a = 8 \text{ km}$ を仮定したときの ε である。それぞれの研究において指数関数型ランダム媒質と仮定した。

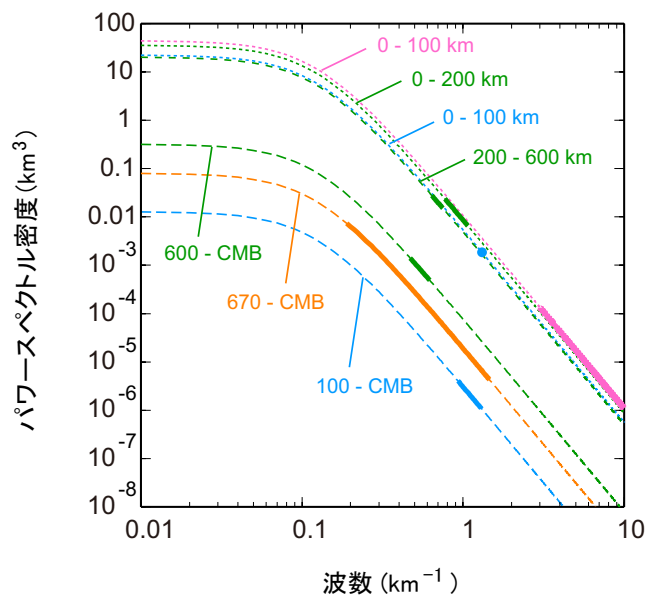


図 4.4 図 4.3 の値から計算した各研究におけるパワースペクトル密度関数の比較 ($a = 8 \text{ km}$ と仮定). 濃い色になっている部分が着目している波数帯である. 青色, 緑色, 橙色, 紫色はそれぞれ, 本研究, *Shearer and Earle* (2004), *Margerin and Nolet* (2003b), *Saito et al.* (2005) の結果を表す.

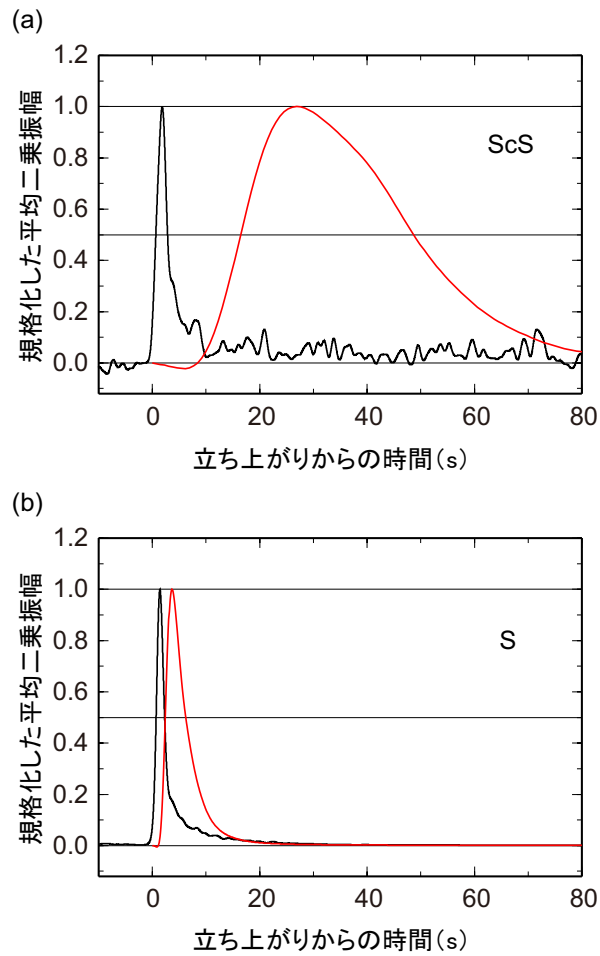


図 4.5 *Shearer and Earle* (2004) によって求められたパラメータ (図 4.3) を使用してマルコフ近似によって計算した (a) ScS 波と (b) S 波の理論 MS エンベロープ (赤色) と、観測から求めた MS エンベロープ (黒色) の比較。中心周波数は両者とも 1 Hz である。理論エンベロープには、時間幅 2 s の震源時間関数を畳み込んだ。観測エンベロープは水平動 2 成分和である。振幅はそれぞれの最大値で規格化した。

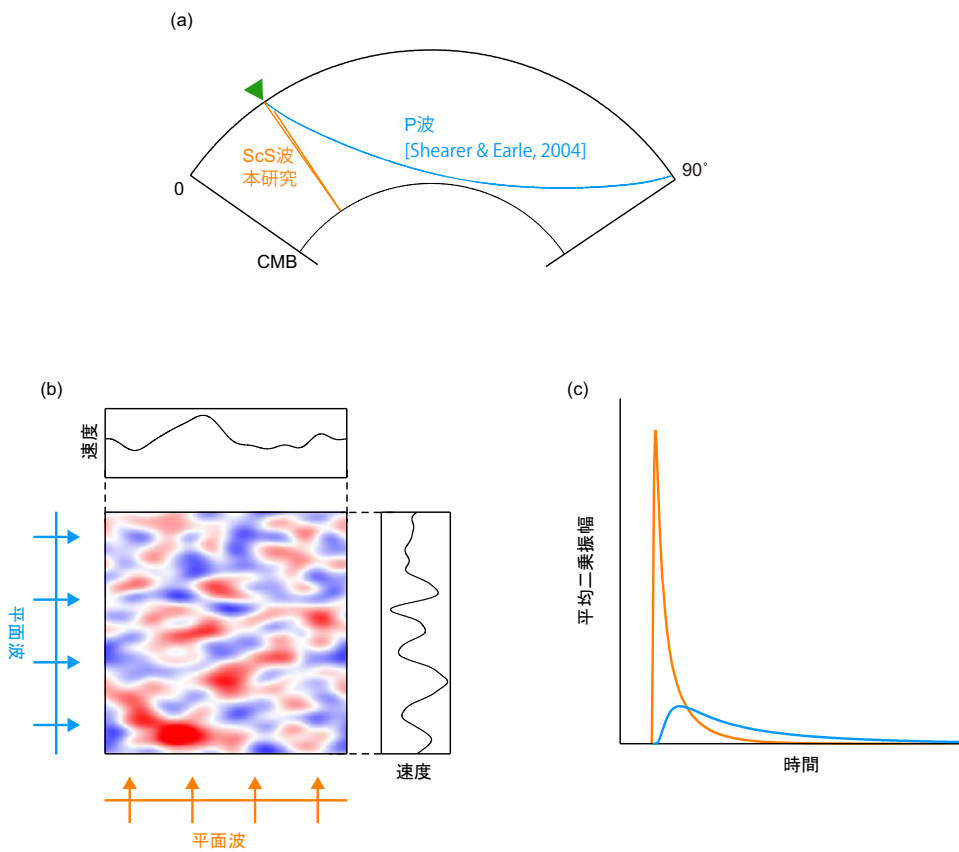


図 4.6 (a) *Shearer and Earle* (2004) で用いられた遠地 P 波 (一例) と本研究で使用した ScS 波の波線 . 速度構造は PREM を仮定 . (b) 非等方ランダム媒質 (c) 非等方ランダム媒質の短軸方向に伝播した場合の MS エンベロープ (橙色) と長軸方向に伝播した場合の MS エンベロープ (青色) の概念図 .

第 5 章

結論

本研究では、卓越波長が媒質の相関距離よりも小さい場合、背景速度に不連続境界が存在するランダム媒質において、多重前方散乱近似であるマルコフ近似理論に基づいたエンベロープ合成法を新たに開発した。非等方なランダム媒質におけるマルコフ近似理論を弾性体の運動方程式の差分シミュレーションと比較することで、マルコフ近似の適用範囲を詳細に調べた。新たに提案した手法を中部地域で観測された深発地震の S 波と ScS 波に適用し、リソスフェアと下部マントルを含めた地球深部におけるランダム不均質構造の深さ分布を求めた。ランダム不均質構造の統計的なパラメータを推定することは、決定論的に速度構造を推定することと相補的に、地球内部のさまざまなスケールでの不均質構造を解明することに大きく貢献する。

(1) 速度不連続境界を取り入れるために、散乱波の強度の角度分布を表す角度スペクトルに着目した。角度スペクトルは波動場の二周波数相互相関関数を進行方向と直交する面内で波数領域にフーリエ変換した表現である。速度不連続境界において透過係数、変換係数、反射係数を掛けて境界前後の角度スペクトルを接続する。次の層においてこの角度スペクトルをフーリエ変換した二周波数相互相関関数を初期条件として発展方程式を解くことにより、層境界での PS 変換波を含めたランダム層構造中の波動場を計算する手法を確立した。この手法は、水平成層の不連続構造をもつランダム媒質に地震波が鉛直入射する場合に限られるが、2次元でも3次元のランダム媒質に対しても同様の計算が可能であり、また、どのような自己相関関数で特徴付けられるランダム媒質に対しても適用可能である。

(2) 新たに確立した手法を、上層に低速度ランダム媒質が存在する場合に真下から平面 P 波パルスが入射する状況に適用すると、下層の高速度ランダム媒質において散乱された地震波が、速度不連続境界でスネル則によって鉛直方向に曲げられるため、速度不連続を考慮しなかった場合と比較して、回折によるトランスバース成分の励起量が小さくなることがわかった。このとき、低速度層による振幅の増幅も確認された。自由表面においてそれぞれの成分の増幅率を掛けて求めたベクトル波エンベロープは、鉛直成分は自由表面を考慮しない場合の 4 倍になるが、水平成分はそれ以上に増幅されることがわかった。

(3) 提案した手法の妥当性を検証するために、2次元媒質において差分法と比較した。自由表面上やランダム媒質中でのエンベロープのどちらも、境界での変換波や反射波も含めて本手法でよく再現できていることが示され、水平成層のランダム媒質に波が鉛直入射する場合であれば波動場を再現することが可能であることが確かめられた。

(4) 円筒波や球面波がランダム媒質に入射する場合には、速度不連続境界において波線が曲がることによる曲率半径の補正が必要であることを示し、差分法との比較により、この場合もエンベロープをよく再現できることが確かめられた。しかし、P 波入射の場合のトランスバース成分は、平面波入射の場合と比べるとマルコフ近似と差分法の整合性は劣り、さらなる改良が必要である。

(5) マルコフ近似に基づくベクトル波エンベロープは、P 波入射の場合には、伝播過程においてトランスバース成分のエネルギー励起量が大きくなりすぎ、進行方向の MS エンベロープが立ち上がりからの経過時間が大きいところで負になり、近似が破綻する現象が存在する。しかし、理論エンベロープの導出過程において従来無視していた項を取り入れることによって、負になる現象を避けられることがわかった。

(6) マルコフ近似の適用範囲を調べるために、非等方の 2 次元ガウス型ランダム媒質において、それぞれの成分の相関距離を変化させて差分法とマルコフ近似の比較を行った。大局的な進行方向を z とし、中心波数が k_c のデルタ関数型強度を持つ平面 P 波パルス入射を考えた場合、 $a_z k_c \geq 4.0$ かつ $a_x k_c \geq 8.1$ で、さらに $\varepsilon^2 a_z z / (a_x^2) \leq 0.05$ のときに、最大振幅の誤差が 11% 以内でマルコフ近似が成り立つことが示された。

(7) 深部におけるランダム不均質構造の推定のため、中部地方で発生したマグニチュード 5.2、深さ 286 km の深発地震の震源の直上で観測された S 波と ScS 波を解析した。中心周波数が 1 Hz のバンドパスをかけたエンベロープの幅を Hi-net の各観測点において調べると、観測点間でのばらつきが大きいものの、ほとんどの観測点において ScS 波エンベロープの幅の方が S 波より長いという特徴を示した。このばらつきには、顕著な伝播距離依存性や地域性は見られなかったため、ランダム不均質媒質をサンプルしたデータと解釈し、全観測点でスタックすることによって MS エンベロープを得た。MS エンベロープの時間幅を特徴付けるパラメータとして、立ち上がりから最大値の半分に減少するまでの時間 t_h を用いると、S 波と ScS 波に対して、それぞれ、 $t_h = 2.29, 2.84$ s と求めた。両者にわずかな差が存在することは、マンツルのランダム不均質の存在を示唆するとともに、その不均質性の強さは非常に弱いことを示している。

得られた MS エンベロープの水平 2 成分和を用い、いくつかのモデルを考え、新たに構築したマルコフ近似を適用してランダム不均質構造の推定を行った。その中で、最も現実的なモデルとして深さ 100 km に不均質パラメータの不連続境界、深さ 660 km に速度の不連続境界が存在する指数関数型ランダム媒質の場合、深さ 100 km の上下において、不均質パラメータはそれぞれ $\varepsilon^{2.41}/a = 6 \times 10^{-5}, 7.0 \times 10^{-9} \text{ km}^{-1}$ と見積もられた。上層の値は従来の研究と同程度かやや小さな値となり、下層の値は遠地 P 波を用いた従来の研究の値と比較すると、数分の一程度から一桁程度小さい値と求められた。この違いの原因には、P 波と S 波の速度ゆらぎが異なる可能性と、マンツルのランダム不均質構造に非等方性が存在する可能性が考えられる。

本研究によって、卓越波長が媒質の相関距離よりも小さい場合に、速度不連続が存在する媒質でのマルコフ近似を用いた統計的エンベロープ導出の理論を構築することができた。これは、ベクトル波エンベロープを直接導出する手法であり、エンベロープを少ない統計的パラメータで記述できる。したがって、地震波エンベロープの解析に基づく地球内部の不均質構造の推定のインバージョンへの応用を容易にする。これにより、決定論的に求められている大規模な不連続構造を考え、そこに重畳するランダム不均質媒質を仮定して、地球規模での短周期理論エンベロープの導出が可能となり、深部のランダム不均質構造の推定に有効な手段を提供した。この方法は、浅い地震の解析への適用も可能であり、今後、速度が連続的に変化する決定論的な構造の影響を考慮したランダム不均質構造の推定への応用が期待される。

参考文献

- Aki, K., 1969, Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves, *J. Geophys. Res.*, *74*(2), 615–631.
- Aki, K., 1973, Scattering of P waves under the Montana LASA, *J. Geophys. Res.*, *78*(8), 1334–1346.
- Aki, K. and B. Chouet, 1975, Origin of coda waves: Source, attenuation, and scattering effects, *J. Geophys. Res.*, *80*(23), 3322–3342.
- Aki, K. and W. Lee, 1976, Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes 1. A homogeneous initial model, *J. Geophys. Res.*, *81*(23), 4381–4399.
- Aki, K. and P. Richards, 2002, *Quantitative Seismology*, 2nd ed., University Science Books, Sausalito.
- Brenguier, F., N. Shapiro, M. Campillo, A. Nercessian, and V. Ferrazzini, 2007, 3-D surface wave tomography of the Piton de la Fournaise volcano using seismic noise correlations, *Geophys. Res. Lett.*, *34*, L02305.
- Carcolé, E. and H. Sato, 2009, Spatial distribution of scattering loss and intrinsic absorption of short-period S waves in the lithosphere of Japan on the basis of the Multiple Lapse Time Window Analysis of Hi-net data, *Geophys. J. Int.*, *180*, 268–290.
- Chandrasekhar, S., 1960, *Radiative Transfer*, Dover, New York.
- Chernov, L. A., 1960, *Wave Propagation in a Random Medium*, McGraw-Hill, New York.
- Clayton, R. and B. Engquist, 1977, Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations, *Bull. Seism. Soc. Am.*, *67*, 1529–1540.
- Cleary, J. R. and R. A. W. Haddon, 1972, Seismic wave scattering near the core-mantle boundary: A new interpretation of precursors to PKP, *Nature*, *240*, 549–551.
- Dainty, A. M., M. N. Toksöz, K. R. Anderson, P. J. Pines, Y. Nakamura, and G. Latham, 1974, Seismic scattering and shallow structure of the moon in Oceanus Procellarum, *Moon*, *9*, 11–29.
- Del Pezzo, E. and F. Bianco, 2010a, MathLTWA: Multiple lapse time window analysis using Wolfram Mathematica 7, *Computers and Geosciences*, *36*, 1388–1392.
- Del Pezzo, E. and F. Bianco, 2010b, Two-layer earth model corrections to the MLTWA estimates of intrinsic and scattering-attenuation obtained in a uniform half-space, *Geophys. J. Int.*, *182*, 949–955.
- Doornbos, D. J. and N. J. Vlaar, 1973, Regions of seismic wave scattering in the Earth’s mantle and precursors to PKP, *Nature Phys. Sci.*, *243*, 58–61.
- Dziewonski, A. M. and D. L. Anderson, 1981, Preliminary reference Earth model, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *25*, 297–356.
- Emoto, K., H. Sato, and T. Nishimura, 2010, Synthesis of vector wave envelopes on the free surface of a random medium for the vertical incidence of a plane wavelet based on the Markov approximation, *J. Geophys. Res.*, *115*, B08306.
- Emoto, K., H. Sato, and T. Nishimura, 2012, Synthesis and applicable condition of vector wave envelopes in layered random elastic media with anisotropic autocorrelation function based on the Markov approximation, *Geophys. J. Int.*, *188*(1), 325–335.

- Fehler, M., M. Hoshihara, H. Sato, and K. Obara, 1992, Separation of scattering and intrinsic attenuation for the Kanto-Tokai region, Japan, using measurements of S-wave energy versus hypocentral distance, *Geophys. J. Int.*, *108*, 787–800.
- Fehler, M., H. Sato, and L. Huang, 2000, Envelope broadening of outgoing waves in 2D random media: A comparison between the Markov approximation and numerical simulations, *Bull. Seism. Soc. Am.*, *90*(4), 914–928.
- Fisk, M. D. and G. D. McCartor, 1991, The phase screen method for vector elastic waves, *J. Geophys. Res.*, *96*, 5985–6010.
- Frankel, A. and R. Clayton, 1986, Finite difference simulations of seismic scattering Implications for the propagation of short-period seismic waves in the crust and models of crustal heterogeneity, *J. Geophys. Res.*, *91*(B6), 6465–6489.
- Fuchs, K. and K. Schulz, 1976, Tunneling of low-frequency waves through the subcrustal lithosphere, *J. Geophys.*, *42*, 175–190.
- Furumura, T. and B. L. N. Kennet, 2005, Subduction zone guided waves and the heterogeneity structure of the subducted plate: Intensity anomalies in northern Japan, *J. Geophys. Res.*, *110*, B10302.
- Gamage, S. S. N., 2007, Study on the double-planed shallow seismic zone in the northeast Japan forearc region, Ph.D. thesis, Tohoku University, Japan.
- Haddon, R. and J. Cleary, 1974, Evidence for scattering of seismic PKP waves near the mantle-core boundary, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *8*, 211–234.
- Hedlin, M. A. H. and P. M. Shearer, 2000, An analysis of large-scale variations in small-scale mantle heterogeneity using Global Seismographic Network recordings of precursors to PKP, *J. Geophys. Res.*, *105*, 13655–13673.
- Hedlin, M. A. H., P. M. Shearer, and P. S. Earle, 1997, Seismic evidence for small-scale heterogeneity throughout the Earth’s mantle, *Nature*, *387*, 145–150.
- Hoshihara, M., 1991, Simulation of multiple-scattered coda wave excitation based on the energy conservation law, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *67*(1-2), 123–136.
- Hoshihara, M., 2000, Large fluctuation of wave amplitude produced by small fluctuation of velocity structure, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *120*, 201–217.
- Houston, H., H. M. Benz, and J. Vidale, 1998, Time functions of deep earthquakes from broadband and short-period stacks, *J. Geophys. Res.*, *103*, 29895–19913.
- Ikelle, L. T., S. K. Yung, and F. Daube, 1993, 2-D random media with ellipsoidal autocorrelation functions, *Geophysics*, *58*, 1359–1372.
- Ishimaru, A., 1978, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, Academic Press, San Diego.
- Kaneshima, S. and G. Helffrich, 2010, Small scale heterogeneity in the mid-lower mantle beneath the circum-Pacific area, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *183*, 91–103.
- Kennet, B. L. N. and E. R. Engdahl, 1991, Traveltimes for global earthquake location and phase identification, *Geophys. J. Int.*, *105*, 429–465.
- Kjartansson, E., 1979, Constant Q-wave propagation and attenuation, *J. Geophys. Res.*, *84*, 4737–4748.
- 古賀祥子, 2010, 日本海溝周辺における太平洋スラブ内の地震発生機構と地震波速度ゆらぎ, 修士論文, 東北大学.
- Korn, M. and H. Sato, 2005, Synthesis of plane vector-wave envelopes in 2-D random elastic media based on the Markov approximation and comparison with finite difference simulations, *Geophys. J. Int.*, *161*(3),

839–848.

- Kubanza, M., T. Nishimura, and H. Sato, 2006, Spatial variation of lithospheric heterogeneity on the globe as revealed from transverse amplitudes of short-period teleseismic P-waves, *Earth Planets Space*, *58*(12), e45–e48.
- Kubanza, M., T. Nishimura, and H. Sato, 2007, Evaluation of strength of heterogeneity in the lithosphere from peak amplitude analyses of teleseismic short-period vector P waves, *Geophys. J. Int.*, *171*(1), 390–398.
- Lee, L. and J. Jokipii, 1975a, Strong scintillations in astrophysics. I. The Markov approximation, its validity and application to angular broadening, *Astrophys. J.*, *196*, 695–707.
- Lee, L. and J. Jokipii, 1975b, Strong scintillations in astrophysics. II. A theory of temporal broadening of pulses, *Astrophys. J.*, *201*, 532–543.
- Lee, W. S., H. Sato, and K. Lee, 2003, Estimation of S-wave scattering coefficient in the mantle from envelope characteristics before and after the ScS arrival, *Geophys. Res. Lett.*, *30*, 2248.
- Lee, W. S., H. Sato, and K. Lee, 2006, Scattering coefficients in the mantle revealed from the seismogram envelope analysis based on the multiple isotropic scattering model, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *241*, 888–900.
- 前田拓人, 2002, 長周期レイリー波コーダの起源 高次モードの寄与, 修士論文, 東北大学.
- Maeda, T., K. Obara, T. Furumura, and T. Saito, 2011, Interference of long-period seismic wavefield observed by the dense Hi-net array in Japan, *J. Geophys. Res.*, *116*, B10303.
- Margerin, L., 2005, Introduction to radiative transfer of seismic waves, in *Seismic Earth: Array Analysis of Broad-band Seismograms*, edited by L. A. Nolet, chap. 14, pp. 229–252, AGU.
- Margerin, L. and G. Nolet, 2003a, Multiple scattering of high-frequency seismic waves in the deep Earth: Modeling and numerical examples, *J. Geophys. Res.*, *108*, 2234.
- Margerin, L. and G. Nolet, 2003b, Multiple scattering of high-frequency seismic waves in the deep Earth: PKP precursor analysis and inversion for mantle granularity, *J. Geophys. Res.*, *108*, 2514.
- Martin, J. M. and S. M. Flatte, 1988, Intensity images and statistics from numerical simulation of wave propagation in 3-D random media, *Appl. Opt.*, *27*, 2111–2126.
- Matsubara, M. K. Obara., and K. Kasahara, 2008, Three-dimensional P- and S-wave velocity structures beneath the Jpana Islands obtained by high-density seismic stations by seismic tomography, *Tectonophysics*, *454*, 86–103.
- Moczo, P., 1998, Introduction to modeling seismic wave propagation by the finite-difference method, *Lecture Notes (Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University)*.
- Moczo, P., J. Kristek, and E. Bystricky, 2000, Stability and grid dispersion of the P-SV 4th-order staggered-grid finite-difference schemes, *Studia Geoph. Geod.*, *44*(3), 381–402.
- Nakajima, J., F. Hirose, and A. Hasegawa, 2009, Seismotectonics beneath the Tokyo metropolitan area, Japan: Effect of slab-slab contact and overlap on seismicity, *J. Geophys. Res.*, *114*, B08309.
- Nakanishi, I., 1980, Precursors to ScS phases and dipping interface in the upper mantle beneath southwestern Japan, *Tectonophysics*, *69*, 1–35.
- Nielsen, L. and H. Thybo, 2003, The origin of teleseismic Pn waves: Multiple crustal scattering of upper mantle whispering gallery phases, *J. Geophys. Res.*, *108*, 2460.
- Nielsen, L., H. Thybo, and A. Egorkin, 2002, Implications of seismic scattering below the 8 degrees discontinuity along PNE profile Kraton, *Tectonophysics*, *358*, 135–150.
- Nielsen, L., H. Thybo, A. Levander, and L. N. Solodilov, 2003, Origin of upper-mantle seismic scattering –

- evidence from Russian peaceful nuclear explosion data, *Geophys. J. Int.*, *154*, 196–204.
- Nishizawa, O. and Y. Fukushima, 2008, Laboratory experiments of seismic wave propagation in random heterogeneous media, in *Earth Heterogeneity and Scattering Effects on Seismic Waves, Advances in Geophysics*, vol. 50, edited by R. Dmowska, chap. 8, pp. 219 – 246, Elsevier.
- Obara, K. and H. Sato, 1995, Regional differences of random inhomogeneities around the volcanic front in the Kanto-Tokai area, Japan, revealed from the broadening of S wave seismogram envelopes, *J. Geophys. Res.*, *100*(B2), 2103–2121.
- Obara, K., K. Kasahara, S. Hori, and Y. Okada, 2005, A densely distributed high-sensitivity seismograph network in Japan: Hi-net by National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention, *Rev. Sci. Instrum.*, *76*, 021,301.
- Persh, S. and H. Houston, 2004, Deep earthquake rupture histories determined by global stacking of broadband P waveforms, *J. Geophys. Res.*, *109*, B04311.
- Phillips, W. S. and K. Aki, 1986, Site amplification of coda waves from local earthquakes in central California, *Bull. Seism. Soc. Am.*, *76*, 627–648.
- Przybilla, J. and M. Korn, 2008, Monte Carlo simulation of radiative energy transfer in continuous elastic random media-three-component envelopes and numerical validation, *Geophys. J. Int.*, *173*(2), 566–576.
- Pujol, J., 2003, *Elastic Wave Propagation and Generation in Seismology*, Cambridge University Press.
- Rytov, S. M., Y. A. Kravtsov, and V. I. Tatarskii, 1989, *Principles of Statistical Radiophysics 4: Wave Propagation Through Random Media*, Springer-Verlag.
- 齋藤正徳, 2009, 地震波動論, 東京大学出版会.
- Saito, T., 2006, Synthesis of scalar-wave envelopes in two-dimensional weakly anisotropic random media by using the Markov approximation, *Geophys. J. Int.*, *165*, 501–515.
- Saito, T., H. Sato, and M. Ohtake, 2002, Envelope broadening of spherically outgoing waves in three-dimensional random media having power-law spectra, *J. Geophys. Res.*, *107*(B5), 2089.
- Saito, T., H. Sato, M. Fehler, and M. Ohtake, 2003, Simulating the envelope of scalar waves in 2D random media having power-law spectra of velocity fluctuation, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *93*(1), 240–252.
- Saito, T., H. Sato, M. Ohtake, and K. Obara, 2005, Unified explanation of envelope broadening and maximum-amplitude decay of high-frequency seismograms based on the envelope simulation using the Markov approximation: Forearc side of the volcanic front in northeastern Honshu, Japan, *J. Geophys. Res.*, *110*, B01304.
- Saito, T., H. Sato, and T. Takahashi, 2008, Direct simulation methods for scalar-wave envelopes in two-dimensional layered random media based on the small-angle scattering approximation, *Commun. Comput. Phys.*, *3*(1), 63–84.
- Sato, H., 1989, Broadening of seismogram envelopes in the randomly inhomogeneous lithosphere based on the parabolic approximation: Southeastern Honshu, Japan, *J. Geophys. Res.*, *94*(B12), 17735–17747.
- Sato, H., 2006, Synthesis of vector wave envelopes in three-dimensional random elastic media characterized by a Gaussian autocorrelation function based on the Markov approximation: Plane wave case, *J. Geophys. Res.*, *111*, B06306.
- Sato, H., 2007, Synthesis of vector wave envelopes in three-dimensional random elastic media characterized by a Gaussian autocorrelation function based on the Markov approximation: Spherical wave case, *J. Geophys. Res.*, *112*, B01301.

- Sato, H., 2008, Synthesis of vector-wave envelopes in 3-D random media characterized by a nonisotropic Gaussian ACF based on the Markov approximation, *J. Geophys. Res.*, *113*, B08304.
- Sato, H. and M. Fehler, 1998, *Seismic Wave Propagation and Scattering in the Heterogeneous Earth*, AIP Press/Springer Verlag, New York.
- Sato, H., and M. Korn, 2007, Envelope syntheses of cylindrical vector-waves in 2-D random elastic media based on the Markov approximation, *Earth Planets Space*, *59*, 209–219.
- Sato, H., M. Fehler, and T. Saito, 2004, Hybrid synthesis of scalar wave envelopes in two-dimensional random media having rich short-wavelength spectra, *J. Geophys. Res.*, *109*, B06303.
- Sawazaki, K., H. Sato, and T. Nishimura, 2011, Envelope synthesis of short-period seismograms in 3-D random media for a point shear dislocation source based on the forward scattering approximation: Application to small strike-slip earthquakes in southwestern Japan, *J. Geophys. Res.*, *116*, B08305.
- Scherbaum, F., D. Gillard, and N. Deichmann, 1991, Slowness power spectrum analysis of the coda composition of two microearthquake clusters in northern Switzerland, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *67*, 137–161.
- Shearer, P. M. and P. S. Earle, 2004, The global short-period wavefield modelled with a Monte Carlo seismic phonon method, *Geophys. J. Int.*, *158*(3), 1103–1117.
- Shiomi, K., H. Sato, and M. Ohtake, 1997, Broad-band power-law spectra of well-log data in Japan, *Geophys. J. Int.*, *130*(1), 57–64.
- Shishov, V., 1974, Effect of refraction on scintillation characteristics and average pulse shape of pulsars, *Soviet Astronomy*, *17*, 598–602.
- Sreenivasiah, I., A. Ishimaru, and S. Hong, 1976, Two-frequency mutual coherence function and pulse propagation in a random medium: An analytic solution to the plane wave case, *Radio Sci.*, *11*(10), 775–778.
- Suzaki, A., 2007, Study on vector-wave envelopes in von Karman-type random media, Master’s thesis, Tohoku University, Japan.
- Takahashi, T., H. Sato, T. Nishimura, and K. Obara, 2007, Strong inhomogeneity beneath Quaternary volcanoes revealed from the peak delay analysis of S-wave seismograms of microearthquakes in northeastern Japan, *Geophys. J. Int.*, *168*(1), 90–99.
- Takahashi, T., H. Sato, and T. Nishimura, 2008, Recursive formula for the peak delay time with travel distance in von Karman type non-uniform random media on the basis of the Markov approximation, *Geophys. J. Int.*, *173*(2), 534–545.
- Takahashi, T., H. Sato, T. Nishimura, and K. Obara, 2009, Tomographic inversion of the peak delay times to reveal random velocity fluctuations in the lithosphere: method and application to northeastern Japan, *Geophys. J. Int.*, *178*, 1437–1455.
- Takemura, S., T. Furumura, and T. Saito, 2009, Distortion of the apparent S-wave radiation pattern in the high-frequency wavefield: Tottori-Ken Seibu, Japan, earthquake of 2000, *Geophys. J. Int.*, *178*, 950–961.
- Wegler, U., 2005, Diffusion of seismic waves in layered media: boundary conditions and analytical solutions, *Geophys. J. Int.*, *163*(3), 1123–1135.
- Williamson, I. P., 1972, Pulse broadening due to multiple scattering in the interstellar medium, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, *157*, 55–71.
- Wu, R. and S. Flatté, 1990, Transmission fluctuations across an array and heterogeneities in the crust and upper mantle, *Pure Appl. Geophys.*, *132*(1-2), 175–196.

- 山本芳裕・趙大鵬, 2010, 全マントル P 波トモグラフィー : Tohoku モデル, *月刊地球*, 32, 312–324.
- Zhao, D., 2001, Seismic structure and origin of hotspots and mantle plumes, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 192, 251–265.
- Zhao, D., 2004, Global tomographic images of mantle plumes and subducting slabs: insight into deep Earth dynamics, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 146, 3–34.
- Zhao, D., 2009, Multiscale seismic tomography and mantle dynamics, *Gondwana Res.*, 15, 297–323.
- Zhao, D., Z. Wang, N. Umino, and A. Hasegawa, 2009, Mapping the mantle wedge and interplate thrust zone of the northeast Japan arc, *Tectonophysics*, 467, 89–106.