

地熱貯留層における水-水蒸気二相流  
に関する基礎的研究

新堀雄一

①

目 次

第1章 緒論 ..... 1

1.1 緒言 ..... 1

1.2 地熱貯留層における水-水蒸気二相流  
に関する基礎的研究 ..... 2

1.2.1 多相モデル ..... 2

1.2.2 集中定数系モデル ..... 5

1.2.3 分散定数系モデル ..... 8

    (1) 多孔質体モデル ..... 8

    (2) 亀裂モデル ..... 9

    (3) 二重空間モデル ..... 10

1.2.4 水-水蒸気二相流 ..... 10

1.2.5 均質な多孔質体における相対透過率と飽和率との関係 ..... 12

1.3 本論文の内容 ..... 16

本書の使用記号 ..... 21

本書の引用文献 ..... 22

第2章 飽和率の分布を考慮した相対透過率の算定 ..... 28

2.1 緒言 ..... 28

2.2 飽和率の分布を考慮した相対透過率の算定 ..... 29

2.3 飽和率関数 ..... 35

2.3.1 いくつかの飽和率関数とその特徴 ..... 25

2.3.2 各関数の定数 ..... 39

    (1) ベルヌーイ試行列 ..... 39

    (2) ベータ分布 ..... 39

    (3) 三角分布 ..... 41

    (4) 正規分布 ..... 44

2.4 各関数の飽和率関数を用いた相対透過率の算定と比較 ..... 48

2.4.1 ベータ分布を用いた場合 ..... 48

新堀 雄一

目次

第1章 緒論	1
1.1 緒言	1
1.2 既往の研究	3
1.2.1 各モデルの基本概念	3
1.2.2 集中定数系モデル	5
1.2.3 分布定数系モデル	6
(1) 多孔質体モデル	6
(2) 亀裂モデル	9
(3) 二重空隙モデル	10
1.2.4 水-水蒸気二相流	10
1.2.5 均質な多孔質体における相対浸透率と飽和率との関係	12
1.3 本論文の内容	18
本章の使用記号	21
本章の引用文献	22
第2章 飽和率の分布を考慮した相対浸透率の提案	30
2.1 緒言	30
2.2 飽和率の分布を考慮した相対浸透率の定義	30
2.3 確率密度関数	35
2.3.1 いくつかの確率密度関数とその特徴	35
2.3.2 各関数の定義	39
(1) ベルヌーイ試行列	39
(2) ベータ分布	39
(3) 三角分布	41
(4) 正規分布	44
2.4 単峯性の確率密度関数を用いた相対浸透率の算定と比較	46
2.4.1 ベータ分布を用いた場合	46

2.4.2 三角分布を用いた場合	53
2.4.3 正規分布を用いた場合	65
2.5 双峯性の確率密度関数を用いた相対浸透率の算定	71
2.5.1 液相の相対浸透率	71
2.5.2 気相の相対浸透率	78
2.6 実験結果への適用	83
2.7 結言	87
本章の使用記号	88
本章の引用文献	90
第3章 飽和率の平均値と相対浸透率との相関式の提案と数値実験	91
3.1 緒言	91
3.2 飽和率の平均値と相対浸透率との相関式の提案	91
3.3 水-水蒸気二相流の数学モデル	108
3.3.1 仮定および基礎方程式	108
3.3.2 数値計算	114
3.4 熱輸送量に及ぼす飽和率の分布の影響	120
3.5 トレーサー応答に及ぼす飽和率の分布の影響	126
3.5.1 混合拡散モデルの適用	126
3.5.2 数値計算	131
3.5.3 計算結果	137
3.6 結言	140
本章の使用記号	141
本章の引用文献	144
第4章 室内実験と相関式による実験結果の解析	146
4.1 緒言	146
4.2 実験	146
4.2.1 実験装置および手順	146
4.2.2 実験結果および考察	150

4.3 相関式による解析 .....	169
4.3.1 パラメータの整理 .....	169
4.3.1 実験値と計算値との比較 .....	170
4.4 トレーサー応答の検討 .....	178
4.5 結言 .....	184
本章の使用記号 .....	185
本章の引用文献 .....	187
第5章 結論 .....	188
謝辞 .....	191

## 1. 1 緒言

近年わが国は、石油への依存度を軽減し、エネルギーの安定確保を図るために、石油代替エネルギーの研究、開発に大きな力を注いでいる。原子力エネルギーはその主要なものの一つと言われているが、立地条件、環境問題など解決すべき問題を伴っている<sup>1)、2)</sup>。したがって、現在のところエネルギーをただ一つの供給形態に頼るのではなく、様々なエネルギー源を有機的に組み合わせて用いることが望まれている<sup>1)</sup>。そのような情勢において、地熱は純国産エネルギーとして注目されているものの一つである。しかし、1992年1月現在わが国において開発されている地熱発電設備容量は合計270MWであり<sup>3)</sup>、わが国の総発電設備容量の僅か0.1%に過ぎない<sup>4)</sup>。わが国は火山国で多くの地熱資源を有し、この発電設備容量はより大きくなる可能性を持っている<sup>3)、4)</sup>。

地熱開発にあたっては事前に貯留層の規模、その寿命、環境に及ぼす開発の影響などを予測しなければならない。また、特にわが国は貯留層における圧力の減少を抑え、地熱流体の枯渇や河川等への廃棄による環境汚染を防止する目的から、生産井より汲み上げた熱水を最終的に還元井を通して地下に戻している。この還元井の位置が地熱貯留層にどの様に影響するかは事前に予測する必要がある。

このように地熱開発およびその推進上、貯留層における流体の挙動や熱移動をあらかじめ定量的に評価しておく必要がある。しかし、地下の現象をそのまま地上で再現することは物理的かつ経済的に不可能である。そこで、1970年代の半ばより多くの研究者が貯留層の数学モデルを提出し、大型計算機を利用した貯留層シミュレーションを行うようになった。貯留層シミュレーションは石油開発の分野で始まったものであり、地熱開発で使用される数学モデルも、石油貯留層を解析するために考えられたものを基礎としている。これらのモデルを適用する際に問題となるのが石油貯留層に比べ地熱貯留層が不均質なことである。一般に地熱貯留層は無数の亀裂からなり、その構造を厳密に知ることができない。そのような貯留層における流体の流動性は一様でないから、貯留層を均質とみなした解析手法を直ちに適用することには疑問がある。

また、地熱貯留層のような高温環境において流体は必ずしも単相ではなく沸騰を伴う気液二相流となる場合もある。たとえ解析対象が熱水型貯留層だとしても、開発に伴い貯留層内の圧力が減少すれば熱水は沸騰する可能性を有する<sup>6)</sup>ことから、地熱貯留層の将来予測において相変化を伴う水-水蒸気二相の流動を考慮したモデルが必要になる。水と水蒸気が混在して地下を流れる場合、それらの相の空間的な分布は貯留層の不均質性に加え各々の相の物性にも依存する。つまり、水と水蒸気は完全に別れて流れることはなくとも、それらの密度の違いから、油と水といった比較的密度の近い流体よりは独立に流れる傾向をもつ。したがって、水と水蒸気の流れは貯留層の不均質性により敏感になる。

そこで、本研究では地熱貯留層のような不均質な貯留層における一次元流れを考え、流れに垂直な方向の飽和率（単位空隙体積あたりの各相の体積）の分布をいくつかの確率密度関数によって表わす。そして、二相流の解析に必要な相対浸透率と飽和率との新たな相関式を提案し、その妥当性を室内実験により検討する。相対浸透率は浸透率に関する補正係数で、飽和率の関数である。相対浸透率と飽和率との関係は二相の流動解析にきわめて重要であり、従来多くの研究者によりコアや充填層を用いた実験をもとに求められてきた<sup>6)</sup>。そして、得られた結果は貯留層における二相流の解析に適用される。無論、比較的均質な石油貯留層ではこの適用は妥当であろう。しかし、地熱貯留層のような無数の亀裂からなる貯留層の解析においてその適用には十分な検討を要する。現に地熱貯留層の解析においては、いくつかの飽和率と相対浸透率との関係式を準備しておき、その中から観測値に最も適応するものを選択するといった方法を用いているものが多い<sup>7)</sup>。しかも、選んだ関係式の物理的意味については何等の検討もされていないようである。これに反し、本研究により得られた相対浸透率と飽和率との関係は、物理的意味を明確にしており、貯留層における水-水蒸気二相流の解析結果を解釈する上で重要な基本概念となる。

## 1. 2 既往の研究<sup>8)</sup>

### 1. 2. 1 各モデルの基本概念

地熱貯留層モデルは集中定数系モデルと分布定数系モデルに大別でき、分布定数系モデルはさらに多孔質体モデル、亀裂モデルおよび二重空隙モデルに分類できる。ここではまずそれらモデルの基本概念を整理、比較する。

(1) 集中定数系モデル このモデルは貯留層を一つのあるいは複数個の完全混合槽とみなしたもので<sup>9)</sup>、圧力、エンタルピー、還元、生産量などの変数は全て時間のみの関数と仮定する。したがって、エネルギー収支式および物質収支式は常微分方程式により表わされる。

(2) 分布定数系モデル このモデルは貯留層内の圧力、温度などの空間的、時間的な分布を考慮したモデルである。したがって、これらの基礎方程式は連立偏微分方程式となり、一般に大型計算機を利用した数値計算により解を得る。

(a) 多孔質体モデル 多孔質体モデルは呼び名のとおり貯留層を多孔質体とみなす<sup>10)</sup>。一般に貯留層は亀裂の集合体と考えられており、天水や還元水は局所的に高い浸透性をもつ経路を選んで流れる。しかし、これら全ての流路を把握するのは事実上不可能である。そこで、多孔質体モデルは、このような流体の流れを平均化し、みかけ上の浸透率を評価する。ただし、その値は必ずしも貯留層の全体を代表する浸透率ではなく、必要によって貯留層規模における空間的な分布を考慮する。そして、流体は岩体との局所的な熱平衡を仮定する。このモデルは解析領域における浸透率の分布を任意に与えることが可能であるから、貯留層の情報量に応じて解析を行うことができる。

(b) 亀裂モデル Bodvarssonら<sup>11)</sup>は、還元井を中心に放射状に延びる亀裂とその周囲の岩体の温度分布を解析しているが、このように亀裂内の熱移動と亀裂周囲の岩体の熱移動とを区別して数学的に記述するのが亀裂モデルの特徴である。つまり、多孔質体モデルが岩体と流体の熱平衡を仮定するのに対し、本モデルは岩体と流体の熱平衡を仮定しない。ただし、亀裂内および岩体における流体の流れは、多孔質体モデルと同様、ダルシー則を仮定することが一般的である。

(c) 二重空隙モデル 本モデルは岩体と亀裂の持つ空隙を分けて流体の流動を表わす<sup>12)</sup>。したがって、その意味では亀裂モデルに分類できる。しかしながら、



上述の亀裂モデルは貯留層を代表する比較的大きな亀裂を対象とするのに対し、二重空隙モデルは局所的な亀裂およびその他の亀裂との関連を考慮するために開発されたものである。その際に問題になるのが、亀裂とその周囲の岩体との熱移動である。従来いくつかの提案がなされているが、その中で代表的なのはPruessら<sup>13) - 16)</sup>によるMINC法(Multiple Interacting Continuum Method)である。この方法の特徴は、複数の亀裂を流量の等価な亀裂層(Pruessらはこの層を亀裂連続体と称している)に置き換え、その周囲に浸透性の小さい岩体を仮定することにある。岩体中の熱エネルギーは、まず流れにより亀裂連続体に向かって移動し、その後、亀裂連続体中を流れにより生産井へと移動すると考える。

以上、各モデルの概念を示したが、これらを比較してみると次のことが言える。まず、モデルを集中定数系モデルと分布定数系モデルに分けて考えると、前者は後者に比べ精度は落ちるが、対象貯留層から得られているデータが少ない段階における将来予測に有効である<sup>17)</sup>。しかし、実際に地熱開発調査が始まるとデータの集積も進み貯留層の状態も徐々に明かになる。また、開発にあたり生産井や還元井の位置、坑井間隔、生産量、還元温度などを決定しなければならない。その際には分布定数系モデルが必要になる。

後述するように、分布定数系モデルのなかで実際の地熱地帯への適用が最も多いのは多孔質体モデルである。このモデルは、特に貯留層全体の熱移動の把握、熱水生産による貯留層の状態予測などに有効である。一方、亀裂モデルは、還元水による周囲岩体の冷却過程を把握し、生産井への熱的な破過を防止する還元量とその温度を知るために用いられている<sup>11)</sup>。すなわち、多孔質体モデルは無数の亀裂に基づく貯留層の浸透性を平均化して評価するのに対し、亀裂モデルは生産井に連絡する亀裂を仮定し、最悪の場合を想定して還元計画を立てることができる。また、高温岩体に人工亀裂を作成し、冷水を注入することにより熱抽出を行う、いわゆるHDR(Hot Dry Rock)では亀裂モデルの研究が盛んに行われている。さらに、地熱貯留層内の各井戸のつながりを直接知ることができるトレーサー試験の応答解析も、亀裂モデルによりなされることが多い。

さて、二重空隙モデルについてみると、このモデルは多孔質体モデルと亀裂モデルとの中間に位置づけることができる。すなわち、亀裂の浸透性の評価によって、ある場合は前者に、ある場合は後者に近い特徴をもつ。先に説明したMINC

法<sup>13)-16)</sup>は、前述したように、複数の亀裂を流量の等価な亀裂連続体とみなす。したがって、その浸透率は亀裂の本来持つ浸透率よりはかなり小さく見積られる。つまり、亀裂連続体は一つの多孔質体であり、そこに結合する岩体はさらに小さい浸透率をもつ多孔質体とみなすことができる。亀裂連続体と岩体は各々、流体と固体の熱平衡を仮定することから、MINC法は多孔質体モデルに近い平均的な流動を表わすモデルである。一方、Warrenら<sup>12)</sup>は、亀裂の浸透性を亀裂の幅からのみ評価しており、亀裂モデルのような局所的な流れを表わしていると考えられる。

現在のところ二重空隙モデルの地熱貯留層への適用例は少ない。これは現状では亀裂の分布状態を把握できないことが大きな理由と考えられる。しかし、人工亀裂を用いた熱抽出などをはじめとして、その適用例は今後増えるであろう。

### 1. 2. 2 集中定数系モデル

集中定数系モデルが最初に用いられたのはWhitingら<sup>9)</sup>によるWairakei地熱地帯(New Zealand)の解析においてである<sup>17)</sup>。その際貯留層は熱水卓越型として液相のみからなるとみなされ、過去の観測値より、貯留層のパラメータ推定および将来予測がなされた。一方、Brighamら<sup>18)</sup>は蒸気卓越型の貯留層の将来予測に、Martin<sup>19)</sup>は水蒸気、熱水の二相混合型貯留層に集中定数系モデルを用いた。また、Grant<sup>20)</sup>はBroadlands(New Zealand)に水-水蒸気およびガスの二相モデルを適用し、その観測値との比較を行った。その結果、圧力の経時変化はよく一致するが、水蒸気中の非圧縮性ガスの濃度およびエンタルピーの経時変化は一致しないと報告した。この他、Atkinsonら<sup>21)</sup>も同様の二相モデルをBagnore(Italy)に適用している。また、Fradkin<sup>22)</sup>は単相モデルをWairakei地熱地帯の圧力および流量変化の予測に、Gudmundssonら<sup>23)</sup>は、Svartsengi地熱地帯(Iceland)の貯留層水位変化の予測に適用した。近年ではEconomidesら<sup>24), 25)</sup>が地層への蒸気の吸着量を考慮した二相モデルを提出している。

一方、わが国では平川<sup>26)</sup>がWhitingらのモデルを基礎に滝の上地熱地域の貯留層圧力の推移を予測した。また、福田ら<sup>27), 28), 29)</sup>は単相および二相モデルを作成し、圧力、温度及びエンタルピーの経時変化に及ぼす各パラメータの影響を調査している。

集中定数系モデルの0次近似としての有効性およびその適用例は在原<sup>30), 31)</sup>、

Grantら<sup>17)・32)</sup>、福田<sup>33)</sup>の報告に詳しい。

### 1. 2. 3 分布定数系モデル

(1) 多孔質体モデル 多孔質体モデルの地熱貯留層への適用には大きく分けて二つの流れがある。一つは開発以前の貯留層の状態を定量的に評価するための多孔質層内の自然対流や強制対流の解析に、もう一つは開発中の貯留層の状態予測に適用したものである。ここではこれら二つの研究に分けて整理する。

多孔質体内の自然対流の研究は古く、1940年代に遡るが、その地熱地帯への適用は50年代になってWooding<sup>34)</sup>によって最初に行われた。彼は多孔質体内を水により満たした場合における定常自然対流の基礎式を提出し、その二次元モデルのWairakei地熱地帯への適用例を示した。60年代に入り、Donaldson<sup>35)</sup>やElderら<sup>36)・37)</sup>が定常自然対流に及ぼす境界条件の影響について、Prats<sup>38)</sup>、Combarrousら<sup>39)</sup>が自然対流と強制対流の競合についての検討を行っている。これらの研究は二次元であったが、70年代になると三次元の自然対流に関する報告がChanら<sup>40)</sup>、Holstら<sup>41)・42)</sup>、Bories<sup>43)</sup>によってなされた。一方、Straus<sup>44)</sup>は二次元の対流問題に対し、有限要素法(ガラーキソ法)を用いその有効性を示した。これらの研究は全て被圧貯留層を対象にしていたが、Chengら<sup>45)・46)</sup>はHawaii島の地熱貯留層に対して不圧貯留層としてのモデル化を行い、その自然対流について検討した。低温地熱エネルギーの利用については特にフランスにおいて積極的に進められているが<sup>47)・56)</sup>、そのなかでBenetら<sup>55)</sup>は不圧貯留層を対象とし、水蒸気相を考慮した二次元モデルによる解析例を示している。また、Samadenら<sup>56)</sup>も、Chengら<sup>45)・46)</sup>と同様に不圧貯留層における自然対流の解析を行っている。一方、Ribandoら<sup>57)・58)</sup>は海底地殻内の自然対流を従来の数値モデルを利用して検討した。その結果、表面における熱流量だけから浸透率の深さ方向の分布を決定することは困難であることを明らかにした。また、Zebibら<sup>59)</sup>は地熱地帯のような温度範囲が大きい場合(25~250℃程度)、自然対流が生じる限界レイリー数を算定するためには地熱流体の粘度の温度依存性を考慮する必要があるとした。地殻中の断層内の対流に注目したKassoyら<sup>60)</sup>は、断層を上昇する熱水の貯留層への流入を考慮した単相モデルを提出し<sup>61)</sup>、East Mesa地熱地帯への適用<sup>62)</sup>および

解法の検討<sup>63)</sup>を行った。断層内の対流に関する研究は、Kassoyらのほかに、Beck<sup>64)</sup>、Lowell<sup>65)、66)</sup>、Chengら<sup>67)</sup>、Murphy<sup>68)</sup>などがある。

さて、開発中の地熱貯留層内の推移を予測できる数値モデルの作成に端緒を与えたのは、1973年、Mercerら<sup>69)</sup>による非定常单相二次元モデルの開発とそのWairakeiへの適用である。翌年、Coats<sup>70)</sup>は石油貯留層に対する蒸気注入モデルを提出したが、このモデルは多孔質体における水蒸気の凝縮を考慮していることから二相の地熱貯留層モデルの参考になった。1975年に地熱資源の開発と利用に関するシンポジウムが開かれ、Toronyiら、FaustとMercerをはじめとして幾人かの研究者が二相モデルを提出し、その後、それらは論文としてまとめられた(たとえば、Toronyiら<sup>71)</sup>、FaustとMercerら<sup>72)、73)</sup>)。また、Thomasら<sup>74)</sup>も二相三次元モデルを開発、報告している。これらはすべて石油貯留層の数学モデルを基礎としており、Wangら<sup>75)</sup>は提出された幾つかの数値モデルを取り上げ、それらの基礎方程式、解法の差異などを比較、検討している。

一方、地熱地帯へのモデルの適用も行われ、FaustとMercerらは、提出したモデルのWairakei地熱地帯への適用を示した<sup>76)</sup>。また、Morrisら<sup>77)</sup>は開発した三次元モデルをEast Mesa地熱地帯に適用し、64MWの発電を30年間は維持できると予測した。なお、各地熱地帯の多孔質体モデルの適用例は'82年にGrantら<sup>17)</sup>によって整理されている。その後、New MexicoのBaca(Bodvarssonら<sup>78)</sup>)、KeniaのOlkaria(Bodvarssonら<sup>79)</sup>)、MexicoのCerro Prieto(Lippmannら<sup>80)</sup>、Eldersら<sup>81)</sup>、Tsangら<sup>82)</sup>、ItalyのSerrazzano(Pruessら<sup>83)</sup>)、IcelandのKrafla(Bodvarssonら<sup>84)-86)</sup>、Pruessら<sup>87)</sup>)などへの適用例がある。

一方、O'Sullivanら<sup>88)、89)</sup>は地熱貯留層に含まれる炭酸ガスなどの非凝縮性ガスを考慮した二相モデルを提出し、その有効性をOhaaki地熱地帯(New Zealand)に適用することにより示した。また、シリカの析出により空隙率および浸透率が変化する場合を考慮したモデルについても検討されている<sup>81)</sup>。

さて、わが国の多孔質体モデルの検討、適用についてみると、湯原、秋林ら<sup>90)-94)</sup>が上面の開いた地熱貯留層の対流モデルを提出し、その山梨県石和温泉への適用を示した。その中で、彼らは熱源の深さ、広がりおよび貯留層の平均透水係数を評価している。また、湯原ら<sup>95)</sup>は熊本県岳湯についても同様な方法で地下熱構造を論じた。一方、山田ら<sup>96)</sup>は鬼首片山付近の地下熱構造を二次元モデル

により解析している。また、千田ら<sup>97)</sup>は放熱を伴う透水性地表面の境界条件を提出し、湯原ら<sup>95)</sup>の岳湯の地下熱構造モデルをより妥当なものにした。生産井に及ぼす還元冷水の影響は、秋林ら<sup>98)</sup>により検討されている。その報告は定常状態に限ったものであったが、新堀ら<sup>99)</sup>によって非定常状態の場合についても検討された。その際、新堀らは熱対流に及ぼす浸透率分布の影響も併せて検討し、その後、貯留層を代表する浸透率を局所的に得られる浸透率の平均値と標準偏差から算出する必要性およびその方法を示した<sup>100)</sup>。一方、花岡<sup>101)</sup>は定常状態における対流に及ぼす地形の影響を明らかにしている。また、由佐<sup>102)</sup>はその非定常状態における検討を行った。加えて、由佐ら<sup>103)</sup>、<sup>104)</sup>は既に提出された二相モデルの数学的記述を熱力学的な観点から厳密に表わす試みを行っている。ただし、これらの報告では解析上の都合から相対浸透率と飽和率との関係を線形と仮定した場合のみを議論している。開発中の貯留層を解析するための汎用プログラムは平川ら<sup>105)</sup>、<sup>106)</sup>、藤光、湯原ら<sup>107)</sup>によって作成されている。ここで前者は二相三次元、後者は単相三次元を対象にしているが、特に、後者は岳湯、菅原地域の解析結果を示し、その結果より比抵抗探査から得られた低比抵抗帯の解釈を試みている。また、新堀ら<sup>108)</sup>は岳湯を例に取り、貯留層内の温度分布に加え地表における湧出水の流量、温度およびその分布を多孔質体モデルにより解析している。そして、観測値として温度分布のみならず湧出水に関する情報がきわめて重要であること述べた。一方、花野ら<sup>109)</sup>は多孔質体モデルと坑井内流動モデルを組み合わせ、蒸気の生産計画を定量的に検討している。また加えて、蒸気卓越型貯留層における圧力試験の解析を試みている<sup>110)</sup>。その際、花野ら<sup>110)</sup>は流体の状態を全て水蒸気であると仮定したが、実際には必ずしも単相ではないことから、二相状態における解析法が必要となっている。糸井ら<sup>111)</sup>、<sup>112)</sup>は熱水中のシリカの付着により還元井近傍の透水性が低下することを示し、その実験結果を多孔質体モデルにより解析した。その結果、実験値と計算値はよく一致し、この解析により浸透率の経時変化を考慮した多孔質体モデルを提案した。

さて、上述した解析のほとんどは差分法や近似解を用いたものであるが、これらの中で花岡<sup>101)</sup>は地形を表わすために数値解析法として有限要素法を用いている。また、松林<sup>114)</sup>は地殻熱流量に及ぼす地形の影響を把握するために境界要素法を用い、ラプラス方程式に支配される問題に対して境界要素法を用いることを

提案している。なお、多孔質体内の熱移動をより簡便に解く試みが、秋林ら<sup>115)</sup>、木村ら<sup>116)-118)</sup>によってなされているが、それらは単純な境界条件でかつ均質な多孔質体中の熱移動に限り有効である。

(2) 亀裂モデル G. Bodvarsson<sup>119)</sup>は高温の不透水性岩体に囲まれた単一亀裂内を流れる流体の温度変化を近似解により求めた。また、Gringartenら<sup>120)</sup>も還元流体の周囲岩体からの熱回収を理論的に取り扱った。その際、彼らは流体の通過する領域を帯水層と称したが、帯水層内の熱拡散を無視できると仮定しており、G. Bodvarssonの研究とともに亀裂モデルの基礎となった。これらの研究を踏まえ、G. S. Bodvarssonら<sup>11)</sup>は、高温の岩体に挟まれた水平に広がる亀裂からの熱回収を想定し、岩体の浸透性を考慮した場合の解析上の扱い方およびCerro Prieto地熱地帯への適用例を示した。一方、Pruessら<sup>121)</sup>は垂直方向に伸びた二次元亀裂内の熱移動解析を行っている。また、Horneら<sup>122)-125)</sup>は、トレーサーの応答解析において、複数の独立した亀裂を仮定し、一次元の混合拡散モデルの解を重ねることにより実験値を説明できるとした。その後、Huyakoneら<sup>126)</sup>はトレーサー応答を解析するために二次元モデルの必要性を示している。

また、高温岩体を利用した人工亀裂内流動の解析も、熱応力に対する考慮の有無を除けば、亀裂モデルの解析と共通する部分が多い(例えば、Harlowら<sup>127)</sup>、Krugerら<sup>128)</sup>、Gringarten<sup>129)</sup>など)。また、Testerら<sup>130)</sup>およびRobinsonら<sup>131)</sup>は人工亀裂におけるトレーサー応答解析を各々行っている。

一方、わが国では湯原ら<sup>132)</sup>が高温トンネルの冷却に及ぼす一本の垂直に伸びる管状の亀裂の影響を解析している。また、新堀ら<sup>133)</sup>は垂直方向に伸びた亀裂を二次元モデルにより表わし、その熱移動およびそれに伴う物質移動(トレーサーの移動)の数値実験を行った。そして、Pruessら<sup>121)</sup>の用いたパラメータを参考にして熱移動を伴う場合のトレーサー応答と熱移動を伴わないトレーサー応答の違いを明かにした。このことは、Huyakoneら<sup>126)</sup>と時期を同じくしてトレーサー応答解析において二次元モデルが必要であることを示すことになった。また、高温岩体からの熱抽出に関しては渋谷ら<sup>134)-136)</sup>が、トレーサー応答解析については林ら<sup>137)</sup>が各々理論的に考察を加えている。さらに盛田ら<sup>138)、139)</sup>による井戸とその周囲の岩体との熱移動の解析、木村ら<sup>140)-143)</sup>による地熱貯留層に埋め込まれた超大型ヒートパイプや盛田ら<sup>144)-146)</sup>による同軸熱交換器による集熱量の評

価方法も亀裂モデルの解法に参考となる。一方、小倉ら<sup>147)</sup>は、亀裂層と準亀裂層を考え、各々の層における流れ、混合拡散および亀裂層間の物質移動を考慮するモデルを提案した。そして、従来のように複数の独立した亀裂を仮定しなくてもこのモデルにより観測されたトレーサー応答を妥当的なパラメータにより説明できることを示した。

(3) 二重空隙モデル このモデルはBarenblattら<sup>148)</sup>によって1960年に提案されたもので、先に述べたWarrenら<sup>12)</sup>の石油貯留層への適用が有名である。その後、Odeh<sup>149)</sup>、Kazemiら<sup>150)、151)</sup>、Closmann<sup>152)</sup>、Duguidら<sup>153)</sup>などの研究があるが、これらは、多孔質体中に薄い亀裂が存在する場合の流体の移動をいかに合理的に近似するかという問題に取り組んだものとみることができる。最近ではHuyakornら<sup>154)、155)</sup>とBacaら<sup>156)</sup>の有限要素法を用いた解析法や、さらにElsworth<sup>157)、158)</sup>の有限要素法に境界要素法の利点を加える方法などが提案されている。また、大西ら<sup>159)</sup>は応力、変形を考慮した二重空隙モデルを提案し、流動解析を行っている。

さてこのモデルを地熱貯留層に適用する研究は、前述したPruessら<sup>13)-16)</sup>の他に、時期を同じくして、山口、平川ら<sup>160)</sup>によっても行われている。彼らの研究は、二重空隙を浸透性の等価な多孔質体に置き換える概念を提案したもので、藤永ら<sup>161)</sup>によって滝の湯地熱地帯に適用された。また、Bodvarssonら<sup>162)</sup>はPruessのMINC法にO'Sullivan<sup>89)</sup>の示した $H_2O/CO_2$ の状態方程式を導入し熱回収に及ぼす非凝縮性ガスの影響を検討した。最近では林ら<sup>163)</sup>がMINC法を人工亀裂内流動の解析に適用している。

#### 1. 2. 4 水-水蒸気二相流

以上、地熱貯留層モデルに関する既往の研究を概観したが、その中で、水-水蒸気の二相状態の解析を改めて取り上げると、集中定数系モデルではMartin<sup>19)</sup>、Grant<sup>20)</sup>、Atkinsonら<sup>21)</sup>、Economidesら<sup>24)、25)</sup>、福田ら<sup>28)、29)</sup>があった。また分布定数系モデルでは、Coats<sup>70)</sup>、Toronyiら<sup>71)</sup>、FaustとMercerら<sup>72)、73)</sup>、Thomasら<sup>74)</sup>、O'Sullivanら<sup>88)、89)</sup>、平川ら<sup>105)、106)</sup>による多孔質体モデルの検討、Pruessら<sup>13)-16)</sup>、Bodvarssonら<sup>162)</sup>、山口、平川ら<sup>160)</sup>、林ら<sup>163)</sup>による二

重空隙モデルの検討があった。このなかで集中定数系のモデルは、貯留層内の情報が少ない場合、簡便に貯留層の将来予測ができることにおいて有効である。しかし、このモデルは流体の状態のみ数学的に記述し、流れについては無視することから、貯留層内の圧力、温度、浸透性についての観測値を説明するものではなく、十分に貯留層内の流動を表わすには限界がある。一方、分布定数系のモデルは、いずれの場合も、ダルシー則に帰着する運動方程式、エネルギー収支式および物質収支式を基礎方程式としており、石油貯留層の数学モデルを基礎とする。したがって、これらの研究は地熱貯留層の持つ不均質性を如何に表現するかを試みたものとみることもできよう。しかし、これらのモデルを使用するに当たっては単にその計算結果を観測値に一致させることのみ行っており、数学モデルを作る際に用いた仮定や近似が妥当でない場合、その矛盾がパラメータの値に影響を与え、その物理的な意味を失っていることが多い。得られたパラメータの物理的な意味や物理探査、地質学的情報との整合性は十分検討されねばならない。

このような現状の中、福迫ら<sup>164)</sup>は、高温岩体からの熱抽出を想定した室内実験を行い、水-水蒸気二相流を伴う場合のみかけの熱伝達率を提示した。これは二相流による熱輸送量を基礎的な実験によって見直そうとする意味で貴重である。しかし、この実験条件は注入水のすべてを水蒸気にする場合に限っており、得られた結果はごく限られた条件にしか適用できない。また、Herkeletrathら<sup>165)</sup>は充填層内の水蒸気の流れを検討し、充填層に粘土を多く含む場合は、水蒸気の流れに及ぼす水の吸着現象を無視できず貯留層内の圧力変化が理論値より遅れることを示した。この報告は、流体を水蒸気のみと仮定して数学モデルを作成し、実験と理論の差異を論じたもので、有益な知見を得ているものの、水と水蒸気の流れをともに無視できない場合については何等言及していないことに問題が残る。一方、Sondergeldら<sup>166)</sup>は多孔質体中の水-水蒸気二相の対流実験を行っている。彼らは、砂を充填した容器に水を入れ、容器底部を加熱、上部を冷却し、充填層内の温度分布から二相の対流を推定している。そして、その結果により水銀の鉱化作用の説明を試みている。また、Lamら<sup>167)</sup>は二重空隙モデルの妥当性を花崗岩のブロックを用いた抽熱実験より検討している。この実験はオートクレーブを容器とし所定の大きさの複数の花崗岩ブロックを容器内に設置した後、容器を水で満たし、所定温度まで昇温させる。そして、容器上部を解放し、流体の温度、圧



力、流量を測定するものである。その際、容器下部から注水する場合についても併せて実験を行った。その結果、得られた実験値はPruessらの提案したモデル<sup>103) - 106)</sup>によっておおよそ表現できることを示した。しかし、パラメータの値の選定についての十分な議論はなされていない。一方、由佐ら<sup>103)、104)</sup>は従来提案された二相モデルの数学的記述を熱力学的な観点からより厳密に表わしたモデルを提案している。そしてそのモデルに基づき、貯留層における流体の状態について論じた。その結果、地熱流体の存在状態に及ぼす外的な荷重変化の影響はきわめて小さいこと、貯留層に対する熱流束と流体の状態との関係は単に熱流束の値によって決まるのではなく浸透率にも依存することを示した。しかしながら、その考察は相対浸透率と飽和率との関係を本来非線形であるものを線形と仮定しているために問題を残している。また、花野ら<sup>110)</sup>は蒸気卓越型貯留層における圧力試験の解析において、流体の状態を水蒸気相と仮定し、基礎方程式を線形化することで、従来の解析法を適用しているが、この報告は水-水蒸気二相流における圧力試験法の必要性を示したものと解釈でき、地熱貯留層工学において解決しなければ成らない問題点の一つになっている。

以上要するに、地熱貯留層の水-水蒸気二相流については現在のところ石油貯留層における水-油、水-ガスの二相流の解析方法をそのまま適用しているのが現状で、その適用性についての基礎的検討はいくつかあるものの十分とは言えない。

#### 1. 2. 5 均質な多孔質体における相対浸透率と飽和率との関係

本研究では不均質な貯留層の相対浸透率について検討するものであるが、そのための基礎として、まず相対浸透率と飽和率との一般的な関係を論じる。

多孔質体における多相流は、(1.1)式によって表わされるダルシー則に従う。

$$u_i = - \frac{k_{r_i} k}{\mu_i} \nabla p_i \quad (1.1)$$

ここで、 $u$ は流速[m/s]、 $k$ は絶対浸透率[m<sup>2</sup>]、 $\mu$ は粘度[Pa·s]、 $\nabla p$ は圧力勾配

[Pa/m]、 $k_r$ は相対浸透率[-]、そして添え字*i*は例えば水、水蒸気二相流の場合、 $i=w$ ならば水相、 $i=g$ ならば水蒸気相を表わす。また、絶対浸透率 $k[m^2]$ に相対浸透率 $k_r[-]$ を掛けた値を有効浸透率 $[m^2]$ と呼ぶ。

さて、前述したように相対浸透率は浸透率に関する補正係数で、飽和率（単位空隙体積あたりの各相の体積）の関数である。この関数は既に経験的に求められており、それらは充填層やコアなどを用いて得られた実験結果を基にしている<sup>6)</sup>。図1.1に相対浸透率および飽和率との一般的な関係<sup>168)</sup>を示す。この図はAzizらによって典型的な相対浸透率として示されたもので、石油貯留層解析の基礎となるものである。ここで $k_{rw}$ は水のような固体に濡れる相の相対浸透率、 $k_{rg}$ は気体あるいは油といった非濡れ相の相対浸透率である。また、一般に $S_{wc}$ は濡れ相の残留飽和率で、濡れ相を水とするとき不動水飽和率と呼ばれる。また、 $S_{gc}$ は非濡れ相の残留飽和率であり、非濡れ相を油とするとき残留油飽和率と呼ばれる。この図からわかるように相対浸透率と飽和率との関係は線形ではなく、非線形の関係にある。これは、二相状態において、各相が互いに流れを阻害するためである。また、飽和率 $S_w$ は区間 $[S_{wc}, 1-S_{gc}]$ にあり、相対浸透率は必ずしも1になるわけではない。すなわち、濡れ相の相対浸透率は $S_w=1-S_{gc}$ において1より小さく、また、非濡れ相の相対浸透率も $S_w=S_{wc}$ においても1より僅かに小さくなる傾向を持つ。

一方、相対浸透率と飽和率との関係を近似する式としてCoreyら<sup>169)</sup>の提案した式がある。この近似式は地熱貯留層解析<sup>13)-16), 70)-74), 88), 89)</sup>においてもしばしば用いられる。すなわち

$$k_{rw} = S_w^{*4} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} k_{rg} &= (1 - S_w^*)^2 (1 - S_w^{*2}) \\ &= (1 - S_w^*)^3 (1 + S_w^*) \end{aligned} \quad (1.3)$$

ここで $S_w^*$ は次式

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{gc}} \quad (1.4)$$

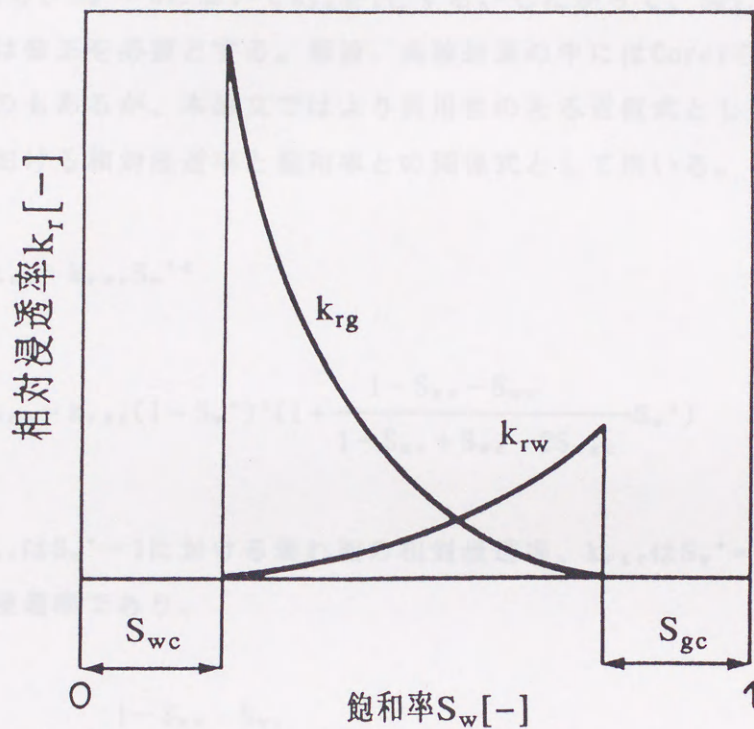


図1.1 飽和率と相対浸透率との関係<sup>168)</sup>

のように $S_w = S_{wc}$ のとき、 $S_w^* = 0$ 、 $S_w = 1 - S_{gc}$ のとき $S_w^* = 1$ となるように変数変換したものである。本論文では、Azizら<sup>16,8)</sup>に従って以下この $S_w^*$ を正規化飽和率と呼ぶ。

Coreyらの式は(1.2)式からわかるように $S_w^* = 1$ において $k_{rw}$ を1とする。また、(1.3)式より、 $S_w^* = 0$ において $k_{rg}$ を1とする。したがって、図1.1のような曲線を表わすには修正を必要とする。無論、実験結果の中にはCoreyらの式によって表わし得るものもあるが、本論文ではより汎用性のある近似式として次式を均質な多孔質体における相対浸透率と飽和率との関係式として用いる。

$$k_{rw} = k_{rwc} S_w^{*4} \quad (1.5)$$

$$k_{rg} = k_{rgc} (1 - S_w^*)^3 \left( 1 + \frac{1 - S_{gc} - S_{wc}}{1 - S_{gc} + S_{wc} - 2S_{wgc}} S_w^* \right) \quad (1.6)$$

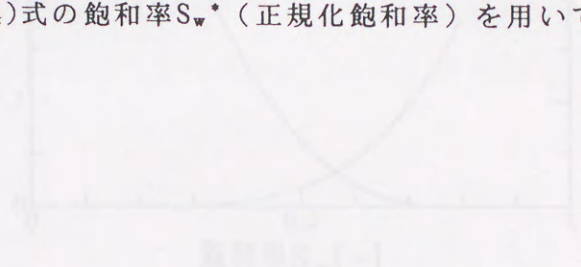
ここで $k_{rwc}$ は $S_w^* = 1$ における濡れ相の相対浸透率、 $k_{rgc}$ は $S_w^* = 0$ における非濡れ相の相対浸透率であり、

$$k_{rwc} = \left( \frac{1 - S_{gc} - S_{wc}}{1 - S_{wc}} \right)^4 \quad (1.7)$$

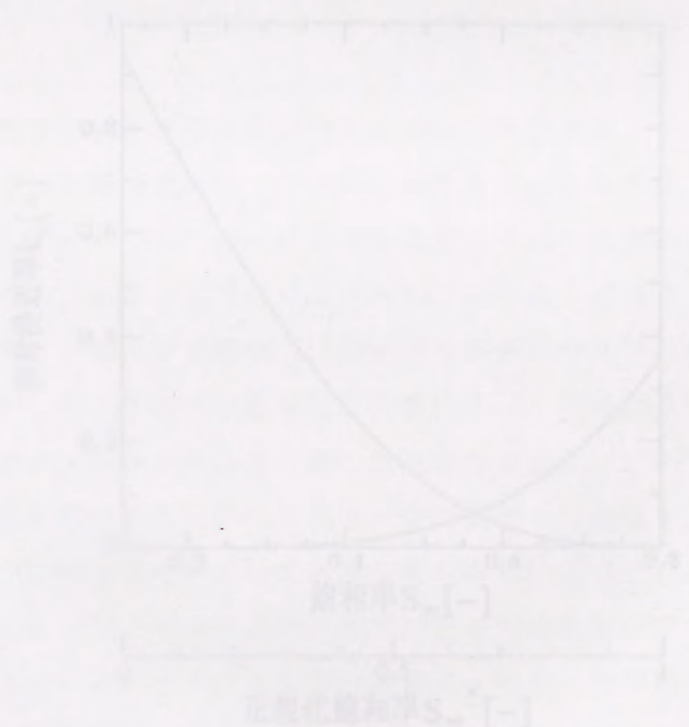
$$k_{rgc} = \left( 1 - \frac{S_{wc} - S_{wgc}}{1 - S_{wgc} - S_{gc}} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{S_{wc} - S_{wgc}}{1 - S_{wgc} - S_{gc}} \right)^2 \right\} \quad (1.8)$$

によって表わす。また、 $S_{wgc}$ は非濡れ相の流れを阻害し始める濡れ相の飽和率を意味する。しかし、この値は一般的に $S_{wc}$ より小さく、あくまでも仮想的な飽和率である。仮に $S_{gc}$ を0とすると $k_{rwc}$ は1となり、(1.5)式は(1.2)式に等しい。また、 $S_{wgc}$ と $S_{wc}$ が等しいとき $k_{rgc}$ は1となり、(1.6)式は(1.3)式に等しい。つまり、(1.5)式および(1.6)式はCoreyらの式を含みかつ図1.1のような曲線をも表わす。図1.2(a)および(b)に(1.5)式および(1.6)式による相対浸透率と飽和率との関係の一例を示す。図1.2(a)は $S_w$ と $k_r$ との関係を示したもので、 $S_{wc}$ として0.12、 $S_{gc}$ を

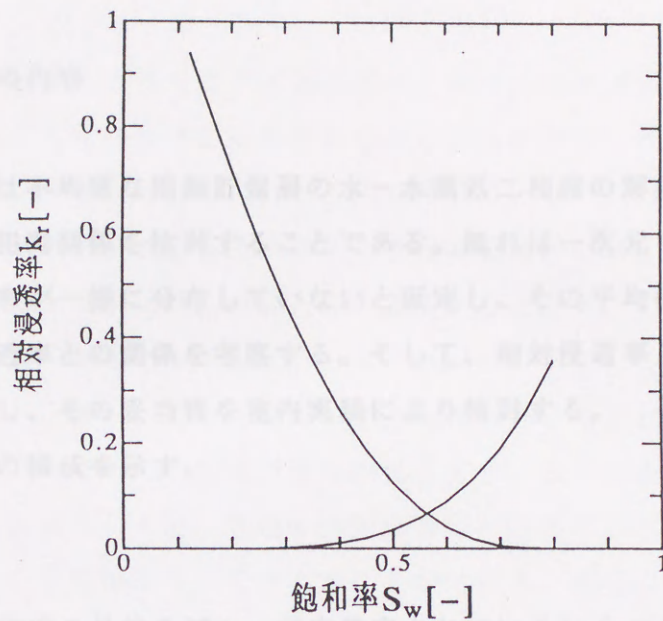
0.2,  $S_{wg,c}$ を0.1とした場合である。また図1.2(b)は横軸に正規化飽和率 $S_w^*$ をとり、縦軸に図1.2(a)と同じ $k_r$ をとって $S_w^*$ 対 $k_r$ との関係を表わしたものである。図1.2(a)よりわかるように、Azizら<sup>168)</sup>の示した相対浸透率の特徴、すなわち、飽和率が $S_{wc}$ に等しいとき $k_{rg}$ は1より僅かに小さく、 $S_{gc}$ において $k_{rw}$ は1より顕著に小さい場合を表わし得ることがわかる。本研究では以下、均質な多孔質体における相対浸透率と飽和率との関係を(1.5)式および(1.6)式によって表わす。また、特に断わらない限り、(1.4)式の飽和率 $S_w^*$ (正規化飽和率)を用いて相対浸透率を表わす。



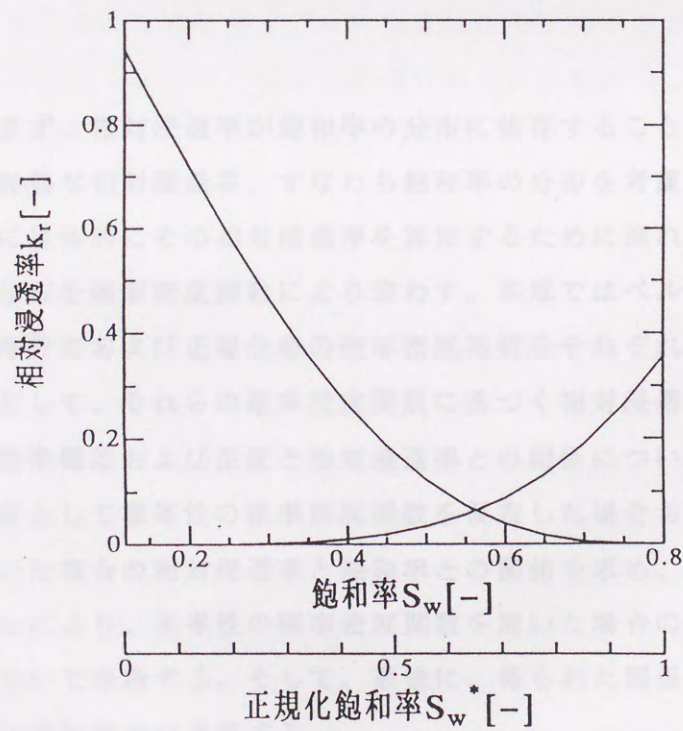
(a) 飽和率と相対浸透率との関係



(b) 飽和率 $S_w^*$ により表わした場合  
 図1.2(a)と同様に Corey の相対浸透率式を用いた



(a) 飽和率と相対浸透率との関係



(b) 飽和率を  $S_w^*$  により表わした場合

図 1.2 Coreyらの近似式の修正

### 1. 3 本論文の内容

本研究の目的は不均質な地熱貯留層の水-水蒸気二相流の解析に必要な相対浸透率と飽和率の相関関係を検討することである。流れは一次元であり、流れに垂直な方向に飽和率が一様に分布していないと仮定し、その平均値、標準偏差および歪度と相対浸透率との関係を考察する。そして、相対浸透率と飽和率との新たな相関式を提案し、その妥当性を室内実験により検討する。

以下に本論文の構成を示す。

第1章では本研究の目的を述べ、従来提案されているいくつかのモデルの基本概念およびそれらの違いを明らかにした。そして、これらのモデルに関する既往の研究をまとめるとともに、本研究の位置づけを明らかにした。

第2章では、まず、相対浸透率が飽和率の分布に依存することを例を挙げて説明し、その際に有効な相対浸透率、すなわち飽和率の分布を考慮した相対浸透率を提案する。次に具体的にその相対浸透率を算定するために流れに垂直な方向における飽和率の分布を確率密度関数により表わす。本章ではベルヌーイ試行列、ベータ分布、三角分布および正規分布の確率密度関数をそれぞれ飽和率の分布として仮定する。そして、それらの確率密度関数に基づく相対浸透率を算出し、飽和率の平均値、標準偏差および歪度と相対浸透率との関係について考察する。また、飽和率の分布として単峰性の確率密度関数を仮定した場合および双峰性の確率密度関数を用いた場合の相対浸透率と飽和率との関係を求め、それらの違いを比較検討することにより、多峰性の確率密度関数を用いた場合の相対浸透率と飽和率との関係について推論する。そして、最後に、得られた関係を従来報告されているいくつかの実験結果に適用する。

第3章では、飽和率の平均値と相対浸透率との新たな相関式を提案する。2章では流れに垂直な方向における飽和率の分布のみを考慮して相対浸透率を検討するが、無論、飽和率は流れ方向にも一様に分布していない。したがって、飽和率の分布を考慮した相対浸透率を流動解析に適用するためには、流れに垂直な方向における飽和率の平均値が流れ方向において変化したとき、その垂直な方向の飽和率の分布が如何に変化するかを検討しなければならない。そこで、本章では飽和率の分布をモデル化し、その分布における飽和率の平均値と相対浸透率との相関式を導く。このモデルに飽和率の分布が従うとき、液相の相対浸透率は飽和率の平均値の $m$ 乗に従う。また、気相の相対浸透率と飽和率の平均値との相関式も指数 $m$ と飽和率の平均値によって表わすことができる。さらに、このモデルは2章において示す相対浸透率の取り得る値の全てをきわめて簡便に表現することができる。本章では、これらの相関式を一次元非定常の水-水蒸気二相流を表わす数学モデルに適用し、熱輸送量に及ぼす飽和率の分布の影響について数値実験により検討する。さらに、この数学モデルに混合拡散モデルの考えを導入し、沸騰を伴う二相流におけるトレーサー応答を数値計算により求める。そして、応答に及ぼす飽和率の分布の影響についても併せて検討し、飽和率の分布を考慮した相対浸透率の必要性を示す。

第4章では第3章において示す飽和率の平均値と相対浸透率との相関式を用いて室内実験の結果を解析する。そして、前章において定義する垂直方向の飽和率の分布を表わす指数 $m$ と実験条件との関係およびその妥当性について検討する。実験はガラス粒子の充填層を用い、恒温油槽により水-水蒸気二相の流れを作る。そして、定常状態における液相および気相の流量と恒温槽の設定温度との関係を実験的に得る。その結果を提案した相関式を用いて解析し、充填層内の飽和率の分布について考察する。また、トレーサーとして希薄なアンモニア水をインパルス状に注入し、水蒸気とともに流出するアンモニアガスの濃度をガスクロマトグラフにより分析する。この経時変化を前章で述べる数学モデルにより解析し、水





本章の引用文献

本章の使用記号

$k$	: 絶対浸透率	[ $m^2$ ]
$k_{rg}$	: 非濡れ相の相対浸透率	[-]
$k_{rgc}$	: $S_w = S_{wc}$ における非濡れ相の相対浸透率	[-]
$k_{rw}$	: 濡れ相の相対浸透率	[-]
$k_{rwc}$	: $S_w = 1 - S_{gc}$ における濡れ相の相対浸透率	[-]
$p$	: 圧力	[Pa]
$S_g$	: 非濡れ相の飽和率	[-]
$S_{gc}$	: 非濡れ相の残留飽和率	[-]
$S_w$	: 濡れ相の飽和率	[-]
$S_w^*$	: 正規化した飽和率	[-]
$S_{wc}$	: 濡れ相の残留飽和率	[-]
$S_{wgc}$	: 仮想的に設定した非濡れ相の流れを阻害し始める濡れ相の飽和率	[-]
$u_i$	: $i$ 相の流速	[m/s]
$\mu$	: 粘度	[Pa·s]

本章の引用文献

- 1) 末廣恵雄:エネルギー・資源, 13, 19 (1992)
- 2) 久保田宏, 松田 智:エネルギー・資源, 10, 111 (1989)
- 3) 村上博之:地熱エネルギー, 17, 124 (1992)
- 4) 本多朔郎, 高島 勲:エネルギー・資源, 11, 40 (1990)
- 5) Gudmundsson, J. S., A. J. Menzies & R. N. Horne: SPE Reservoir Engineering (July, 1986), 371 (1986)
- 6) Honarpour, M., L. Koederitz & A. H. Harvey: "Relative Permeability of Petroleum Reservoirs", p. 1, CRC Press Inc. Florida (1986)
- 7) 真木浩之, 石戸経士, 佐々木茂, 河野啓幸:地熱, 25, 60 (1988)
- 8) 千田 侑, 新堀雄一:資源・素材学会誌, 106, 705 (1990)
- 9) Whiting, R. L. & H. J. Ramey Jr.: J. Pet. Tech., 21, 893 (1969)
- 10) 松永 烈:採鉱と保安, 27, 28 (1981)
- 11) Bodvarsson, G. S & C. F. Tsang: J. Geophys. Res., 87, 1031 (1982)
- 12) Warren, J. E. & P. J. Root: Soc. Pet. Eng. J., 3, 245 (1963)
- 13) Pruess, K., G. S. Bodvarsson, R. C. Schroeder & P. A. Witherspoon: Soc. Pet. Eng. J., 22, 280 (1982)
- 14) Pruess, K. & T. N. Narasimhan: J. Geophys. Res., 87, 9329 (1982)
- 15) Pruess, K.: Water Resour. Res., 19, 201 (1983)
- 16) Pruess, K. & T. N. Narasimhan: Soc. Pet. Eng. J., 25, 14 (1985)
- 17) Grant, M. A., I. G. Donaldson & P. F. Bixley: Geothermal Reservoir Engineering, pp. 160-233, Academic Press, New York (1982)
- 18) Brigham, W. E. & C. B. Morrow: Soc. Pet. Eng. J., 17, 407 (1977)
- 19) Martin J. C.: Trans. AIME, 259, 1493 (1975)
- 20) Grant, M. A.: Geothermics, 6, 9 (1977)
- 21) Atkinson, P. G., R. Celati, R. Corsi & F. Kucuk: Soc. Pet. Eng. J., 20, 228 (1980)
- 22) Fradkin, L. J., M. L. Sorey & A. McNabb: Water Resour. Res., 17, 929 (1981)
- 23) Gudmundsson, J. S & G. Olsen: SPE Reservoir Engineering (Feb. 1987), 77

- (1987).
- 24) Economides, M. J. & F. G. Miller: *Geothermics*, 14, 3 (1985)
  - 25) Economides, M. J.: *Geothermics*, 14, 551 (1985)
  - 26) Hirakawa, S.: *J. Jpn. Geother. Energy Assoc.*, 13, 201 (1976)
  - 27) 福田道博, 糸井龍一, 高口 勉, 富村寿夫, 古賀昭人: *日本地熱学会誌*, 9, 219 (1987)
  - 28) 福田道博, 糸井龍一, 秋林 智, 古賀昭人: *日本地熱学会誌*, 12, 213 (1990)
  - 29) 福田道博, 亀之園弘幸, 糸井龍一, 秋林 智: *日本地熱学会誌*, 13, 31 (1991)
  - 30) 在原典男: *地熱*, 13, 143 (1976)
  - 31) 在原典男: 「*地熱総合ハンドブック (湯原浩三編)*」, pp. 638-657, (株)フジテックノシステム (1982)
  - 32) Grant, M. A.: *Geothermics*, 12, 251 (1983)
  - 33) 福田道博: *地熱エネルギー*, 11, 37 (1986)
  - 34) Wooding, R. A.: *J. Fluid Mech.*, 2, 273 (1957)
  - 35) Donaldson, I. G.: *J. Geophys. Res.*, 67, 3449 (1962)
  - 36) Elder, J. W.: *J. Fluid Mech.*, 27, 29 (1967)
  - 37) Elder, J. W.: *J. Fluid Mech.*, 27, 609 (1967)
  - 38) Prats, M.: *J. Geophys. Res.*, 71, 4835 (1966)
  - 39) Combarous, M. A. & P. Bia: *Soc. Pet. Eng. J.*, 11, 399 (1971)
  - 40) Chan, B. K. C., C. M. Ivey & J. M. Barry: *J. Heat Transfer*, 2, 21 (1970)
  - 41) Holst, P. H. & K. Aziz: *Can. J. Chem. Eng.*, 50, 232 (1972)
  - 42) Holst, P. H. & K. Aziz: *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, 73 (1972)
  - 43) Bories, S. A. & M. A. Combarous: *J. Fluid Mech.*, 57, 63 (1973)
  - 44) Straus, J. M.: *J. Fluid Mech.*, 64, 51 (1974)
  - 45) Cheng, P. & K. H. Lau: *Geothermics*, 2, 90 (1973)
  - 46) Cheng, P. & K. H. Lau: *J. Geophys. Res.*, 79, 4425 (1974)
  - 47) Vathaire, J. C.: *La Houille Blanche*, (N°3/4-1985), 329 (1985)
  - 48) Martin, G.: *La Houille Blanche*, (N°3/4-1985), 339 (1985)
  - 49) Varet, J. L.: *Bull. Soc. Géol. France*, 1, 1057 (1985)
  - 50) Gontier, R.: *Chauffage Vent. Cond.*, 61, 28 (1985)

- 51) Majcherczyk, A. :Chauffage Vent. Cond., 62, 28 (1986)
- 52) Bregeon, J., P. Berest, P. Duffaut, J. P. Godard et M. A. Ronez:Tunn. Undergr. Space Technol., 1, 7 (1986)
- 53) Allary, L. :Chaud Froid Plomberie, 41, 33 (1987)
- 54) Tremolieres, J. :Revue. Generale de Securite, 86, 51 (1989)
- 55) Benet, J. C., P. Jouanna et C. Saix:La Houille Blanche, (N°3/4-1985), 239 (1985)
- 56) Samaden, G., P. Dallot et R. Roche:La Houille Blanche, (N°2-1985), 143 (1985)
- 57) Ribando, R. J. & K. E. Torrance:Trans. ASME, J. Heat Transfer, 7, 42 (1976)
- 58) Ribando, R. J., K. E. Torrance & D. L. Turcotte:J. Geophys. Res., 81, 3007 (1976)
- 59) Zebib, A & D. R. Kassoy:Phys. Fluids, 20, 4 (1977)
- 60) Kassoy, D. R. & A. Zebib:J. Fluid Mech., 88, 769 (1978)
- 61) Goyal, K. P. & D. R. Kassoy:J. Geophys. Res., 85, 1867 (1980)
- 62) Goyal, K. P. & D. R. Kassoy:J. Geophys. Res., 86, 10719 (1981)
- 63) Pratt, R., D. R. Kassoy & J. Gary:J. Geophys. Res., 88, 3458 (1983)
- 64) Beck, J. L. :Phys. Fluids, 15, 1377 (1972)
- 65) Lowell, R. P. :Trans. American Geophys. Union, 58, 541 (1977)
- 66) Lowell, R. P. & C. T. Shyu:Lett. Heat Mass Transfer, 5, 371 (1978)
- 67) Cheng, P. & W. J. Minkowycz:J. Geophys. Res., 82, 2040 (1977)
- 68) Murphy, H. D. :J. Geophys. Res., 84, 6121 (1979)
- 69) Mercer, J. W. & G. F. Pinder:Geothermics, 2, 81 (1973)
- 70) Coats, K. H., W. D. George & B. E. Marcum:Soc. Pet. Eng. J., 14, 573 (1974)
- 71) Toronyi, R. M. & S. M. Farouq Ali:Soc. Pet. Eng. J., 17, 171 (1977)
- 72) Faust, C. R. & J. W. Mercer:Water Resour. Res., 15, 23 (1979)
- 73) Faust, C. R. & J. W. Mercer:Water Resour. Res., 15, 31 (1979)
- 74) Thomas, L. K. & R. Pierson:Soc. Pet. Eng. J., 18, 151 (1978)
- 75) Wang, J. S. Y., C. F. Tsang & R. A. Sterbentz:Environ. Geol., 4, 133 (1983)
- 76) Mercer, J. W. & C. R. Faust:Water Resour. Res., 15, 653 (1979)

- 77) Morris, C. W. & D. A. Campbell: J. Pet. Tech., 33, 735 (1981)
- 78) Bodvarsson, G. S., S. H. Vonder, M. J. Wilt & C. F. Tsang: Water Resour. Res., 18, 1713 (1982)
- 79) Bodvarsson, G. S., K. Pruess, M. J. Lippmann & S. Bjornsson: J. Pet. Tech., 34, 1920 (1982)
- 80) Lippmann, M. J. & G. S. Bodvarsson: Water Resour. Res., 19, 753 (1983)
- 81) Elders, W. A., D. K. Bird, A. E. Williams & P. Schiffman: Geothermics, 13, 27 (1984)
- 82) Tsang, C. F., D. C. Mangold, C. Doughty & M. J. Lippmann: Geothermics, 13, 141 (1984)
- 83) Pruess, K., O. Weres & R. Schroeder: Water Resour. Res., 19, 1219 (1983)
- 84) Bodvarsson, G. S., S. M. Benson, O. Sigurdsson, V. Stefansson & E. T. Eliasson: Water Resour. Res., 20, 1515 (1984)
- 85) Bodvarsson, G. S., K. Pruess, V. Stefansson & E. T. Eliasson: Water Resour. Res., 20, 1531 (1984)
- 86) Bodvarsson, G. S., K. Pruess, V. Stefansson & E. T. Eliasson: Water Resour. Res., 20, 1545 (1984)
- 87) Pruess, K., G. S. Bodvarsson, V. Stefansson & E. T. Eliasson: Water Resour. Res., 20, 1561 (1984)
- 88) Zyvoloski, G. A. & M. J. O'Sullivan: Soc. Pet. Eng. J., 20, 52 (1980)
- 89) O'Sullivan, M. J., G. B. Bodvarsson, K. Pruess & M. R. Blakeley: Soc. Pet. Eng. J., 25, 215 (1985)
- 90) 湯原浩三, 秋林 智, 中西繁隆: 日本地熱学会誌, 1, 69 (1979)
- 91) 秋林 智, 湯原浩三, 中西繁隆: 日本地熱学会誌, 2, 107 (1980)
- 92) 秋林 智, 湯原浩三, 中西繁隆, 田中正三: 日本地熱学会誌, 3, 15 (1981)
- 93) 秋林 智, 湯原浩三, 中西繁隆, 田中正三: 日本地熱学会誌, 3, 101 (1981)
- 94) 秋林 智, 湯原浩三, 田中正三: 日本地熱学会誌, 4, 143 (1982)
- 95) 湯原浩三, 江原幸雄, 海江田秀志, 永田 進, 北里 昭: 日本地熱学会誌, 5, 167 (1983)
- 96) 山田啓三, 松本栄勇, 栗山 隆: 日本地熱学会誌, 7, 261 (1985)

- 97) 千田 侑, 新堀雄一: 日本地熱学会誌, 8, 243 (1986)
- 98) 秋林 智, 田中正三, 渡辺二郎: 地熱, 18, 47 (1981)
- 99) 新堀雄一, 千田 侑, 田中正三: 日本地熱学会誌, 6, 263 (1984)
- 100) 新堀雄一, 千田 侑, 田中正三: 日本地熱学会誌, 7, 345 (1985)
- 101) Hanaoka, N.: Bulletin Geological Survey, Jpn., 31, 321 (1980)
- 102) 由佐悠紀: 日本地熱学会誌, 5, 23 (1983)
- 103) Yusa, Y & I. Oishi: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 8, 277 (1986)
- 104) Yusa, Y & I. Oishi: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 11, 217 (1989)
- 105) Hirakawa, S. & M. Ichikawa: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 5, 69 (1983)
- 106) Hirakawa, S., Y. Fujinaga & M. Miyoshi: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 4, 171 (1982)
- 107) 藤光康弘, 湯原浩三: 日本地熱学会誌, 11, 285 (1989)
- 108) 新堀雄一, 山内 朗, 千田 侑: 日本地熱学会誌, 12, 145 (1990)
- 109) Hanano, M., M. Takahashi, Y. Hirako, H. Nakamura, S. Fuma, J. Nose & R. Itoi: Geothermics, 19, 199 (1990)
- 110) Hanano, M. & Y. Sakagawa: Geothermics, 19, 29 (1990)
- 111) 糸井龍一, 福田道博, 神野健二, 横山拓史, 清水 晨: 日本地熱学会誌, 9, 285 (1987)
- 112) 糸井龍一, 前川宏明, 福田道博, 神野健二, 畑中耕一郎, 横山拓史, 清水 晨: 日本地熱学会, 8, 229 (1986)
- 113) 糸井龍一, 福田道博, 神野健二, 横山拓史, 広渡和緒, 富田凡人: 日本地熱学会, 11, 1 (1989)
- 114) Matsubayashi, O.: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 5, 249 (1983)
- 115) 秋林 智, 佐藤慶輝: 日本地熱学会誌, 6, 169 (1984)
- 116) 木村繁男: 東北工試調査報告書 (昭和61年3月) 地熱貯留層からの熱抽出技術に関する調査 (岡原義旦編), pp. 7-20 (1986)
- 117) Kimura, S., G. Schubert & E. J. Straus: J. Fluid Mech., 166, 305 (1986)
- 118) Kimura, S., G. Schubert & E. J. Straus: AIME, J. Heat Transfer, 109, 350 (1987)
- 119) Bodvarsson, G.: J. Geophys. Res., 74, 1987 (1969)

- 120) Gringarten, A. C. & J. P. Sauty: J. Geophys. Res., 80, 4956 (1975)
- 121) Pruess, K. & G. S. Bodvarsson: J. Pet. Tech., 36, 1567 (1984)
- 122) Horne, R. N.: Geothermal Resources Council, Trans., 5, 291 (1981)
- 123) Horne, R. N., K. A. Breitenbach & M. P. Fossum: Proc. 8th Workshop of Geothermal Reservoir Engineering, Stanford Univ., p. 289 (1982)
- 124) Horne, R. N. & F. Rodriguez: Geophys. Res. Letters, 10, 289 (1983)
- 125) Horne, R. N.: Geothermics, 14, 449 (1985)
- 126) Huyakone, P. S., P. F. Andersen, O. Guven & F. J. Molz: Water Resour. Res., 22, 663 (1986)
- 127) Harlow, F. H. & W. E. Pracht: J. Geophys. Res., 77, 7038 (1972)
- 128) Kruger, P. & C. Otte: Geothermal Energy, pp. 250-268, Stanford Univ. Press (1973)
- 129) Gringarten, A. C., P. A. Witherspoon & Y. Ohnishi: J. Geophys. Res., 80, 1120 (1975)
- 130) Tester, J. W., R. L. Bivins & R. M. Potter: Soc. Pet. Eng. J., 22, 537 (1982)
- 131) Robinson, B. A. & J. W. Tester: J. Geophys. Res., 89, 10374 (1984)
- 132) 湯原浩三, 山本敏雄: 日本地熱学会誌, 5, 259 (1983)
- 133) 新堀雄一, 和嶋延寿, 千田 信, 田中正三: 日本地熱学会誌, 8, 261 (1986)
- 134) 渋谷 嗣, 関根英樹, 高橋義雄, 阿部博之: 日本地熱学会誌, 6, 1 (1984)
- 135) 渋谷 嗣, 関根英樹, 高橋義雄: 日本地熱学会誌, 9, 31 (1987)
- 136) 渋谷 嗣, 関根英樹, 高橋義雄: 日本地熱学会誌, 10, 29 (1988)
- 137) Hayashi, K. & H. Abé: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 11, 203 (1989)
- 138) 盛田耕二, 山口 勉, 唐澤広和, 速水博秀: 日本鉱業会誌, 100, 1045 (1984)
- 139) 盛田耕二, 唐澤広和, 厨川道雄, 山口 勉, 速水博秀: 日本鉱業会誌, 102, 1 (1986)
- 140) 木村繁男, 米矢道夫, 池庄司民夫, 白石正夫: 日本地熱学会誌, 9, 19 (1987)
- 141) 木村繁男, 米矢道夫, 池庄司民夫, 白石正夫: 日本地熱学会誌, 10, 51 (1988)
- 142) 木村繁男, 米矢道夫, 池庄司民夫, 白石正夫: 日本地熱学会誌, 10, 89 (1988)
- 143) 木村繁男, 米矢道夫, 池庄司民夫, 白石正夫: 日本地熱学会誌, 11, 185 (1989)
- 144) 盛田耕二, 松林 修: 日本地熱学会誌, 8, 301 (1986)



- 145) 盛田耕二, 松林 修: 日本地熱学会誌, 10, 109 (1988)
- 146) 盛田耕二, 杉本静哉, 山田恭暉, 藤田 勉, 向井良一: 日本地熱学会誌, 11, 319 (1989)
- 147) 小倉啓明, 新堀雄一, 千田 侖: 日本地熱学会誌, 13, 95 (1991)
- 148) Barenblatt, G. I., I. P. Zheltov & I. N. Kochina: *J. Applied Mathematics (USSR)*, 24, 1286 (1960)
- 149) Odeh, A. S.: *Soc. Pet. Eng. J.*, 5, 60 (1965)
- 150) Kazemi, H.: *Soc. Pet. Eng. J.*, 9, 451 (1969)
- 151) Kazemi, H.: *Soc. Pet. Eng. J.*, 9, 463 (1969)
- 152) Cloosmann, P. J.: *Soc. Pet. Eng. J.*, 15, 385 (1975)
- 153) Duguid, J. O. & P. C. Y. Lee: *Water Resour. Res.*, 13, 558 (1977)
- 154) Huyakorn, P. S., B. H. Lester & J. W. Mercer: *Water Resour. Res.*, 19, 841 (1983)
- 155) Huyakorn, P. S., B. H. Lester & J. W. Mercer: *Water Resour. Res.*, 19, 1019 (1983)
- 156) Baca, R. G., R. C. Arnett & D. W. Langford: *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, 4, 337 (1984)
- 157) Elsworth, D.: *Int. J. Numer. Anal. Method Geomechan.*, 10, 569 (1986)
- 158) Elsworth, D.: *Water Resour. Res.*, 23, 551 (1987)
- 159) 大西有三, 小林 晃, 塩田卓央: 土木学会論文集, 394(Ⅲ-9), 61 (1988)
- 160) Yamaguchi, S. & S. Hirakawa: *J. Geothermal Res. Soc. Jpn.*, 6, 21 (1984)
- 161) Fujinaga, Y., S. Yamaguchi & S. Hirakawa: *J. Geothermal Res. Soc. Jpn.*, 6, 33 (1984)
- 162) Bodvarsson, G. S. & S. Gaulke: *SPE Reservoir Engineering*, (Aug. 1987), 335 (1987)
- 163) 林 一夫, 加川裕昭: 日本地熱学会誌, 11, 43 (1989)
- 164) 福迫尚一郎, 関 信弘, 堀田直己, 柴沼 徹: 日本機械学会論文集(B編), 51, 398 (1985)
- 165) Herkelrath, W. N., A. F. Moench & C. F. O'Neal II: *Water Resour. Res.*, 19, 931 (1983)

- 166) Sondergeld, C. H. & D. L. Turcotte: *Economic Geology*, 74, 109 (1979)
- 167) Lam, S. T., A. Hunsbedt, P. Kruger & K. Pruess: *Geothermics*, 17, 595 (1988)
- 168) Aziz, K. & A. Settari: "Petroleum Reservoir Simulation", p. 30, Applied Science Publishers Ltd. London (1979)
- 169) Corey, A. T., C. H. Rathjens, J. H. Henderson, & M. R. J. Wyllie: *Trans. SPE of AIME*, 207, 349 (1956)

また、これらには相対透過率と飽和率との関係を知る必要があり<sup>166)</sup>、しかし、この関係は従来実験的に検討されているもの<sup>167)</sup>、十分ではなく、実験的に飽和度 $S_w$ を用いて決められるのが現状である<sup>168)</sup>。地熱貯留層の二相流状態においてもこの相関関係は広く用いられるが<sup>169)</sup>、それらは実験的、経験的に十分に裏付けられているとは言えない。第1章においても述べたように、地熱貯留層は地層の地質によって構成されており、飽和率は必ずしも一様に分布していない。そのような貯留層の流体制御において相対透過率と飽和率との関係をいかに考えるかは極めて重要である。

そこで本研究<sup>169)</sup>では飽和率の分布をいくつかの相対透過率関数により表わす。そして、飽和率の分布を考慮した相対透過率を算出することにより地熱貯留層内の相対透過率と飽和率との関係について検討する。

## 2. 2 飽和率の分布を考慮した相対透過率の定義

液相と気相の二相が地層内の空隙を構成していることも考える。地層内の空隙の体積割合を飽和率において定義した正規化飽和率を用いて $S_w^*$ 、気相の体積割合を $1-S_w^*$ と表わす。いま、ある地層)における正規化飽和率を $S_w^*$ とすると、この相より透過および気相の相対透過率 $k_{r,l}$ および $k_{r,g}$ の値を求めることができる。従前のために、貯留層に $n$ 本の地層が存在することを考えると、それらの飽和率は $n$ 本の $S_w^*$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) によって表わされ、相対透過率の値も貯留層、気相についてそれぞれ $n$ 本の相対透過率 $k_{r,l,i}$ および $k_{r,g,i}$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) によって表わすことができる。しかし、 $k_{r,l}$ の値は未知で、 $S_w^*$ の平均値 $\bar{S}_w^*$ のみ既知とすると、 $k_{r,l}$ の値は求めることはできない。そのような貯留層の二相流の解析では、あらかじめ $k_{r,l}$ の値を $k_{r,l}$ から $k_{r,g}$ において平均し、平均値 $k_{r,l,avg}$ 、 $k_{r,g,avg}$

## 第2章 飽和率の分布を考慮した相対浸透率の提案

### 2.1 緒言

貯留層内の多相流を解析するためには相対浸透率と飽和率との関係を知る必要がある<sup>1)~3)</sup>。しかし、この関係は近年理論的に検討されているものの<sup>4)・5)</sup>、十分ではなく、実験的に充填層やコアを用いて求めるのが現状である<sup>6)</sup>。地熱貯留層の二相流解析においてもこの相関関係は広く用いられるが<sup>7)~15)</sup>、それらは実験的、理論的に十分に議論されているとは言えない。第1章においても述べたように、地熱貯留層は無数の亀裂によって構成されており、飽和率は必ずしも一様に分布していない。そのような貯留層の流動解析において相対浸透率と飽和率との関係をいかに考えるかは検討を要する。

そこで本研究<sup>16)・17)</sup>では飽和率の分布をいくつかの確率密度関数により表わす。そして、飽和率の分布を考慮した相対浸透率を算出することにより地熱貯留層内の相対浸透率と飽和率との関係について検討する。

### 2.2 飽和率の分布を考慮した相対浸透率の定義

液相と気相の二相が亀裂内の空隙を満たしていることを考える。亀裂内の液相の体積割合を第1章において定義した正規化飽和率を用いて $S_w^*$ 、気相の体積割合を $1-S_w^*$ と表わす。いま、ある亀裂 $i$ における正規化飽和率を $S_w^*i$ とすると、この値より液相および気相の相対浸透率 $k_{rwi}$ および $k_{rgi}$ の値を求めることができる。説明のために、貯留層に $n$ 本の亀裂が存在することを考えると、それらの飽和率は $n$ 個の $S_w^*i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) によって表わされ、相対浸透率の値も液相、気相についてそれぞれ $n$ 個の相対浸透率 $k_{rwi}$ および $k_{rgi}$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) によって表わすことができる。しかし、 $S_w^*i$ の値は未知で、 $S_w^*$ の平均値 $S_w^*a$ のみ既知とすると、もはや $k_{rwi}$ 、 $k_{rgi}$ の値は求めることはできない。そのような貯留層の二相流の解析では、あらかじめ $k_{rwi}$ や $k_{rgi}$ の値を1から $n$ において平均し、平均値 $k_{rwa}$ 、 $k_{rga}$

を求め、 $k_{rwa}$ と $S_w^*a$ との関係、 $k_{rga}$ と $S_w^*a$ との関係を求めておく必要がある。この必要性を具体的に説明するために、図2.1に示すような単純な分布を考える。流体の移動が可能な亀裂あるいは亀裂帯、すなわち流路が2本存在し、その流れ方向の座標を $x$ 、点 $x$ から $x+\Delta x$ の範囲において各流路内の飽和率を $S_w^*1$ 、 $S_w^*2$ と表わす。そして、液相（濡れ相）と気相（非濡れ相）の二相流体がこれらの流路内を $\Delta p/\Delta x$ の圧力勾配のもとで流動し、流路1において流れる液相は存在せず気相のみ流れるとすれば、飽和率 $S_w^*1=0$ 、そして液相の相対浸透率 $k_{rw1}=0$ となる。逆に流路2には流れる気相が存在せず、液相のみ流れるとすると $S_w^*2=1$ 、そして $k_{rw2}=1$ となる。この場合、二つの流路の平均の相対浸透率は次式のように計算される。

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{k_{rw1} + k_{rw2}}{2} = 0.5 \quad (2.1)$$

ここで、 $k_{rwc}$ は正規化飽和率 $S_w^*=1$ における液相の相対浸透率である。また、このときの流路1および2の平均の正規化飽和率 $S_w^*a$ は

$$S_w^*a = \frac{S_w^*1 + S_w^*2}{2} = 0.5 \quad (2.2)$$

となる。一方、 $S_w^*a=0.5$ として、 $S_w^*1=S_w^*2=0.5$ の場合を考えてみる。液相の相対浸透率と飽和率との関係は前章(1.5)式

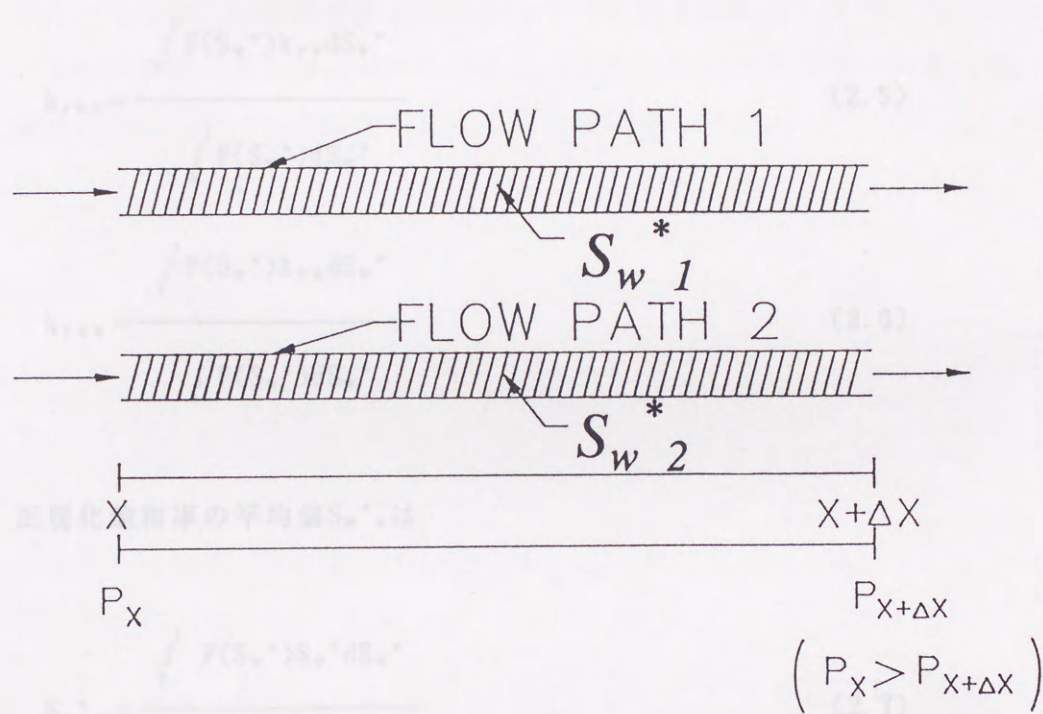
$$\frac{k_{rw}}{k_{rwc}} = S_w^{*4} \quad (2.3)$$

より、二つの流路よりなる系の平均の相対浸透率は

$$\frac{k_{rwa}'}{k_{rwc}} = \frac{0.5^4 + 0.5^4}{2} = 0.0625 \quad (2.4)$$

となる。すなわち、正規化飽和率の平均値 $S_w^*$ は同じにも異なる孔隙率の分布の形が異なるために相対透過率の平均値 $k_{rel}$ は異なる。

一定断面ではこのような流れに異なる方向における飽和率の分布を標準化ばね数 $P(S_w)$ を用いて表わし、そのときの飽和率および初期の相対透過率の平均値 $k_{rel}$ および $k_{rel}$ をそれぞれ式(1.6)により表わす。すなわち、



また、正規化  $X$  位置の平均値  $S_w^*$  は

により表わす。

そして、各孔隙内の流体の相対透過率 $k_{rel}$ と正規化飽和率 $S_w^*$ との関係は(2.3)式により、流体の相対透過率 $k_{rel}$ を(1.6)式、すなわち

$$\frac{k_{rel}}{k_{rel0}} = (1 - S_w^*)^2 \left( 1 + \frac{1 - S_{w0} - S_{w0}}{1 - S_{w0} + S_{w0} - 2S_{w0}} S_w^* \right) \quad (2.8)$$

となる。すなわち、正規化飽和率の平均値 $S_w^*a$ は同じにも拘らず飽和率の分布の形が異なるために相対浸透率の平均値 $k_{rwa}$ は異なる。

本研究ではこのような流れに垂直な方向における飽和率の分布を確率密度関数 $F(S_w)$ を用いて表わし、そのときの液相および気相の相対浸透率の平均値 $k_{rwa}$ および $k_{rga}$ をそれぞれ次式により求める。すなわち、

$$k_{rwa} = \frac{\int_0^1 F(S_w^*) k_{rw} dS_w^*}{\int_0^1 F(S_w^*) dS_w^*} \quad (2.5)$$

$$k_{rga} = \frac{\int_0^1 F(S_w^*) k_{rg} dS_w^*}{\int_0^1 F(S_w^*) dS_w^*} \quad (2.6)$$

また、正規化飽和率の平均値 $S_w^*a$ は

$$S_w^*a = \frac{\int_0^1 F(S_w^*) S_w^* dS_w^*}{\int_0^1 F(S_w^*) dS_w^*} \quad (2.7)$$

により表わす。

そして、各亀裂内の液相の相対浸透率 $k_{rw}$ と正規化飽和率 $S_w^*$ との関係は(2.3)式により、気相の相対浸透率 $k_{rg}$ と $S_w^*$ については、前章(1.6)式、すなわち

$$\frac{k_{rg}}{k_{rgc}} = (1 - S_w^*)^3 \left( 1 + \frac{1 - S_{gc} - S_{wc}}{1 - S_{gc} + S_{wc} - 2S_{wgc}} S_w^* \right) \quad (2.8)$$

に従うと仮定する。ここで、 $k_{rgc}$ は正規化飽和率 $S_w^* = 0$ における気相の相対浸透率、 $S_{gc}$ は気相の残留飽和率、 $S_{wc}$ は液相の残留飽和率、 $S_{wgc}$ は気相の流れを阻害し始める液相の飽和率である。

なお、本研究では(2.5)式および(2.6)式によって表わした相対浸透率の平均値 $k_{rwa}$ や $k_{rga}$ を(2.3)式や(2.8)式の相対浸透率 $k_{rw}$ 、 $k_{rg}$ と区別するために、便宜上呼び名を決める必要がある。 $k_{rwa}$ や $k_{rga}$ は $S_w^*$ に対して有効な相対浸透率の値を与えるものであるが、石油貯留層工学においては有効浸透率という呼び名があり、有効という形容を用いるのは浸透率の分類上適切ではないように思われる。そこで、本論文では $k_{rwa}$ や $k_{rga}$ を以下みかけの相対浸透率と呼ぶ。

これらの(1)から(3)の浸透率関数について各相の浸透率が仮想的に平均(2.1)式によって表わすブルメーイ分布とし、正規化飽和率 $S_w^*$ と相対浸透率 $k_r$ との関係が連続であるとしよう。そして、常に異なる方向において正規化飽和率 $S_w^*$ が一般に分布していないと仮定し、たとえば、図2.2の下図のように(2)に近い $S_w^*$ が(1)や(3)の $S_w^*$ に比較して多く存在するような場合を考える。本研究ではこのような $S_w^*$ の分布を一般化して普遍に述べたように標準密度関数 $f(S_w^*)$ によって表わす。

さて、標準密度関数にはいろいろなものがあるが、本研究では図2.1に示したような正規化飽和率 $S_w^*$ 、 $S_w^*$ によって表わす分布、すなわち、ブルメーイ分布 $f_{BM}(S_w^*)$ とその飽和率の分布として典型的とされる図2.3に示すような(a)ベータ分布、(b)三角分布、(c)正規分布の計4つの標準密度関数を用いて $S_w^*$ の分布を表わす。図2.3において $f_1(S_w^*)$ 、 $f_2(S_w^*)$ 、 $f_3(S_w^*)$ はそれぞれベータ分布、三角分布、正規分布、 $S_w^*$ は正規化飽和率の平均値、 $S_w^*$ は分布のピークを持つ正規化飽和率、 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ および $\alpha_3$ は三角分布における底辺および頂点の位置、 $\alpha_3$ は三角形の頂点の高さで、三角分布の $S_w^*$ は $\alpha_3$ に一致する。なお、三角分布の底辺は後述するように必ずしも正規化飽和率 $S_w^*$ の区間(0,1)にあるわけではないのでここでは飽和率と区別して $\alpha$ を記号として用いた。また、いずれの標準密度関数 $f(S_w^*)$ の区間(0,1)における積分値を1とするように定数する。したがって、正規分布の場合、 $S_w^*$ は厳密には $S_w^*$ に一致しないが、図2.3に示すように標準密度関数の値が比較的小さい場合、 $S_w^*$ は $S_w^*$ におおむね一致する。このことは2.5.2において詳細に述べる。

## 2. 3 確率密度関数

### 2. 3. 1 いくつかの確率密度関数とその特徴

図2.2に正規化飽和率 $S_w^*$ の分布の一例を示す。ここで、図中の(1)、(2)および(3)は順に $S_w^*$ が0に近い場合、 $0 < S_w^* < 1$ の場合および $S_w^* = 1$ の場合の亀裂内の空隙における液相と気相の存在状態を模式的に示している。ここで、図中(3)の白い部分が固体、黒く塗りつぶした部分が液相である。また、図中(1)の固体以外の白い部分は気相を表わす。固体の形状は図に示したような形状に限るものではなく、ここではあくまでも亀裂内の空隙を保持するものとして模式化している。いま、これらの(1)から(3)の模式図の領域において各相の流速が巨視的にみて前章(1.1)式によって表わすダルシー則が成立し、正規化飽和率 $S_w^*$ と相対浸透率 $k_r$ との関係が適用できるとしよう。そして、流れに垂直な方向において正規化飽和率 $S_w^*$ が一様に分布していないと仮定し、たとえば、図2.2の下図のように(2)に近い $S_w^*$ が(1)や(3)の $S_w^*$ に比較して多く存在するような場合を考える。本研究ではこのような $S_w^*$ の分布を一般化して前節に述べたように確率密度関数 $F(S_w^*)$ によって表わす。

さて、確率密度関数にはいろいろなものがあるが、本研究では図2.1に示したような2種類の正規化飽和率 $S_w^*_1, S_w^*_2$ によって表わす分布、すなわち、ベルヌーイ試行列 $F_{Ber}(S_w^*)$ とその他単峰性の分布として典型的と思われる図2.3に示すような(a)ベータ分布、(b)三角分布、(c)正規分布の計4つの確率密度関数を用いて $S_w^*$ の分布を表現する。図2.3において $F_B(S_w^*)$ 、 $F_T(S_w^*)$ 、 $F_N(S_w^*)$ はそれぞれベータ分布、三角分布、正規分布、 $S_w^*_a$ は正規化飽和率の平均値、 $S_w^*_p$ は分布のピークを持つ正規化飽和率、 $\eta_L$ 、 $\eta_U$ および $\eta_P$ は三角分布における底辺および頂点の位置、 $y_P$ は三角形の頂点の高さで、三角分布の $S_w^*_p$ は $\eta_P$ に一致する。なお、三角分布の底辺は後述するように必ずしも正規化飽和率 $S_w^*$ の区間 $[0, 1]$ にあるわけではないのでここでは飽和率と区別して $\eta$ を記号として用いた。また、いずれの確率密度関数 $F$ も、 $S_w^*$ の区間 $[0, 1]$ における積分値を1とするように定義する。したがって、正規分布の場合、 $S_w^*_p$ は厳密には $S_w^*_a$ に一致しないが、図2.3に示すように標準偏差の値が比較的小さい場合、 $S_w^*_p$ は $S_w^*_a$ におおむね一致する。このことは2.3.2において詳細に述べる。



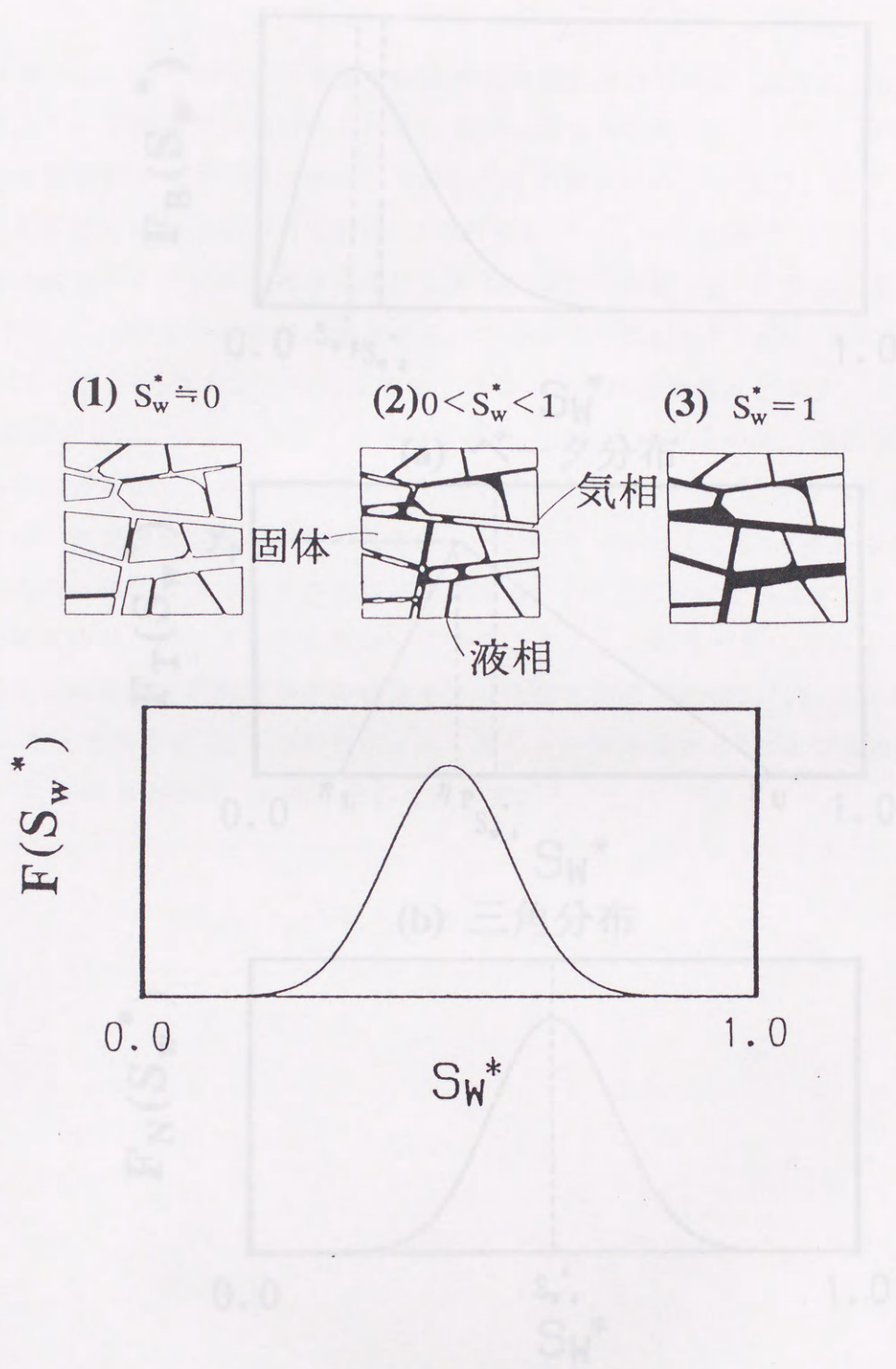
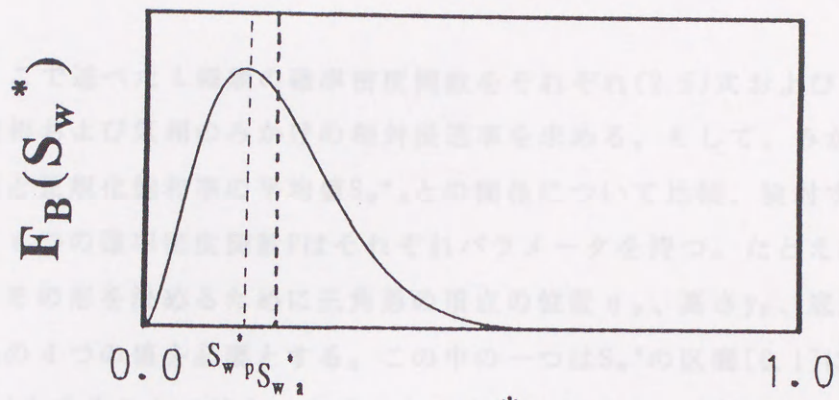
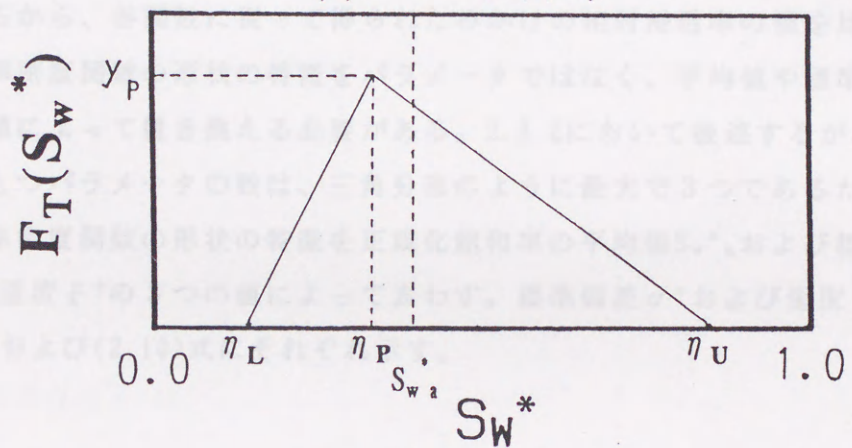


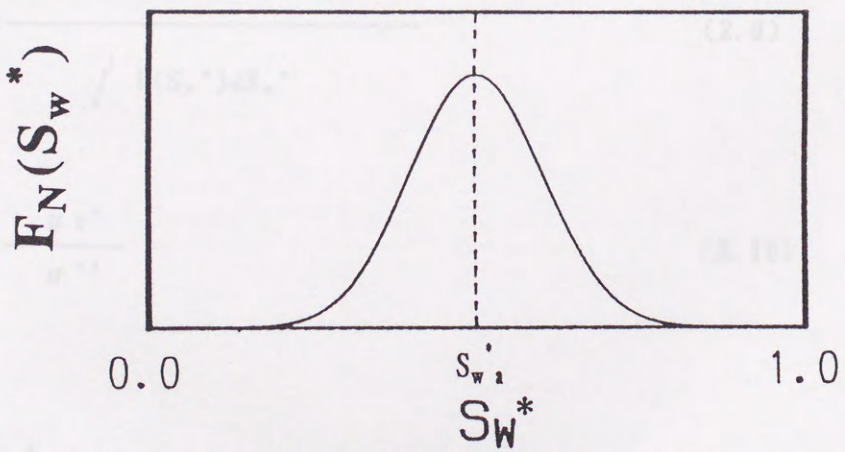
図2.2 正規化飽和率 $S_w^*$ と確率密度関数 $F$



(a) ベータ分布



(b) 三角分布



(c) 正規分布

図2.3 単峰性の確率密度関数

本研究ではここで述べた4種類の確率密度関数をそれぞれ(2.5)式および(2.6)式に代入し、液相および気相のみかけの相対浸透率を求める。そして、みかけの相対浸透率の値と正規化飽和率の平均値 $S_w^*{}_a$ との関係について比較、検討する。

さて、これら4つの確率密度関数 $F$ はそれぞれパラメータを持つ。たとえば、三角分布の場合、その形を決めるために三角形の頂点の位置 $\eta_p$ 、高さ $y_p$ 、底辺の位置 $\eta_L$ および $\eta_U$ の4つの値を必要とする。この中の一つは $S_w^*$ の区間 $[0, 1]$ における $F_T$ の積分値を1とすることで消去できるから、確率密度関数はパラメータの数は3つとなる。このパラメータは三角分布の場合における固有のもので、他の関数にはないものであるから、各関数に従って得られたみかけの相対浸透率の値を比較するために、確率密度関数の形状の特徴をパラメータではなく、平均値や標準偏差などの共通な値によって置き換える必要がある。2.3.2において後述するが、4つの密度関数のもつパラメータの数は、三角分布のように最大で3つであるため、本研究では確率密度関数の形状の特徴を正規化飽和率の平均値 $S_w^*{}_a$ および標準偏差 $\sigma^*$ に加えて歪度 $\xi^*$ の3つの値によって表わす。標準偏差 $\sigma^*$ および歪度 $\xi^*$ の定義を(2.9)式および(2.10)式にそれぞれ示す。

$$\sigma^{*2} = \frac{\int_0^1 F(S_w^*) (S_w^* - S_w^*{}_a)^2 dS_w^*}{\int_0^1 F(S_w^*) dS_w^*} \quad (2.9)$$

$$\xi^* = \frac{\mu_3^*}{\sigma^{*3}} \quad (2.10)$$

ここで $\mu_3^*$ は

$$\mu_3^* = \frac{\int_0^1 F(S_w^*) (S_w^* - S_w^*{}_a)^3 dS_w^*}{\int_0^1 F(S_w^*) dS_w^*} \quad (2.11)$$

である。

### 2. 3. 2 各関数の定義

#### (1) ベルヌーイ試行列

ベルヌーイ試行列の確率密度関数は  $\delta$  関数を用いて次のように表わされる。

$$F_{Ber}(S_w^*) = (1-f)\delta(S_w^* - S_w^{*1}) + f\delta(S_w^* - S_w^{*2}) \quad (2.12)$$

ここで、 $f$  は大きな正規化飽和率  $S_w^{*2}$  の存在する割合（以下、 $S_w^{*2}$  の存在割合と呼称する）で、 $0 \leq f \leq 1$  の制約条件を持つ。また、この場合の正規化飽和率の平均値  $S_w^*_a$  は

$$S_w^*_a = (1-f)S_w^{*1} + fS_w^{*2} \quad (2.13)$$

により、その標準偏差  $\sigma^*$  は

$$\sigma^{*2} = (1-f)(S_w^{*1} - S_w^*_a)^2 + f(S_w^{*2} - S_w^*_a)^2 \quad (2.14)$$

より求めることができる。

また、歪度  $\xi^*$  は

$$\xi^* = \frac{(1-f)(S_w^{*1} - S_w^*_a)^3 + f(S_w^{*2} - S_w^*_a)^3}{\sigma^{*3}} \quad (2.15)$$

である。

#### (2) ベータ分布

正規化飽和率  $S_w^*$  がベータ分布に従うとき、その確率密度関数  $F_B$  は次式により表わすことができる。

$$F_B(S_w^*) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} S_w^{*a-1} (1-S_w^*)^{b-1} \quad (2.16)$$

ここで $\Gamma$ はガンマ関数である。また、 $a$ および $b$ はパラメータであり、次の制約条件を満たすとき、

$$1 \leq a, 1 \leq b \quad (2.17)$$

$F_B$ は単峰性の確率密度関数となる。この分布において正規化飽和率の平均値 $S_w^*{}_a$ は次式によって表わされる。

$$S_w^*{}_a = \frac{a}{a+b} \quad (2.18)$$

また、標準偏差 $\sigma^*$ および歪度 $\xi^*$ はそれぞれ

$$\sigma^{*2} = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)} \quad (2.19)$$

$$\xi^* = \frac{-2(a-b)}{a+b+2} \left( \frac{a+b+1}{ab} \right)^{0.5} \quad (2.20)$$

となる。

図2.3(a)に示すようにベータ分布はピークを示す正規化飽和率 $S_w^*{}_p$ と正規化飽和率の平均値 $S_w^*{}_a$ とは必ずしも一致しない。このことはこの確率密度関数の特徴の一つである。なお、 $S_w^*{}_a$ 、 $\sigma^*$ 、 $\xi^*$ を求める場合はその定義に従い閉区間 $[0, 1]$ の積分を必要とする。ベータ分布の変数は本来、开区間 $(0, 1)$ にあるから、 $S_w^*=0$ と $S_w^*=1$ は特異点となる。そのような場合の積分は厳密には広義積分であり、特異点への収束性が問題になる。上述したように $S_w^*{}_a$ 、 $\sigma^*$ 、 $\xi^*$ を求める際、いずれの広義積分も特異点に収束し、一意に積分値を示すことができる。このことは、ベータ分布を用いてみかけの相対浸透率を求める場合も同様であるから、

あらかじめ確認したところ、その広義積分も特異点に収束する（その積分値は2.4.1に後述する）。したがって、开区間(0, 1)と閉区間[0, 1]との違いが積分値の違いとして現われることはない。

### (3) 三角分布

本研究では図2.4に示す4つの場合に分けて確率密度関数 $F_T$ を表わす。すなわち(1)  $0 \leq \eta_L \leq \eta_P \leq \eta_U \leq 1$ において

$$F_T(S_w^*) = \begin{cases} 0, & 0 \leq S_w^* \leq \eta_L, \eta_U \leq S_w^* \leq 1 \\ y_P(S_w^* - \eta_L) / (\eta_P - \eta_L), & \eta_L < S_w^* < \eta_P, \\ y_P(\eta_U - S_w^*) / (\eta_U - \eta_P), & \eta_P < S_w^* < \eta_U \end{cases} \quad (2.21)$$

ここで $\eta_P$ は三角形の頂点の位置、 $\eta_L$ および $\eta_U$ は底辺の位置を表わすパラメータで、 $\eta_L \leq \eta_P \leq \eta_U$ の関係がある。また、 $y_P$ は $S_w^* = \eta_P$ における $F_T$ の値、三角形の頂点の高さを表わす。本研究では三角形の面積を飽和率 $S_w^*$ の区間[0, 1]において1とする。そのとき $y_P$ の値は

$$1 = \int_0^1 F_T(S_w^*) dS_w^* \quad (2.22)$$

の条件から、 $\eta_L$ 、 $\eta_P$ および $\eta_U$ によって表わすことができる。(1)の場合の $y_P$ の値は、 $\eta_P$ に依存することなく

$$y_P = \frac{2}{\eta_U - \eta_L} \quad (2.23)$$

となる。なお、(2.23)式からわかるように $\eta_U = \eta_L$ の場合、 $y_P$ の値は無限大となる。この場合は、 $\eta_L \leq \eta_P \leq \eta_U$ の条件より $\eta_L = \eta_P = \eta_U$ を意味する。このとき、確率密度関数(2.21)式は $F_T(S_w^*) = \delta(S_w^* - \eta_P)$ となる。

さて、(1)の場合における正規分布関数 $S_w^*$ の平均値 $S_w^*$ はその定義式(2.7)式、  
 標準偏差関数(2.21)式および(2.22)式より $y_p$ との関係式(2.23)式より、

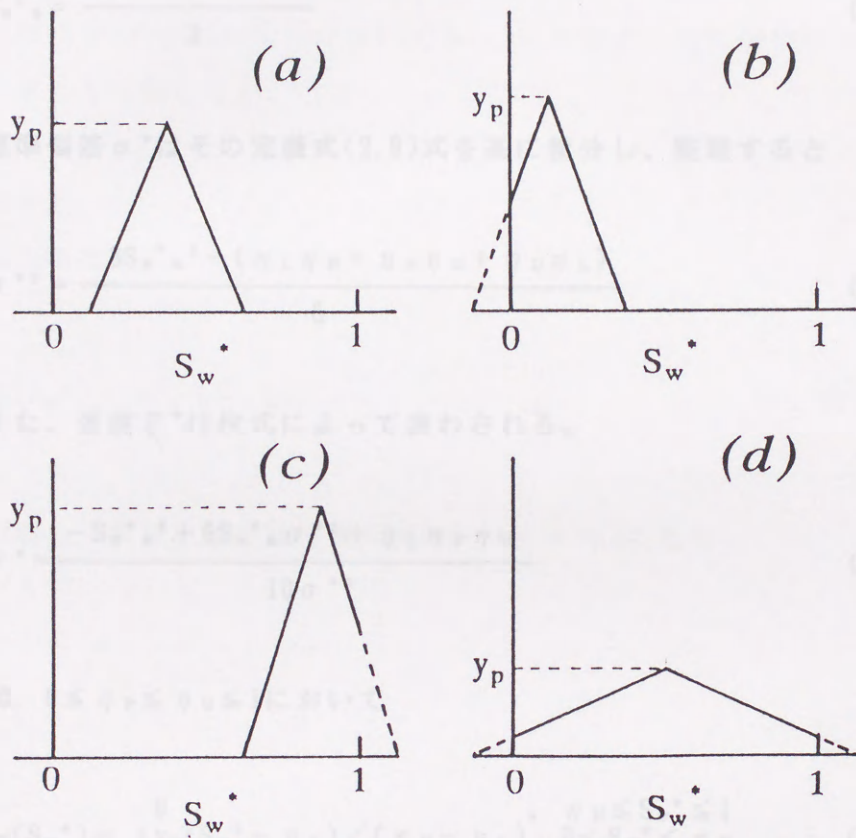


図2.4 三角分布の4つの場合

さて、(I)の場合における正規化飽和率 $S_w^*$ の平均値 $S_w^*{}_a$ はその定義式(2.7)式、確率密度関数(2.21)式および $\eta_U$ 、 $\eta_L$ と $y_P$ の関係式(2.23)式より

$$S_w^*{}_a = \frac{\eta_L + \eta_P + \eta_U}{3} \quad (2.24)$$

となる。標準偏差 $\sigma^*$ はその定義式(2.9)式を基に積分し、整理すると

$$\sigma^{*2} = \frac{3S_w^*{}_a^2 - (\eta_L \eta_P + \eta_P \eta_U + \eta_U \eta_L)}{6} \quad (2.25)$$

を得る。また、歪度 $\xi^*$ は次式によって表わされる。

$$\xi^* = \frac{-S_w^*{}_a^3 + 6S_w^*{}_a \sigma^{*2} + \eta_L \eta_P \eta_U}{10 \sigma^{*3}} \quad (2.26)$$

同様に、

(II)  $\eta_L \leq 0$ ,  $0 \leq \eta_P \leq \eta_U \leq 1$ において

$$F_T(S_w^*) = \begin{cases} 0, & \eta_U \leq S_w^* \leq 1 \\ y_P(S_w^* - \eta_L) / (\eta_P - \eta_L), & 0 < S_w^* < \eta_P, \\ y_P(\eta_U - S_w^*) / (\eta_U - \eta_P), & \eta_P < S_w^* < \eta_U \end{cases} \quad (2.27)$$

(III)  $0 \leq \eta_L \leq \eta_P \leq 1$ ,  $1 \leq \eta_U$ において

$$F_T(S_w^*) = \begin{cases} 0, & 0 \leq S_w^* \leq \eta_L \\ y_P(S_w^* - \eta_L) / (\eta_P - \eta_L), & \eta_L < S_w^* < \eta_P, \\ y_P(\eta_U - S_w^*) / (\eta_U - \eta_P), & \eta_P < S_w^* < 1 \end{cases} \quad (2.28)$$

(IV)  $\eta_L \leq 0$ ,  $0 \leq \eta_P \leq 1$ ,  $1 \leq \eta_U$ において

$$F_T(S_w^*) = \begin{cases} y_P(S_w^* - \eta_L) / (\eta_P - \eta_L), & 0 < S_w^* < \eta_P, \\ y_P(\eta_U - S_w^*) / (\eta_U - \eta_P), & \eta_P < S_w^* < 1 \end{cases} \quad (2.29)$$



と確率密度関数を定義し、(I)の場合と同様に各場合において $y_p$ を(2.22)式、 $S_w^* a$ を(2.7)式、 $\sigma^*$ を(2.9)式に従って求めることができる。

本研究ではこれら4つの場合を総称して三角分布と呼ぶ。なお、(I)、(II)、(III)および(IV)のいずれの場合においても、 $\eta_p$ の値と正規化飽和率の平均値 $S_w^* a$ とは必ずしも一致しない。

#### (4) 正規分布

正規分布 $F_N$ は次式により表わす。

$$F_N(S_w^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^*} \exp\left\{-\frac{(S_w^* - S_w^* a)^2}{2\sigma^{*2}}\right\} \quad (2.30)$$

正規分布の場合、本来その変数は無限区間 $(-\infty, +\infty)$ にあり

$$S_w^* a = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_w^* F_N dS_w^*}{\int_{-\infty}^{\infty} F_N dS_w^*} \quad (2.31)$$

の関係が成立するが、正規化飽和率 $S_w^*$ はその定義より区間 $[0, 1]$ にある。したがって、その平均は

$$S_w^* a' = \frac{\int_0^1 S_w^* F_N dS_w^*}{\int_0^1 F_N dS_w^*} \quad (2.32)$$

となり、 $S_w^* a$ と $S_w^* a'$ は一致しない。しかしながら、標準偏差が小さいときそれらの値の差は極めて小さい。そこで、正規化飽和率 $S_w^*$ の区間 $[0, 1]$ が98%以上の保証区間になるように

$$0 \leq S_w^* a - \frac{7}{3} \sigma^* \leq S_w^* a + \frac{7}{3} \sigma^* \leq 1 \quad (2.33)$$

の制約条件を設定する。この条件により、 $S_w^* a$ が区間 $[0, 1]$ にあることを考慮すると、標準偏差 $\sigma^*$ は $0 \leq S_w^* a \leq 0.5$ において

$$0 \leq \sigma^* \leq \frac{3}{7} S_w^* a \quad (2.34)$$

$0.5 \leq S_w^* a \leq 1$ において

$$0 \leq \sigma^* \leq \frac{3}{7} (1 - S_w^* a) \quad (2.35)$$

の制約条件を持つ。たとえば、 $S_w^* a$ が0.5のとき、 $\sigma^*$ の上限は $3/14 (= 0.2)$ である。

$a$ および $b$ の値は正規化後標準の平均値(2.18)式と標準偏差(2.19)式によって $S_w^* a$ および $S_w^* b$ の関数として以下のように表わすことができる。

$$a = \frac{S_w^* a^2 (1 - S_w^* a) - \sigma^{*2} S_w^* a}{1 - S_w^* a} \quad (2.37)$$

$$b = \frac{(1 - S_w^* a)^2 S_w^* a - \sigma^{*2} (1 - S_w^* a)}{1 - S_w^* a} \quad (2.38)$$

$a$ および $b$ はベータ分布の定義に従い、(以上の値であるから(2.37)式より

$$\sigma^{*2} \leq \frac{S_w^* a^2 (1 - S_w^* a)}{1 - S_w^* a} \quad (2.39)$$

## 2. 4 単峯性の確率密度関数を用いた相対浸透率の算定と比較

### 2. 4. 1 ベータ分布を用いた場合

ここではまず、液相のみかけの相対浸透率について述べる。正規化飽和率 $S_w^*$ がベータ分布に従って分布する場合のみかけの相対浸透率を得るためには、ベータ分布(2.16)式および飽和率と相対浸透率との関係(2.3)式をみかけの相対浸透率の定義式(2.5)式に代入し、その正規化飽和率 $S_w^*$ の区間 $[0, 1]$ において積分する。その結果、次式を得る。

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{(a+3)(a+2)(a+1)a}{(a+b+3)(a+b+2)(a+b+1)(a+b)} \quad (2.36)$$

ここで、 $a$ と $b$ は先に述べたように制約条件を持つから、みかけの相対浸透率の値もおのずと限られる。本研究では、飽和率の分布が一様でない場合、みかけの相対浸透率が如何なる値を取り得るかを以下に調べる。

$a$ および $b$ の値は正規化飽和率の平均値(2.18)式と標準偏差(2.19)式によって $S_w^*a$ および $\sigma^*$ の関数として以下のように表わすことができる。

$$a = \frac{S_w^*a^2(1-S_w^*a) - \sigma^{*2}S_w^*a}{\sigma^{*2}} \quad (2.37)$$

$$b = \frac{(1-S_w^*a)^2S_w^*a - \sigma^{*2}(1-S_w^*a)}{\sigma^{*2}} \quad (2.38)$$

$a$ および $b$ はベータ分布の定義に従い、1以上の値であるから(2.37)式より

$$\sigma^{*2} \leq \frac{S_w^*a^2(1-S_w^*a)}{1+S_w^*a} \quad (2.39)$$

を、(2.38)式から

$$\sigma^{*2} \leq \frac{(1-S_w^*a)^2 S_w^*a}{2-S_w^*a} \quad (2.40)$$

の2つの不等式制約条件を得る。これらの条件を $S_w^*a$ との関係において調べると、 $S_w^*a$ が区間 $[0, 0.5]$ にあるとき(2.39)式が、区間 $[0.5, 1]$ にあるとき(2.40)式がそれぞれ制約条件になる。いま、各 $S_w^*a$ における $k_{rwa}/k_{rwc}$ の値を知るために、 $S_w^*a$ の値を既知とすると、 $\sigma^*$ の区間がわかるから、 $S_w^*a$ に対する $k_{rwa}/k_{rwc}$ もある区間を持つ。そこで、(2.39)式、(2.40)式を不等式制約条件、 $S_w^*a$ および $\sigma^*$ の $a$ 、 $b$ との関係式(2.18)式および(2.19)式を等式制約条件とし、 $k_{rwa}/k_{rwc}$ の上限、下限を、ラグランジュの未定乗数法を拡張した、いわゆる一般化ラグランジュ乗数<sup>18)</sup>を用いた方法により求める。

その結果、 $a$ 、 $b$ の取り得る区間において $k_{rwa}$ はともに連続かつ微分可能で、各 $S_w^*a$ における $k_{rwa}/k_{rwc}$ の上限は $0 \leq S_w^*a \leq 0.5$ において

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{24S_w^*a^4}{(3S_w^*a+1)(2S_w^*a+1)(S_w^*a+1)} \quad (2.41)$$

により表わされることがわかった。また、そのときの $a$ および $b$ の値は

$$a=1, \quad b = \frac{1-S_w^*a}{S_w^*a} \quad (2.42)$$

で、標準偏差は $\sigma^*$ の上限、すなわち

$$\sigma^{*2} = \frac{S_w^*a^2(1-S_w^*a)}{1+S_w^*a} \quad (2.43)$$

にある。一方、 $0.5 \leq S_w^* a \leq 1.0$ において、各 $S_w^* a$ の $k_{rwa}/k_{rwc}$ の上限は、

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{S_w^* a}{4 - 3S_w^* a} \quad (2.44)$$

となり、このときのaおよびbの値は

$$a = \frac{S_w^* a}{1 - S_w^* a}, \quad b = 1 \quad (2.45)$$

である。また、この場合の標準偏差も $\sigma^*$ の上限、

$$\sigma^{*2} = \frac{(1 - S_w^* a)^2 S_w^* a}{2 - S_w^* a} \quad (2.46)$$

である。次に、正規化飽和率の歪度は

なお、 $k_{rwa}/k_{rwc}$ の値が各 $S_w^* a$ において上限をとる場合の正規化飽和率の歪度は、ベータ分布における歪度、すなわち(2.20)式に $S_w^* a$ の値すなわち(2.42)式あるいは(2.45)式を代入することにより求めることができ、 $0 \leq S_w^* a \leq 0.5$ において、

$$\xi^* = \frac{2(1 - 2S_w^* a)}{2S_w^* a + 1} \left( \frac{1 + S_w^* a}{1 - S_w^* a} \right)^{0.5} \quad (2.47)$$

$0.5 \leq S_w^* a \leq 1$ において、 $\xi^*$ の上限は

$$\xi^* = \frac{2(1 - 2S_w^* a)}{-2S_w^* a + 3} \left( \frac{2 - S_w^* a}{S_w^* a + 1} \right)^{0.5} \quad (2.48)$$

を得る。

さて、液相の相対浸透率の各 $S_w^*a$ における下限についても上限と同様なラグランジュの未定乗数法により検討すると、下限は $\sigma^*=0$ の場合に存在し、その値は(2.3)式に等しい。 $\sigma^*=0$ の場合は飽和率 $S_w^*$ が一様に分布している場合である。

以上により得られた上限と下限からみかけの相対浸透率の値が取り得る区間を知ることができる。そこで、図2.5にベータ分布を仮定した場合における液相のみかけの相対浸透率の持つ区間を正規化飽和率の平均値との関係において領域(図中斜線)として示す。ここで縦軸はみかけの相対浸透率 $k_{rwa}$ を $k_{rwc}$ ( $S_w^*=1$ における液相の相対浸透率)により割った値である。また、横軸は正規化飽和率 $S_w^*$ の平均値 $S_w^*a$ である。図中の実線は(2.41)式、(2.44)式を上限として、(2.3)式を下限として示したものである。この図からわかるように、飽和率の分布が一様ではない場合の相対浸透率、すなわちみかけの相対浸透率は、(2.3)式より大きな値になり得る。たとえば、 $S_w^*a=0.5$ における液相の相対浸透率の上限値は0.2であり、(2.3)式から得られる下限値0.0625の3倍以上の値となる。

次に、気相のみかけの相対浸透率について検討する。ただし、ここでは、簡単のために(2.8)式において $S_{wc}=S_{wgc}$ を仮定する。このとき $k_{rgc}$ は前章で述べたように1となり、気相のみかけの相対浸透率は

$$k_{rga} = \frac{(b+2)(b+1)b(2a+b+3)}{(a+b+3)(a+b+2)(a+b+1)(a+b)} \quad (2.49)$$

となる。なお、 $S_{wc} \neq S_{wgc}$ の場合と $S_{wc} = S_{wgc}$ の場合の違いについては2.5節において詳細に述べる。本節では $S_{wc} = S_{wgc}$ を仮定する。

液相の場合と同様に(2.49)式を基に気相のみかけの相対浸透率の上限と下限を求めた。その結果、各 $S_w^*a$ の上限は $0 \leq S_w^*a \leq 0.5$ において、

$$k_{rga} = \frac{(1-S_w^*a)(4S_w^*a+1)}{(3S_w^*a+1)(2S_w^*a+1)} \quad (2.50)$$

$$k_{rwa} = \frac{13(1-S_w^*)^4}{(1-25S_w^*)(1-25S_w^*)} \quad (2.31)$$

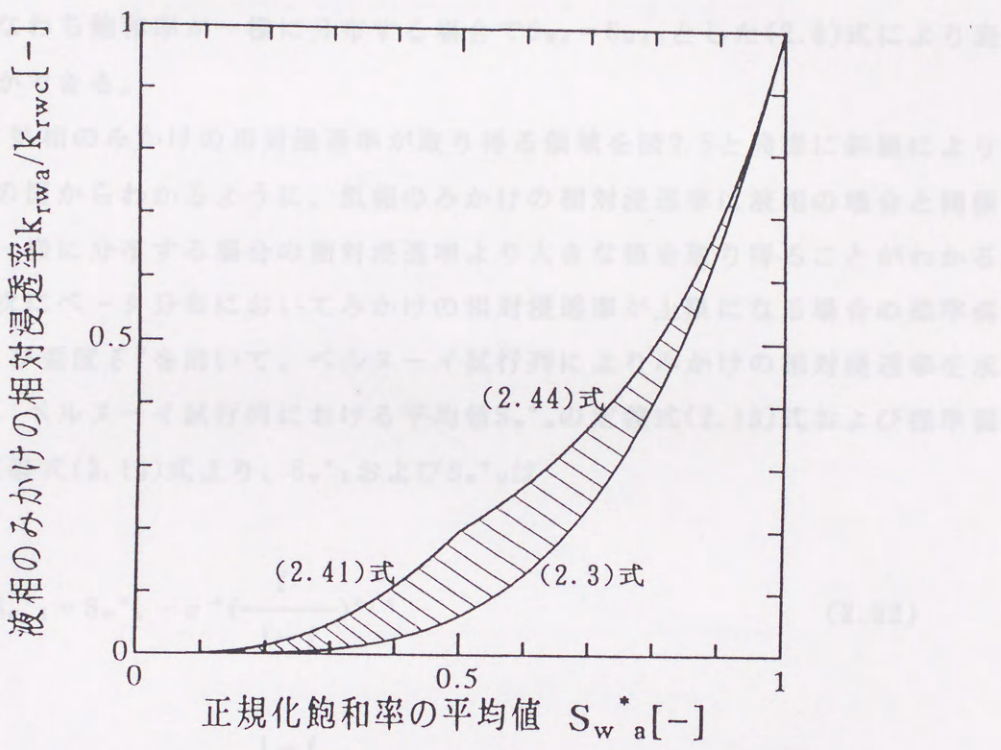


図2.5 ベータ分布を用いた場合の液相のみかけの相対浸透率

(斜線:みかけの相対浸透率が取り得る領域)

$0.5 \leq S_w^* a \leq 1$ において、

$$k_{r_{ga}} = \frac{12(1 - S_w^* a)^3}{(4 - 3S_w^* a)(3 - 2S_w^* a)} \quad (2.51)$$

を得た。これらの場合の $a$ 、 $b$ および $\sigma^*$ は液相の場合と一致する。また、下限は、 $\sigma^* = 0$ すなわち飽和率が一様に分布する場合で $S_{wc} = S_{wgc}$ とした(2.8)式により表わすことができる。

図2.6に気相のみかけの相対浸透率が取り得る領域を図2.5と同様に斜線により示す。この図からわかるように、気相のみかけの相対浸透率は液相の場合と同様、飽和率が一様に分布する場合の相対浸透率より大きな値を取り得ることがわかる。

さて、次にベータ分布においてみかけの相対浸透率が上限になる場合の標準偏差 $\sigma^*$ および歪度 $\xi^*$ を用いて、ベルヌーイ試行列によりみかけの相対浸透率を求めてみる。ベルヌーイ試行列における平均値 $S_w^* a$ の定義式(2.13)式および標準偏差 $\sigma^*$ の定義式(2.14)式より、 $S_w^* 1$ および $S_w^* 2$ は

$$S_w^* 1 = S_w^* a - \sigma^* \left( \frac{f}{1-f} \right)^{0.5} \quad (2.52)$$

$$S_w^* 2 = S_w^* a + \sigma^* \left( \frac{1-f}{f} \right)^{0.5} \quad (2.53)$$

となる。また、 $f$ と $\xi^*$ との関係はベルヌーイ試行列における $\xi^*$ の定義式(2.15)式に(2.52)式、(2.53)式を代入し、整理することにより

$$f = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{\xi^*}{(4 + \xi^{*2})^{0.5}} \right\} \quad (2.54)$$

によって表わすことができる。したがって、平均値 $S_w^* a$ 、標準偏差 $\sigma^*$ および歪度



「 $k_{rga}$ がわかれば」、 $k_{rga}$ および「 $k_{rga}$ を求めることができる」。このとき、これら $k_{rga}$ 、 $k_{rga}$ および「 $k_{rga}$ の値より、液相の相対浸透率 $k_{rga}$ 、 $k_{rga}$ 」

$$\frac{k_{rga}}{k_{rga}} = (1 - (k_{rga})^2) + (k_{rga})^2 \quad (2.55)$$

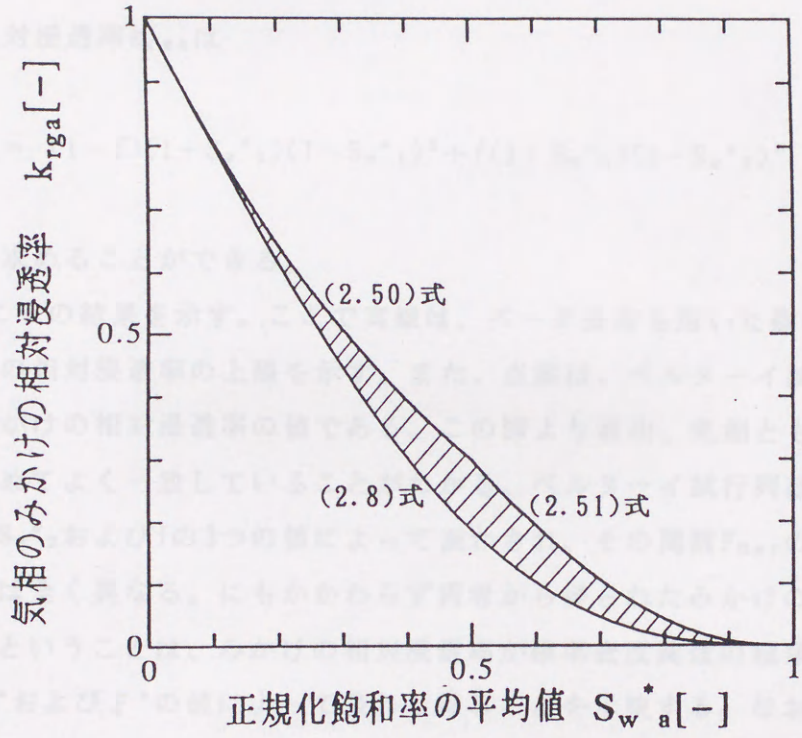


図2.6 ベータ分布を用いた場合の液相のみかけの相対浸透率  
(斜線:みかけの相対浸透率の取り得る領域)

4. 2. 三角分布を用いた場合  
ベータ分布と同様な仮定を三角分布を用いて行う。三角分布は先に示したように飽和の位置によって「(1)」「(2)」および「(3)」の3つの場合分けを必要とする。そこで、これらの飽和密度関数についてそれぞれを $S_w^*$ におけるみかけの相対浸透率の上限値および下限値を求める。得られた値は、あくまでも飽和上の場合分けによるものだから、それらの値は三角分布を用いた場合のみ上限値および下限値の範囲にすぎない。そこで、それらの値の大小を比較することで、三角分布を用

$\xi^*$ がわかれば $S_w^*{}_1$ 、 $S_w^*{}_2$ および $f$ を求めることができる。このとき、これら $S_w^*{}_1$ 、 $S_w^*{}_2$ および $f$ の値より、液相の相対浸透率 $k_{rwa}/k_{rwc}$ は

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = (1-f)S_w^*{}_1^4 + fS_w^*{}_2^4 \quad (2.55)$$

気相の相対浸透率 $k_{rga}$ は

$$k_{rga} = (1-f)(1+S_w^*{}_1)(1-S_w^*{}_1)^3 + f(1+S_w^*{}_2)(1-S_w^*{}_2)^3 \quad (2.56)$$

に従って求めることができる。

図2.7にその結果を示す。ここで実線は、ベータ分布を用いた際の各 $S_w^*{}_a$ におけるみかけの相対浸透率の上限を示す。また、点線は、ベルヌーイ試行列によって求めたみかけの相対浸透率の値である。この図より液相、気相ともに、実線と点線はきわめてよく一致していることがわかる。ベルヌーイ試行列は前述したように $S_w^*{}_1$ 、 $S_w^*{}_2$ および $f$ の3つの値によって表わされ、その関数 $F_{Ber}$ の形はベータ分布の $F_B$ とは全く異なる。にもかかわらず両者から得られたみかけの相対浸透率が一致するという事は、みかけの相対浸透率が確率密度関数の種類に依存せず、 $S_w^*{}_a$ 、 $\sigma^*$ および $\xi^*$ の値によって表わし得ることを示唆する。なお、図2.7において液相のみかけの相対浸透率は $k_{rwc}$ を1とした。これはあくまでも、気相のみかけの相対浸透率と併せて示すための便宜的なことで、 $k_{rwc} \neq 1$ としても、ベルヌーイ試行列およびベータ分布からそれぞれ得られるみかけの相対浸透率は一致する。

#### 2. 4. 2 三角分布を用いた場合

ベータ分布と同様な検討を三角分布を用いて行う。三角分布は先に示したように底辺の位置によって(I)(II)(III)および(IV)の4つの場合分けを必要とする。そこで、これらの確率密度関数についてそれぞれ各 $S_w^*{}_a$ におけるみかけの相対浸透率の上限値および下限値を求める。得られた値は、あくまでも解析上の場合分けによるものだから、それらの値は三角分布を用いた場合の上限値および下限値の候補にすぎない。そこで、それらの値の大小を比較することで、三角分布を用

いた場合の上限値および下限値を決定する。この過程を(1)の場合、すなわち  
 [5.1.1]の式(2.2)の場合の $k_{rga}/k_{rwa}$ を仮に等しいと仮定して、  
 (1)の場合の相対浸透率係数は(2.2)式であるから、この式および初期の  
 相対浸透率(2.3)式をみかけの相対浸透率の近似式(5.1)式に代入し、積分する。  
 として $k_{rga}/k_{rwa}$ を導き、すなわち

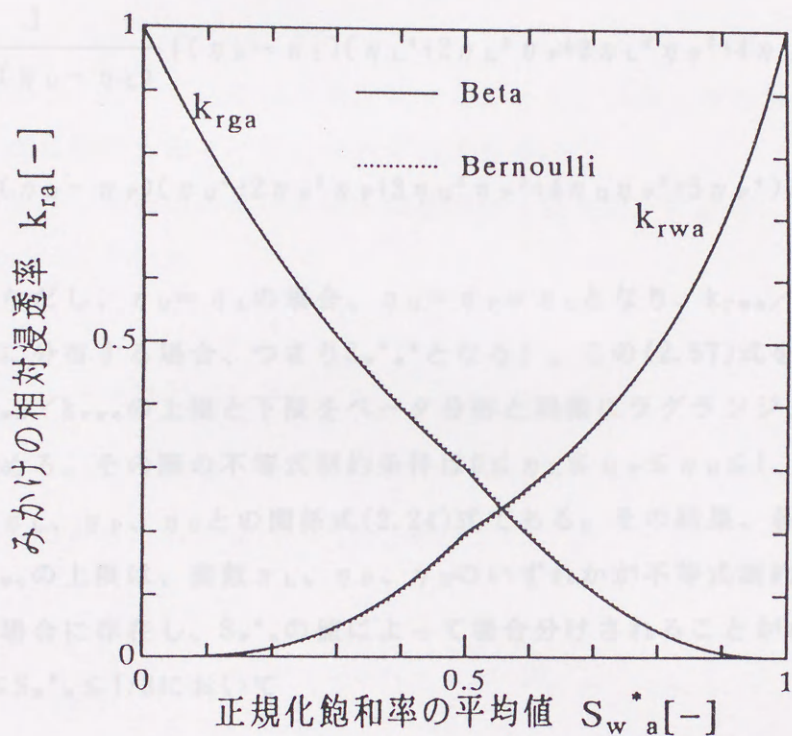


図2.7 ベータ分布を用いた場合のみかけの相対浸透率の上限(実線)と  
 その際の平均値、標準偏差および歪度を用いてベルヌーイ試行列  
 によって推算したみかけの相対浸透率(点線)との比較

$$\frac{k_{rga}}{k_{rwa}} = \frac{1}{15} ((3S_w^* - 1)^4 + (3S_w^* - 1)^3 + (3S_w^* - 1)^2 + 3S_w^*) \quad (2.54)$$

(2.54)式において

いた場合の上限値および下限値を決定する。この過程を (I) の場合、すなわち  $0 \leq \eta_L \leq \eta_P \leq \eta_U \leq 1$  の場合の  $k_{rwa}/k_{rwc}$  を例に取り簡単に説明する。

いま、(I) の場合の確率密度関数は(2.21)式であるから、この式および液相の相対浸透率(2.3)式をみかけの相対浸透率の定義式(2.5)式に代入し、積分する。そして  $k_{rwa}/k_{rwc}$  を得る。すなわち

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{1}{15(\eta_U - \eta_L)} \{ (\eta_P - \eta_L)(\eta_L^4 + 2\eta_L^3\eta_P + 3\eta_L^2\eta_P^2 + 4\eta_L\eta_P^3 + 5\eta_P^4) + (\eta_U - \eta_P)(\eta_U^4 + 2\eta_U^3\eta_P + 3\eta_U^2\eta_P^2 + 4\eta_U\eta_P^3 + 5\eta_P^4) \} \quad (2.57)$$

となる(ただし、 $\eta_U = \eta_L$  の場合、 $\eta_U = \eta_P = \eta_L$  となり、 $k_{rwa}/k_{rwc}$  の値は飽和率が一様に分布する場合、つまり  $S_w^* a^4$  となる)。この(2.57)式をもとに各  $S_w^* a$  において  $k_{rwa}/k_{rwc}$  の上限と下限をベータ分布と同様にラグランジュの未定乗数法により求める。その際の不等式制約条件は  $0 \leq \eta_L \leq \eta_P \leq \eta_U \leq 1$ 、等式制約条件は  $S_w^* a$  の  $\eta_L$ 、 $\eta_P$ 、 $\eta_U$  との関係式(2.24)式である。その結果、各  $S_w^* a$  における  $k_{rwa}/k_{rwc}$  の上限は、変数  $\eta_L$ 、 $\eta_P$ 、 $\eta_U$  のいずれかが不等式制約条件の境界上に存在する場合に存在し、 $S_w^* a$  の値によって場合分けされることがわかった。すなわち、 $0 \leq S_w^* a \leq 1/3$  において

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{1}{15} (3S_w^* a)^4 \quad (2.58)$$

$1/3 \leq S_w^* a \leq 2/3$  において

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{1}{15} \{ (3S_w^* a - 1)^4 + (3S_w^* a - 1)^3 + (3S_w^* a - 1)^2 + 3S_w^* a \} \quad (2.59)$$

$2/3 \leq S_w^* a \leq 1$  において

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{1}{15} \{ (3S_w^* a - 2)^4 + 2(3S_w^* a - 2)^3 + 3(3S_w^* a - 2)^2 + 4(3S_w^* a - 2) + 5 \} \quad (2.60)$$

となる。また、下限値はベータ分布を用いたときと同様で(2.3)式、すなわち飽和率が一様に分布する場合の相対浸透率である。

このような検討を(II)  $\eta_L \leq 0, 0 \leq \eta_P \leq \eta_U \leq 1$ 、(III)  $0 \leq \eta_L \leq \eta_P \leq 1, 1 \leq \eta_U$  および(IV)  $\eta_L \leq 0, 0 \leq \eta_P \leq 1, 1 \leq \eta_U$  においても行い、各場合の上限、下限を求める。そして、それらを比較することで、三角分布を用いた場合のみかけの相対浸透率の上限と下限をそれぞれ求める。

以上の結果、液相のみかけの相対浸透率の上限を以下に示す。すなわち、 $0 \leq S_w^* a \leq 1/3$ において

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{1}{15} (3S_w^* a)^4 \quad (2.61)$$

であり、このときの  $y_P$ 、 $\eta_L$ 、 $\eta_P$  および  $\eta_U$  は

$$y_P = \frac{2}{3S_w^* a}, \quad \eta_L = \eta_P = 0, \quad \eta_U = 3S_w^* a \quad (2.62)$$

となる。また、その標準偏差  $\sigma^*$  および歪度  $\xi^*$  は

$$\sigma^{*2} = \frac{S_w^* a^2}{2} \quad (2.63)$$

$$\xi^* = \frac{2}{5} \sqrt{2} \quad (2.64)$$

である。

$1/3 \leq S_w^* a \leq 2/3$ において、液相のみかけの相対浸透率  $k_{rwa}/k_{rwc}$  の上限は

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{1}{5} (4S_w^* a - 1) \quad (2.65)$$

となる。このときの  $y_p$ 、 $\eta_L$ 、 $\eta_P$  および  $\eta_U$  は、 $1/3 \leq S_w^* a \leq 1/2$  と  $1/2 \leq S_w^* a \leq 2/3$  において異なり、 $1/3 \leq S_w^* a \leq 1/2$  のとき

$$y_p = 2(2 - 3S_w^* a), \quad \eta_L = \eta_P = 0, \quad \eta_U = \frac{2 - 3S_w^* a}{3 - 6S_w^* a} \quad (2.66)$$

$1/2 \leq S_w^* a \leq 2/3$  のとき、

$$y_p = 2(3S_w^* a - 1), \quad \eta_L = \frac{3S_w^* a - 2}{6S_w^* a - 3}, \quad \eta_P = \eta_U = 1 \quad (2.67)$$

となる。これらの標準偏差  $\sigma^*$  および歪度  $\xi^*$  は  $1/3 \leq S_w^* a \leq 1/2$  と  $1/2 \leq S_w^* a \leq 2/3$  に区別なく、

$$\sigma^{*2} = S_w^* a (1 - S_w^* a) - \frac{1}{6} \quad (2.68)$$

$$\xi^* = \frac{(5S_w^* a^2 - 5S_w^* a + 1)(2S_w^* a - 1)}{5\sigma^{*3}} \quad (2.69)$$

となる。

$2/3 \leq S_w^* a \leq 1$  において、 $k_{rwa}/k_{rwc}$  の上限は先に例として示した三角分布(I)に等しく(2.60)式となる。ここでは、(2.60)式が(2.65)式と  $S_w^* a = 2/3$  において連続であることを考慮して、(2.60)式を改めて

$$\frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} = \frac{1}{5} (4S_w^* a - 1) + \frac{(3S_w^* a - 2)^2 (3S_w^* a^2 - 2S_w^* a + 1)}{5} \quad (2.70)$$

と示す。このときの $y_p$ 、 $\eta_L$ 、 $\eta_P$ および $\eta_U$ は、

$$y_p = \frac{2}{3(1-S_w^* a)}, \quad \eta_L = 3S_w^* a - 2, \quad \eta_P = \eta_U = 1 \quad (2.71)$$

標準偏差 $\sigma^*$ および $\xi^*$ は

$$\sigma^{*2} = \frac{(1-S_w^* a)^2}{2} \quad (2.72)$$

$$\xi^* = -\frac{2}{5} \sqrt{2} \quad (2.73)$$

となる。一方、下限は飽和率の標準偏差 $\sigma^* = 0$ の場合、すなわち飽和率 $S_w^*$ が一様に分布する場合にあり、(2.3)式により表わされる。

また、気相のみかけの相対浸透率の上限は液相と同様な検討により

$$k_{rga} = 1 - 2S_w^* a + \frac{27}{5} S_w^* a^3 (1 - S_w^* a) \quad (2.74)$$

$1/2 \leq S_w^* a \leq 2/3$ のとき、

$$k_{rga} = \frac{4}{5} - S_w^* a \quad (2.75)$$

$2/3 \leq S_w^* a \leq 1$ において

$$k_{rga} = \frac{S_w^* a}{5} \{3(1 - S_w^* a)\}^3 \quad (2.76)$$

を得た。これらの上限を持つ三角分布は液相の場合と一致する。また、下限は飽和率 $S_w^*$ が一様に分布する場合であり、 $S_{wc} = S_{wgc}$ とした(2.8)式である。

図2.8および図2.9に三角分布を用いた際の $k_{rwa}/k_{rwc}$ および $k_{rga}$ の持つ区間を $S_w^*a$ との関係において領域(図中の斜線)としてそれぞれ示す。これらの図よりベータ分布を用いた場合に同様、三角分布を用いた場合のみかけの相対浸透率も飽和率が一様に分布する場合の相対浸透率より大きな値をとることがわかる。

図2.10は、三角分布を用いた場合のみかけの相対浸透率の上限(実線)と、そのときの三角分布の $\sigma^*$ および $\xi^*$ の値を用いてベルヌーイ試行列よりみかけの相対浸透率を求めた結果(点線)を比較したものである。なお、ここでも、図2.7と同様、 $k_{rwc}$ を便宜上1として示した。この図より、液相、気相ともに、実線と点線はきわめてよく一致していることがわかる。このことは図2.7に示したベータ分布を用いた場合と同様である。したがって、相対浸透率は確率密度関数の種類に依存せず、 $S_w^*a$ 、 $\sigma^*$ および $\xi^*$ によって表わし得ることがわかる。

図2.11に三角分布およびベータ分布を用いた場合のみかけの相対浸透率の上限をそれぞれ実線と破線によって示す。なお、ここでも、液相の場合、 $k_{rwc}$ を1として示してある。この図より、三角分布を用いた場合とベータ分布を用いた場合とで関数は異なるものの、液相の場合と気相の場合ともにきわめてよく一致することがわかる。このようになる理由を検討するために、図2.12(a)に $k_{rwa}$ 、 $k_{rga}$ がともに上限をとる各 $S_w^*a$ の三角分布を示す。図2.12(b)に図2.12(a)と同様にベータ分布を示す。これらの図を比較すると、当然のことながらベータ分布は曲線で、三角分布との形状は異なる。しかし、 $S_w^*a$ が0.1、0.4のときは、三角分布、ベータ分布ともに $S_w^*a=0$ にピークをもつ。また、 $S_w^*a$ が0.8のときは $S_w^*=1$ に存在するといった一致した傾向をもつことがわかる(なお、この傾向を調べると、 $0 < S_w^*a < 0.5$ の場合、分布はともに $S_w^*=0$ にピークを持つ。また、 $0.5 < S_w^*a < 1$ の場合、分布はともに $S_w^*=1$ にピークを持つことがわかった)。したがって、三角分布を用いた場合の $k_{rwa}$ や $k_{rga}$ の上限値と $S_w^*a$ との関係がベータ分布を用いた場合に一致する理由は、ベータ分布や三角分布のような単峰性の確率密度関数を用いると、飽和率の標準偏差、歪度の値はおのずと限定され、それらの値がおおよそ一致することにあると推察できる。そこで、図2.13に $k_{rwa}$ 、 $k_{rga}$ がともに上限をと



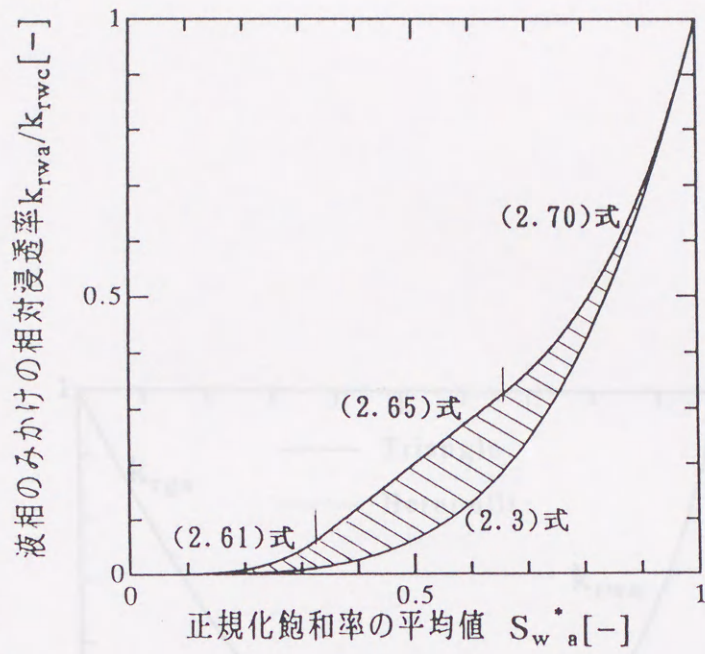


図2.8 三角分布を用いた場合の液相のみかけの相対浸透率  
(斜線:みかけの相対浸透率が取り得る領域)

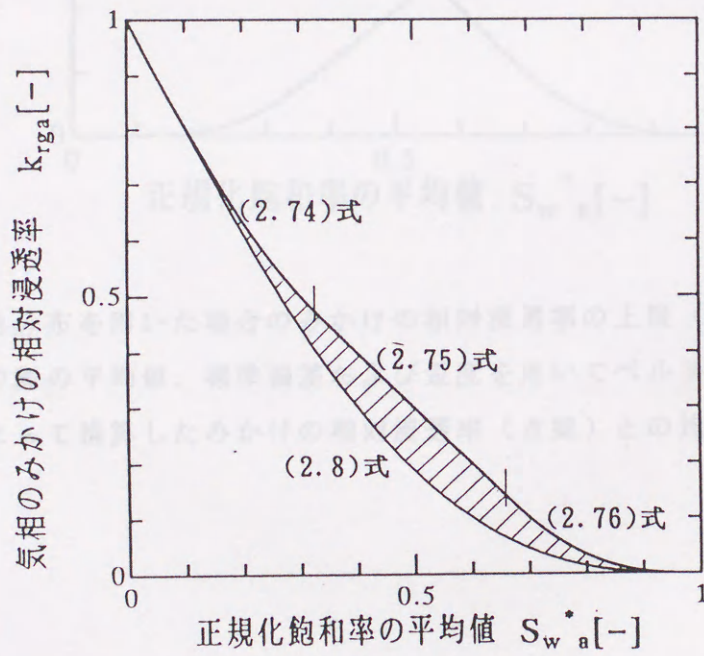


図2.9 三角分布を用いた場合の気相のみかけの相対浸透率  
(斜線:みかけの相対浸透率が取り得る領域)

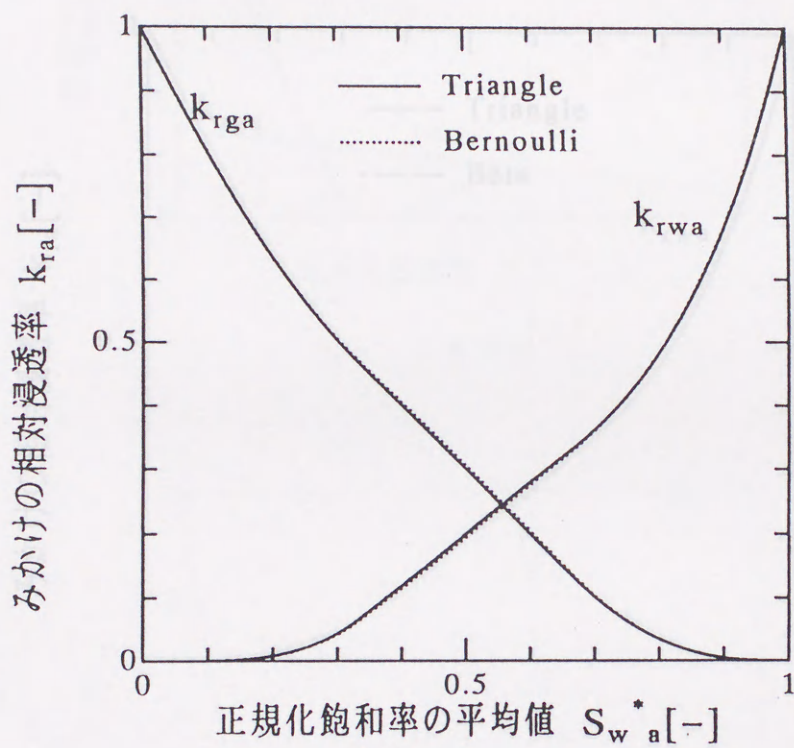


図2.10 三角分布を用いた場合のみかけの相対浸透率の上限（実線）と  
 その際の平均値、標準偏差および歪度を用いてベルヌーイ試行列  
 によって推算したみかけの相対浸透率（点線）との比較

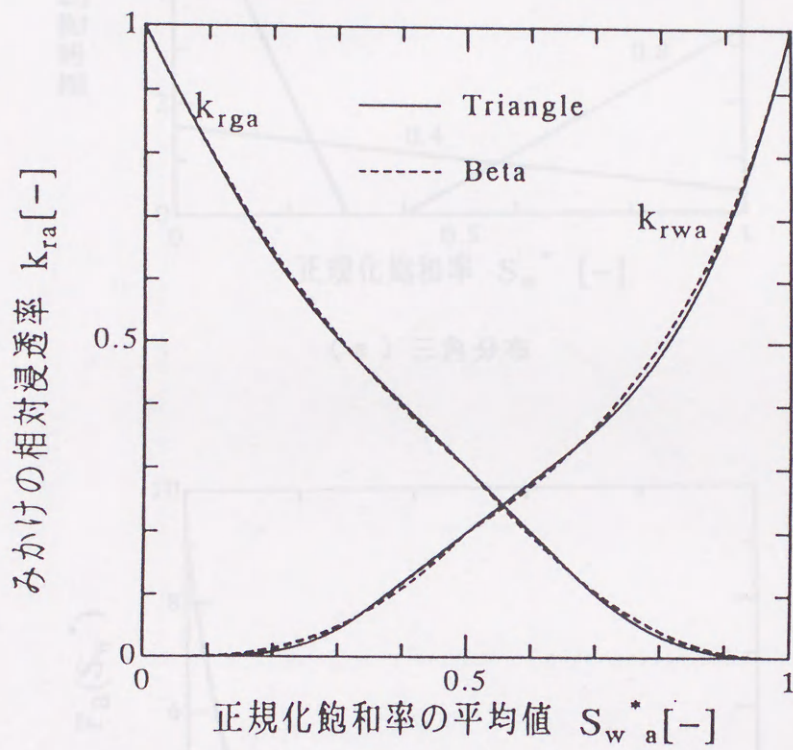
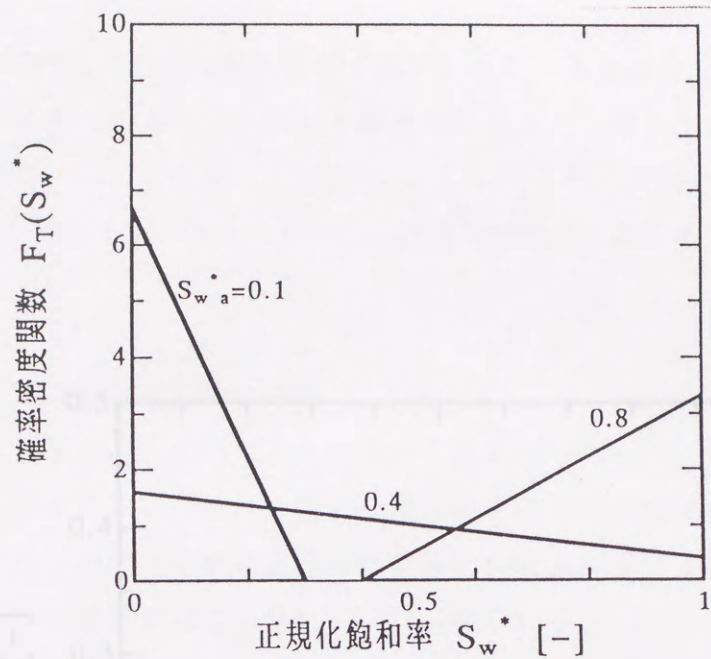
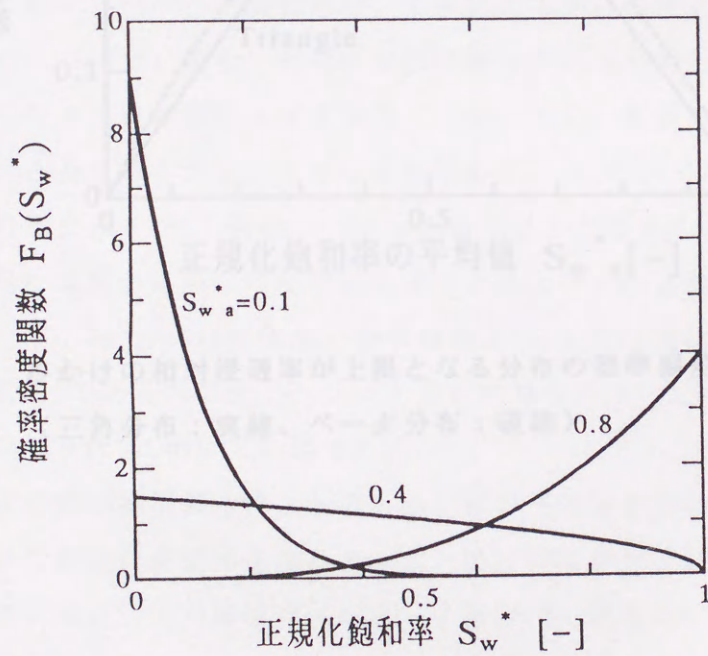


図2.11 三角分布とベータ分布を用いて得られたみかけの相対浸透率  
 の上限の比較（三角分布：実線、ベータ分布：破線）



(a) 三角分布



(b) ベータ分布

図2.12 みかけの相対浸透率が上限となる分布の例

分布の標準偏差 $\sigma^*$ と $S_w^*$ との関係を示す。ここで実線は三角分布を、破線はベータ分布の場合である。この図より両者はおおよそ一致していることがわかる。図2.12と同様に、図2.14に浸透率 $\tau^*$ を示す。この図より、実線と破線は $S_w^*$ が0あるいは1に近くなるとずれてくるが、 $S_w^*$ が0.5付近ではきわめてよく一致することがわかる。

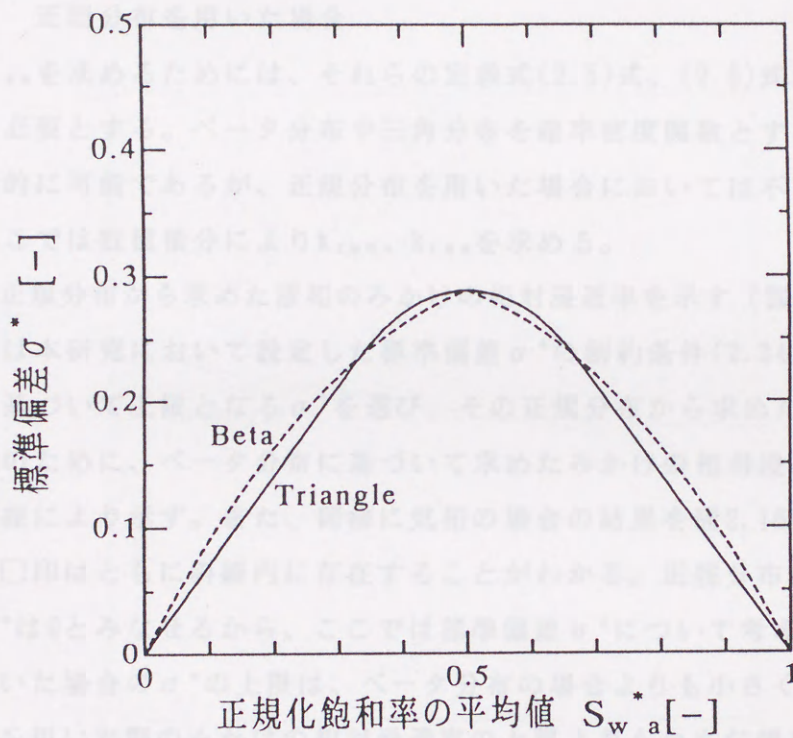


図2.13 みかけの相対浸透率が上限となる分布の標準偏差 $\sigma^*$   
 (三角分布：実線、ベータ分布：破線)

次に正規分布の片つ側分布より、式(2.12)と飽和率の平均値を用いて、他の標準偏差 $\sigma^*$ よりみかけの相対浸透率 $S_w^*$ を求めてみる。図2.15に図2.11に示したように、 $\sigma^*$ は正規分布の場合、破線はベータ分布、実線は三角分布、をしてみかけベータ分布である。ここで、正規分布は浸透率 $\tau^*$ が0と見做せるから、ベータ分布と三角分布は浸透率 $\tau^*$ が0となる分布を仮定した。これは、これら二つの分布はその形状を定めるためにそれぞれ3つのパラメータ(ベータ分布は $\alpha, \beta, \tau^*$ 、三角分布は $\alpha, \beta, \tau^*$ )を持つため、正規化飽和率の平

る分布の標準偏差 $\sigma^*$ と $S_w^*a$ との関係を示す。ここで実線は三角分布を、破線はベータ分布の場合である。この図より両者はおおよそ一致していることがわかる。図2.13と同様に、図2.14に歪度 $\xi^*$ を示す。この図より、実線と点線は $S_w^*a$ が0あるいは1に近くなるとずれてくるが、 $S_w^*a$ が0.5付近ではきわめてよく一致することがわかる。

#### 2. 4. 3 正規分布を用いた場合

$k_{rwa}$ 、 $k_{rga}$ を求めるためには、それらの定義式(2.5)式、(2.6)式からわかるように積分を必要とする。ベータ分布や三角分布を確率密度関数とする場合のこの積分は解析的に可能であるが、正規分布を用いた場合においては不可能である。そこで、ここでは数値積分により $k_{rwa}$ 、 $k_{rga}$ を求める。

図2.15に正規分布から求めた液相のみかけの相対浸透率を示す(図中の□印)。これらの値は本研究において設定した標準偏差 $\sigma^*$ の制約条件(2.34)式および(2.35)式に基づいて上限となる $\sigma^*$ を選び、その正規分布から求めたものである。また、比較のために、ベータ分布に基づいて求めたみかけの相対浸透率の取り得る領域を斜線により示す。また、同様に気相の場合の結果を図2.16に示す。これらの図より□印はともに斜線内に存在することがわかる。正規分布における飽和率の歪度 $\xi^*$ は0とみなせるから、ここでは標準偏差 $\sigma^*$ について考えてみると、正規分布を用いた場合の $\sigma^*$ の上限は、ベータ分布の場合よりも小さく、結果としてベータ分布を用いた際のみかけの相対浸透率の上限よりも小さな値を持つと推察できる。たとえば、 $S_w^*a=0.5$ の場合、標準偏差 $\sigma^*$ の上限は制約条件(2.34)式、(2.35)式より約0.2であるのに対し、ベータ分布の場合の $\sigma^*$ の上限値は図2.13に示したように $S_w^*a=0.5$ において0.29である。

次に正規分布の持つ標準偏差の上限値と飽和率の平均値を用いて、他の確率密度関数よりみかけの相対浸透率を求めてみる。図2.17に液相の結果を示す。図中、□印は正規分布の場合、二点鎖線はベルヌーイ試行列、破線は三角分布、そして点線はベータ分布である。ここで、正規分布は歪度 $\xi^*$ が0と見なせるから、ベルヌーイ試行列と三角分布は歪度 $\xi^*$ が0となる分布を仮定した。これは、これら2つの分布はその形状を決めるためにそれぞれ3つのパラメータ(ベルヌーイ試行列は $S_w^*1$ 、 $S_w^*2$ 、 $f$ 、三角分布は $\eta_L$ 、 $\eta_P$ 、 $\eta_U$ )を持つため、正規化飽和率の平

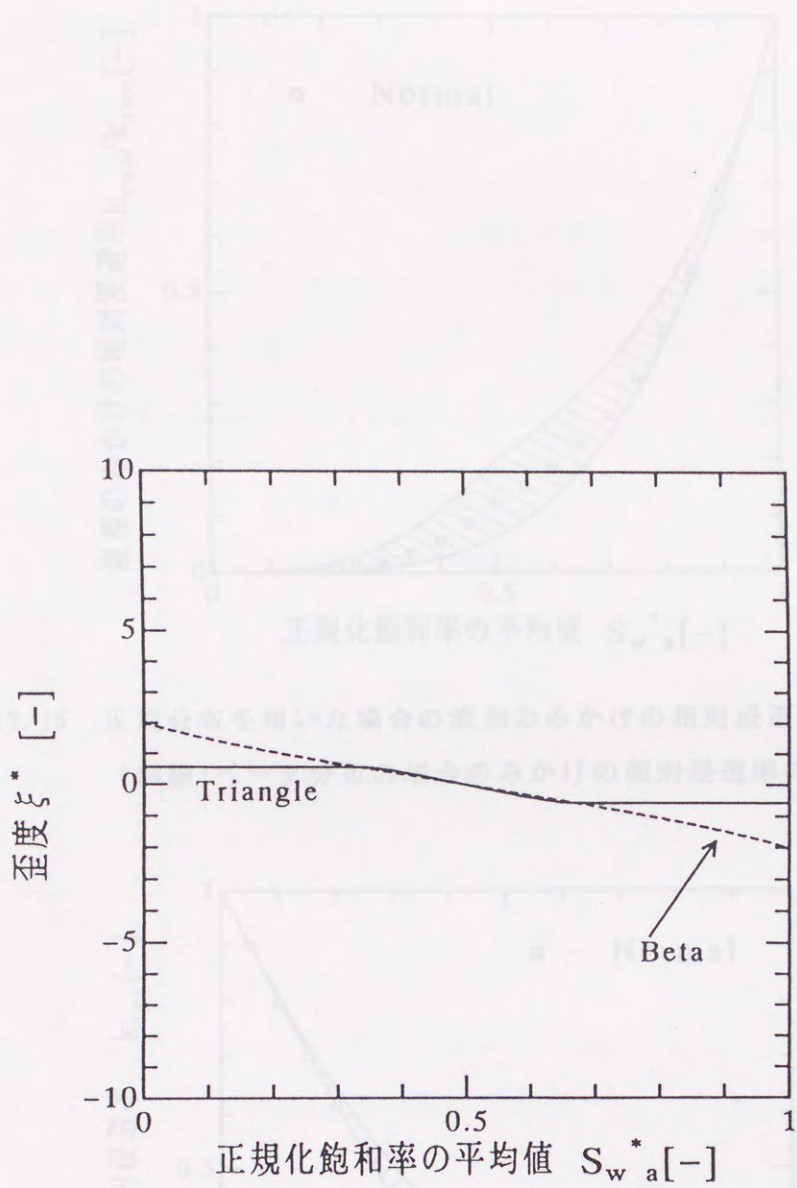


図2.14 みかけの相対浸透率が上限となる分布の歪度  $\xi^*$   
 (三角分布：実線、ベータ分布：破線)

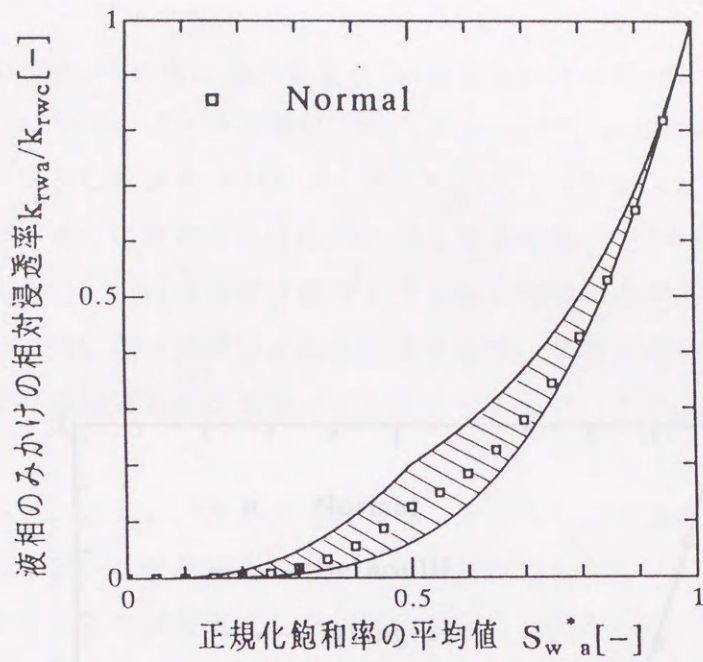


図2.15 正規分布を用いた場合の液相のみかけの相対浸透率 (□)  
(斜線: ベータ分布の場合のみかけの相対浸透率の領域)

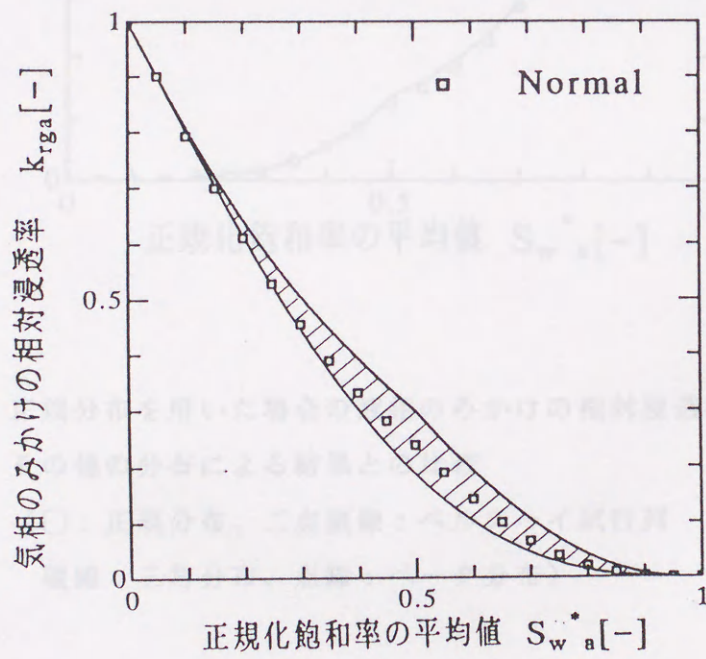


図2.16 正規分布を用いた場合の気相のみかけの相対浸透率 (□)  
(斜線: ベータ分布の場合のみかけの相対浸透率の領域)



均質 $S_w^*$ 、相対浸透率 $k_{rwa}$ の値の値に満足する $S_w^*$ の値を決めなければ、形状を決定できないためである。一方、ベータ分布は、 $S_w^* = 0.5$ のとき必然的に $S_w^* = 0$ となる。よって、ベータ分布の場合のパラメータは $a$ と $b$ の2つであり、 $S_w^*$ と $k_{rwa}$ を決定すると、 $a, b$ の値が決まり、その形状は $S_w^*$ に対して非対称 ( $S_w^* < 0.5$ ) になる。図2.17からわかるようにいずれの関数を選定してもみかけの相対浸透率はおよそ一致する。図2.18に図2.17と同様に気相の結果を示す。気相の場合も、各分布から得られるみかけの相対浸透率はおよそ一致することがわかる。

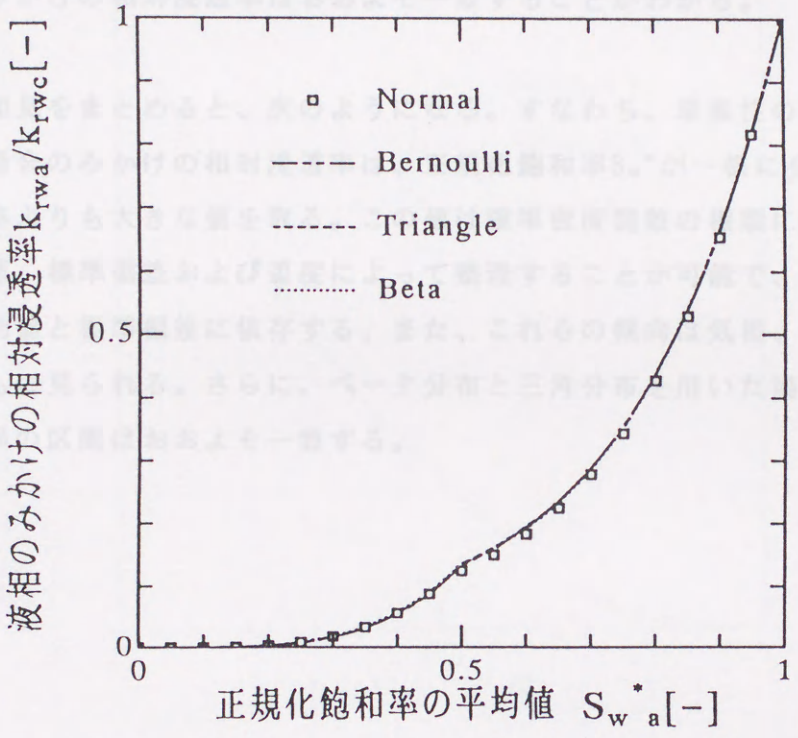


図2.17 正規分布を用いた場合の液相のみかけの相対浸透率とその他の分布による結果との比較  
 (□：正規分布、二点鎖線：ベルヌーイ試行列  
 破線：三角分布、点線：ベータ分布)

均値 $S_w^*a$ 、標準偏差 $\sigma^*$ の値の他に歪度 $\xi^*$ の値を決めなければ、形状を決定できないためである。一方、ベータ分布は、 $S_w^*a \neq 0.5$ のとき必然的に $\xi^* \neq 0$ となる。なぜなら、ベータ分布の場合のパラメータは $a$ と $b$ の2つであり、 $S_w^*a$ と $\sigma^*$ を決めると $a$ 、 $b$ の値が決まり、その形状は $S_w^*a$ に対して非対称( $\xi^* \neq 0$ )になる。図2.17からわかるようにいずれの関数を仮定してもみかけの相対浸透率はおおよそ一致する。図2.18に図2.17と同様に気相の結果を示す。気相の場合も、各分布から得られたみかけの相対浸透率はおおよそ一致することがわかる。

以上の知見をまとめると、次のようになる。すなわち、単峰性の確率密度関数を用いた場合のみかけの相対浸透率は、正規化飽和率 $S_w^*$ が一様に分布する場合の相対浸透率よりも大きな値を取る。この値は確率密度関数の種類に依存せず飽和率の平均値、標準偏差および歪度によって整理することが可能で、それらの中では主に平均値と標準偏差に依存する。また、これらの傾向は気相、液相の場合においてともに見られる。さらに、ベータ分布と三角分布を用いた場合のみかけの相対浸透率の区間はおおよそ一致する。

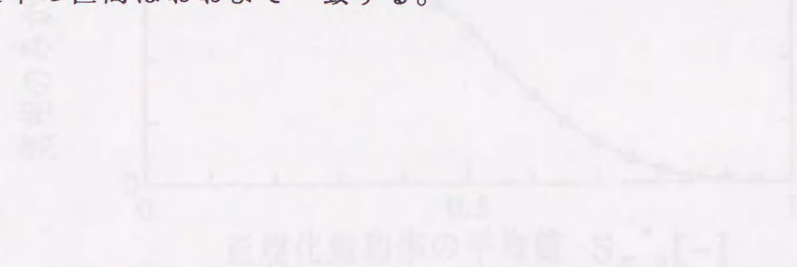


図2.18 正規化飽和率を用いた場合の気相のみかけの相対浸透率と  
 その値の計算による結果との比較  
 (□: 正規分布、○: 三角分布、△: ベルヌーイ関数  
 分布、◇: 三角分布、●: ベータ分布)

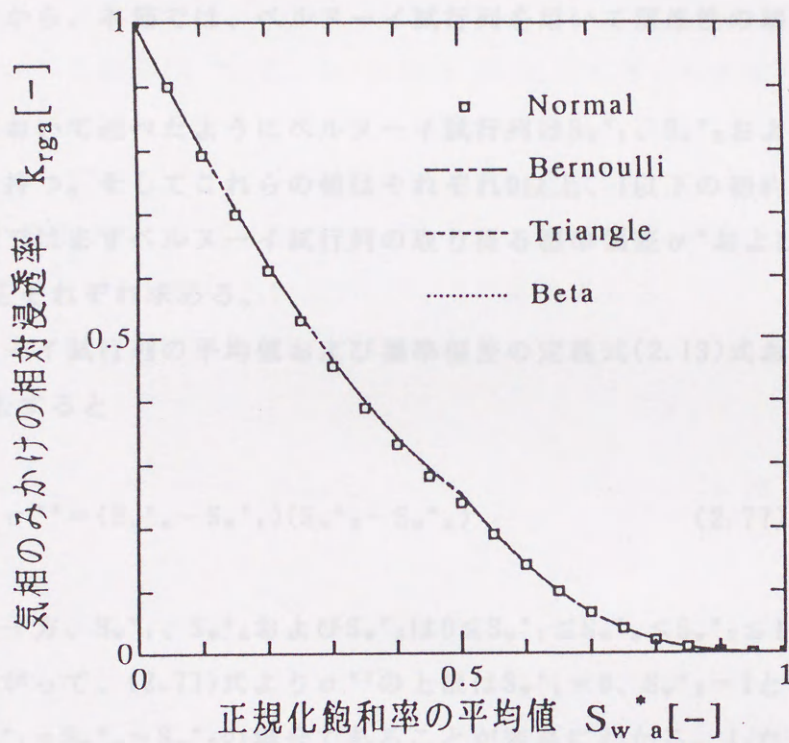


図2.18 正規分布を用いた場合の気相のみかけの相対浸透率と  
その他の分布による結果との比較

( $\square$  : 正規分布、二点鎖線 : ベルヌーイ試行列  
破線 : 三角分布、点線 : ベータ分布)

## 2. 5 双峯性の確率密度関数を用いた相対浸透率の算定

### 2. 5. 1 液相の相対浸透率

前節において、単峯性の確率密度関数に基づく相対浸透率は確率密度関数の種類に依存しないことを述べた。しかし、飽和率の分布を考えると必ずしも単峯性ではないから、本節では、ベルヌーイ試行列を用いて双峯性の場合について検討する。

前節において述べたようにベルヌーイ試行列は $S_w^*{}_1$ 、 $S_w^*{}_2$ および $f$ の3つのパラメータを持つ。そしてこれらの値はそれぞれ0以上、1以下の制約条件を持つ。そこで本節ではまずベルヌーイ試行列の取り得る標準偏差 $\sigma^*$ および $S_w^*{}_2$ の存在割合 $f$ の区間をそれぞれ求める。

ベルヌーイ試行列の平均値および標準偏差の定義式(2.13)式および(2.14)式より $f$ を消去すると

$$\sigma^{*2} = (S_w^*{}_a - S_w^*{}_1)(S_w^*{}_2 - S_w^*{}_a) \quad (2.77)$$

を得る。一方、 $S_w^*{}_1$ 、 $S_w^*{}_a$ および $S_w^*{}_2$ は $0 \leq S_w^*{}_1 \leq S_w^*{}_a \leq S_w^*{}_2 \leq 1$ の制約条件を持つ。したがって、(2.77)式より $\sigma^{*2}$ の上限は $S_w^*{}_1 = 0$ 、 $S_w^*{}_2 = 1$ となる場合であり、下限は $S_w^*{}_1 = S_w^*{}_a = S_w^*{}_2$ の場合であることが容易にわかる。したがって、 $\sigma^{*2}$ の区間は不等式を用いて

$$0 \leq \sigma^{*2} \leq S_w^*{}_a(1 - S_w^*{}_a) \quad (2.78)$$

となる。一方、(2.52)式、(2.53)式および $0 \leq S_w^*{}_1 \leq S_w^*{}_a$ 、 $S_w^*{}_a \leq S_w^*{}_2 \leq 1$ から、

$$0 \leq S_w^*{}_1 = S_w^*{}_a - \sigma^* \left( \frac{f}{1-f} \right)^{0.5} \leq S_w^*{}_a \quad (2.79)$$

$$S_w^*{}_a \leq S_w^*{}_2 = S_w^*{}_a + \sigma^* \left( \frac{1-f}{f} \right)^{0.5} \leq 1 \quad (2.80)$$

となるから、これらの関係から、 $f$ の区間は

$$\frac{\sigma^{*2}}{(1-S_w^*a)^2 + \sigma^{*2}} \leq f \leq \frac{S_w^*a^2}{\sigma^{*2} + S_w^*a^2} \quad (2.81)$$

によって表わされる。

以上の $\sigma^{*2}$ の区間(2.78)式、 $f$ の区間(2.81)式を不等式制約条件として各 $S_w^*a$ における $k_{rwa}/k_{rwc}$ の上限および下限を単峰性の場合と同様にラグランジュの未定乗数法により求める。なお、その際の等式制約条件は $k_{rwa}/k_{rwc}$ 、 $S_w^*1$ 、 $S_w^*2$ および $f$ との関係式(2.55)式、 $S_w^*1$ 、 $S_w^*a$ 、 $\sigma^*$ および $f$ の関係式(2.52)式、 $S_w^*2$ 、 $S_w^*a$ 、 $\sigma^*$ および $f$ の関係式(2.53)式の3つの条件である。

その結果、 $k_{rwa}/k_{rwc}$ の値は各 $S_w^*a$ において

$$S_w^*a^4 \leq \frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} \leq S_w^*a \quad (2.82)$$

の範囲に存在することがわかった。ここで $k_{rwa}/k_{rwc} = S_w^*a$ となる場合、その標準偏差 $\sigma^*$ は $\sigma^{*2} = S_w^*a(1 - S_w^*a)$ となり、不等式制約条件((2.78)式)の境界に存在する。このとき、 $f$ は $S_w^*a$ に等しく、 $S_w^*1$ は0、 $S_w^*2$ は1である。

図2.19は(2.82)式をもとに $k_{rwa}/k_{rwc}$ の取り得る領域を示したものである。ここで、図中の斜線がその領域を示す。また、比較のために、単峰性の確率密度関数(ベータ分布)を用いた際の $k_{rwa}/k_{rwc}$ の取り得る上限を点線により併せて示す。この図より、双峰性の確率密度関数に従って飽和率が分布する場合、単峰性の確率密度関数に従う場合に比べて $k_{rwa}/k_{rwc}$ の値は大きくなり得ることがわかる。また、その上限値は $S_w^*a$ に対して線形の関係を持つ。つまり、 $S_w^*$ が一様に分布する場合、飽和率と相対浸透率との関係は非線形( $k_{rwa}/k_{rwc} = S_w^*a^4$ )であるのにもかかわらず、無数の亀裂が存在することにより飽和率が一様に分布していないと、みかけの相対浸透率 $k_{rwa}/k_{rwc}$ は $S_w^*a$ に等しくなる場合が存在する。

図2.19は双峰性の確率密度関数(ベルヌーイ試行列)および単峰性の確率密度関数(ベータ分布、三角分布)を用いた場合において、 $k_{rwa}/k_{rwc}$ の値が上限となる場合の正規化飽和率 $S_w^*$ の平均値 $S_w^*a$ と標準偏差 $\sigma$ との関係を示したものである。この図より双峰性の確率密度関数は単峰性よりも大きい値となることわかる。両者の比較を定式について行ったものが図2.20である。ベルヌーイ試行列の場合の $\sigma$ と $\sigma'$ との関係は(2.14)式より

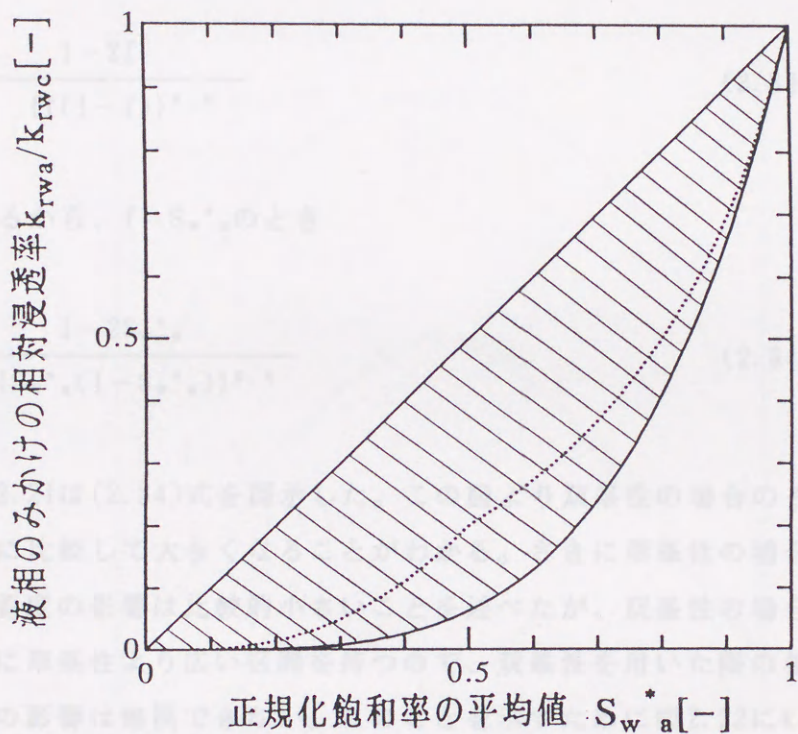


図2.19 双峰性の確率密度関数を用いた場合の液相のみかけの相対浸透率の取り得る領域(斜線)  
(点線: ベータ分布を用いた場合の液相のみかけの相対浸透率の上限)

図2.20は双峯性の確率密度関数(ベルヌーイ試行列) および単峯性の確率密度関数(ベータ分布、三角分布)を用いた場合において $k_{rwa}/k_{rwc}$ の値が上限となる場合の正規化飽和率 $S_w^*$ の平均値 $S_w^*a$ と標準偏差 $\sigma^*$ との関係を比較したものである。この図より双峯性の標準偏差は単峯性に比べ大きい値となることがわかる。同様の比較を歪度について行なったものが図2.21である。ベルヌーイ試行列の場合の $\xi^*$ と $f$ との関係は(2.54)式より

$$\xi^* = \frac{1-2f}{\{f(1-f)\}^{0.5}} \quad (2.83)$$

の関係があるから、 $f = S_w^*a$ のとき

$$\xi^* = \frac{1-2S_w^*a}{\{S_w^*a(1-S_w^*a)\}^{0.5}} \quad (2.84)$$

となる。図2.21は(2.84)式を図示した。この図より双峯性の場合の $\xi^*$ の区間も単峯性の場合に比較して大きくなることがわかる。さきに単峯性の場合、相対浸透率に及ぼす歪度の影響は比較的小さいことを述べたが、双峯性の場合には歪度、標準偏差ともに単峯性より広い区間を持つので、双峯性を用いた際の相対浸透率に及ぼす歪度の影響は無視できない。このことを示すために図2.22に $k_{rwa}/k_{rwc}$ と $S_w^*a$ との関係において、標準偏差 $\sigma^*$ の値を固定した場合のみかけの相対浸透率の取り得る領域を斜線により示す。これらの値は制約条件として $\sigma^*$ の値を加えることにより調べることができ、その結果、各 $S_w^*a$ における $k_{rwa}/k_{rwc}$ の上限および下限は $f$ の制約条件(2.81)式の境界に存在することがわかった。すなわち、 $k_{rwa}/k_{rwc}$ が上限となるときの $f$ の値は $f$ の下限

$$f = \frac{\sigma^{*2}}{(1-S_w^*a)^2 + \sigma^{*2}} \quad (2.85)$$

となり、

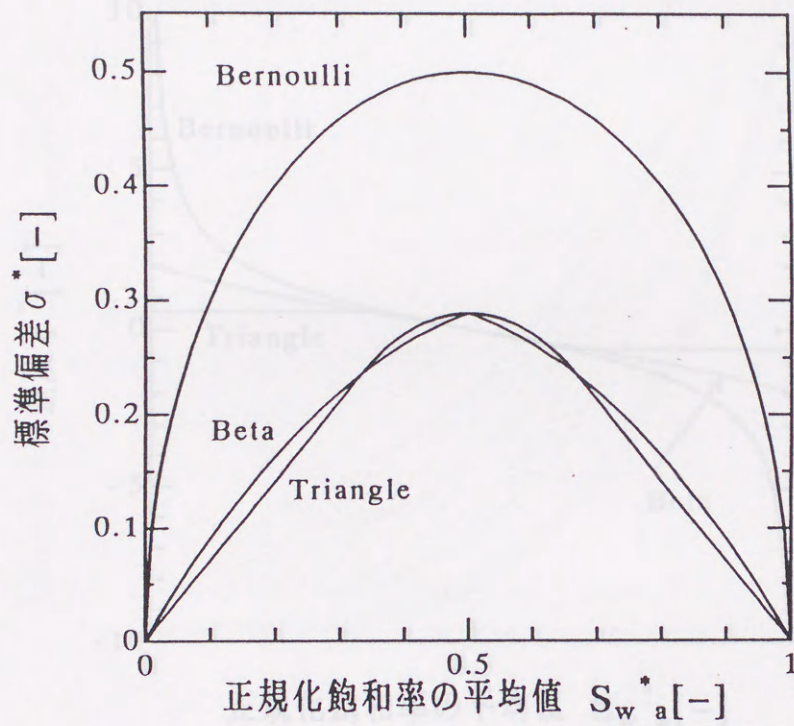


図2.20 みかけの相対浸透率が上限値をとる場合の標準偏差  
 (双峰性確率密度関数(ベルヌーイ試行列)と  
 単峰性確率密度関数(ベータ分布および三角分布)  
 との比較)



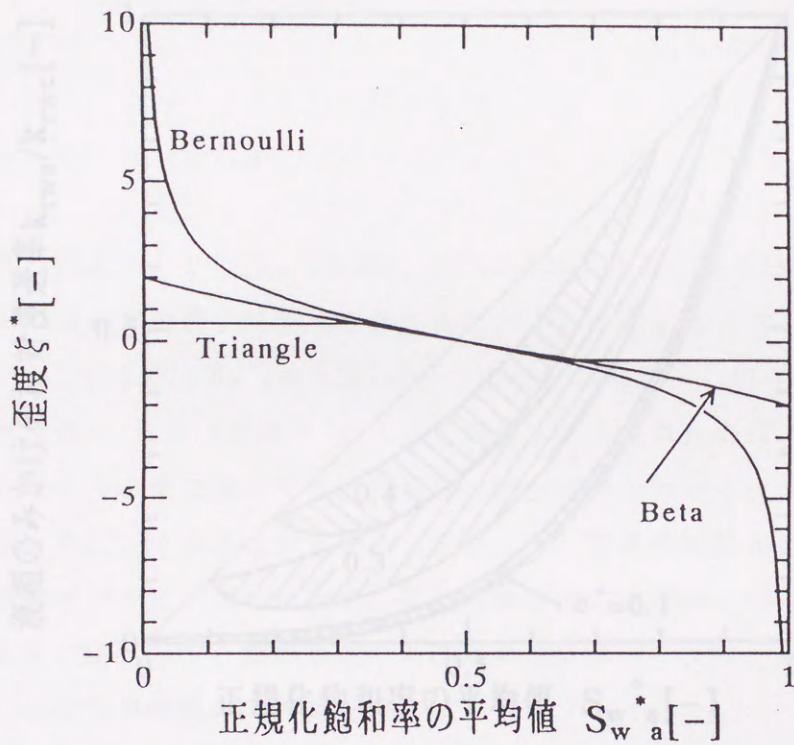


図2.21 みかけの相対浸透率が上限値をとる場合の歪度  
 (双峰性確率密度関数(ベルヌーイ試行列)と  
 単峰性確率密度関数(ベータ分布および三角分布)  
 との比較)

...が下関となるとき、 $\sigma^*$ の値は $\sigma^*$ の上関

$$\sigma^* = \frac{S_w^* - \mu^*}{\sigma^*} \quad (2.88)$$

となる。そして、 $k_{rwa}/k_{rwc}$ は $S_w^*$ と $\sigma^*$ を固定するとき

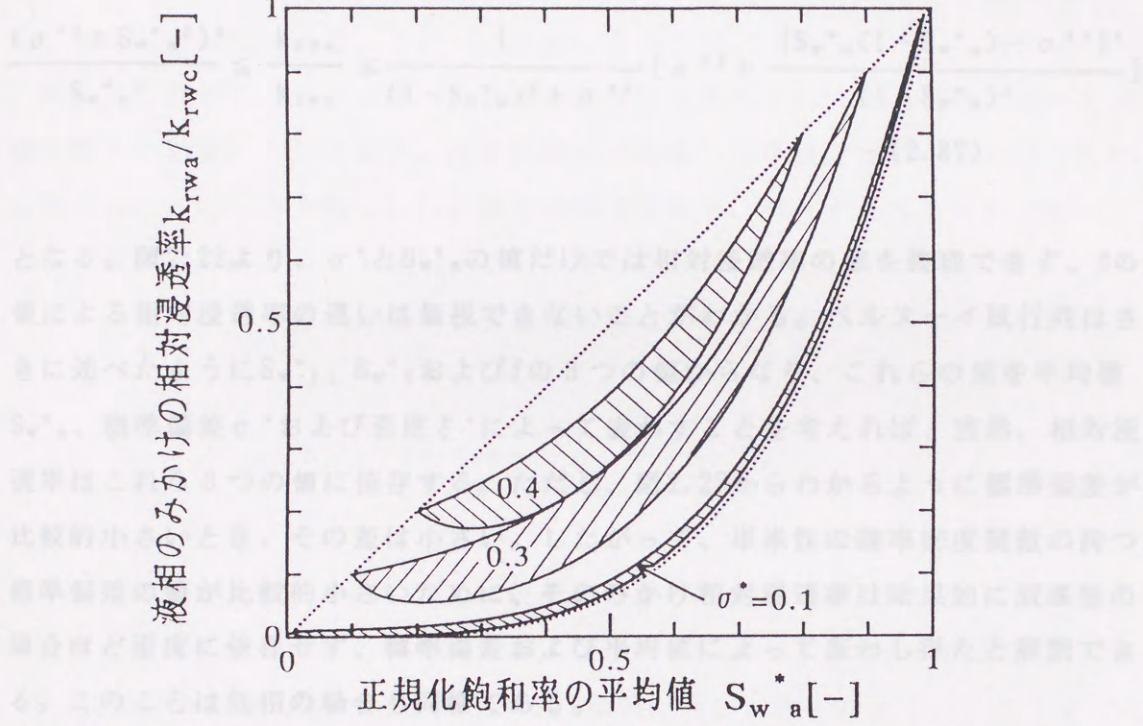


図2.22 標準偏差の値を固定した場合の液相のみかけの相対浸透率の取り得る領域（斜線）  
 （点線：ベルヌーイ試行列を用いた場合の液相のみかけの相対浸透率の上限および下限）

$k_{rwa}/k_{rwc}$ が下限となる時、 $f$ の値は $f$ の上限

$$f = \frac{S_w^* a^2}{\sigma^{*2} + S_w^* a^2} \quad (2.86)$$

となる。そして、 $k_{rwa}/k_{rwc}$ は $S_w^* a$ と $\sigma^*$ を固定するとき

$$\frac{(\sigma^{*2} + S_w^* a^2)^3}{S_w^* a^2} \leq \frac{k_{rwa}}{k_{rwc}} \leq \frac{1}{(1 - S_w^* a)^2 + \sigma^{*2}} \left[ \sigma^{*2} + \frac{\{S_w^* a(1 - S_w^* a) - \sigma^{*2}\}^4}{(1 - S_w^* a)^2} \right] \quad (2.87)$$

となる。図2.22より、 $\sigma^*$ と $S_w^* a$ の値だけでは相対浸透率の値を整理できず、 $f$ の値による相対浸透率の違いは無視できないことがわかる。ベルヌーイ試行列はさきに述べたように $S_w^*_1$ 、 $S_w^*_2$ および $f$ の3つの値からなり、これらの値を平均値 $S_w^* a$ 、標準偏差 $\sigma^*$ および歪度 $\xi^*$ によって表わすことを考えれば、当然、相対浸透率はこれら3つの値に依存する。ただし、図2.22からわかるように標準偏差が比較的小さいとき、その差は小さい。したがって、単峰性の確率密度関数の持つ標準偏差の値が比較的小さいために、そのみかけ相対浸透率は結果的に双峰性の場合ほど歪度に依存せず、標準偏差および平均値によって表わし得たと解釈できる。このことは気相の場合も同様である。

## 2.5.2 気相の相対浸透率

次に、気相の相対浸透率 $k_{rga}$ について液相の場合と同様に $S_w^* a$ との関係について検討する。

$\sigma^*$ や $f$ の不等式制約条件や $S_w^*_1$ 、 $S_w^*_2$ についての等式制約条件は液相の場合の検討の際に示したものと同じで、それらの条件と気相のみかけの相対浸透率(2.56)式、すなわち、

$$k_{rga} = (1-f)(1+S_w^*_1)(1-S_w^*_1)^3 + f(1+S_w^*_2)(1-S_w^*_2)^3$$

を基にして液相の場合と同様にラグランジュの未定乗数法により $k_{rga}/k_{rgc}$ の上限および下限を求めた。その結果、

$$(1+S_w^*a)(1-S_w^*a)^3 \leq k_{rga}/k_{rgc} \leq 1-S_w^*a \quad (2.88)$$

を得た。また、 $k_{rga}/k_{rgc} = 1-S_w^*a$ のとき、 $S_w^*1=0$ 、 $S_w^*2=1$ 、 $f=S_w^*a$ であり、液相の相対浸透率が上限となる分布と一致する。また、下限値となる場合は $S_w^*1=S_w^*a=S_w^*2$ である。これも、液相の場合と同じである。

図2.23に気相のみかけの相対浸透率が取り得る区間を $S_w^*a$ との関係において領域（図中の斜線）として示す。液相の場合と同様、双峰性の確率密度関数を用いた際の $k_{rga}/k_{rgc}$ の上限は $S_w^*a$ に線形の関係を持ち、ベータ分布を用いた場合の上限（図中の点線）より大きな値を取り得ることがわかる。

さて、飽和率が一樣に分布する場合の気相の相対浸透率は(2.8)式

$$\frac{k_{rg}}{k_{rgc}} = (1-S_w^*)^3 \left( 1 + \frac{1-S_{gc}-S_{wc}}{1-S_{gc}+S_{wc}-2S_{wgc}} S_w^* \right)$$

より表わされる。ここで $S_{wc}$ と $S_{gc}$ は液相と気相の残留飽和率、 $S_{wgc}$ は気相の流れを阻害し始める液相の飽和率で $S_w=S_{wgc}$ において $k_{rg}=1$ となる。また、 $k_{rgc}$ は $S_w=S_{wc}$ における気相の相対浸透率である。前節において述べたように、ここまでは簡単のために $S_{wgc}=S_{wc}$ を仮定し、 $k_{rgc}=1$ の場合、つまり

$$k_{rg} = (1-S_w^*)^3 (1+S_w^*) \quad (2.89)$$

を用いて検討してきた。そこで最後にこの仮定を行わず $S_{wgc} \neq S_{wc}$ の場合すなわち $k_{rgc} \neq 1$ の場合について考えてみる。このような検討は液相においては必要なく、気相の場合のみ検討を要する。それは液相の相対浸透率は正規化飽和率 $S_w^*$ によって表わし得るが、気相の場合は $S_{wgc}=S_{wc}$ を仮定しないと、 $S_w^*$ 以外の $S_{gc}$ 、 $S_{wc}$ および $S_{wgc}$ の値によって相対浸透率が異なるからである。

まず、上限と下限について $S_{wgc}=S_{wc}$ と同様に検討した結果、

$$(1 - S_w^*)^2 \left( 1 + \frac{1 - S_{w1} - S_{w2}}{1 - S_{w1} + S_{w2} - 2S_{w1}S_{w2}} S_w^* \right) \leq \frac{k_{rg1} - k_{rg2}}{k_{rg1}} (1 - S_w^*) \quad (2.30)$$

を得た。ここで  $k_{rg1}/k_{rg2}$  が上限をとるのは  $S_w^* = 1$ 、 $S_w^* = 1$ 、 $1 = S_w^*$  の場合であり、 $S_{w1} = S_{w2}$  の相対浸透率が上限をとる場合の分布と一致する。また、下限をとる場合は  $S_w^* = S_{w1} = S_{w2}$  である。

図2.23に、 $S_w^*$  の確率密度関数を用いた場合の気相のみかけの相対浸透率  $k_{rg}$  の取り得る領域を示している。ここで  $k_{rg1} = k_{rg2}$ 、 $S_{w1} = S_{w2}$  の場合と  $k_{rg1} = k_{rg2}$ 、 $S_{w1} = S_{w2}$  の場合とを比較すると、前者は後者の場合より広い領域を示している。また、 $k_{rg1} = k_{rg2}$ 、 $S_{w1} = S_{w2}$  の場合、 $k_{rg}$  の取り得る領域は  $S_w^* = 0$  から  $S_w^* = 1$  までである。また、 $k_{rg1} = k_{rg2}$ 、 $S_{w1} = S_{w2}$  の場合、 $k_{rg}$  の取り得る領域は  $S_w^* = 0$  から  $S_w^* = 1$  までである。

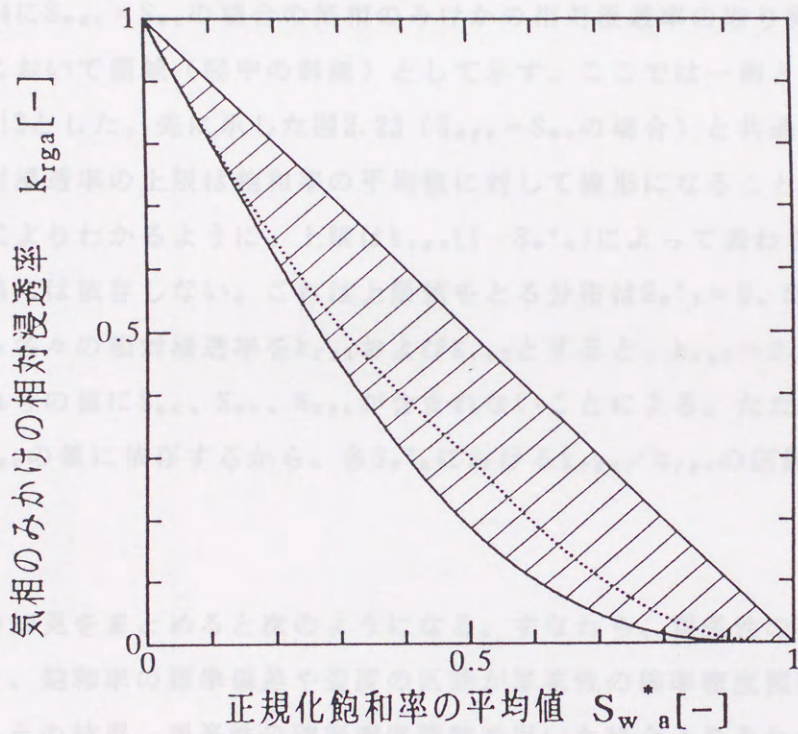


図2.23 双峰性の確率密度関数を用いた場合の気相のみかけの相対浸透率の取り得る領域 (斜線)  
(点線：ベータ分布を用いた場合の液相のみかけの相対浸透率の上限)

$$(1 - S_w^* a)^3 \left( 1 + \frac{1 - S_{gc} - S_{wc}}{1 - S_{gc} + S_{wc} - 2S_{wgc}} S_w^* a \right) \leq \frac{k_{rga}}{k_{rgc}} \leq (1 - S_w^* a) \quad (2.90)$$

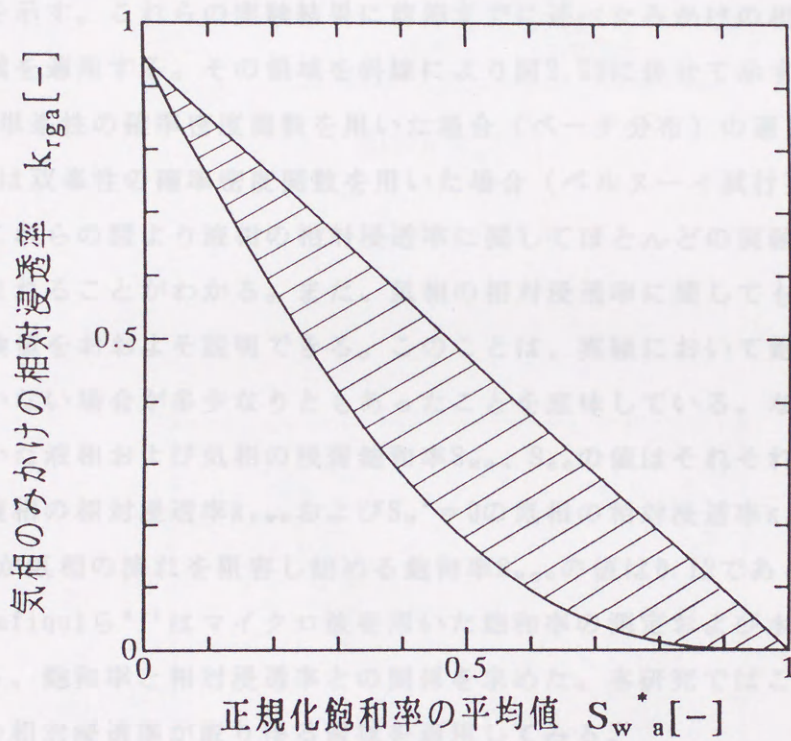
を得た。ここで  $k_{rga}/k_{rgc}$  が上限をとるのは  $S_w^*_1 = 0$ 、 $S_w^*_2 = 1$ 、 $f = S_w^* a$  の場合であり、 $S_{wgc} = S_{wc}$  の相対浸透率が上限をとる場合の分布と一致する。また、下限をとる場合は  $S_w^*_1 = S_w^* a = S_w^*_2$  である。

図2.24に  $S_{wgc} \neq S_{wc}$  の場合の気相のみけかの相対浸透率の取り得る区間を  $S_w^* a$  との関係において領域（図中の斜線）として示す。ここでは一例として  $S_{wgc} = 0.1$ 、 $S_{wc} = 0.12$  とした。先に示した図2.23 ( $S_{wgc} = S_{wc}$  の場合) と共通なことは、みかけの相対浸透率の上限は飽和率の平均値に対して線形になることである。また、(2.90)式よりわかるように、上限は  $k_{rgc}(1 - S_w^* a)$  によって表わされ、 $S_{gc}$ 、 $S_{wc}$ 、 $S_{wgc}$  の値には依存しない。これは上限値をとる分布は  $S_w^*_1 = 0$ 、 $S_w^*_2 = 1$  の場合であるから各々の相対浸透率を  $k_{rg1}$  および  $k_{rg2}$  とすると、 $k_{rg1} = 0$ 、 $k_{rg2} = k_{rgc}$  となり、それらの値に  $S_{gc}$ 、 $S_{wc}$ 、 $S_{wgc}$  が含まれないことによる。ただし、下限は  $S_{gc}$ 、 $S_{wc}$ 、 $S_{wgc}$  の値に依存するから、各  $S_w^* a$  における  $k_{rga}/k_{rgc}$  の区間はおのずと異なる。

以上の知見をまとめると次のようになる。すなわち、双峰性の確率密度関数を用いると、飽和率の標準偏差や歪度の区間が単峰性の確率密度関数の場合より広くなり、その結果、単峰性の確率密度関数を用いた場合よりみかけの相対浸透率の取り得る領域は大きくなる。その上限は液相、気相の場合ともに正規化飽和率の平均値  $S_w^* a$  に対して線形の関係にある。また、単峰性の確率密度関数を用いた際の相対浸透率に及ぼす歪度の影響が比較的小さかったのは、単峰性のもつ標準偏差、歪度の区間がともに双峰性に比較して狭いためであり、双峰性の場合、平均値、標準偏差からだけで相対浸透率を推算するのは誤差が大きくなることがわかった。このことから推論するに多峰性の分布を仮定しても、みかけの相対浸透率の取り得る区間は双峰性の場合以上に拡張されない。なぜなら、多峰性の分布を仮定してもその場合の標準偏差や歪度の区間は双峰性の場合以上に拡張されないからである。

2-4 実験結果への適用

図2.25にHydco(1974)<sup>11)</sup>によって報告された相対浸透率および飽和率との関係の實驗結果を示す。この結果は最初として水、次相として炭化ガスを用いて充填層から求めた結果である（添字 $g$ はこの實驗結果を基に地層流体の二相流を記している）。図中心印は炭相の相対浸透率の實驗値を、○印は気相の相対浸透率の實驗値を示す。



その領域を斜線により図2.24に示してある。ここで図2.25(a)は相対浸透率の確率密度関数を用いた場合（ベータ分布）の適用結果であり、図2.25(b)は相対浸透率の確率密度関数を用いた場合（ベルヌーイ試行関）の適用結果である。この結果は通常に関してほとんど一致する値が多数の場合に適用されることわかる。相対浸透率に関して、炭相の場合と水相に適用する場合は、実験において両相が一緒に分布している場合と多少なりとも異なる結果を示している。図2.25において用いた相対浸透率および気相の相対浸透率の値はそれぞれ、 $k_{rga}$ および $k_{rga}^*$ の値はそれぞれ、 $k_{rga} = 0.1$ および $k_{rga}^* = 0.12$ とした。

ここで取り上げる実験結果はヘプタンとパラフィンの混合物を油として用い、長さ1m、径5mm、肉厚1.2mmの円筒管に0.1mm径の砂(40-100mesh)を充填したものを充填層とした。

図2.24 双峰性の確率密度関数を用いた場合の気相のみかけの相対浸透率の取り得る領域（斜線）  
 (S<sub>wgc</sub> ≠ S<sub>wc</sub>の場合(S<sub>wgc</sub> = 0.1、S<sub>wc</sub> = 0.12))

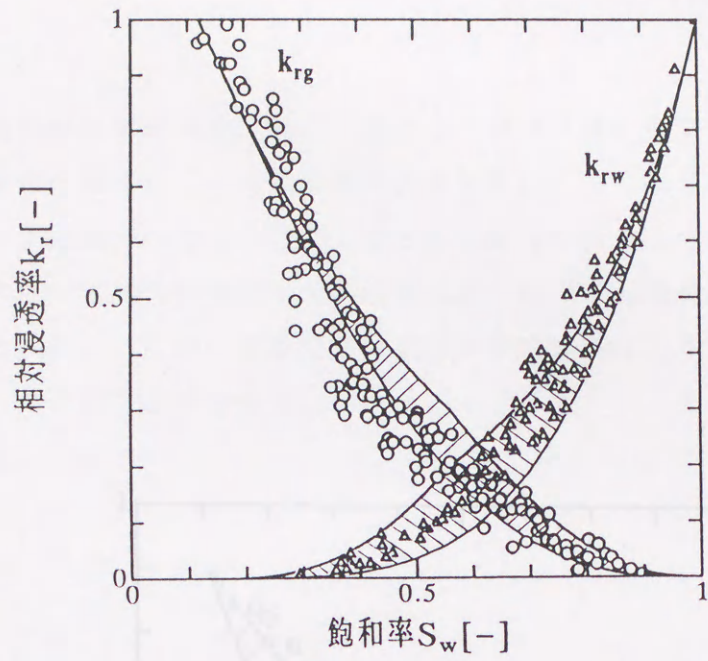
## 2. 6 実験結果への適用

図2.25にWyckoffら<sup>10)</sup>によって報告された相対浸透率および飽和率との関係の実験結果を示す。この結果は液相として水を、気相として炭酸ガスを用いて充填層から求めた結果である(湯原ら<sup>20)</sup>はこの実験結果を基に地熱流体の二相流を論じている)。図中△印は液相の相対浸透率の実験値を、○印は気相の相対浸透率の実験値を示す。これらの実験結果に前節までに述べたみかけの相対浸透率の取り得る領域を適用する。その領域を斜線により図2.25に併せて示す。ここで図2.25(a)は単峯性の確率密度関数を用いた場合(ベータ分布)の適用結果であり、図2.25(b)は双峯性の確率密度関数を用いた場合(ベルヌーイ試行列)の適用結果である。これらの図より液相の相対浸透率に関してほとんどの実験値が単峯性の領域に含まれることがわかる。また、気相の相対浸透率に関しても液相の場合と同様に実験値をおおよそ説明できる。このことは、実験において飽和率が一樣に分布していない場合が多少なりともあったことを意味している。なお、図2.25において用いた液相および気相の残留飽和率 $S_{wc}$ 、 $S_{gc}$ の値はそれぞれ0.12および0、 $S_w^* = 1$ の液相の相対浸透率 $k_{rwc}$ および $S_w^* = 0$ の気相の相対浸透率 $k_{rgc}$ の値はともに1、液相が気相の流れを阻害し始める飽和率 $S_{wgc}$ の値は0.12である<sup>21)</sup>。

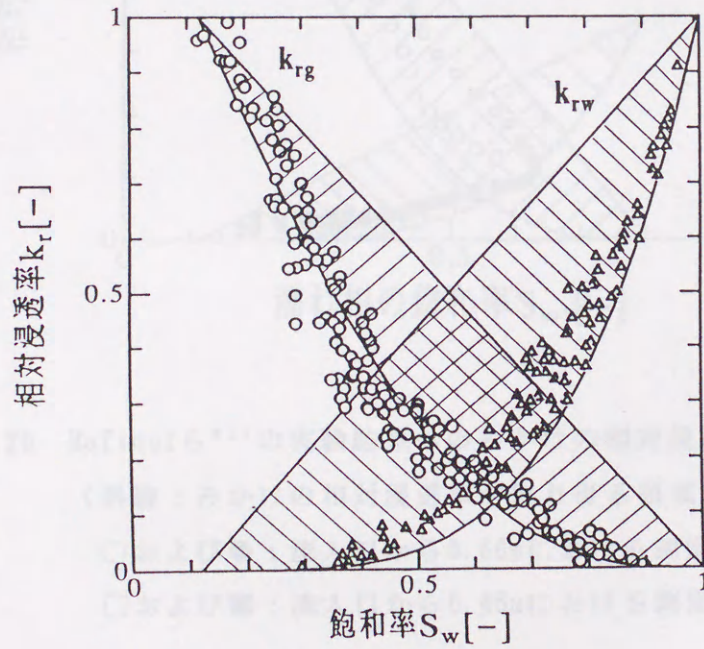
さて、Rafiqulら<sup>22)</sup>はマイクロ波を用いた飽和率の測定および水による油の置換実験から、飽和率と相対浸透率との関係を求めた。本研究ではこの実験結果にもみかけの相対浸透率が取り得る領域を適用してみる。

ここで取り上げる実験結果はヘプタンとパラフィンの混合油を油として用い、長さ1m、径51mm、肉厚7.2mmの円筒管にOttawa産の砂(80~120mesh)を充填したものを充填層としている。この充填層より得られた実験値を図2.26に示す。図中○印および●印はそれぞれ水および油の相対浸透率を示し、測定位置を流入口からの流れ方向距離0.66mとした場合である。また、□印および■印は同様に水および油の相対浸透率を示し、測定位置を0.45mとした場合である。一方、図中の斜線は双峯性の確率密度関数を仮定した場合のみかけの相対浸透率の領域である。ここで下限の値は水相の場合(2.3)式、油相の場合(2.8)式を用い、Rafiqulら<sup>22)</sup>の報告をもとに $S_{wc} = 0.11$ 、 $S_{gc} = 0.88$ 、 $k_{rgc} = 0.89$ 、 $k_{rwc} = 0.37$ 、 $S_{wgc} = 0.07$ とした。





(a) 単峰性の場合



(b) 双峰性の場合

図2.25 Wyckoffら<sup>19)</sup>の実験結果へのみかけの相対浸透率の適用  
 (斜線：みかけの相対浸透率を取り得る領域、○および△：実験値)

この図より実験値は本の場合、他の場合とともにほぼ同様に分布し、実験において飽和率の分布が一定でなく、その分布は測定位置によって異なっていたことがわかる。□印および●印の測定位置は○印および●印の場合より流入口に近い場所であり、傾向として前者の方が後者より常に高い値の相対浸透率を示している。このことから、流入口に近い位置における飽和率の分布はより大きな相対浸透率を許していたと考えることが出来る。

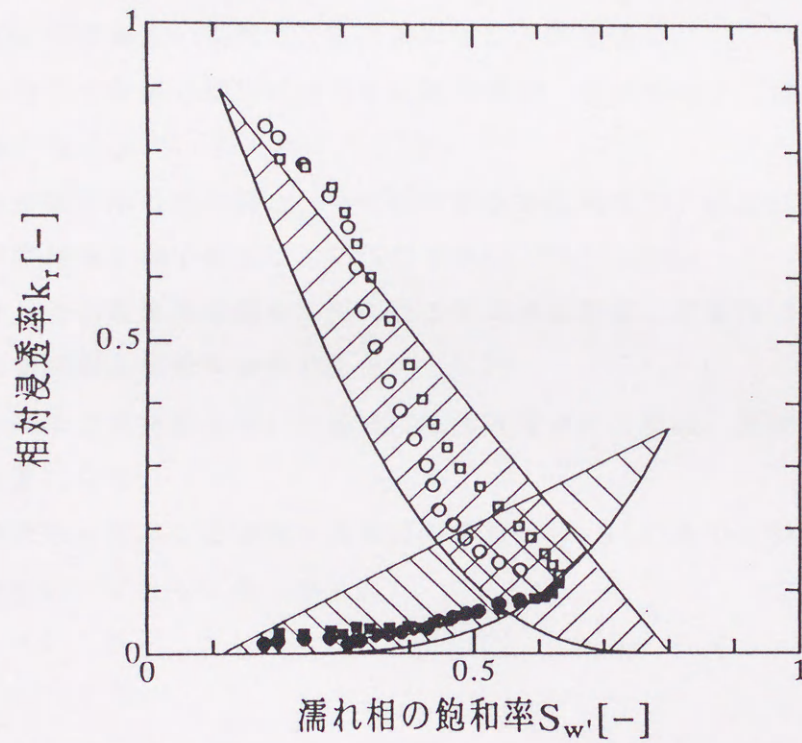


図 2.26 Rafiqulら<sup>22)</sup>の実験結果へのみかけの相対浸透率の適用

(斜線：みかけの相対浸透率が取り得る領域、

○および●：流入口から0.66mにおける測定結果、

□および■：流入口から0.45mにおける測定結果)

この図より実験値は水の場合、油の場合ともにほぼ斜線に含まれ、実験において飽和率の分布が一様でなく、その分布は測定位置によって異なっていたことがわかる。□印および■印の測定位置は○印および●印の場合より流入口に近い場合であり、傾向として前者の方が後者より常に高い値の相対浸透率を示している。このことから、流入口に近い位置における飽和率の分布はより大きな標準偏差を持っていたと考えることができる。

- (1) 飽和率の分布を考慮した相対浸透率は飽和率の関数に依存せず、飽和率の平均値、標準偏差、変位によって変わることができる。
- (2) 飽和率の分布を考慮した相対浸透率は飽和率が一様に分布する場合と比較して大きな値になる。
- (3) 飽和率の分布が単峰性の場合、その相対浸透率は飽和率の変位に比率的結果で飽和率の平均値と標準偏差に主に依存する。
- (4) 飽和率の分布が双峰性の場合に得られる相対浸透率は、単峰性の場合と比較して大きな値になる可能性がある。
- (5) 双峰性の飽和率分布関数を用いた場合の相対浸透率の上限は、飽和率の平均値に対し線形になる。
- (6) 飽和率の分布を考慮した相対浸透率に関する(1)から(5)までの傾向は液相、気相の場合においてともに見られる。

## 2. 7 結言

本章では、飽和率の分布を考慮した相対浸透率（みかけの相対浸透率）の概念を提案し、幾つかの確率密度関数を用いて飽和率の平均値とみかけの相対浸透率との関係について検討した。そして、それらの関係を既に報告されている実験結果に適用した。その結果以下の結論が得られた。

- (1) 飽和率の分布を考慮した相対浸透率は確率密度関数の種類に依存せず、飽和率の平均値、標準偏差、歪度によって表わすことができる。
- (2) 飽和率の分布を考慮した相対浸透率は飽和率が一様に分布する場合に比較して大きな値になる。
- (3) 飽和率の分布が単峰性の場合、その相対浸透率は飽和率の歪度に比較的鈍感で飽和率の平均値と標準偏差に主に依存する。
- (4) 飽和率の分布が双峰性の場合に得られる相対浸透率は、単峰性の場合と比較して大きな値になる可能性がある。
- (5) 双峰性の確率密度関数を用いた場合の相対浸透率の上限は、飽和率の平均値に対し線形になる。
- (6) 飽和率の分布を考慮した相対浸透率に関する(1)から(5)までの傾向は液相、気相の場合においてともに見られる。

本章の使用記号

$a$	: (2.16)式において定義したベータ分布のパラメータ	[-]
$b$	: (2.16)式において定義したベータ分布のパラメータ	[-]
$F$	: 確率密度関数	[-]
$f$	: ベルヌーイ試行列における $S_w^*_{2}$ の存在割合	[-]
$k_{rg}$	: 気相の相対浸透率	[-]
$k_{rga}$	: 飽和率の分布を考慮した気相の相対浸透率 (気相のみかけの相対浸透率)	[-]
$k_{rgc}$	: $S_w = S_{wc}$ における気相の相対浸透率	[-]
$k_{rw}$	: 液相の相対浸透率	[-]
$k_{rwa}$	: 飽和率の分布を考慮した液相の相対浸透率 (液相のみかけの相対浸透率)	[-]
$k_{rwc}$	: $S_w = 1 - S_{gc}$ における液相の相対浸透率	[-]
$S_w$	: 液相の飽和率	[-]
$S_w^*$	: 正規化飽和率	[-]
$S_w^*_a$	: 正規化飽和率の平均値	[-]
$S_{wc}$	: 液相の残留飽和率	[-]
$S_{wgc}$	: 仮想的に設定した気相が液相の流れを阻害し始める液相の飽和率	[-]
$S_w^*_p$	: 分布のピークをもつ正規化飽和率	[-]
$S_{gc}$	: 気相の残留飽和率	[-]
$y_p$	: 三角分布の頂点の高さを表わすパラメータ	[-]
$\Gamma$	: ガンマ関数	[-]
$\delta$	: デルタ関数	[-]
$\eta_L$	: 三角分布の底辺を表わすパラメータ	[-]
$\eta_P$	: 三角分布の頂点の位置を表わすパラメータ	[-]
$\eta_U$	: 三角分布の底辺を表わすパラメータ	[-]
$\mu_3$	: 正規化飽和率の平均値を基準とした正規化飽和率の3次のモーメント	[-]

$\xi^*$  : 正規化飽和率の歪度 [-]

$\sigma^*$  : 正規化飽和率の標準偏差 [-]

添え字 J. V. D. M. Katz, Jr. & R. L. Harting: "Petroleum Reservoir Engineering,

B Beta: ベータ分布

Ber Bernoulli: ベルヌーイ試行列

T Tri: 三角分布

N Norm: 正規分布

4) 千田 信、田中正三:石油技術協会誌, 33, 179 (1934)

5) 千田 信:石油技術協会誌, 52, 301 (1935)

6) Bonaparte, K. L., Loederitz & A. B. Harvey: "Relative Permeability of Petroleum Reservoirs", p. 45, CRC Press Inc. Florida (1958)

7) Fassi, C. L. & J. V. Krosar: Water Resour. Res., 15, 22 (1979)

8) Zvaloski, G. A. & E. J. O'Sullivan: Soc. Pet. Eng. J., 20, 52 (1969)

9) Corey, H. L., E. A. Grant & E. Bradford: Water Resour. Res., 16, 787 (1980)

10) Pruess, K.: Water Resour. Res., 19, 291 (1983)

11) O'Sullivan, E. J., G. S. Bodvarsson, K. Pruess & K. E. Blakely: Soc. Pet. Eng. J., 25, 219 (1984)

12) Gudmundsson, J. S., A. J. Wensink & E. R. Hornes: SPE Reservoir Engineering (July, 1986), 371 (1986)

13) Yusa, T. & I. Oishi: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 8, 277-300 (1955)

14) Yusa, T. & I. Oishi: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 11, 217-237 (1959)

15) 藤田 康宏、有木 和春:日本地熱学会誌, 13, 259-283 (1991)

16) Miibori, Y. & T. Chida: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 11, 331 (1959)

17) 新堀 謙一、千田 信:日本地熱学会誌, 14, 323 (1962)

18) 坂和安幸:数学7(2) 34-53 最速化と最適制御, pp. 9-10, 森北出版 (1989)

19) Lyckoff, K. D. & E. G. Botset: Physics, 7, 325 (1936)

20) 湯原清三、瀬野國成:温泉学, pp. 248-249, 地人堂社 (1965)

21) Miibori, Y., Y. Ogiwara & T. Chida: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 9, 271 (1957)

22) Esfiqui, E. & R. G. Bentzen: J. Can. Pet. Eng. J., 23, 39 (1988)

本章の引用文献

- 1) Amyx, J. W., D. M. Bass, Jr. & R. L. Whiting: "Petroleum Reservoir Engineering, Physical Properties", p. 177, McGraw-Hill, New York (1960)
- 2) Aziz, K. & A. Settari: "Petroleum Reservoir Simulation", p. 30, Applied Science Publishers Ltd. London (1979)
- 3) Bear, J. & Y. Bachmat: "Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media", p. 362, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1991)
- 4) 千田 侑, 田中正三: 石油技術協会誌, 50, 179 (1983)
- 5) 千田 侑: 石油技術協会誌, 52, 301 (1985)
- 6) Honarpour, M., L. Koederitz & A. H. Harvey: "Relative Permeability of Petroleum Reservoirs", p. 45, CRC Press Inc. Florida (1986)
- 7) Faust, C. R. & J. W. Mercer: Water Resour. Res., 15, 23 (1979)
- 8) Zyvoloski, G. A. & M. J. O' Sullivan: Soc. Pet. Eng. J., 20, 52 (1980)
- 9) Sorey, M. L., M. A. Grant & E. Braford: Water Resour. Res., 16, 767 (1980)
- 10) Pruess, K.: Water Resour. Res., 19, 201 (1983)
- 11) O' Sullivan, M. J., G. S. Bodvarsson, K. Pruess & M. R. Blakeley: Soc. Pet. Eng. J., 25, 215 (1985)
- 12) Gudmundsson, J. S., A. J. Menzies & R. N. Horne: SPE Reservoir Engineering (July, 1986), 371 (1986)
- 13) Yusa, Y. & I. Oishi: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 8, 277-300 (1986)
- 14) Yusa, Y. & I. Oishi: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 11, 217-237 (1989)
- 15) 窪田康宏、有木和春: 日本地熱学会誌, 13, 259-283 (1991)
- 16) Niibori, Y. & T. Chida: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 11, 251 (1989)
- 17) 新堀雄一、千田 侑: 日本地熱学会誌, 14, 323 (1992)
- 18) 坂和愛幸: 「数学ライブラリ-53 最適化と最適制御」, pp. 8-10, 森北出版 (1980)
- 19) Wyckoff, R. D. & H. G. Botset: Physics, 7, 325 (1936)
- 20) 湯原浩三、瀬野錦蔵: 「温泉学」, pp. 246-249, 地人書館 (1969)
- 21) Niibori, Y., Y. Ogiwara & T. Chida: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 9, 271 (1987)
- 22) Rafiqul, M. & R. G. Bentsen: J. Can. Pet. Eng. J., 25, 39 (1986)

### 第3章 飽和率の平均値と相対浸透率との相関式の提案と数値実験

#### 3.1 緒言

第2章において飽和率の分布を考慮した相対浸透率、すなわち、みかけの相対浸透率についていくつかの確率密度関数を用いて理論的に検討し、みかけの相対浸透率が取り得る範囲および飽和率の平均値、標準偏差および歪度によって整理できることを示した。しかし、飽和率に関するこれらの値を観測し、解析に導入するのは容易ではない。また、2章において流れに垂直な方向における飽和率の分布を考えたが、無論、流れ方向における飽和率も一様に分布していないから、みかけの相対浸透率を解析に導入するためには飽和率の平均値が流れ方向において変化したとき、その垂直な方向の飽和率の分布が如何に変化するかを検討しなければならない。そこで本章では流れ方向および流れに垂直な方向における飽和率の分布を簡便なモデルによって表わす。そして、このモデルを基に飽和率の平均値と相対浸透率との相関式を提案する。本章ではこの相関式を貯留層解析において基本となる次元非定常の数学モデルに適用し、地熱貯留層内水-水蒸気二相流における熱輸送量<sup>1)</sup>およびトレーサー応答<sup>2)</sup>に及ぼす飽和率の分布の影響について考察する。

#### 3.2 飽和率の平均値と相対浸透率との相関式の提案

前述したようにみかけの相対浸透率は確率密度関数の種類には依存せず、飽和率の平均値、標準偏差および歪度に依存することがわかっているから、本章では2章で考察した確率密度関数の一つであるベルヌーイ試行列、すなわち

$$F_{\text{Ber}}(S_w^*) = (1-f)\delta(S_w^* - S_w^{*1}) + f\delta(S_w^* - S_w^{*2}) \quad (3.1)$$

のみを考えることとする。ここで、 $S_w^{*1}$ および $S_w^{*2}$ は異なる二種類の正規化飽和率 ( $S_w^{*1} \leq S_w^{*2}$ ) を示す。また、 $f$ は大きい方の飽和率 $S_w^{*2}$ の存在割合で、0以上



1以下の制約条件を持つ。いま、 $S_w^*1$ から得られる液相および気相の相対浸透率をそれぞれ $k_{rw1}$ および $k_{rg1}$ 、 $S_w^*2$ から得られる液相および気相の相対浸透率をそれぞれ $k_{rw2}$ および $k_{rg2}$ とすると、液相および気相のみかけの相対浸透率は

$$k_{rwa} = (1-f)k_{rw1} + fk_{rw2} \quad (3.2)$$

$$k_{rga} = (1-f)k_{rg1} + fk_{rg2} \quad (3.3)$$

となる。また、正規化飽和率の平均値 $S_w^*a$ は、

$$S_w^*a = (1-f)S_w^*1 + fS_w^*2 \quad (3.4)$$

標準偏差 $\sigma^*$ は

$$\sigma^{*2} = (1-f)(S_w^*a - S_w^*1)^2 + f(S_w^*a - S_w^*2)^2 \quad (3.5)$$

なお、相対浸透率 $k_r$ と飽和率との関係は1章、2章と同様に正規化飽和率 $S_w^*$ を用いて液相については(3.6)式、気相については(3.7)式により表わす。

$$k_{rw} = S_w^{*4} \quad (3.6)$$

$$k_{rg} = (1 - S_w^*)^3(1 + S_w^*) \quad (3.7)$$

さて、たとえば、熱交換面に比較的近く、蒸発が激しく起こっている場所では水蒸気相が卓越しており、この領域の飽和率は0に近いと仮定できる。そこで、本章ではベルヌーイ試行列における小さい方の正規化飽和率 $S_w^*1$ の値を0と仮定する。このときの $k_{rw1}$ の値は0、 $k_{rg1}$ の値は1となる。また、 $S_w^*a$ は(3.4)式より

$$S_w^*a = fS_w^*2 \quad (3.8)$$

となる。したがって、正規化飽和率の平均値 $S_w^*{}_a$ が与えられれば $S_w^*{}_2$ の値および $f$ の値のどちらかを定めることによりベルヌーイ試行列を決定できる。しかし、それらの値を一意に定めることはできないから、ここでは大きい方の正規化飽和率 $S_w^*{}_2$ を

$$S_w^*{}_2 = S_w^*{}_a^{0.5} \quad (3.9)$$

と仮定する。このとき $S_w^*{}_2$ は $S_w^* = 1$ と平均値 $S_w^*{}_a$ との幾何平均に等しく、 $f$ は一意に、

$$f = S_w^*{}_a^{0.5} \quad (3.10)$$

となる。つまり、 $f$ は $S_w^*{}_2$ に等しい。

この分布を理解するために、図3.1に $S_w^*{}_a = 0.5$ における $S_w^*{}_1$ および $S_w^*{}_2$ の存在割合を示す。ここで、横軸は正規化飽和率 $S_w^*$ であり、軸上の $S_w^*{}_1$ と $S_w^*{}_2$ は $S_w^*{}_1$ の値（すなわち0）および $S_w^*{}_2$ の値を示す。また、縦軸は $S_w^*{}_1$ 、 $S_w^*{}_2$ の存在割合を $1-f$ 、 $f$ によりそれぞれ示す。ベルヌーイ試行列の確率密度関数は(3.1)式に示したように $\delta$ 関数を含んでいるから厳密にその飽和率の分布を図示することは不可能で、図3.1はあくまでも模式図にすぎない。しかし、この図より $S_w^*{}_1$ と $S_w^*{}_2$ の分布を直感的に把握することができる。すなわち、正規化飽和率の平均値 $S_w^*{}_a$ が0.5のとき、(3.9)式より $S_w^*{}_2$ の値を求めると $0.5^{0.5} = 0.71$ 、(3.10)式より $f$ の値を求めるとこの分布の場合 $S_w^*{}_2$ に等しく0.71となる。したがって、 $S_w^*{}_1$ の存在割合は $1-f$ より0.29となる。これらの値を図3.1のように示すと、 $S_w^*{}_2$ の値やその存在割合および $S_w^*{}_1$ の存在割合、つまりこの場合の飽和率の分布を理解できる。そこで、図3.1と同様に $S_w^*{}_a$ の値を1、0.8、0.6、0.4、0.2および0の場合における $S_w^*{}_1$ と $S_w^*{}_2$ の存在割合をそれぞれ図3.2(a)、(b)、(c)、(d)、(e)および(f)に示す。いま、図中(a)のように $S_w^*{}_2 = 1$ で、 $f = 1$ の場合、つまり水相のみが層内の空隙を流動するとしよう。その水相の一部が、たとえば沸騰により水蒸気相になると、この分布では図中(b)に示すように、 $S_w^*{}_1 = 0$ の存在割合 $1-f$ が0より大きくなる。また、同時に $S_w^*{}_2$ の値が減少し、その存在割合 $f$ は1より小さな値となる。さらに

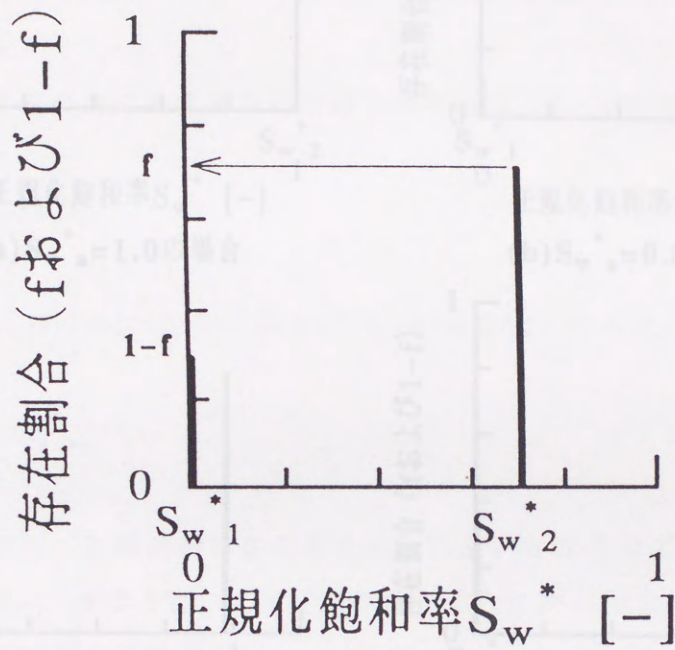
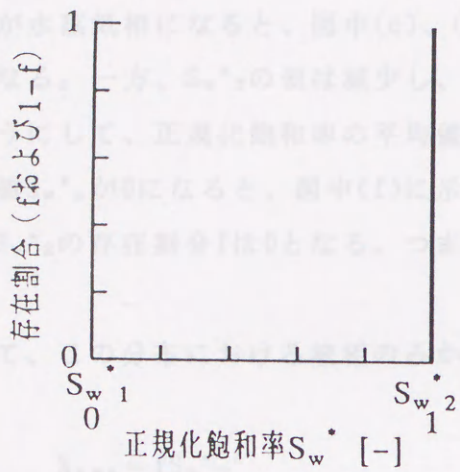
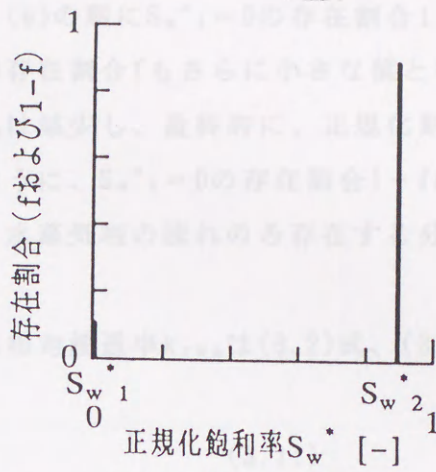


図3.1  $S_w^* a = 0.5$ における $S_w^* 1$ および $S_w^* 2$ の存在割合  
( $S_w^* 2 = S_w^* a^{0.5}$ とした場合)

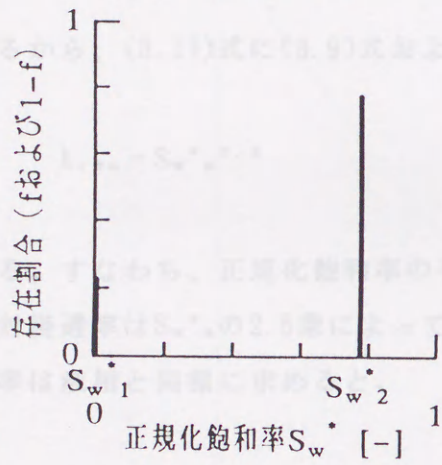
図3.2  $S_w^* a = S_w^* a^{0.5}$ とした場合の $S_w^* 1$ における $S_w^* 1$ および $S_w^* 2$ の存在割合



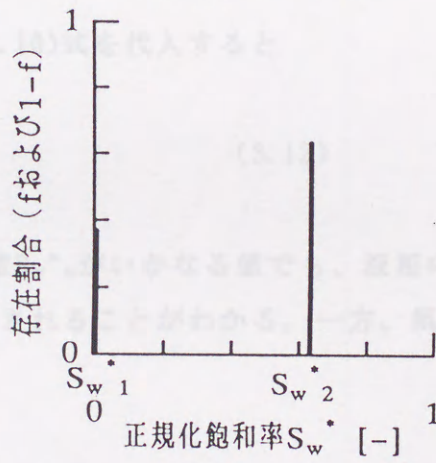
(a)  $S_w^*a = 1.0$  の場合



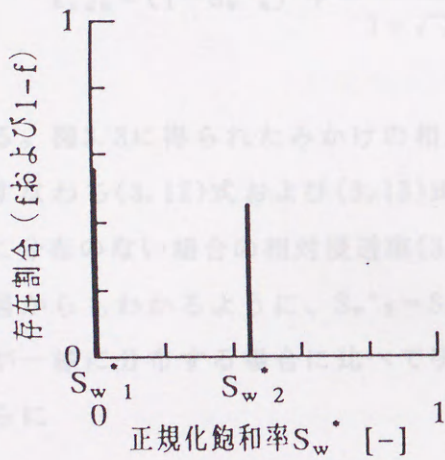
(b)  $S_w^*a = 0.8$  の場合



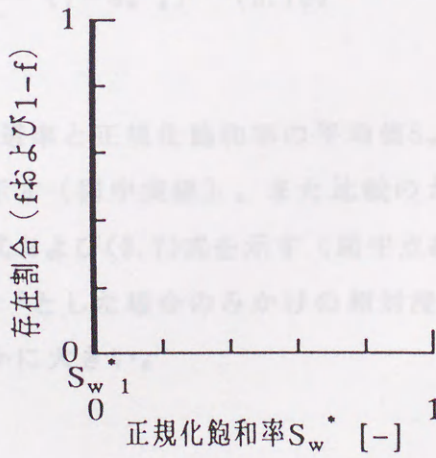
(c)  $S_w^*a = 0.6$  の場合



(d)  $S_w^*a = 0.4$  の場合



(e)  $S_w^*a = 0.2$  の場合



(f)  $S_w^*a = 0$  の場合

図3.2  $S_w^*2 = S_w^*a^{0.5}$ とした場合の各  $S_w^*a$  における  $S_w^*1$  および  $S_w^*2$  の存在割合

水相が水蒸気相になると、図中(c)、(d)、(e)の順に $S_w^* = 0$ の存在割合 $1-f$ は大きくなる。一方、 $S_w^* = 2$ の値は減少し、その存在割合 $f$ もさらに小さな値となる。このようにして、正規化飽和率の平均値 $S_w^* = a$ は減少し、最終的に、正規化飽和率の平均値 $S_w^* = a$ が0になると、図中(f)に示すように、 $S_w^* = 0$ の存在割合 $1-f$ は1となり、 $S_w^* = 2$ の存在割合 $f$ は0となる。つまり、水蒸気相の流れのみ存在する分布となる。

さて、この分布における液相のみかけの相対浸透率 $k_{rwa}$ は(3.2)式、(3.6)式より

$$k_{rwa} = f S_w^* = 2^4 \quad (3.11)$$

であるから、(3.11)式に(3.9)式および(3.10)式を代入すると

$$k_{rwa} = S_w^* = a^{2.5} \quad (3.12)$$

を得る。すなわち、正規化飽和率の平均値 $S_w^* = a$ がいかなる値でも、液相のみかけの相対浸透率は $S_w^* = a$ の2.5乗によって表わされることがわかる。一方、気相の相対浸透率は液相と同様に求めると、

$$k_{rga} = (1 - S_w^* = a)^2 + \frac{S_w^* = a^2}{1 + \sqrt{S_w^* = a}} (1 - S_w^* = a) \quad (3.13)$$

を得る。図3.3に得られたみかけの相対浸透率と正規化飽和率の平均値 $S_w^* = a$ との関係、すなわち(3.12)式および(3.13)式を示す(図中実線)。また比較のために飽和率に分布のない場合の相対浸透率(3.6)式および(3.7)式を示す(図中点線)。この図からもわかるように、 $S_w^* = 2 = S_w^* = a^{0.5}$ とした場合のみかけの相対浸透率は飽和率が一様に分布する場合に比べて明らかに大きい。

さらに

$$S_w^* = 1 = 0, \quad S_w^* = 2 = S_w^* = a^{(m-1)/3}, \quad 1 \leq m \leq 4 \quad (3.14)$$

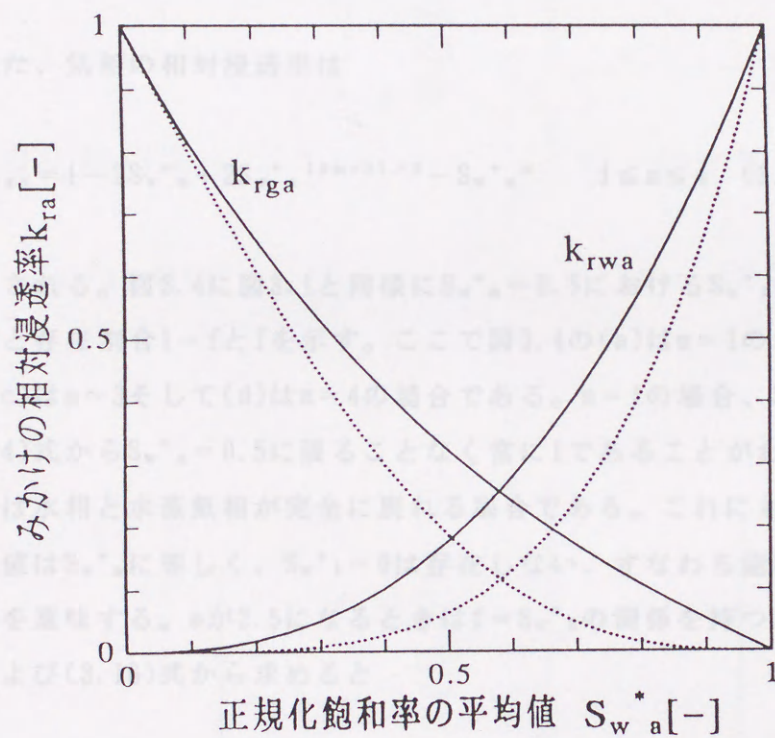


図3.3 みかけの相対浸透率の比較

(実線:(3.12)式、(3.13)式

点線:(3.6)式、(3.7)式)

の分布を考えると

$$k_{rwa} = S_w^* a^m \quad 1 \leq m \leq 4 \quad (3.15)$$

を得る。このときの $f$ は(3.4)式および(3.14)式より

$$f = S_w^* a^{(4-m)/3} \quad 1 \leq m \leq 4 \quad (3.16)$$

となる。また、気相の相対浸透率は

$$k_{rga} = 1 - 2S_w^* a + 2S_w^* a^{(2m+1)/3} - S_w^* a^m \quad 1 \leq m \leq 4 \quad (3.17)$$

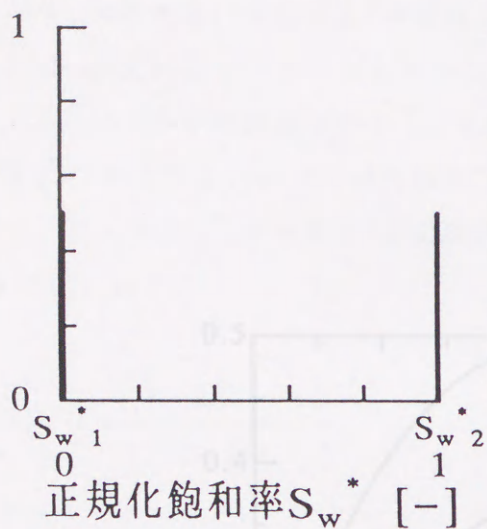
により表わされる。図3.4に図3.1と同様に $S_w^* a = 0.5$ における $S_w^*_1$ および $S_w^*_2$ のそれぞれの値と存在割合 $1-f$ と $f$ を示す。ここで図3.4の(a)は $m=1$ の場合、(b)は $m=2$ の場合、(c)は $m=3$ そして(d)は $m=4$ の場合である。 $m=1$ の場合、 $S_w^*_2$ の値は1であり、(3.14)式から $S_w^* a = 0.5$ に限ることなく常に1であることがわかる。つまり、 $m=1$ の場合は水相と水蒸気相が完全に別れる場合である。これに対して $m=4$ の場合は $S_w^*_2$ の値は $S_w^* a$ に等しく、 $S_w^*_1 = 0$ は存在しない、すなわち飽和率が一様に分布する場合を意味する。 $m$ が2.5になるときは $f = S_w^*_2$ の関係を持つが、この関係を(3.14)式および(3.16)式から求めると

$$\begin{cases} f = S_w^*_2^{(4-m)/(m-1)} & 1 < m \leq 4 \\ f = S_w^* a & m = 1 \end{cases} \quad (3.18)$$

となり、 $m=2.5$ の分布以外では $f \neq S_w^*_2$ となる。一方、 $m=4$ の場合は $f$ の値は常に1で、(3.14)式より $S_w^*_2 = S_w^* a$ となる。すなわち、飽和率に分布がない場合である。

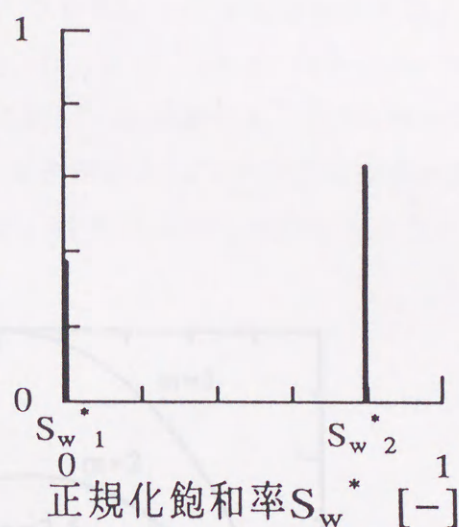
図3.5に飽和率の分布を $m$ によって表わした場合における標準偏差 $\sigma^*$ と正規化飽和率の平均値 $S_w^* a$ との関係を示す。この図より、 $m$ が1の分布における標準偏差 $\sigma^*$ が最も大きく、 $m$ の値が大きくなるにつれ標準偏差 $\sigma^*$ の値は小さくなる傾向を

存在割合 (fおよび1-f)



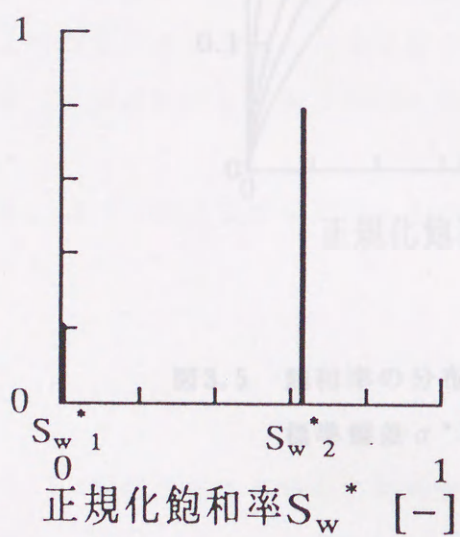
(a)  $m=1$  の場合

存在割合 (fおよび1-f)



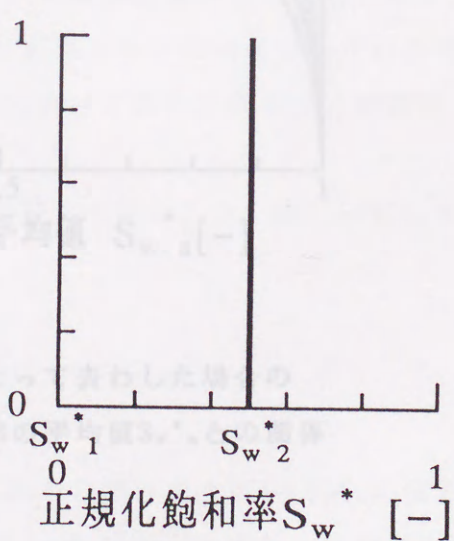
(b)  $m=2$  の場合

存在割合 (fおよび1-f)



(c)  $m=3$  の場合

存在割合 (fおよび1-f)



(d)  $m=4$  の場合

図3.4  $S_w^*a=0.5$ における $S_w^*1$ および $S_w^*2$ の存在割合



持つ。そして  $m=4$  の場合は標準偏差  $\sigma^*$  は 0 となる。一方、図 3.5 に  $S_w^*$  と  $m$  との関係を示す。  $m$  が大きい分布ほど  $S_w^*$  の値は大きい。つまり  $S_w^*$  の存在割合が大きく、  $S_w^*=0$  の存在割合が小さいことを示している。たとえば、  $m=3$  の場合、  $m=1$  に比較して  $S_w^*=0$  の存在割合は小さく、  $S_w^*$  が 0 に近づくとき急激に  $S_w^*=0$  の割合が上昇する。これに対し、  $m=1$  の分布は  $S_w^*=0$  の存在割合と  $S_w^*$  との間に緩やかな関係を持つ。図 3.7 に  $S_w^*$  と変数  $\sigma^*$  との関係を示す。図表 (2.13) 式で示したように  $S_w^*$  と  $\sigma^*$  との間には

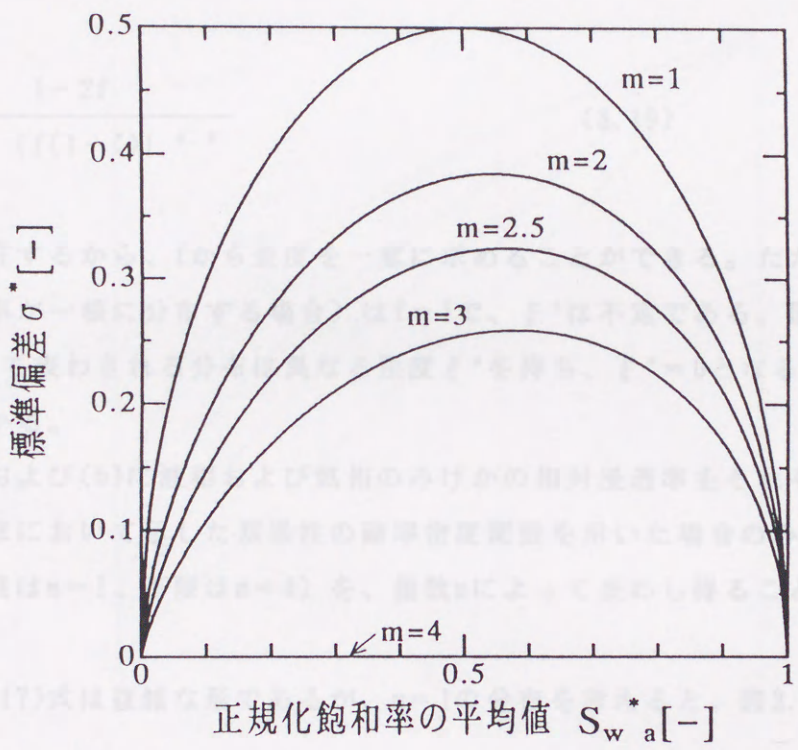


図 3.5 飽和率の分布を  $m$  によって表わした場合の標準偏差  $\sigma^*$  と飽和率の平均値  $S_w^*$  との関係

となり、一般に分布する場合の相対透過率 (3.1) 式と同じように  $1-S_w^*$  の項をもつ。また、(3.13) 式、すなわち  $m=2.5$  の場合も  $1-S_w^*$  の項を持つ。定性的には  $m$  の減少により  $1-S_w^*$  の次数も減少していくことがわかる。しかしながら、(3.17) 式は  $1-S_w^*$  により整理することはできないので、ここでは (3.7) 式に習い

$$k_{rel} = (1 - S_w^*)^m (1 + S_w^*)^m \quad (3.21)$$

持つ。そして  $m=4$  の場合は標準偏差  $\sigma^*$  は 0 となる。一方、図 3.6 に  $S_w^*{}_a$  と  $f$  との関係を示す。 $m$  が大きい分布ほど  $f$  の値は大きい。つまり  $S_w^*{}_2$  の存在割合が大きく、 $S_w^*{}_1=0$  の存在割合が小さいことを示している。たとえば、 $m=3$  の場合、 $m=1$  に比較して  $S_w^*{}_1=0$  の存在割合は小さく、 $S_w^*{}_a$  が 0 に近づくと急激に  $S_w^*{}_1=0$  の割合が上昇する。これに対し、 $m=1$  の分布は  $S_w^*{}_1=0$  の存在割合と  $S_w^*{}_a$  との間に線形の関係を持つ。図 3.7 に  $S_w^*{}_a$  と歪度  $\xi^*$  との関係を示す。前章(2.83)式で示したように  $f$  と  $\xi^*$  との間には

$$\xi^* = \frac{1-2f}{\{f(1-f)\}^{0.5}} \quad (3.19)$$

の関係が存在するから、 $f$  から歪度を一意に求めることができる。ただし、 $m=4$  の場合（飽和率が一様に分布する場合）は  $f=1$  で、 $\xi^*$  は不定である。図 3.7 より、指数  $m$  によって表わされる分布は異なる歪度  $\xi^*$  を持ち、 $\xi^*=0$  となる  $S_w^*{}_a$  も異なることがわかる。

図 3.8(a) および (b) に液相および気相のみけかの相対浸透率をそれぞれ示す。この図より前章において示した双峰性の確率密度関数を用いた場合のみかけの相対浸透率（上限は  $m=1$ 、下限は  $m=4$ ）を、指数  $m$  によって表わし得ることが確認できる。

さて、(3.17)式は複雑な形であるが、 $m=1$  の分布を考えると、図 3.8(b) に示したように

$$k_{rga} = 1 - S_w^*{}_a \quad (3.20)$$

となり、一様に分布する場合の相対浸透率(3.7)式と同じように  $1 - S_w^*{}_a$  の項をもつ。また、(3.13)式、すなわち  $m=2.5$  の場合も  $1 - S_w^*{}_a$  の項を持ち、定性的には  $m$  の減少により  $1 - S_w^*{}_a$  の次数も減少していくことがわかる。しかしながら、(3.17)式は  $1 - S_w^*{}_a$  により整理することはできないので、ここでは(3.7)式に習い

$$k_{rga} = (1 - S_w^*{}_a)^{n1} (1 + S_w^*{}_a)^{n2} \quad (3.21)$$

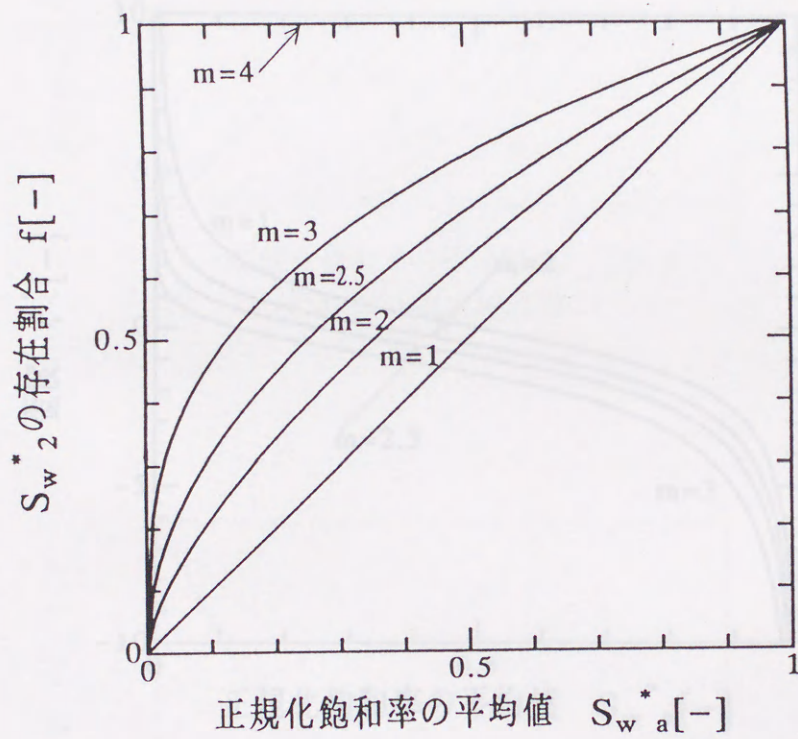


図3.6 正規化飽和率の平均値 $S_w^*_a$ と各 $m$ における $S_w^*_2$ の存在割合 $f$ との関係

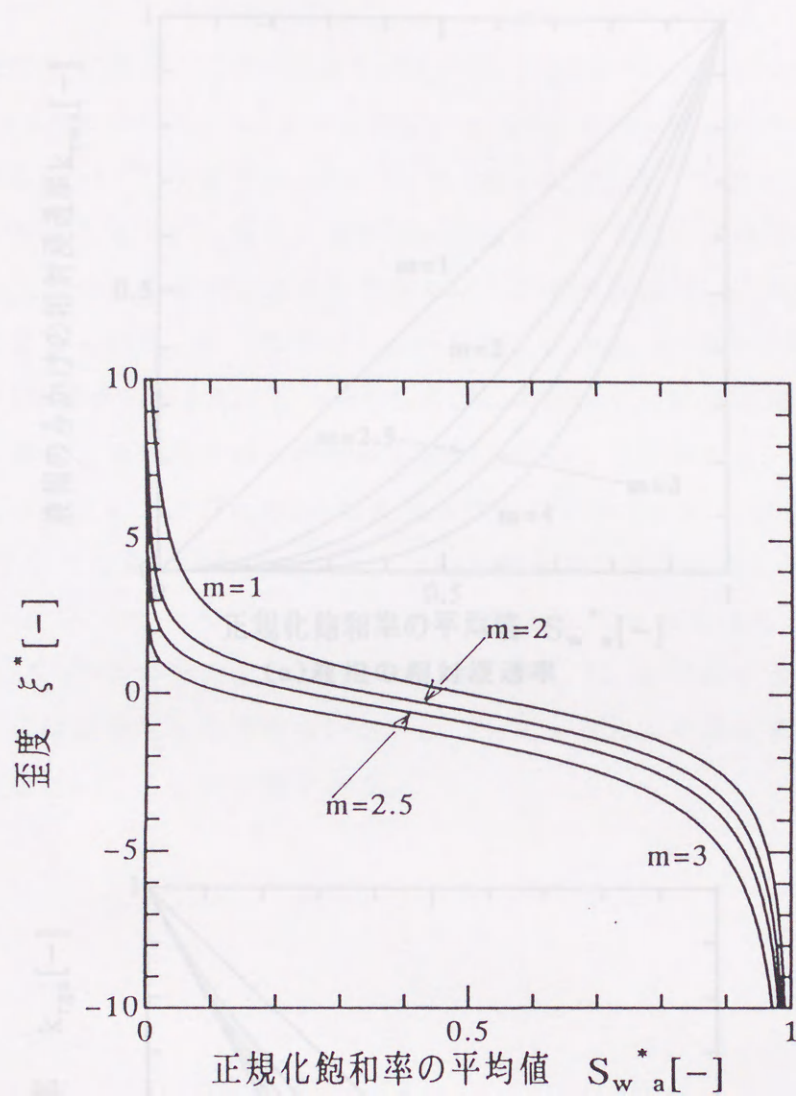
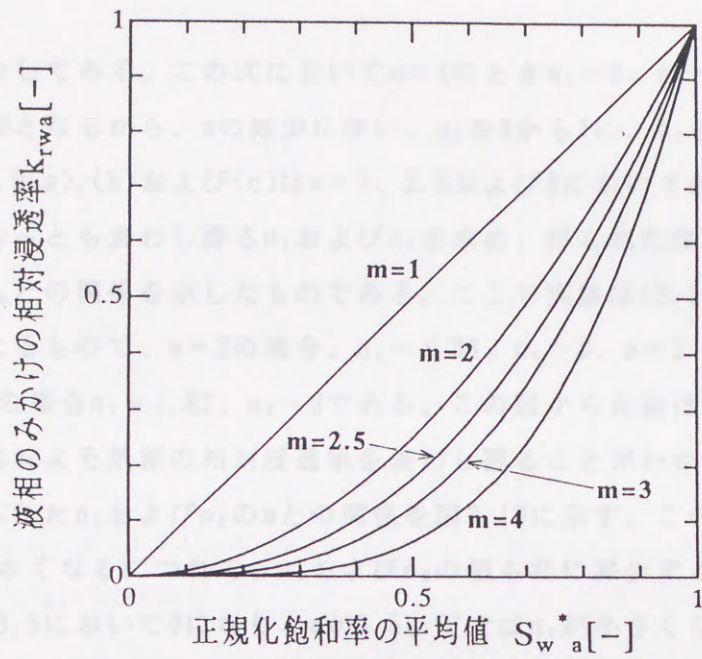
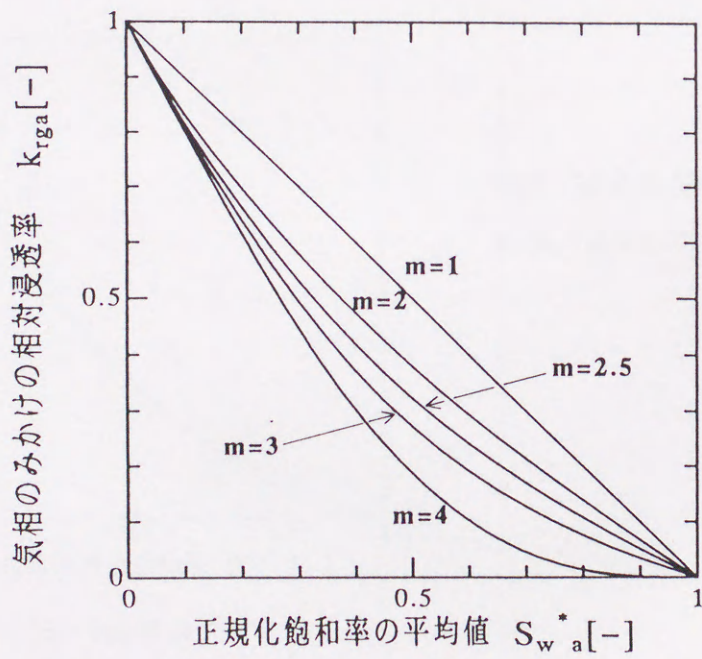


図3.7 飽和率の分布を $m$ によって表わした場合における $S_w^*$ の歪度 $\xi^*$ と平均値 $S_w^*{}_a$ との関係



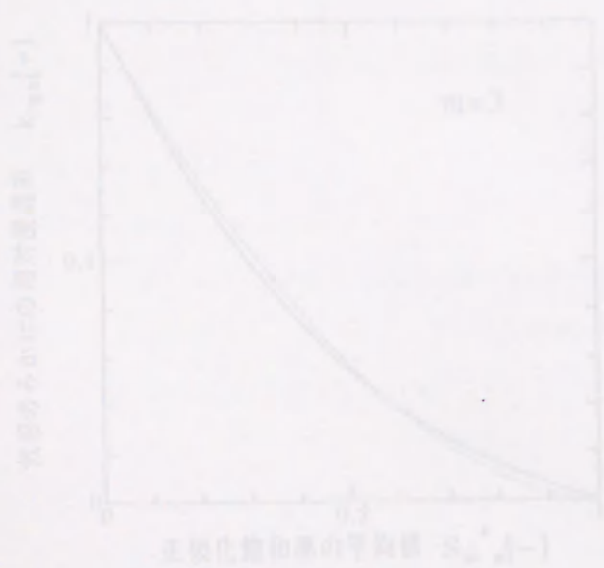
(a) 液相の相対浸透率



(b) 気相の相対浸透率

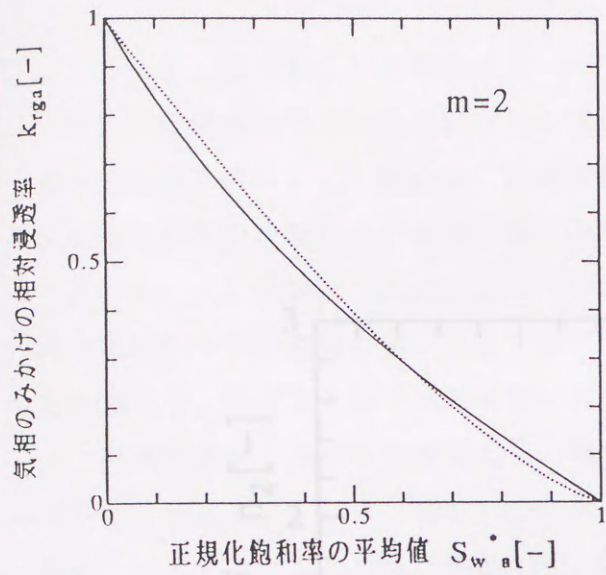
図3.8 各mのみかけの相対浸透率 $k_{r,a}$ と正規化飽和率の平均値 $S_w^* a$ との関係

のように表わしてみる。この式において $m=4$ のとき $n_1=3$ 、 $n_2=1$ 、 $m=1$ のとき $n_1=1$ 、 $n_2=0$ となるから、 $m$ の減少に伴い、 $n_1$ を3から1に、 $n_2$ を1から0に減少させてみる。図3.9(a),(b)および(c)は $m=2$ 、2.5および3において最小二乗法により(3.17)式をもっとも表わし得る $n_1$ および $n_2$ を求め、得られた気相のみかけの相対浸透率と $S_w^* a$ との関係を示したものである。ここで実線は(3.17)式、点線が(3.21)式によるもので、 $m=2$ の場合、 $n_1=1.33$ 、 $n_2=0$ 、 $m=2.5$ の場合 $n_1=1.56$ 、 $n_2=0$ 、 $m=3$ の場合 $n_1=1.82$ 、 $n_2=0$ である。この図から点線は実線とは若干異なるものの、おおよそ気相の相対浸透率を表わし得ることがわかる。このような試みにより得られた $n_1$ および $n_2$ の $m$ との関係を図3.10に示す。この図からわかるように $m$ の値が小さくなるにつれて、 $n_1$ および $n_2$ の値も共に減少する。また、 $n_2$ の値はおおよそ $m=3.5$ において0になり、 $m$ が3.5以下では $n_1$ が小さくなることより、(3.21)式は(3.17)式を近似することがわかる。そして、 $m=1$ のときに $n_1=1$ になる。無論(3.21)式は厳密なものではないが、(3.17)式をおおよそ近似するため、実用上(3.21)式を用いることが可能である。

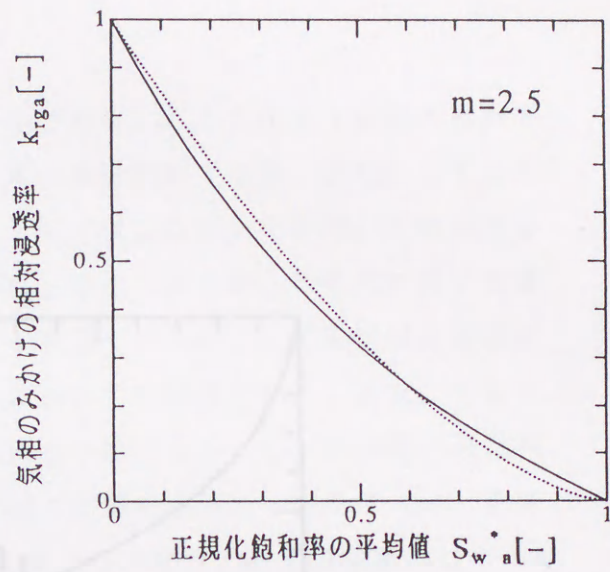


(c)  $m=3$ の場合

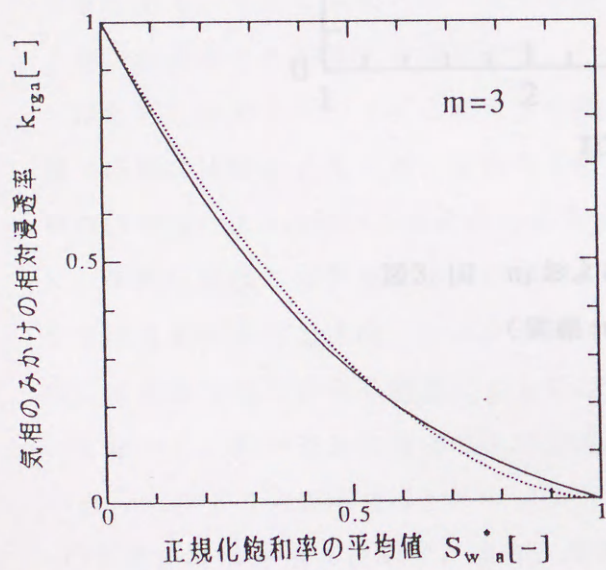
図3.9 気相の相対浸透率の(3.21)式による点線



(a)  $m=2$  の場合



(b)  $m=2.5$  の場合



(c)  $m=3$  の場合

実線：気相の相対浸透率  
点線：(3.21)式

図3.9 気相の相対浸透率の(3.21)式による近似

### 3. 3. 水-水蒸気二相流の数値モデル

#### 3. 3. 1. 仮定および基礎方程式

図3.11は地熱貯留層の概念図を示したものである。ここで流体は蒸気の塊状を  
通って生産井に向かって流れる。地熱貯留層の流動分析では熱一流動としてこの  
様な流れを放射状あるいは水平流とみなした一次元のモデルを用いて解析する  
ことも多い<sup>1)</sup>。通常、二次元、三次元の解析も実施できるが、貯留層に関する  
情報が比較的少ない場合には、まず、一次元モデルによる解析が有効である。  
ここでは地熱貯留層の解析に加えても同様である。また、トレー  
サーの流動分析も比較的複雑な地熱貯留層を一次元とみなして解析する。注  
文井間の流動性  
について検討  
す。図3.11中の太く描いた解析対象の  
を考慮する。貯留  
層を一次元と  
した場合、図3.11(a)に流れ方向の飽和率は平均値  
 $\bar{S}_w$ に過ぎない。すなわち、図3.11(b)に示すように実際にはx、y、zを代表と  
して、x、y、zまでの範囲において、方向xも正規化飽和率  
 $\bar{S}_w$ の分布が、方向y、z方向にも $\bar{S}_w$ の分布がある。したが  
って図3.11(a)に示すようにx方向に流れる方向の平均飽和率 $\bar{S}_w$ の  
分布である。そこで本節では一次元の流動解析に適用で図3.11(a)の平均値  
と相対透過率とを

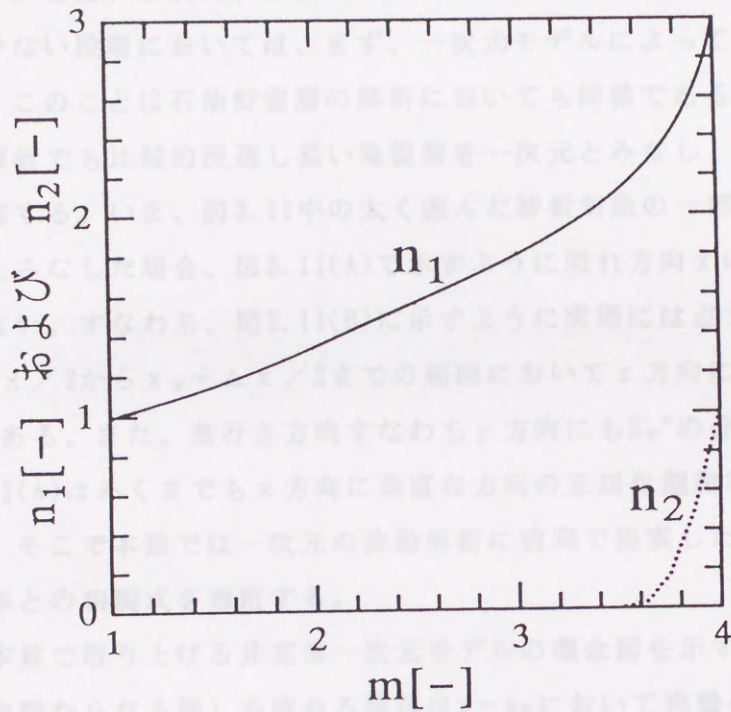


図3.10  $n_1$ および $n_2$ と $m$ との関係

(実線: $n_1$ 、点線: $n_2$ )

さらに以下の仮定を行う。

- (a) 流体温度は一定で、(b)で、場所、時間によらず一定である (輸入口と輸出口の正方位は小さく、 $\rho$ に及ぼす圧力の違いは無視する)。
- (b) 層の厚さの温度 $T_w(z)$ は常に一定である。
- (c) 層内の流れはダルシー則に等しい。



### 3. 3 水-水蒸気二相流の数学モデル

#### 3. 3. 1 仮定および基礎方程式

図3.11は地熱貯留層の概念図を示したものである。ここで流体は無数の亀裂を  
通って生産井に向かって流れる。地熱貯留層の流動解析では第一段階としてこの  
様な流れを放射状流あるいは水平流とみなした一次元のモデルを用いて解析する  
ことも多い<sup>3)</sup>。無論、二次元、三次元の解析も重要であるが、貯留層に関する情  
報が比較的少ない段階においては、まず、一次元モデルによって貯留層の浸透性  
を評価する。このことは石油貯留層の解析においても同様である。また、トレー  
サーの流動解析でも比較的浸透し易い亀裂層を一次元とみなし、坑井間の浸透性  
について検討する。いま、図3.11中の太く囲んだ解析対象の一部を考える。貯留  
層を一次元とみなした場合、図3.11(A)で示すように流れ方向  $x$  の飽和率は平均値  
 $S_w^*{}_a$  に過ぎない。すなわち、図3.11(B)に示すように実際には点  $x = x_p$  を代表と  
して  $x_p - \Delta x / 2$  から  $x_p + \Delta x / 2$  までの範囲において  $z$  方向にも正規化飽和率  
 $S_w^*$  の分布がある。また、奥行き方向すなわち  $y$  方向にも  $S_w^*$  の分布がある。した  
がって図3.11(A)はあくまでも  $x$  方向に垂直な方向の正規化飽和率の平均値  $S_w^*{}_a$  の  
分布である。そこで本節では一次元の流動解析に前節で提案した飽和率の平均値  
と相対浸透率との相関式を適用する。

図3.12に本節で取り上げる非定常一次元モデルの概念図を示す。ここでは亀裂  
層（無数の亀裂からなる層）を流れる流体は  $x = x_B$  において沸騰を開始するとし、  
層内の区間  $[x_B, x_1]$  において周囲から潜熱を得ることを考える。いま、前述したよう  
に、実際には流れに垂直な方向に飽和率  $S_w$  の分布があるとすると、一次元モデル  
における飽和率は  $z$  方向、 $y$  方向の  $S_w$  の平均値  $S_w{}_a$  にすぎない。そこで、 $S_w$  の  $x$  方  
向に垂直な方向の分布を前節に示した指数  $m$  を用いて(3.14)式および(3.16)式によ  
って表わし、熱輸送量に及ぼす  $S_w$  の分布の影響を数値実験により検討する。

さらに以下の仮定を行う。

- (a) 流体温度は沸点  $\theta_f$  [K] で、場所、時間に依らず一定である（流入口と流出口の  
圧力差は小さく、 $\theta_f$  に及ぼす圧力の違いは無視する）。
- (b) 層の周囲の温度  $\theta_{th}$  [K] は常に一定である。
- (c) 層内の流れはダルシー則に従う。

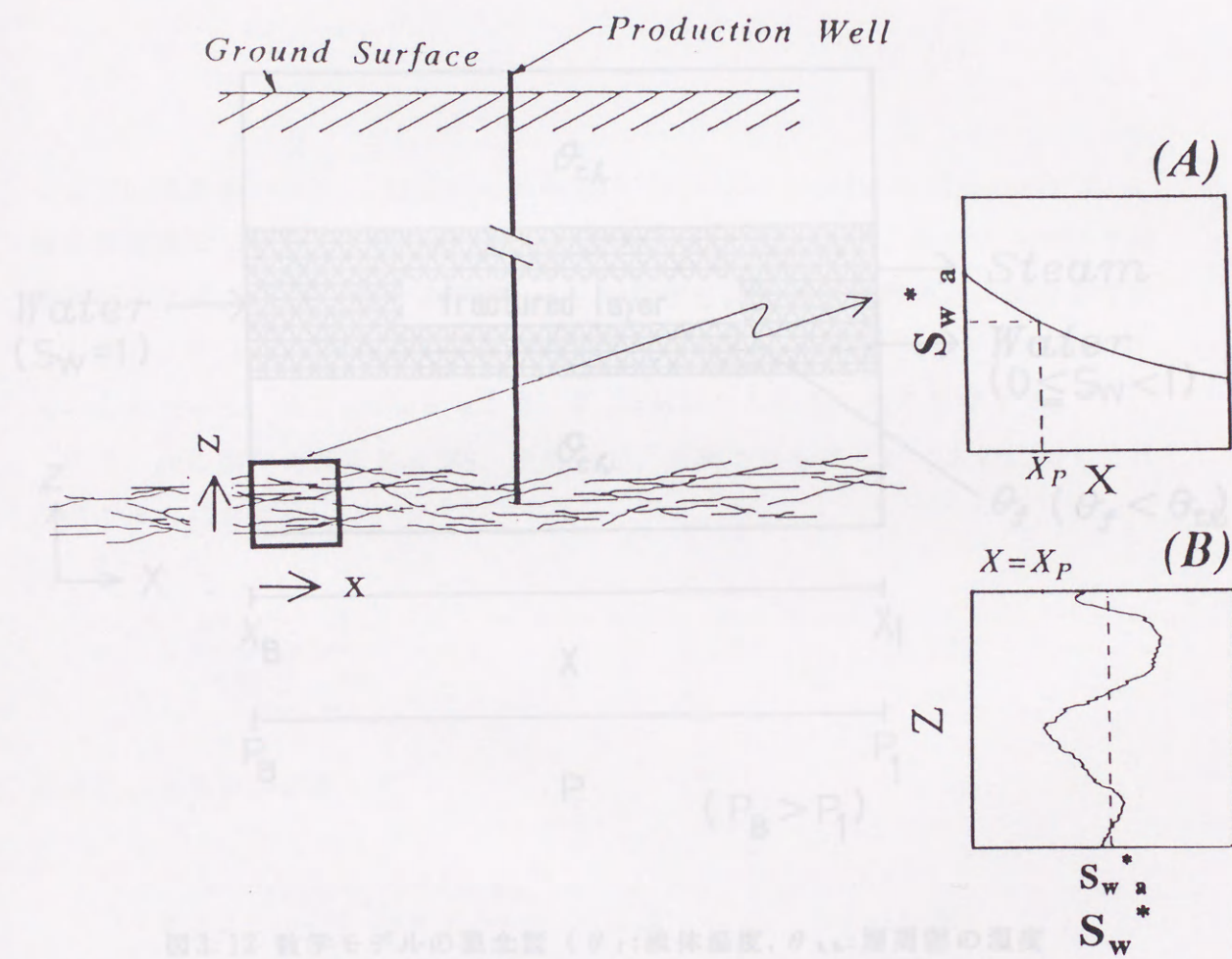


図3.11 地熱貯留層の模式図と飽和率の分布

(d) 地層透過率および透水性は層内において場所によらず常に一定である。  
 また、本研究では、単位時間および単位体積あたり、水が水蒸気になる体積  
 (水蒸気の体積に換算)  $\dot{V}$  の式を次式により表す。

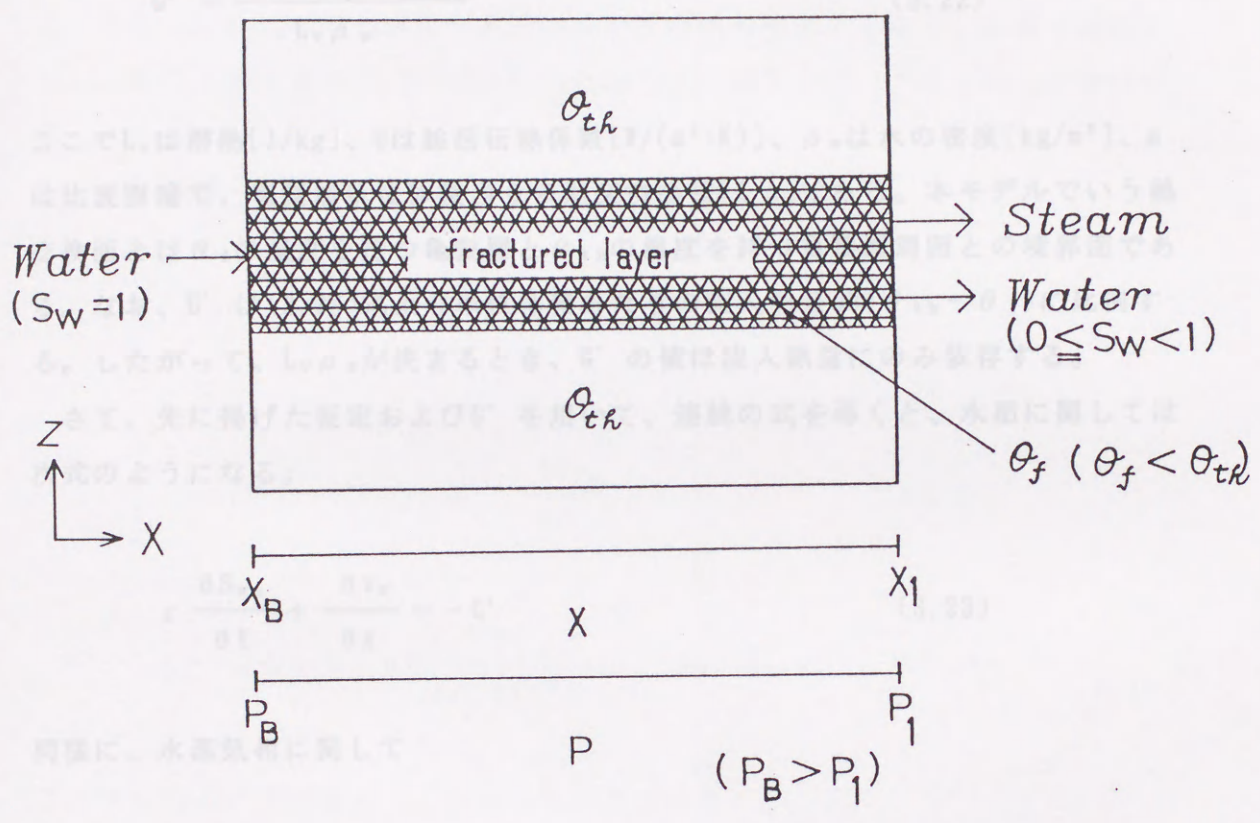


図3.12 数学モデルの概念図 ( $\theta_f$ :流体温度,  $\theta_{th}$ :層周囲の温度  
 温度,  $S_w$ :飽和率,  $p$ :圧力)

を算出する。また、水蒸気の流速  $v_s$  は、Darcy の式により

$$v_s = \frac{k_{eff} \rho_p}{\mu_s} \frac{dp}{dx} \quad (3.25)$$

同様にして、水蒸気相の流速  $v_f$  は

(d)絶対浸透率および空隙率は層内において場所によらず常に一定である。

また、本研究では、単位時間および単位体積あたり、水が水蒸気になる体積（水相の体積に換算） $G'$  [1/s]を次式により表わす。

$$G' = \frac{aU(\theta_{th} - \theta_f)}{L_v \rho_w} \quad (3.22)$$

ここで $L_v$ は潜熱[J/kg]、 $U$ は総括伝熱係数[W/(m<sup>2</sup>・K)]、 $\rho_w$ は水の密度[kg/m<sup>3</sup>]、 $a$ は比表面積で、亀裂層単位体積当りの熱交換面積[1/m]である。本モデルでいう熱交換面とは $\theta_f$ の温度を持つ亀裂層と $\theta_{th}$ の温度を持つ亀裂層周囲との境界面である。なお、 $G'$ は(3.22)式より単位体積あたりの流入熱量 $aU(\theta_{th} - \theta_f)$ に比例する。したがって、 $L_v \rho_w$ が決まるとき、 $G'$ の値は流入熱量にのみ依存する。

さて、先に掲げた仮定および $G'$ を用いて、連続の式を導くと、水相に関しては次式のようになる。

$$\varepsilon \frac{\partial S_{wa}}{\partial t} + \frac{\partial v_w}{\partial x} = -G' \quad (3.23)$$

同様に、水蒸気相に関して

$$\varepsilon \rho_g \frac{\partial (1 - S_{wa})}{\partial t} + \rho_g \frac{\partial v_g}{\partial x} = \rho_w G' \quad (3.24)$$

を得る。また、水相の流速 $v_w$ はダルシーの式により

$$v_w = - \frac{k_{rw} k}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.25)$$

同様に、水蒸気相の流速 $v_g$ は

$$v_g = - \frac{k_{rg} \mu_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.26)$$

となる。ここで、 $v$ は流速、 $\rho$ は密度、 $\mu$ は粘度、 $\varepsilon$ は空隙率、 $p$ は圧力、 $t$ は時間で、添え字 $w$ および $g$ はそれぞれ水と水蒸気を表す。また、(3.25)式、(3.26)式における $k_{rwa}$ 、 $k_{rga}$ は液相および気相のみかけの相対浸透率であり、本章では以下 $k_{rwa}$ と $S_w^* a$ との関係を(3.15)式、 $k_{rga}$ と $S_w^* a$ との関係を(3.17)式に従うと仮定する。

一方、境界条件および初期条件を次のように設定する。

$$x = x_B \text{ において } p = p_B, S_{wa} = 1 \quad (3.27)$$

$$x = x_1 \text{ において } p = p_1, \frac{\partial S_{wa}}{\partial x} = 0 \quad (3.28)$$

$$t = 0 \text{ において } p = \frac{p_1 - p_B}{x_1 - x_B} (x - x_B) + p_B, S_{wa} = 1 \quad (3.29)$$

ここで $p_B$ は $x_B$ における圧力、 $p_1$ は $x_1$ の圧力である。

さて、基礎方程式を無次元化するために次の無次元数を定義する。

$$X = \frac{x - x_B}{x_1 - x_B}, \quad \gamma = \frac{\rho_w}{\rho_g}, \quad M = \frac{\mu_w}{\mu_g}, \quad V_i = \frac{v_i}{v_w^*},$$

$$G = \frac{(x_1 - x_B)G'}{v_w^*}, \quad P = \frac{k(p - p_1)}{\mu_w v_w^* (x_1 - x_B)}, \quad T = \frac{t}{t^*}, \quad t^* = \frac{\varepsilon (x_1 - x_B)}{v_w^*}$$

ここで、 $x_1 - x_B$ は亀裂層の流れ方向の長さ、 $v_w^*$ および $t^*$ は亀裂層が水のみで満た

された場合の流速およびそのときの滞在時間である。これらの無次元数により、(3.23)式～(3.26)式は改めて次のように表わされる。

$$\frac{\partial S_{wa}}{\partial T} + \frac{\partial V_w}{\partial X} = -G \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial(1-S_{wa})}{\partial T} + \frac{\partial V_g}{\partial X} = \gamma G \quad (3.31)$$

$$V_w = -k_{rwa} \frac{\partial P}{\partial X} \quad (3.32)$$

$$V_g = -Mk_{rga} \frac{\partial P}{\partial X} \quad (3.33)$$

また、(3.22)式は

$$G = \frac{aU(\theta_{th} - \theta_f)(X_1 - X_B)}{v_w^* L_v \rho_w} \quad (3.34)$$

となる。本論文では以下このGを無次元流入熱量と呼称する。

境界条件(3.27)式、(3.28)式および初期条件(3.29)式も同様に無次元化すると次式になる。

$$X=0 \text{ において } P=1, S_{wa}=1 \quad (3.35)$$

$$X=1 \text{ において } P=0, \frac{\partial S_{wa}}{\partial X} = 0 \quad (3.36)$$

$$T=0 \text{ において } P=1-X, S_{wa}=1 \quad (3.37)$$

以上、(3.30)式から(3.37)式が本数学モデルの無次元基礎方程式である。

### 3.3.2 数値計算

圧力および飽和率は(3.30)式～(3.33)式を境界条件(3.35)式、(3.36)式および初期条件(3.37)式のもとに解くことにより得られる。しかしながら、これらの連立非線形偏微分方程式を解析的に解くことはできない。そこで、本研究では差分法を用いて数値解を得る。

数値計算にあたり(3.30)式～(3.33)式をまとめて飽和率を消去し圧力だけの(3.38)式

$$\frac{\partial}{\partial X} \{ (k_{rwa} + Mk_{rga}) \} \frac{\partial P}{\partial X} = -G(\gamma - 1) \quad (3.38)$$

を導く。一方、(3.32)式を(3.30)式に代入すると(3.39)式を得る。

$$\frac{\partial S_{wa}}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial X} \left( k_{rwa} \frac{\partial P}{\partial X} \right) - G \quad (3.39)$$

この変形により(3.30)式～(3.33)式を(3.38)式、(3.39)式により表すことができる。これらの式は数値計算するために(3.40)式および(3.41)式のように離散化される。

$$P_i^n = \frac{A_E P_{i+1}^n + A_W P_{i-1}^n + G(\gamma - 1)}{A_p} \quad (i=1, 2, \dots, N-1) \quad (3.40)$$

$$A_E = \frac{\alpha (k_{rwa} + Mk_{rga})_{i+1} + (1 - \alpha) (k_{rwa} + Mk_{rga})_i}{(\Delta X)^2}$$

$$A_w = \frac{\alpha (k_{rwa} + Mk_{rga})_i + (1 - \alpha)(k_{rwa} + Mk_{rga})_{i-1}}{(\Delta X)^2}$$

$$A_p = A_E + A_w$$

$$S_w^n = B_E P_{i+1}^n + B_w P_{i-1}^n - B_p P_i^n - G \Delta T + S_w^o \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.41)$$

$$B_E = \frac{\alpha (k_{rwa})_{i+1} + (1 - \alpha)(k_{rwa})_i}{(\Delta X)^2} \Delta T$$

$$B_w = \frac{\alpha (k_{rwa})_i + (1 - \alpha)(k_{rwa})_{i-1}}{(\Delta X)^2} \Delta T$$

$$B_p = B_E + B_w$$

ここで  $\alpha$  は重み、 $N$  は計算格子数、 $\Delta T$  は離散時間、 $\Delta X$  は離散距離 ( $= 1/N$ ) である。また、添え字の  $i$  は計算格子の位置、 $n$  および  $o$  は時間  $T + \Delta T$  および時間  $T$  を各々表わす。本研究では (3.40) 式および (3.41) 式のように圧力を陰的に、飽和率を陽的に解く<sup>4) - 7)</sup>。

なお、 $i = N$  (すなわち流出口  $X = 1$ ) における飽和率を (3.41) 式により求める際に仮想的な点  $i = N + 1$  の圧力の値が必要となる。そこで本研究では境界条件 (3.36) 式により (3.38) 式を (3.42) 式に変形し、

$$\frac{\partial^2 P}{\partial X^2} = - \frac{G(\gamma - 1)}{(k_{rwa} + Mk_{rga})} \quad (3.42)$$

(3.42) 式を次式のように離散化することにより  $P_{N+1}$  の圧力を定めた。



$$P_{N+1}^n = \frac{\Delta X^2 G(\gamma - 1)}{(k_{rwa} + Mk_{rga})_N} - P_{N-1}^n \quad (3.43)$$

そして、この値を(3.41)式に代入し出口の飽和率を求めた。なお、その際(3.41)式の $B_E$ に含まれることになる $(k_{rwa})_{N+1}$ は、境界条件(3.36)式より $(k_{rwa})_{N+1} = (k_{rwa})_{N-1}$ とする。

図3.13は本計算の手順を流れ図により示したものである。本モデルは非線形であるために時間を進める毎に圧力と飽和率に関する反復計算を必要とする。すなわち、離散時間 $\Delta T$ 後における飽和率の候補を $S_{wa}^{n'}$ とし、いったん $S_{wa}^n$ に置き換え、この値から相対浸透率 $k_{ra}$ および圧力 $P$ を求める。そして、再び飽和率 $S_{wa}^{n'}$ を求める。この計算を任意の場所における $S_{wa}^n$ と $S_{wa}^{n'}$ との相対誤差 $E_1$ が所定の収束範囲 $\varepsilon_1$ に収まるまで繰り返す。また、このようにして求めた時間 $T$ における飽和率 $S_{wa}^n$ は、さらに $\Delta T$ 前の飽和率 $S_{wa}^{n-1}$ との差 $E_2$ を求め、任意の場所における $E_2$ が所定の収束範囲 $\varepsilon_2$ に収束した時点を実常状態とみなす。

さて、本研究では計算値の精度を、以下のような誤差を定義して評価した。すなわち、流入する熱量 $q_{in}$ は

$$q_{in} = (\theta_{th} - \theta_f) aAU(x_1 - x_B) \quad (3.44)$$

により表わされる。ここで $A$ は亀裂層の断面積 $[m^2]$ である。一方、流出熱量 $q_{out}$ は水蒸気の流出流量 $Q_g$ および潜熱 $L_v$ より

$$q_{out} = Q_g L_v \quad (3.45)$$

となり、定常状態において $q_{in} = q_{out}$ が成立するから

$$Q_g = \frac{a(\theta_{th} - \theta_f)A}{L_v} (x_1 - x_B)U \quad (3.46)$$

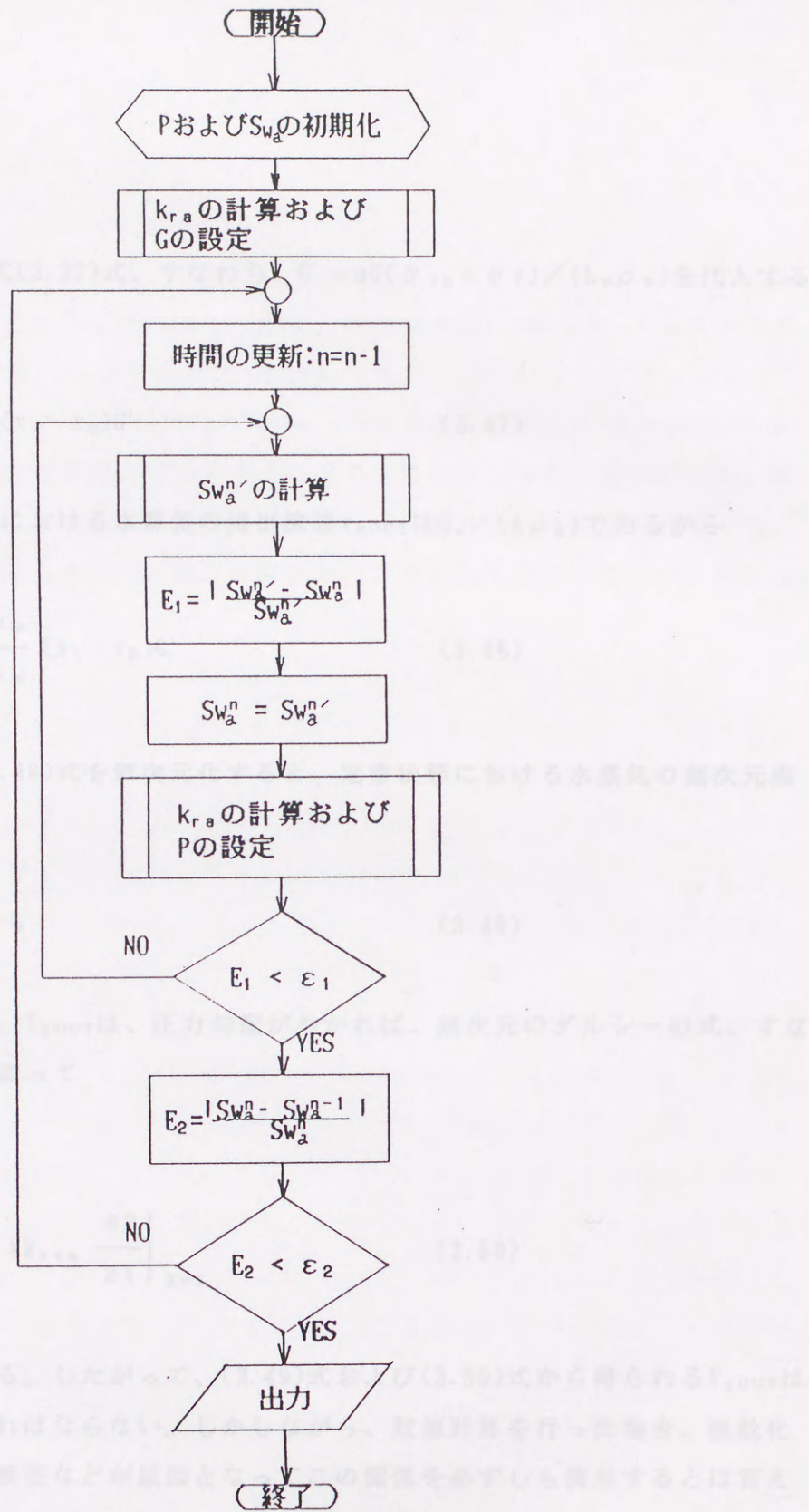


図3.13 数値計算の手順

ここに  $G'$  の定義式(3.22)式、すなわち、 $G' = aU(\theta_{th} - \theta_f) / (L_v \rho_w)$  を代入すると

$$Q_g = A \rho_w (x_1 - x_B) G' \quad (3.47)$$

となる。定常状態における水蒸気の流出流速  $v_{gOUT}$  は  $Q_g / (A \rho_g)$  であるから

$$v_{gOUT} = \frac{\rho_w}{\rho_g} (x_1 - x_B) G' \quad (3.48)$$

を得る。そして(3.48)式を無次元化すると、定常状態における水蒸気の無次元流出流速  $V_{gOUT}$

$$V_{gOUT} = \gamma G \quad (3.49)$$

と表わせる。一方、 $V_{gOUT}$  は、圧力勾配がわかれば、無次元のダルシーの式、すなわち、(3.50)式に従って

$$V_{gOUT} = -Mk_{rga} \left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{x=1} \quad (3.50)$$

求めることもできる。したがって、(3.49)式および(3.50)式から得られる  $V_{gOUT}$  はともに等しくなければならない。しかしながら、数値計算を行った場合、離散化誤差あるいは丸め誤差などが原因となってこの関係を必ずしも満足するとは言えない。そこで本研究では数値解の誤差  $E_{rr}[\%]$  を(3.51)式

$$E_{rr} = \frac{|V_{gOUT1} - V_{gOUT2}|}{V_{gOUT1}} 10^2 \quad (3.51)$$

### 3. 1 熱輸送量に及ぼす飽和率の分布の影響

のように定義することとした。ここで $V_{gOUT1}$ は(3.49)式、 $V_{gOUT2}$ は(3.50)式により得られた水蒸気の無次元流出流速とする。本研究では $E_{rr}$ の値が1%未満となるように、離散化距離 $\Delta X$ および時間 $\Delta T$ を設定した。

なお、これらの計算は(3.40)式および(3.41)式中の重み $\alpha$ を0としたが、Faustら<sup>9)</sup>によるとこの方法は安定であるものの若干誤差を生じるとの報告がある。そこで本研究では $\alpha = 1/2$ により同様な計算を行い、各々の計算結果を比較した。その結果、それらによる差は研究の計算範囲内できわめて小さいことがわかった。

のみで満たされた場合の流量である。なお、計算において正流と逆流を飽和率に変換する必要がある。そのためには $S_{w,1}$ と $S_{w,2}$ の値を決めなければならないが、ここでは計算において示したTykuffらの実験結果に従い、 $S_{w,1} = 0.12$ 、 $S_{w,2} = 0$ とした(なお、以下に示す計算結果も同様である)。図3.14からわかるように、流入口と出口の圧力差を固定した場合、流入熱量が大きくなるに従い、流入流量は減少する。これは気相と液相が互いに流れを阻害しあうことによる。しかし、この減少傾向は飽和率 $S_w$ の分布によって大きく異なる。たとえば、 $\epsilon$ が0.01のとき、 $\epsilon = 1$ の場合における無次元流入流量は約0.05であるのに対し、 $\epsilon = 2$ の場合では約0.35となる。つまり、二相状態において流入熱量が等しくても、その系に流入する流量は大きく異なる。このことの意味を考えるために、例として生産井近傍における二相状態の飽和率を想定する。そのとき生産井に輸送される流量は二相領域内において液体が得る熱量と気相の蒸気から蒸発する熱水の流量や蒸気圧に依存する。いま、この領域において流れに垂直な方向に飽和率が一様に分布していないと仮定すると、その分布によって領域に流入する熱水の流量は異なり、結果的に生産井に輸送される熱量は異なる。図3.14は流入流量に及ぼす飽和率の分布の影響を示したもので、その影響を無視できないことを示している。

さて、図3.15(a)および(b)に飽和率の平均値 $S_{w,0}$ および圧力の無次元化を示す。ここでの計算結果は、 $\epsilon = 1$ とした場合、すなわち飽和率 $S_w$ の分布がない場合である。また、 $\epsilon$ の値は0.01とした。図3.15(a)からわかるように水が時間 $T = 0$ から蒸発を始める。その位置は徐々に $T = 1$ に近づく。そしてこの場合、おおよそ $T = 5$ 、すなわち、滞在時間 $t$ のはば3倍の時刻後に蒸発状態になる。また、初期条件とし

### 3. 4 熱輸送量に及ぼす飽和率の分布の影響

ここでは、前節において提案したみかけの相対浸透率と飽和率の平均値との関係、すなわち(3.15)式および(3.17)式を水-水蒸気二相流の数学モデルに適用する。そして、熱輸送量に及ぼす $S_w$ の分布の影響を数値実験により検討する。

図3.14に、飽和率の分布が(3.14)式および(3.16)式に従い指数 $m$ により表わされる場合の無次元流入熱量 $G$ と無次元流入流量 $\bar{Q}_r$ 、すなわち $(Q_w + Q_g)/Q_w^*$ との関係を示す。ここで $Q_w$ は液相の流出流量、 $Q_g$ は気相の流出流量、そして $Q_w^*$ は亀裂層が水のみで満たされた場合の流量である。なお、計算において正規化飽和率を飽和率に変換する必要がある。そのためには $S_{wc}$ と $S_{gc}$ の値を決めなければならないが、ここでは前章において示したWyckoffらの実験結果に従い、 $S_{wc} = 0.12$ 、 $S_{gc} = 0$ とした(なお、以下に示す計算結果も同様である)。図3.14からわかるように、流入入口と流出口の圧力差を固定した場合、流入熱量が大きくなるに従い、流入流量は減少する。これは気相と液相が互いに流れを阻害しあうことによる。しかし、この減少傾向は飽和率 $S_w$ の分布によって大きく異なる。たとえば、 $G$ が0.01のとき、 $m = 4$ の場合における無次元流入流量は約0.05であるのに対し、 $m = 2$ の場合では0.35となる。つまり、二相状態において流入熱量が等しくても、その系に流入する流量は大きく異なる。このことの意味を考えるために、例として生産井近傍における二相状態の領域を想定する。そのとき生産井に輸送される熱量は二相領域内において流体が得る熱量と領域の周囲から集まる熱水の流量や温度に依存する。いま、この領域において流れに垂直な方向に飽和率が一様に分布していないと仮定すると、その分布によって領域に流入する熱水の流量は異なり、結果的に生産井に輸送される熱量は異なる。図3.14は流入流量に及ぼす飽和率の分布の影響を示したもので、その影響を無視できないことを示している。

さて、図3.15(a)および(b)に飽和率の平均値 $S_{wa}$ および圧力の経時変化を示す。ここでの計算結果は、 $m = 4$ とした場合、すなわち飽和率 $S_w$ の分布がない場合である。また、 $G$ の値は0.01とした。図3.15(a)からわかるように水が時間 $T = 0$ から蒸発を始めると、その位置は徐々に $X = 0$ に近づく。そしてこの場合、おおよそ $T = 5$ 、すなわち、滞在時間 $t^*$ のほぼ5倍の時間後に定常状態になる。また、初期条件とし

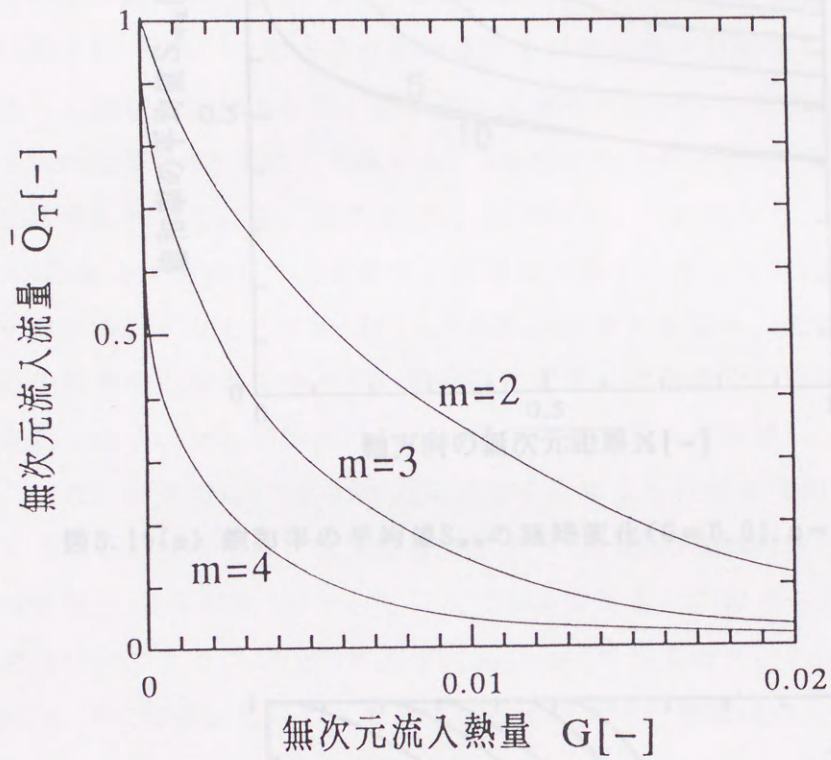


図3.14 各 $m$ における水相の無次元流入流量 $\bar{Q}_T$ と無次元流入熱量 $G$ との関係

図3.15(b) 圧力分布の経時変化 ( $C=0.01, a=4$ の場合)

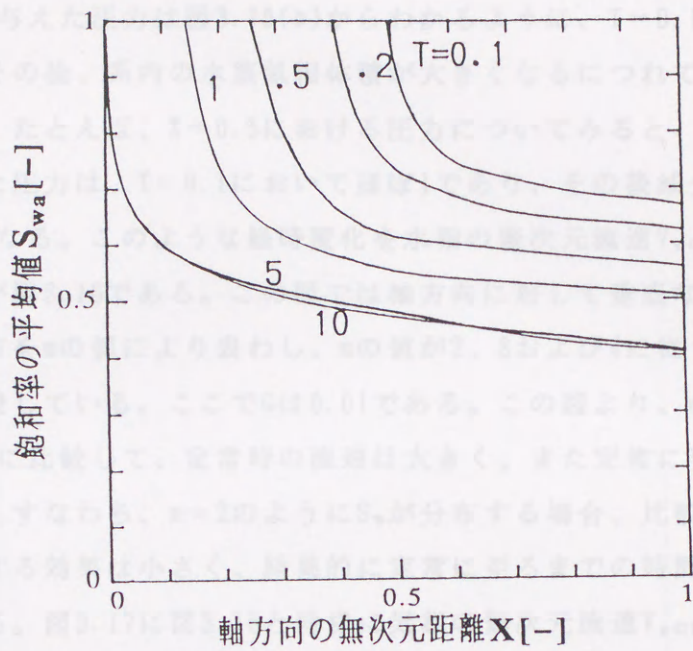


図3.15(a) 飽和率の平均値 $S_{wa}$ の経時変化( $G=0.01, m=4$ の場合)

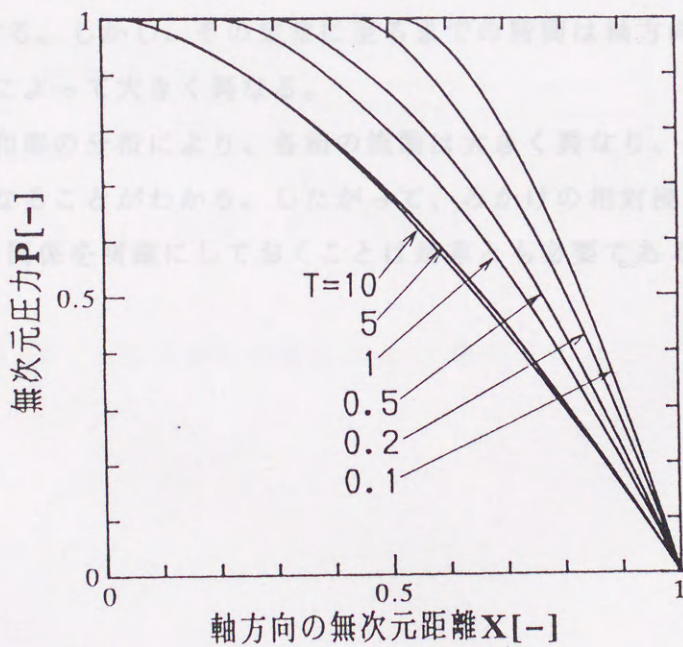


図3.15(b) 圧力分布の経時変化( $G=0.01, m=4$ の場合)

て $P=1-X$ として与えた圧力は図3.15(b)からわかるように、 $T=0.1$ の場合のような曲線になり、その後、系内の水蒸気相体積が大きくなるにつれて、圧力は減少し、定常に至る。たとえば、 $X=0.5$ における圧力についてみると、初期条件として $P=0.5$ と与えた圧力は、 $T=0.1$ においてほぼ1であり、その後減少し、定常状態において約0.7になる。このような経時変化を水相の無次元流速 $V_{wOUT}$ の経時変化として示したのが図3.16である。この図では軸方向に対して垂直な方向において存在する $S_w$ の分布を $m$ の値により表わし、 $m$ の値が2、3および4に従うときの $V_{wOUT}$ の経時変化を比較している。ここで $G$ は0.01である。この図より、 $m=2$ の場合は $m=3$ や $m=4$ の場合に比較して、定常時の流速は大きく、また定常に要する時間も短いことがわかる。すなわち、 $m=2$ のように $S_w$ が分布する場合、比較的、水相と気相の流れを阻害する効果は小さく、結果的に定常に至るまでの時間が比較的短かったと解釈できる。図3.17に図3.16と同様に気相の無次元流速 $V_{gOUT}$ の経時変化を示す。これらの計算では $G$ を0.01に設定したことにより、定常時の気相の無次元流速は等しくなる。なぜなら、以上の計算はすべて373Kの水の密度 $\rho_w$ を $960\text{kg/m}^3$ に、水蒸気の密度 $\rho_g$ を $0.60\text{kg/m}^3$ としている<sup>9)</sup>からである。このとき密度比 $\gamma (= \rho_w / \rho_g)$ の値は1600であり、(3.49)式より $V_{gOUT} = \gamma G$ であるから、 $V_{gOUT}$ の値は如何なる $m$ の場合も16になる。しかし、その定常に至るまでの時間は軸方向に対して垂直な方向の $S_w$ の分布によって大きく異なる。

以上のように飽和率の分布により、各相の流動は大きく異なり、結果として輸送熱量が大きく異なることがわかる。したがって、みかけの相対浸透率と飽和率 $S_w$ の平均値 $S_{wa}$ との関係を明確にしておくことは是非とも必要である。



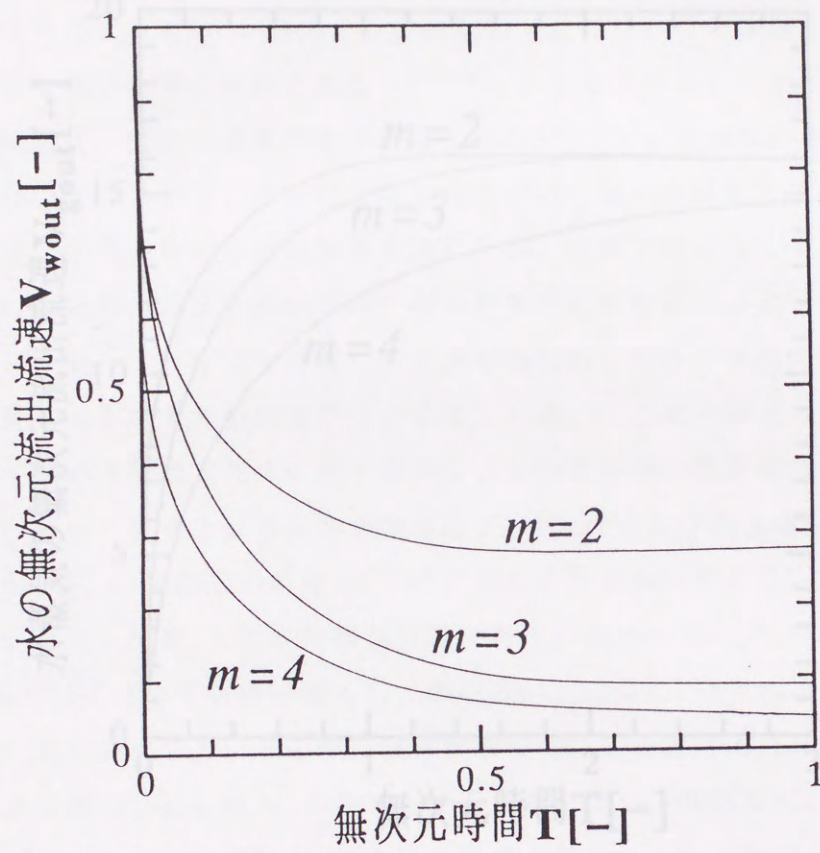


図3.16 水相の無次元流速 $V_{wout}$ の経時変化

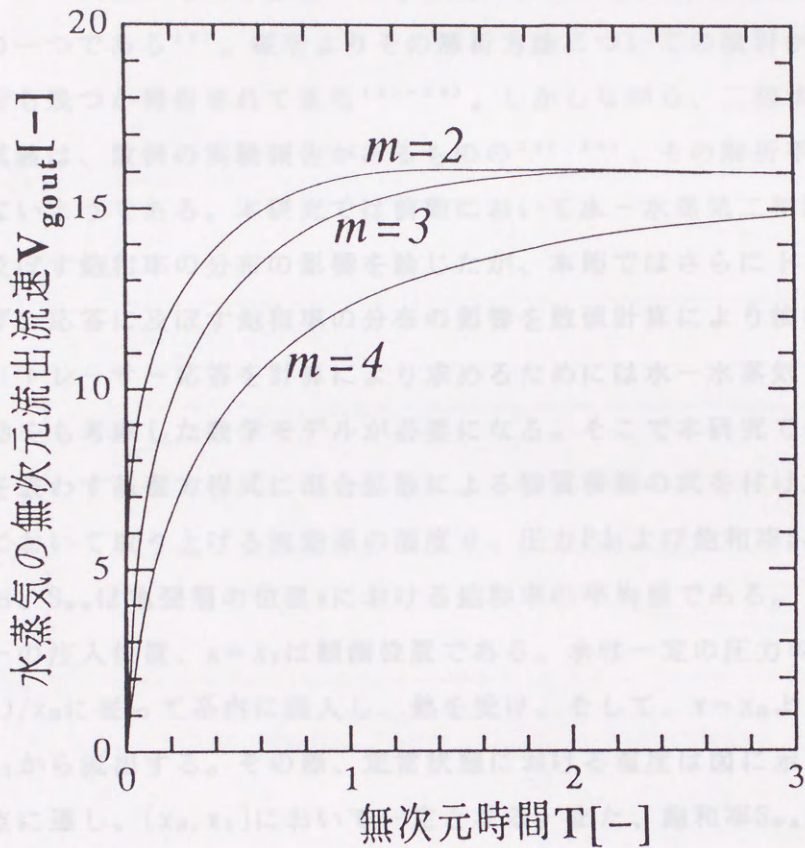


図3.17 水蒸気相の無次元流速  $V_{gOUT}$  の経時変化

- (a) 水相および水蒸気相の温度は一定である。
  - (b) 水蒸気相における混合数係数は一定である。
  - (c) 水相における混合数係数は一定である。
  - (d) 水相および水蒸気相の流動は定常状態にある。
- 以上の仮定の基に水蒸気相および水相に対して物質収支式を立てると軸方向異なる  $x$  の区間  $[0, x_1]$  において、

### 3. 5 トレーサー応答に及ぼす飽和率の分布の影響

#### 3. 5. 1 混合拡散モデルの適用

トレーサー試験は地熱貯留層における孔井間の相互関係を把握するために有力な方法の一つである<sup>10)</sup>。従来よりその解析方法についての検討がなされ<sup>11)</sup>、実際の解析も幾つか報告されてきた<sup>12)-23)</sup>。しかしながら、二相状態におけるトレーサー試験は、数例の実験報告があるものの<sup>24)、25)</sup>、その解析手法の検討はなされていないようである。本研究では前節において水-水蒸気二相流における熱輸送量に及ぼす飽和率の分布の影響を論じたが、本節ではさらにトレーサー応答を取り上げ、応答に及ぼす飽和率の分布の影響を数値計算により検討する。

さて、トレーサー応答を計算により求めるためには水-水蒸気二相流における物質移動をも考慮した数学モデルが必要になる。そこで本研究では前節の一次元二相流を表わす基礎方程式に混合拡散による物質移動の式を付け加える。図3.18に本節において取り上げる流動系の温度 $\theta$ 、圧力 $P$ および飽和率 $S_{wa}$ を概念的に示す。なお、 $S_{wa}$ は亀裂層の位置 $x$ における飽和率の平均値である。ここで $x=0$ はトレーサーの注入位置、 $x=x_1$ は観測位置である。水は一定の圧力勾配、すなわち $(p_0-p_B)/x_B$ に従って系内に流入し、熱を受け、そして、 $x=x_B$ より沸騰を伴い、流出口 $x_1$ から流出する。その際、定常状態における温度は図に示すように $x_B$ において沸点に達し、 $[x_B, x_1]$ において一定となる。また、飽和率 $S_{wa}$ は $[0, x_B]$ において1であり、 $[x_B, x_1]$ において1より小さい値となる。このような系に対し混合拡散モデルを適用するにあたり、次の仮定を行う。

- (a) 水相および水蒸気相の密度、粘性、水相の潜熱は各々トレーサー濃度に依らず一定である。
- (b) 水蒸気相における混合拡散は無視する。
- (c) 水相における混合拡散係数は一定である。
- (d) 水相および水蒸気相の流動は定常状態にある。

以上の仮定の基に水蒸気相および水相に対して物質収支式を立てると軸方向長さ $x$ の区間 $[0, x_1]$ において、

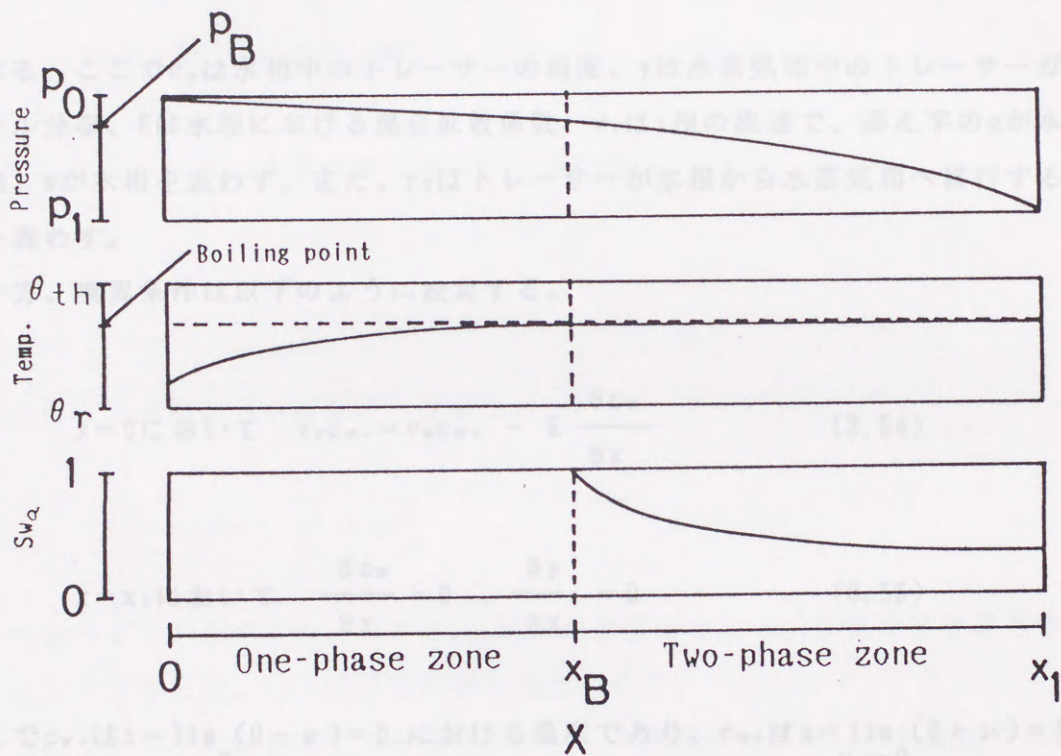


図3.18 圧力、飽和率および温度の各分布の概念図

( $x_B$  : 沸騰を始める位置,

$\theta_{th}$ : 恒温槽温度,  $\theta_r$ : 室温

$p_0$  : 注入口圧力,  $p_1$ : 流出口圧力

$p_B$  :  $x_B$ における圧力,

$S_{wa}$ :  $x$ における飽和率の平均値)

水蒸気相

$$(1 - S_{wa}) \frac{\partial y}{\partial t} = - \frac{\partial (v_g y)}{\partial x} + \frac{r_T}{\rho_g} \quad (3.52)$$

水相

$$S_{wa} \frac{\partial c_w}{\partial t} = - \frac{\partial (v_w c_w)}{\partial x} + E \frac{\partial}{\partial x} S_{wa} \frac{\partial c_w}{\partial x} - r_T \quad (3.53)$$

となる。ここで  $c_w$  は水相中のトレーサーの濃度、 $y$  は水蒸気相中のトレーサーガスのモル分率、 $E$  は水相における混合拡散係数、 $v_i$  は  $i$  相の流速で、添え字の  $g$  が水蒸気相、 $w$  が水相を表わす。また、 $r_T$  はトレーサーが水相から水蒸気相へ移行する速度を表わす。

一方、境界条件は以下のように設定する。

$$x=0 \text{ において } v_w c_{w-} = v_w c_{w+} - E \frac{\partial c_w}{\partial x} \quad (3.54)$$

$$x=x_1 \text{ において } \frac{\partial c_w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (3.55)$$

ここで  $c_{w-}$  は  $x = \lim_{\nu \rightarrow 0} (0 - \nu) = 0_-$  における濃度であり、 $c_{w+}$  は  $x = \lim_{\nu \rightarrow 0} (0 + \nu) = 0_+$

の濃度である。また初期条件およびトレーサーの注入は以下のように定める。

$$t=0, 0 \leq x \leq x_1, \quad c_w = 0, y = 0 \quad (3.56)$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq t \leq t_{IN} \\ t < 0, t_{IN} < t \end{array} \right\} \begin{array}{l} c_{w-} = c_w^* \\ c_{w-} = 0 \end{array} \quad (3.57)$$

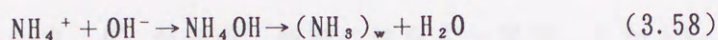
ここで  $c_w^*$  は注入トレーサー濃度である。

なお、トレーサーの注入位置である  $x=0$  の条件は closed vessel の境界条件と

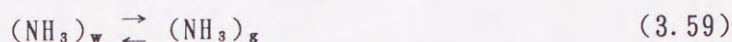
呼ばれ、系外より系内の混合が大きい場合に用いるものである<sup>26)</sup>。

さて、以下に $r_T$ について考えるために、トレーサーとしてアンモニア水溶液を用いた場合を一つの具体例として取り上げよう。

いま、水相中に溶解していたアンモニアが、ある温度まで上昇すると過飽和となり、ガスとなるが、その時のアンモニアの溶解反応は(3.58)式に示すように瞬間的に右に移行する。



そして、さらに水相と水蒸気相の間における平衡



を考えると、水相から水蒸気相への速度 $r_{T1}$ は

$$r_{T1} = a_{wg} K_G (c_w - \rho_g y) \quad (3.60)$$

により表わすことができる。ここで $a_{wg}$ は単位体積中の水と水蒸気の気液界面の面積、つまり比表面積、 $K_G$ は総括物質移動係数である。

一方、トレーサーは発生する水蒸気に伴って水蒸気相に移ることも考えられる。その場合の速度 $r_{T2}$ は

$$r_{T2} = G' c_w \quad (3.61)$$

である。ここで $G'$ は(3.22)式において定義した単位時間、単位体積あたり水が水蒸気になる体積(水相の体積に換算)である。

したがって、トレーサーの移動する速度 $r_T$ は(3.60)式、(3.61)式に表わす二つの機構より

$$r_T = r_{T1} + r_{T2} \quad (3.62)$$

と表わすことができる。ここで、トレーサーの水蒸気相から水相への移動を無視すると、(3.62)式は

$$r_T = (a_{wg}K_G + G')c_w \quad (3.63)$$

となる。いま、 $G'$  が場所、時間に依らず一定で、しかも $K_G$ が十分大きく一定とすると $(a_{wg}K_G + G')$ は定数となるから、(3.63)式は改めて

$$r_T = K_{GT}c_w, \quad K_{GT} = a_{wg}K_G + G' \quad (3.64)$$

と表わすことができる。

さて、次に基礎方程式、境界条件および初期条件を次の無次元数を用いて無次元化する。

$$C_w = \frac{c_w}{c_w^*}, \quad C_g = \frac{y \rho_g}{c_w^*}, \quad P_e = \frac{v_w^*(X_1 - X_B)}{E},$$

$$T = \frac{t}{t^*}, \quad t^* = \frac{(X_1 - X_B)\epsilon}{v_w^*}, \quad D_a = \frac{K_{GT}t^*}{\epsilon}, \quad X = \frac{X - X_B}{X_1 - X_B}, \quad X_{IN} = \frac{-X_B}{X_1 - X_B}$$

ここで、 $v_w^*$ は水相の温度が373Kにおける水の流速、 $t$ は時間、 $t^*$ は滞在時間である。また、 $P_e$ はペクレ数と呼ばれ、トレーサーの移動において混合拡散による移動のしやすさに対する流れによる移動のしやすさを表わす<sup>27)</sup>無次元数である。また、 $D_a$ は無次元の物質移動係数で、滞在時間を代表時間としたものである。

これらより無次元基礎方程式は水蒸気相に関して

$$(1 - S_{wa}) \frac{\partial C_g}{\partial T} = - \frac{\partial (V_g C_g)}{\partial X} + D_a C_w \quad (3.65)$$

となる。また、水相に関しても同様に

$$S_{wa} \frac{\partial C_w}{\partial T} = - \frac{\partial (V_w C_w)}{\partial X} + \frac{1}{P_e} \frac{\partial}{\partial X} S_{wa} \frac{\partial C_w}{\partial X} - D_a C_w \quad (3.66)$$

となる。また、境界条件は

$$X = X_{IN} \text{において} \quad V_w C_{w-} = V_w C_{w+} - \frac{1}{P_e} \frac{\partial C_w}{\partial X} \quad (3.67)$$

$$X = 1 \text{において} \quad \frac{\partial C_w}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial C_g}{\partial X} = 0 \quad (3.68)$$

のように、初期条件およびトレーサーの注入は

$$T = 0, X_{IN} \leq X \leq 1, \quad C_w = 0, C_g = 0 \quad (3.69)$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq T \leq T_{IN} \quad C_{w-} = 1 \\ T < 0, T_{IN} < T \quad C_{w-} = 0 \end{array} \right\} \quad (3.70)$$

のように表わすことができる。

以上の無次元基礎方程式を差分法を用いて解く。その際、まず前節と同様に定常状態における圧力Pおよび飽和率 $S_{wa}$ を求める。そして、その結果およびダルシー則より水相、水蒸気相の流速 $V_w$ および $V_g$ を算出する。それらの値を代入した(3.65)式および(3.66)式を、さらに境界条件(3.67)式、(3.68)式、初期条件(3.69)式およびトレーサーの注入を表わす(3.70)式とともに解く。

### 3.5.2 数値計算

さて、注入したトレーサーの総量は亀裂層内に蓄積している量と流出した水蒸



気相および水相内に含まれていた量をあわせた値になるはずである。このことは物質収支式である(3.65)および(3.66)式の物理的意味に他ならない。しかしながら3.3節においても述べたように数値計算を行った場合、得られた解がこのことを完全に満たすとは限らない。そこで、本研究では得られた数値解が物質収支式をどの程度満たすか調べ、ある許容誤差内に収まるように離散時間および離散距離を設定する。すなわち、トレーサーの無次元注入量 $W_{IN}$ は

$$W_{IN} = \int_0^{T_{IN}} V_{WX-0} C_{WX-0} dT \quad (3.71)$$

であり、トレーサーの出口からの流出量 $W_{OUT}$ は、

$$W_{OUT} = \int_0^{\infty} (V_{WX-1} C_{WX-1} + V_{GX-1} C_{GX-1}) dT \quad (3.72)$$

であるから、 $T$ が十分大きいとき、系内にもはやトレーサーは蓄積しておらず、物質収支より

$$W_{IN} = W_{OUT} \quad (3.73)$$

が成立するはずである。そこで、数値解の誤差 $E_{MB}[\%]$ を次のように定義する。

$$E_{MB} = \frac{|W_{IN} - W_{OUT}|}{W_{IN}} \cdot 10^2 \quad (3.74)$$

本章では、各計算毎に $E_{MB}$ を算出したところ、その値はいずれの場合も1%未満に収まることを確認した。

また、計算により得られた応答はトレーサーの総注入量 $W_{IN}$ により正規化し、インパルス応答とみなす。インパルス応答とは本来デルタ関数の入力により得られる応答を意味するが、数値計算ではデルタ関数を表わすのは困難なために、

(3.70)式のような矩形波を入力する。この問題は数値計算だけでなく、実験からインパルス応答を得る場合にも同様に生じるため、従来より検討されているが、単相の混合拡散モデルでは注入時間を滞在時間の5%以内に設定すれば、 $W_{IN}$ により正規化した応答はインパルス応答にほぼ一致する<sup>9), 10), 18), 26), 28)</sup>。そこで本研究のような二相流においてもこの入力方法が妥当かどうかを確認した。図3.19にその結果の一例( $G=2.5 \times 10^{-3}$ ,  $P_e=10$ ,  $X_{IN}=-0.5$ ,  $D_a=1$ ,  $m=4$ )を示す。この図から明かなように $W_{IN}$ により正規化した応答はトレーサー注入時間 $T_{IN}$ が小さい場合、 $T_{IN}$ に依存しないことがわかる。この場合おおよそ $T_{IN}$ を1より大きくすると応答に及ぼす $T_{IN}$ の影響を無視できなくなる。無次元時間 $T=1$ とは亀裂層の滞在時間を意味するが、二相状態では水の流入流速は水のみが流れる場合よりも小さくなるため(この場合は約1/5)、結果的に水のみが流れる場合よりも長くトレーサーを注入しても応答に及ぼす $T_{IN}$ の影響は小さかったと解釈できる。以下に示す計算結果は、図3.19と同様、応答に及ぼす $T_{IN}$ の影響を検討し、その影響が無視できることを確認している。このことはトレーサーの注入時間を計算と実験において厳密に一致させる必要がないことを意味し、地熱貯留層におけるトレーサー試験のように一度に大量にトレーサーを注入する場合の解析に有用な知見である。

さて、(3.62)式においてトレーサーの水相から水蒸気相への移動の機構について2つの機構を考えた。ひとつは気液平衡に従うもの、もう一つは、気液平衡ではなく、発生する水蒸気に伴って水相から水蒸気相に移る機構である。それらのどちらの機構が支配的かは用いるトレーサーの種類に依存する。気液平衡を仮定できる物質、例えば沃化アンモニウムなどをトレーサーとした場合、無次元の総括物質移動係数 $D_a$ は十分大きい。一方、水の同位体をトレーサーとして考える場合、 $D_a$ は $G$ におおよそ一致する。図3.20に $D_a$ の値とトレーサー応答との関係の一例( $G=2.5 \times 10^{-3}$ ,  $P_e=60$ ,  $X_{IN}=-0.5$ ,  $m=4$ )を示す。この図よりわかるように、 $D_a$ を5以上にするとトレーサー応答は $D_a$ に依存しない。つまり、その場合の応答は $D_a$ を無限大とした応答に等しく、トレーサーの水相から水蒸気相への速度を無限大と仮定したときの応答を意味する。一方、図3.21に水相に残ったトレーサー濃度の出口 $X=1$ における経時変化を示す。この場合、 $D_a$ が小さくなると、トレーサーは水蒸気相に移ることなく、水相に存在することを表わす。また、 $D_a$ が5より大きい場合、水相にトレーサーはほとんど存在しない。

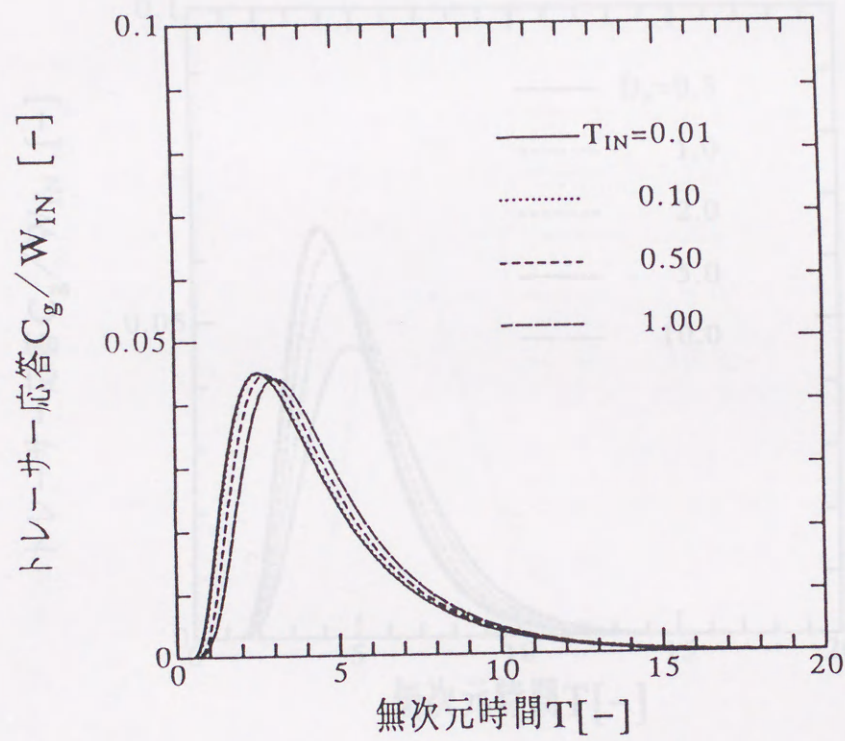


図3.19 応答に及ぼすトレーサー注入時間 $T_{IN}$ の影響

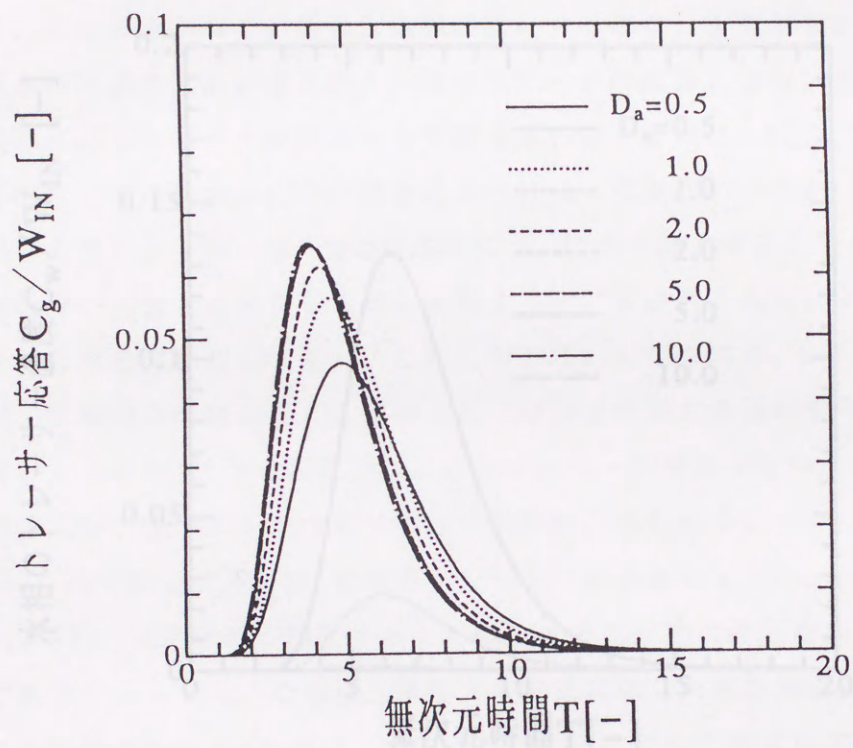


図3.20 トレーサー応答に及ぼす $D_a$ の影響

3. 5. 2 計算結果

図3.22に(3.14)式中の $\alpha$ を4.2および2とした場合における $C=2.5 \times 10^{-4}$ のトレーサー応答を示す。なお、その溶媒パラメータは一例として $\mu_w=0.5$ 、 $\mu_a=10$ 、 $\alpha_0=10$ とした。これらの応答の中で、最初に溶媒な方向に飽和率5%の分布が存在し、液相と気相が独立に流れる状態を最も強く持つ場合、すなわち $\alpha=2$ の場合においてトレーサー応答が最も高いピークを持つ。また、その到達時間も早い。これに対して、 $\alpha$ に外れがなく、液相と気相が混合する場合、すなわち $\alpha=4$ の場合の応答は最も上流側でピークが現れるような遅いピークの特徴となる。また、他の場合に比較して、この遅いピークが到達する時間も遅くなる。正しく $\alpha$ の区別(3.1)における $\alpha$ の値が異なる場合におけるトレーサー応答の異なることを示す。

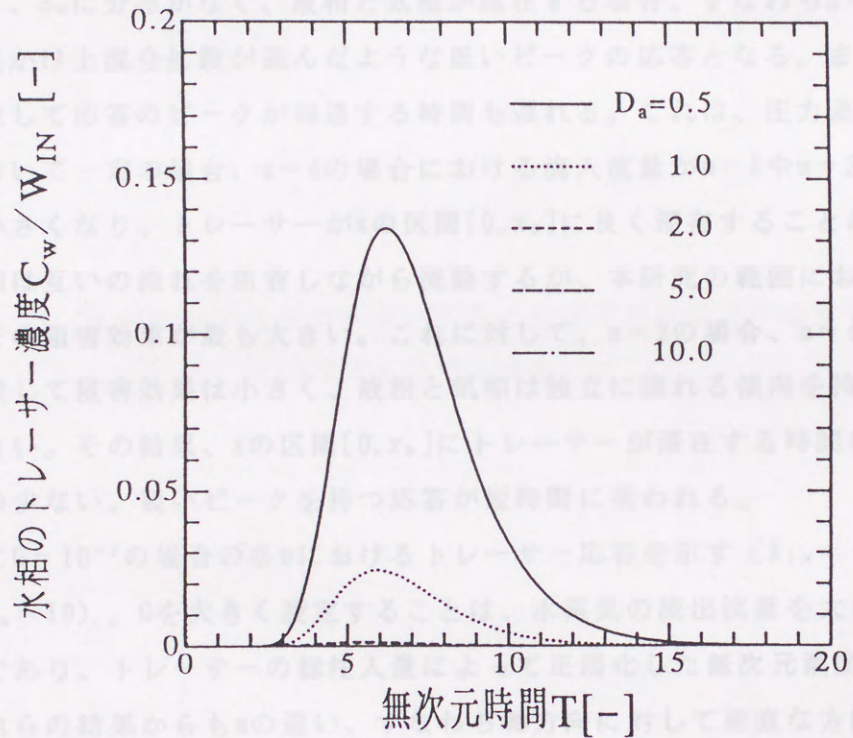


図3.21  $X=1$ における水相に残ったトレーサー濃度の経時変化

以上の計算結果は気相へのトレーサーの移動速度を十分に大きい( $D_a=10$ )と仮定したものである。この場合、トレーサーの移動速度が十分に大きいと仮定して、液相と気相が独立に流れる状態を最も強く持つ場合、すなわち $\alpha=2$ の場合においてトレーサー応答が最も高いピークを持つ。また、その到達時間も早い。これに対して、 $\alpha$ に外れがなく、液相と気相が混合する場合、すなわち $\alpha=4$ の場合の応答は最も上流側でピークが現れるような遅いピークの特徴となる。また、他の場合に比較して、この遅いピークが到達する時間も遅くなる。正しく $\alpha$ の区別(3.1)における $\alpha$ の値が異なる場合におけるトレーサー応答の異なることを示す。

### 3. 5. 3 計算結果

図3.22に(3.14)式中の $m$ を4,3および2とした場合における $G=2.5 \times 10^{-3}$ のトレーサー応答を示す。なお、その他のパラメータは一例として $X_{1N} = -0.5$ 、 $P_e = 60$ 、 $D_a = 10$ とした。これらの応答の中で、流れに垂直な方向に飽和率 $S_w$ の分布が存在し、液相と気相が独立に流れる傾向を最も強く持つ場合、すなわち $m=2$ の場合においてトレーサー応答が最も高いピークを持つ。また、その到達時間も早い。これに対して、 $S_w$ に分布がなく、液相と気相が混在する場合、すなわち $m=4$ の場合の応答は見かけ上混合拡散が進んだような低いピークの応答となる。また、他の場合に比較して応答のピークが到達する時間も遅れる。これは、圧力差が $x$ の区間 $[0, x_1]$ において一定の場合、 $m=4$ の場合における流入流量が $m=3$ や $m=2$ の場合に比較して小さくなり、トレーサーが $x$ の区間 $[0, x_B]$ に長く滞在することに由来する。液相と気相は互いの流れを阻害しながら流動するが、本研究の範囲において $m=4$ の場合、その阻害効果が最も大きい。これに対して、 $m=2$ の場合、 $m=4$ や $m=3$ の場合に比較して阻害効果は小さく、液相と気相は独立に流れる傾向を持ち、流入流量は大きい。その結果、 $x$ の区間 $[0, x_B]$ にトレーサーが滞在する時間は比較的短く、混合の少ない、鋭いピークを持つ応答が短時間に現われる。

図3.23に $G=10^{-2}$ の場合の各 $m$ におけるトレーサー応答を示す( $X_{1N} = -0.5$ 、 $P_e = 60$ 、 $D_a = 10$ )。 $G$ を大きく設定することは、水蒸気の流出流量を大きくすることに等価であり、トレーサーの総注入量によって正規化した無次元濃度は小さくなる。これらの結果からも $m$ の違い、すなわち軸方向に対して垂直な方向における飽和率 $S_w$ の分布の違いがトレーサー応答の違いとして現われることがわかる。

以上の計算結果は気相へのトレーサーの移動速度を十分に大きい( $D_a = 10$ )と仮定したもので、飽和率の分布に起因した流入流量の違いとトレーサー応答との関係に絞って言及している。無論、この関係はトレーサー応答解析においてきわめて重要である。しかし、トレーサーに及ぼす飽和率の分布の影響を考えると、この検討だけでは十分とは言えない。すなわち、飽和率に分布があると、気液界面にも分布が存在する。したがって、たとえ液相から気相に移行する速度が気液平衡に従うとしても、気液界面の分布により $D_a$ を十分大きく評価できない場合も起こり得る。たとえば、飽和率に分布があると、気液界面に比較的近いトレーサー分子と遠いトレーサー分子が存在する。前者は速やかに液相から気相へと移

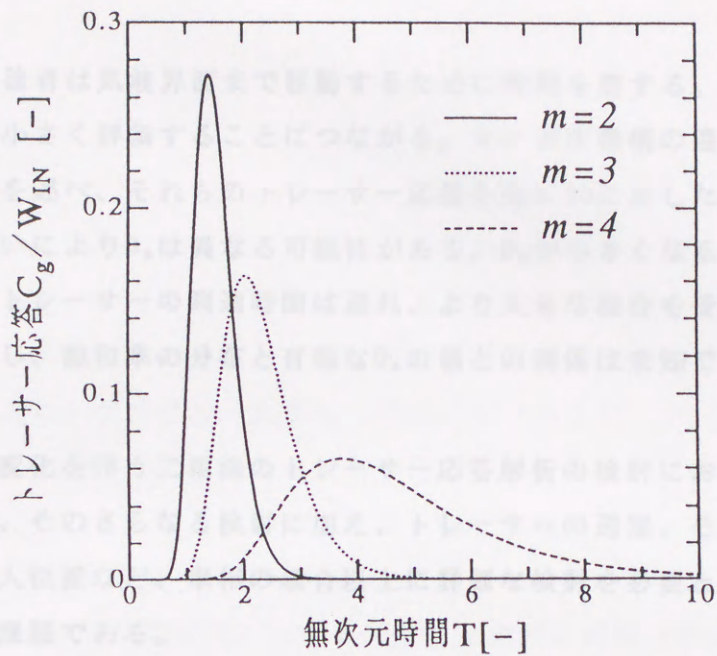


図3.22 気相におけるトレーサー応答に及ぼす相対浸透率の影響  
( $G = 2.5 \times 10^{-3}$ の場合)

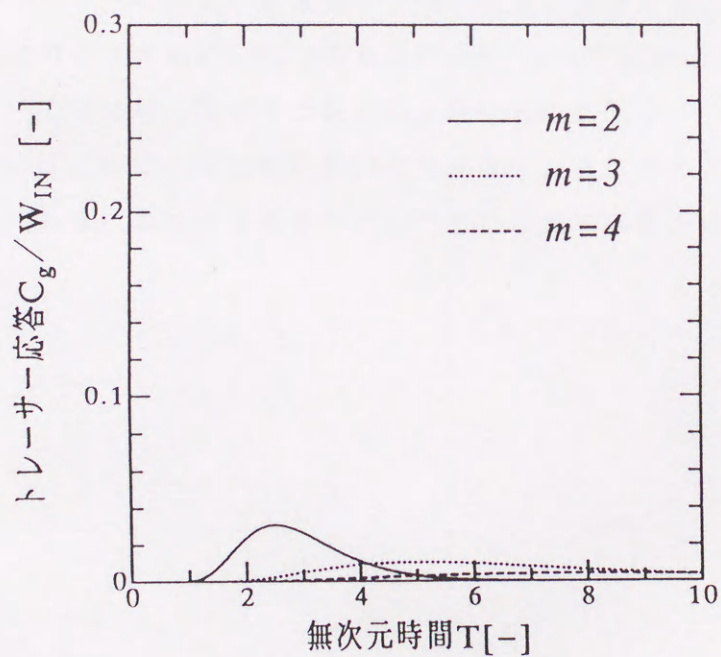


図3.23 気相におけるトレーサー応答に及ぼす相対浸透率の影響  
( $G = 1.0 \times 10^{-2}$ の場合)

動できるが、後者は気液界面まで移動するために時間を要する。このことは $D_a$ の値をみかけ上小さく評価することにつながる。先に速度機構の違いにより $D_a$ の値が異なることを述べ、それらのトレーサー応答を図3.20に示したが、加えて飽和率の分布の違いにより $D_a$ は異なる可能性がある。 $D_a$ が小さくなると、図3.20からわかるようにトレーサーの到達時間は遅れ、より大きな混合を受けたような応答になる。しかし、飽和率の分布と有効な $D_a$ の値との関係は未知で今後の検討を要する。

本研究は相変化を伴う二相流のトレーサー応答解析の検討においてその端緒を与えるもので、そのさらなる検討に加え、トレーサーの選定、その分析およびトレーサーの注入位置など、単相の場合以上に詳細な検討を必要とする。これらの問題は今後の課題である。



### 3. 6 結言

本章では、飽和率の分布をモデル化し、その相対浸透率と飽和率の平均値との相関式を提案した。そしてこの相関式を次元非定常の数学モデルに適用した。そして、水-水蒸気二相流における熱輸送量に及ぼす飽和率の分布の影響について検討した。また、併せて水-水蒸気二相流におけるトレーサー応答について混合拡散モデルを基礎とした理論的な考察を行い、トレーサー応答に及ぼす飽和率の分布の影響についても論じた。その結果、以下の結論が得られた。

- (1) 液相の相対浸透率が飽和率の平均値の $m$ 乗によって表わされるモデルにより、2章において示した飽和率の分布を考慮した液相と気相の相対浸透率の値をすべて簡便に表わすことができる。
- (2) (3.21)式は気相の相対浸透率をおおよそ近似できる。
- (3) 輸送熱量は飽和率の分布に大きく依存する。
- (4) 気相へのトレーサーの物質移動速度が十分に大きい場合において、液相の相対浸透率が飽和率の平均値の2乗、3乗および4乗によって表わされるとき、各々のトレーサー応答は順に見かけ上混合の大きいものになる。
- (5) トレーサーの注入時間が滞在時間の5%より小さいとき、得られた応答は、トレーサーの総注入量により正規化することでインパルス応答とみなすことができる。

記号

$a$	: 比表面積	[1/m]
$a_{wg}$	: 単位体積中の水と水蒸気の気液界面の面積	[1/m]
$C$	: トレーサーの無次元濃度	[-]
$c_w$	: 水相におけるトレーサー濃度	[mol/m <sup>3</sup> ]
$c_w^*$	: トレーサーの注入濃度	[mol/m <sup>3</sup> ]
$D_a$	: 無次元の総括物質移動係数	[-]
$E$	: 混合拡散係数	[m <sup>2</sup> /s]
$E_{MB}$	: 相対誤差 ((3.74)式)	[%]
$F$	: 飽和率の確率密度関数	[-]
$f$	: ベルヌーイ試行列における $S_w^*{}_2$ の存在割合	[-]
$G$	: 無次元流入熱量	[-]
$G'$	: 単位時間および単位体積あたり、水が水蒸気になる 体積 (水相の体積に換算)	[1/s]
$K_G$	: (3.60)式において定義した総括物質移動係数	[1/s]
$K_{GT}$	: (3.64)式において定義した相変化を考慮した 総括物質移動係数	[1/s]
$k$	: 浸透率	[m <sup>2</sup> ]
$k_r$	: 相対浸透率	[-]
$L_v$	: 潜熱	[J/kg]
$m$	: (3.14)式に定義した指数	[-]
$n_1$	: (3.21)式に定義した指数	[-]
$n_2$	: (3.21)式に定義した指数	[-]
$P$	: 無次元圧力	[-]
$p$	: 圧力	[Pa]
$Pe$	: ペクレ数	[-]
$p_1$	: 流出口における圧力	[Pa]
$Q$	: 流出流量	[kg/s]
$Q_{in}$	: 流入熱量	[J/s]
$Q_{out}$	: 流出熱量	[J/s]

$\bar{Q}_T$	: 無次元流入流量	[-]
$r_T$	: トレーサーの水相から水蒸気相への移動速度	[mol/(m <sup>3</sup> ・s)]
$r_{T1}$	: 気液界面に基づくトレーサーの移動速度	[mol/(m <sup>3</sup> ・s)]
$r_{T2}$	: 相変化に基づくトレーサーの移動速度	[mol/(m <sup>3</sup> ・s)]
$r_1$	: 半径	[m]
$S$	: 飽和率	[-]
$S_w^*1$	: (3.1)式において定義したベルヌーイ試行列の小さい方の正規化飽和率	[-]
$S_w^*2$	: (3.1)式において定義したベルヌーイ試行列の大きい方の正規化飽和率	[-]
$S_{wc}$	: 液相の残留飽和率	[-]
$S_{gc}$	: 気相の残留飽和率	[-]
$T$	: 無次元時間	[-]
$T_{IN}$	: 無次元のトレーサー注入時間	[-]
$t$	: 時間	[s]
$t_{IN}$	: トレーサーの注入時間	[s]
$t^*$	: 滞在時間	[s]
$U$	: 総括伝熱係数	[W/(m <sup>2</sup> ・K)]
$V$	: 無次元流速	[-]
$v$	: 流速	[m/s]
$v_w^*$	: 沸点における水相のみの流速	[m/s]
$W_{IN}$	: トレーサーの無次元注入量	[-]
$W_{OUT}$	: トレーサーの無次元流出量	[-]
$X$	: 無次元距離	[-]
$X_{IN}$	: トレーサーの注入位置	[-]
$x$	: 流入口からの軸方向距離	[m]
$x_B$	: 流動系における沸騰を始める位置	[m]
$x_1$	: 流入口から流出口までの距離	[m]
$y$	: トレーサーガスのモル分率	[-]

$\gamma$	: 水の密度の水蒸気の密度に対する比	[-]
$\varepsilon$	: 空隙率	[-]
$\theta$	: 温度	[K]
$M$	: 水の粘度の水蒸気の粘度に対する比	[-]
$\mu$	: 粘度	[Pa·s]
$\rho$	: 密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	: 標準偏差	[-]

添え字

- a : 平均値
  - f : 流体
  - g : 気相 (水蒸気)
  - th : 流動系の周囲
  - w : 液相 (水)
  - 0 : 流入口
  - 1 : 流出口
- 10) 千田 信, 新編第一(地熱エネルギー), 31, 146 (1984)
- 11) 新編第一, 和崎紀彦, 千田 信, 田中正三: 日本地熱学会誌, 3, 261 (1986)
- 12) Fagher, O. E., J. Pet. Tech., 29, 1410 (1977)
- 13) Horne, R. N.: Geothermal Resources Council, Trans., 5, 391 (1981)
- 14) Horne, R. N., K. A. Braltenbeck & M. P. Fossas: Proc. 5th Workshop of Geothermal Reservoir Engineering, Stanford Univ., 289 (1982)
- 15) Tester, J. W., R. L. Bivins & E. M. Potter: Soc. Pet. Eng. J., 22, 587 (1982)
- 16) Horne, R. N.: Geothermics, 14, 469 (1985)
- 17) McCabe, F. J., R. J. Barry & E. R. Manning: Geothermics, 12, 85 (1983)
- 18) Robinson, E. A. & J. W. Tester: J. Geophys. Res., 39, 10274 (1984)
- 19) Horne, R. N. & F. Rodriguez: Geophys. Res. Letters, 10, 280 (1983)
- 20) Buyakova, T. S., P. F. Andronov, O. Guven & E. J. Moja: Water Resour. Res., 22, 663 (1986)

本章における引用文献

- 1) 新堀雄一, 千田 佶: 日本地熱学会誌, 14, 323 (1992)
- 2) Niibori, Y., A. Kounoso & T. Chida: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 14, 129 (1992)
- 3) 千田 佶, 新堀雄一: 資源・素材学会誌, 106, 705 (1990)
- 4) Huyakorn, P. S. & G. F. Pinder: "Computational Methods in Subsurface Flow", pp. 150-386, Academic Press, New York (1983)
- 5) Sheldon, J. W., B. Zondek & W. T. Cardwell: Trans. SPE of AIME, 216, 290 (1959)
- 6) Stone, H. L. & A. O. Garder Jr.: Trans. SPE of AIME, 222, 92 (1961)
- 7) Aziz, K. & A. Settari: "Petroleum Reservoir Simulation", pp. 135-155, Applied Science Publishers Ltd., London (1979)
- 8) Faust, C. R. & J. W. Mercer, Water Resour. Res., 15, 31 (1979)
- 9) 日本化学会編: 「化学便覧 改訂3版 基礎編 II」, pp. 3-73, 丸善 (1984)
- 10) 千田 佶, 新堀雄一: 地熱エネルギー, 11, 146 (1986)
- 11) 新堀雄一, 和嶋延寿, 千田 佶, 田中正三: 日本地熱学会誌, 8, 261 (1986)
- 12) Wagner, O. R.: J. Pet. Tech, 29, 1410 (1977)
- 13) Horne, R. N.: Geothermal Resources Council, Trans., 5, 291 (1981)
- 14) Horne, R. N., K. A. Breitenbach & M. P. Fossum: Proc. 8th Workshop of Geothermal Reservoir Engineering, Stanford Univ., 289 (1982)
- 15) Tester, J. W., R. L. Bivins & R. M. Potter: Soc. Pet. Eng. J, 22, 537 (1982)
- 16) Horne, R. N.: Geothermics, 14, 449 (1985)
- 17) McCabe, W. J., B. J. Barry & M. R. Manning: Geothermics, 12, 83 (1983)
- 18) Robinson, B. A. & J. W. Tester: J. Geophys. Res., 89, 10374 (1984)
- 19) Horne, R. N. & F. Rodriguez: Geophys. Res. Letters, 10, 289 (1983)
- 20) Huyakone, P. S., P. F. Andersen, O. Guven & F. J. Molz: Water Resour. Res., 22, 663 (1986)

- 21) Seetharam, R. V. & H. A. Deans: SPE Reservoir Engineering, (Feb., 1989), 35 (1989)
- 22) Hayashi, K. & H. Abè: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 11, 203 (1989)
- 23) 小倉啓明, 新堀雄一, 千田 侖: 日本地熱学会誌, 13, 95 (1991)
- 24) 石原義光: 地熱エネルギー, 13, 88 (1988)
- 25) 野々口 稔: 地熱エネルギー, 14, 149 (1989)
- 26) Levenspiel, O.: "Chemical Reaction Engineering, Second Edition", pp. 257-265, JOHN WILEY & SONS, Inc., New York (1972)
- 27) 国井大蔵, 古崎新太郎: "移動現象論", p. 211, 培風館 (1980)
- 28) 大矢晴彦, 諸岡成治: "移動速度論", pp. 220-221, 技報堂出版 (1980)

## 4. 2 実験

### 4.2.1 実験装置および手順

図4.1に実験装置の概略図を、図4.2に実験装置の詳細図を示す。用いた充填層は、内径19mmの水平ガラス管に9.3mmのガラス粒子を充填したものである。充填層の長さには2種類で、ひとつは200mm、もう一つは145mmである。本研究では流動水の駆動力は充填層の流入口側のオーバーフローにより一定に保つ。また、流出口側は下子管を設け気水分離を行う。抽出した水蒸気は冷却管により凝縮させ、その蒸気量質量を所定時間毎に電子天秤（長計器製作所製, JP-3007）により測定する。また、水の蒸気抽出量も同様に電子天秤により測定する。一方、充填層内に熱電対(CC)を設置し(図4.3)、層内の各方向の温度分布を得る。これらの測定値はパーソナルコンピュータ(日本電気製PC9801)によりフロッピーディスクに記録する。その他、電子天秤の測定値は07-13インターフェイスを、また、温度はA/D変換器(東洋科学製7411アナログレシジョンコントローラ)およびRS232Cインターフェイスを用いた。なお、本および水蒸気の蒸気抽出量はコンピュータにより連続的に逐次表示し、その変化を監視できるようにした。

## 第4章 室内実験と相関式による実験結果の解析

### 4.1 緒言

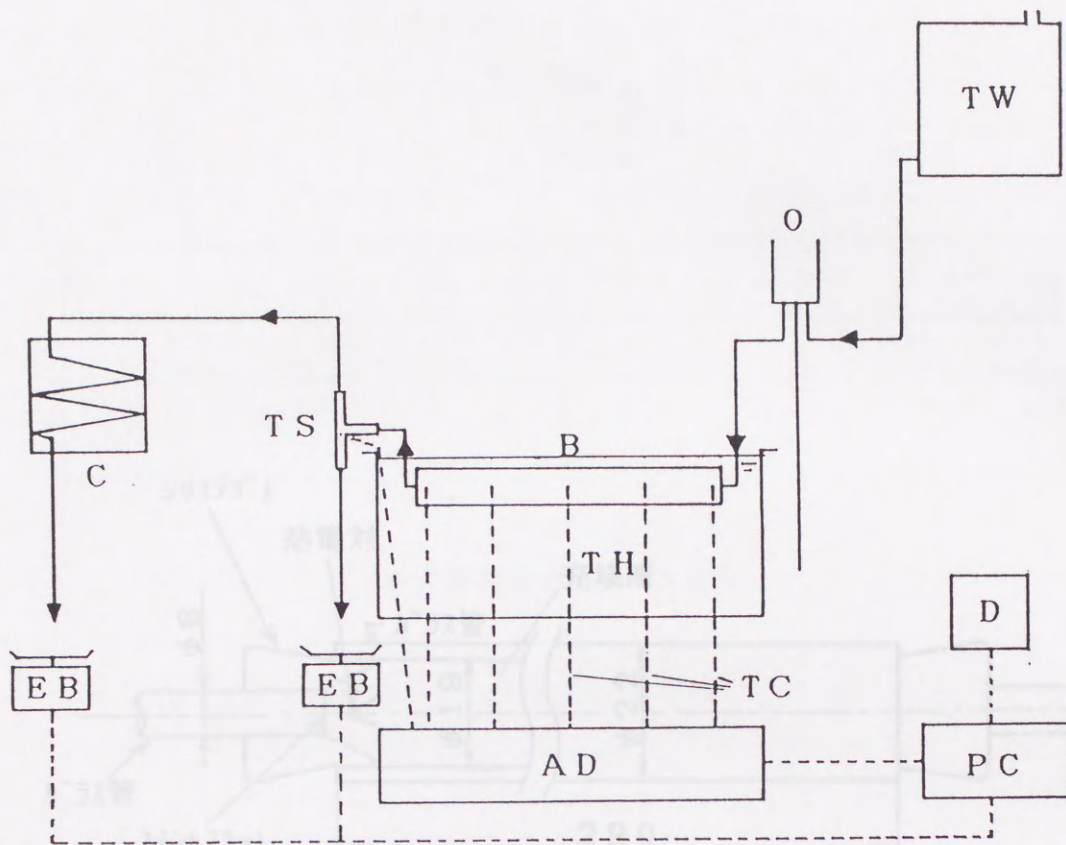
第2章において飽和率の分布を考慮した相対浸透率を提案し、第3章において、飽和率の平均値と相対浸透率との相関式を提案した。そして、その相関式を用いて水-水蒸気二相流の数値実験を行い、地熱貯留層における熱および物質移動の解析において、飽和率の分布を考慮した相対浸透率が必要となることを示した。

本章<sup>1)~4)</sup>では、充填層を用いた室内実験を行い、その結果を前章において提案した飽和率の平均値と相対浸透率の相関式を用いて解析する。そして、亀裂層における水-水蒸気二相流の流動挙動に関する基礎的知見を得るとともに、相関式の妥当性を検討する。

### 4.2 実験

#### 4.2.1 実験装置および手順

図4.1に実験装置の概略図を、図4.2に充填層の詳細図を示す。用いた充填層は、内径19mmの水平ガラス管に0.3mmのガラス粒子を充填したものである。充填層の長さは2種類で、ひとつは290mm、もう一つは145mmである。本研究では流動水の駆動力は充填層の流入側側のオーバーフローにより一定に保つ。また、流出口側にT字管を設け気水分離を行う。流出した水蒸気は冷却器により凝縮させ、その流出累積量を所定時間毎に電子天秤（長計量器製作所製, JP-300W）により測定する。また、水の累積流出量も同様に電子天秤により測定する。一方、充填層内に熱電対(CC)を設置し(図4.3)、層内の軸方向の温度分布を得る。これらの測定値はパーソナルコンピュータ（日本電気製PC9801）によりフロッピーディスクに記録する。その際、電子天秤の重量値はGP-1Bインターフェイスを、また、温度はA/D変換器（東栄科学製7v11アクジションコントローラ）およびRS232Cインターフェイスを利用した。なお、水および水蒸気の累積流出量はコンピュータにより流量に逐次変換し、その変化を監視できるようにした。



C	冷却器	B	充填層	TW	貯水槽
TS	T字管	TH	恒温槽	O	オ-パ-フロー
EB	電子天秤	AD	A/D変換器	D	ディスクユニット
		TC	熱電対	PC	パーソナルコンピュータ

図4.2 充填層の断面図 (長さ210mmの場合)

(数値の単位:mm)

図4.1 実験装置の概略図



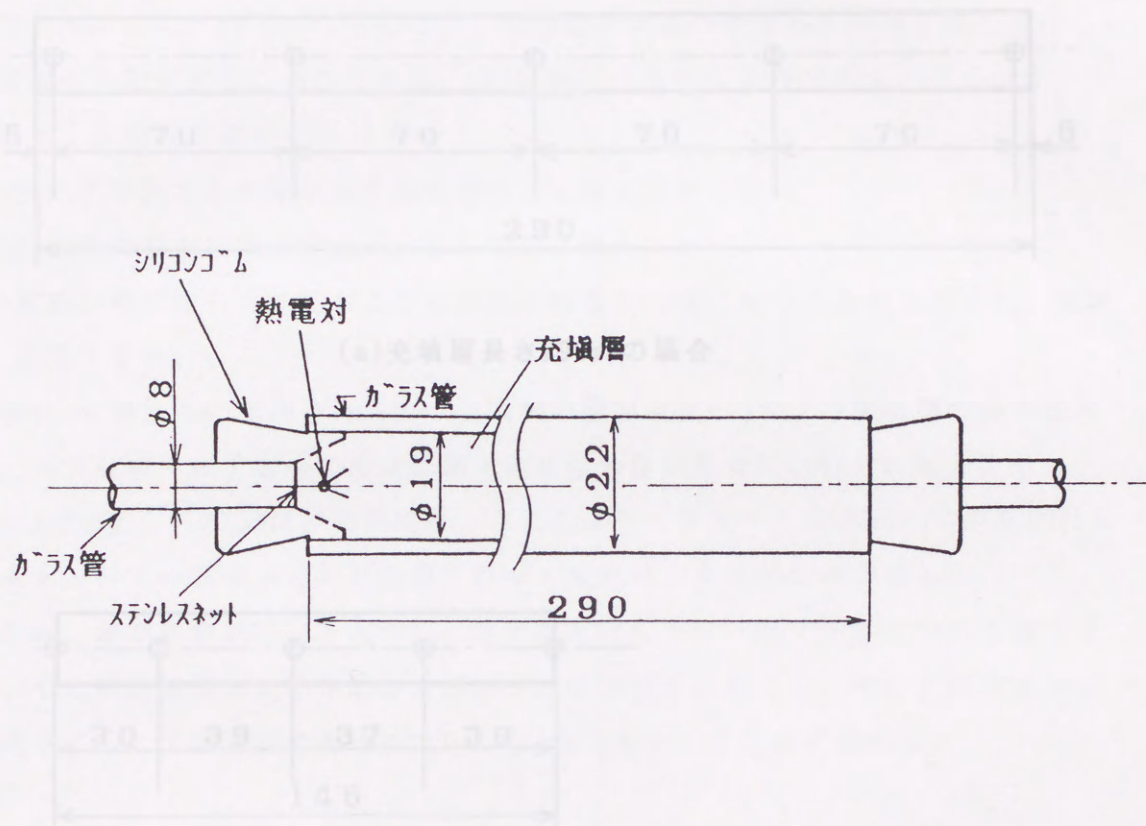
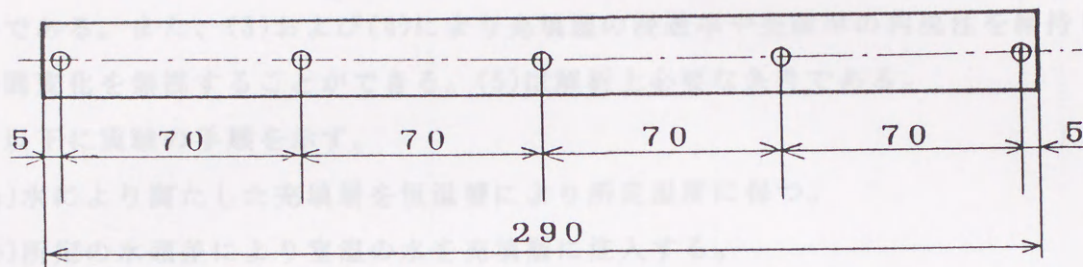


図4.2 充填層の詳細図（長さ290mmの場合）  
（数値の単位:mm）

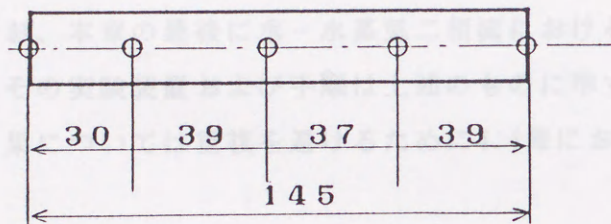
図4.3 熱電対の位置（O:熱電対、単位:mm）

なお、本研究において充填層にガス大粒子を用いた理由は、(1)水に濡れ易い、(2)ダムシー膜により流動を促進できる、(3)粒子の形状がほぼ球形で、径の均一なものを用いることができる、(4)溶解しない、(5)物性が室温で定まるなどにある。これらの中で(1)および(2)は、砂充填層内の流動を支配する現象を促進する上で必要な条件である。



(a) 充填層長さ290mmの場合

表4.1に想定した水流量[ $ml/min$ ]、気流速度[ $m/s$ ]および充填層の長さを示す。本実験条件による水の流速は相変化を伴わない場合において、おおよそ $1m/s$ である。この流速は、地熱地帯、たとえばワイラケイ、大畑、八丁原などにおけるトレーサー試験から得た流速<sup>1)</sup>の中で比較的大きな値に相当する。



(b) 充填層長さ145mmの場合

#### 4. 2. 2 実験結果

図4.4に定常状態における充填層内の軸方向温度分布を示す。これらの結果は充填層長さを290mmとした場合のものである。充填層に注入された水は発入口から10cm以内で急激に昇温し、沸点に達している。この層内は気泡発生率が高い場合により顕著になることがわかる。また、発出口に近い2点の温度が373Kより明らかに高い温度となっている場合がある。これは気泡層の温度を373Kに設定した場合(No.18)であり、気泡層の温度が比較的高いために充填層の下流の領域において液体は乾き水蒸気になり、373K以上の温度になったものであろう。

図4.3 熱電対の位置 (○:熱電対、単位:mm)

なお、本研究において充填層にガラス粒子を用いた理由は、(1)水に濡れ易い、(2)ダルシー則により流動を整理できる、(3)粒子の形状がほぼ球形で、径の均一なもの入手できる、(4)溶解しない、(5)物性が既知であるなどにある。これらの中で(1)および(2)は、貯留層内の流動を支配する亀裂を模擬する上で必要な条件である。また、(3)および(4)により充填層の浸透率や空隙率の再現性を維持し、時間変化を無視することができる。(5)は解析上必要な条件である。

以下に実験の手順を示す。

- (a)水により満たした充填層を恒温槽により所定温度に保つ。
- (b)所定の水頭差により室温の水を充填層に注入する。
- (c)流出口側で得られる水および水蒸気の流量が一定になるときを定常とし、実験を終了する。

表4.1に設定した水頭差[mH<sub>2</sub>O]、恒温槽の設定温度[K]および充填層の長さを示す。本実験条件による水の流速は相変化を伴わない場合において、おおよそ1mm/sである。この値は、地熱地帯、たとえばワイラケイ、大沼、八丁原などにおけるトレーサー試験から得た流速<sup>9)</sup>の中で比較的大きな値に相当する。

なお、本章の最後に水-水蒸気二相流におけるトレーサー応答について述べるが、その実験装置および手順は上述のものに準ずる。そこで、その実験方法および結果については重複を避けるために4.4節においてまとめて述べる。

#### 4. 2. 2 実験結果および考察

図4.4に定常状態における充填層内の軸方向温度分布を示す。これらの結果は充填層長さを290mmとした実験 (RunNo. 11~18) によるものである。充填層に注入された水は流入口から10cm以内で急激に昇温し、沸点に達している。この傾向は恒温槽温度が高い場合により顕著になることがわかる。また、流出口に近い2点の温度値が373Kより明らかに高い温度となっている場合がある。これは恒温槽の温度を386Kに設定した場合 (RunNo. 18) であり、恒温槽の温度が比較的高いために充填層の下流の領域において流体は乾き水蒸気になり、373K以上の温度になったものであろう。

表4.1 実験条件

RunNo.	水頭差[mH <sub>2</sub> O]	恒温槽温度[K]	充填層の長さ[mm]
11	0.2	373.5	290
12	0.2	374.3	290
13	0.2	375.7	290
14	0.2	376.5	290
15	0.2	377.4	290
16	0.2	379.6	290
17	0.2	381.7	290
18	0.2	385.6	290
21	0.1	375.8	145
22	0.1	375.9	145
23	0.1	375.9	145
24	0.1	375.9	145
31	0.1	378.2	145
32	0.1	378.1	145
33	0.1	378.3	145
41	0.1	379.1	145
51	0.1	379.4	145
52	0.1	379.4	145
61	0.1	380.2	145
71	0.1	380.5	145

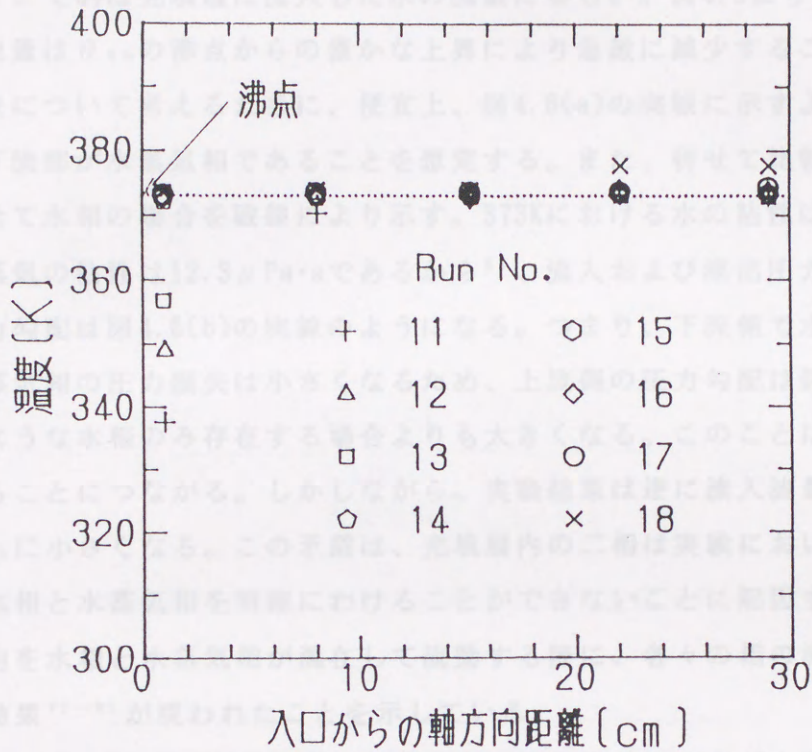


図4.4 各恒温槽温度における定常状態の充填層内温度分布  
(破線: 沸点 373K, Run No. 11~18)

図4.7および図4.8に定常状態における水の流出流量 $Q_w$ および水蒸気の流出流量 $Q_v$ と伝熱管の壁面温度 $T_{w,0}$ との関係(Run No. 11~18)を示す。これらの図より若干の実験結果が示される。すなわち、図4.7(a)の図に示すような上流側が水相、下流側が水蒸気相であることを示す。また、図4.8(a)の図に示すような水相が全て水蒸気として流出する。次に、図4.4において $T_{w,0}$ が373Kの場合、充填層の下流において373Kよりも高い温度になることを示し、その理由については後述したが、この結果もまた水蒸気存在を裏付けている。

さて、この実験結果の流出熱量についてさらに以下のような検討を加える。いま、図4.3に示すように充填層の入口を $x=0$ として、液体の温度が沸点に達する軸方向距離を $x_1$ 、充填層の全長を $x_2$ とする。そして、水は区間 $(0, x_1)$ まで昇温し、区間 $(x_1, x_2)$ において二相状態になると考える。その際、区間 $(x_1, x_2)$ に流入する熱量 $Q_{in}$ は次式により表わされる。

$$Q_{in} = \dot{m} c_p (T_{w,0} - T_{in}) + \dot{m} h_{fg} \quad (4.1)$$

図4.5に定常状態における流体の全流量 $Q_T$ [mg/s]すなわち水の流出流量 $Q_w$ と水蒸気の流出流量 $Q_g$ を合計した値と恒温槽温度 $\theta_{th}$ との関係をRunNo. 11~18について示す。ここで $Q_T$ は充填層に流入した水の流量に等しい。図4.5より実験により得られた全流量は $\theta_{th}$ の沸点からの僅かな上昇により急激に減少することがわかる。この現象について考えるために、便宜上、図4.6(a)の実線に示すような上流部が水相、下流部が水蒸気相であることを想定する。また、併せて比較のために充填層内が全て水相の場合を破線により示す。373Kにおける水の粘性は $282 \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ であり、水蒸気の粘性は $12.3 \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ であるから<sup>6)</sup>、流入および流出圧力が一定のとき、その圧力勾配は図4.6(b)の実線のようになる。つまり、下流側で水蒸気が発生すると水蒸気相の圧力損失は小さくなるため、上流側の圧力勾配は図4.6(b)の破線に示すような水相のみ存在する場合よりも大きくなる。このことは流入流量を増加させることにつながる。しかしながら、実験結果は逆に流入流量は水蒸気が発生とともに小さくなる。この矛盾は、充填層内の二相は実験において図4.6(a)のように水相と水蒸気相を明確にわけることができないことに起因する。すなわち、充填層内を水相と水蒸気相が混在して流動する際に、各々の相の流動を互いに阻害する効果<sup>7) - 9)</sup>が現われたことを示している。

図4.7および図4.8に定常状態における水の流出流量 $Q_w$ および水蒸気の流出流量 $Q_g$ と恒温槽の設定温度 $\theta_{th}$ の関係(RunNo. 11~18)を各々示す。これらの図より若干の実験値のばらつきはあるものの $\theta_{th}$ が上昇するにつれて水の流量は減少し、水蒸気の流量が上昇することがわかる。また、おおよそ386Kになると注入流体は全て水蒸気として流出する。先に、図4.4において $\theta_{th}$ が386Kの場合、充填層の下流において373Kよりも高い温度になることを示し、その理由について推定したが、この結果も乾き水蒸気存在を裏付けている。

さて、この実験結果の流出熱量についてさらに以下のような検討を加える。いま、図4.9に示すように充填層の入口を $x=0$ として、流体の温度が沸点に達する軸方向距離を $x_B$ 、充填層の全長を $x_1$ とする。そして、水は区間 $[0, x_B]$ まで昇温し、区間 $[x_B, x_1]$ において二相状態になると考える。その際、区間 $[x_B, x_1]$ に流入する熱量 $q_{IN}$ は次式により表わされる。

$$q_{IN} = 2\pi r_1 (\theta_{th} - \theta_f) (x_1 - x_B) U \quad (4.1)$$

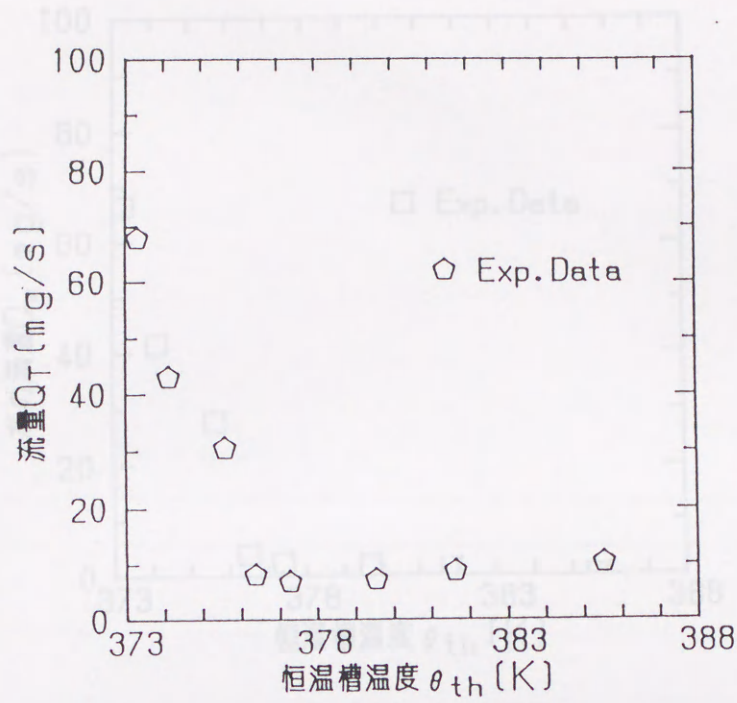


図4.5 恒温槽温度  $\theta_{th}$  と定常状態における全流量  $Q_T$  との関係

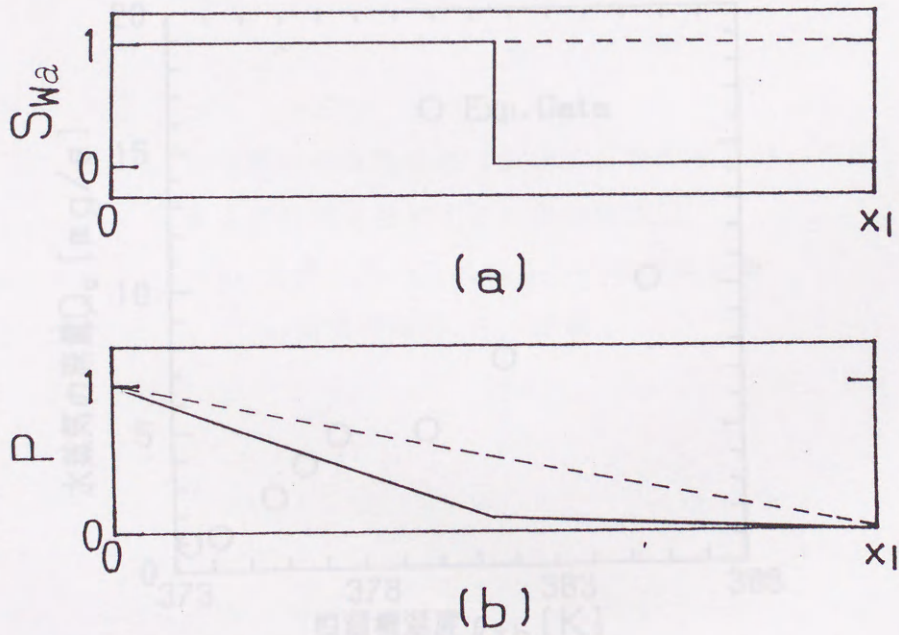


図4.6 飽和率と圧力損失との関係の概念図 ((a)飽和率、(b)圧力、  
実線:相変化を伴う場合、破線:水相のみの場合)

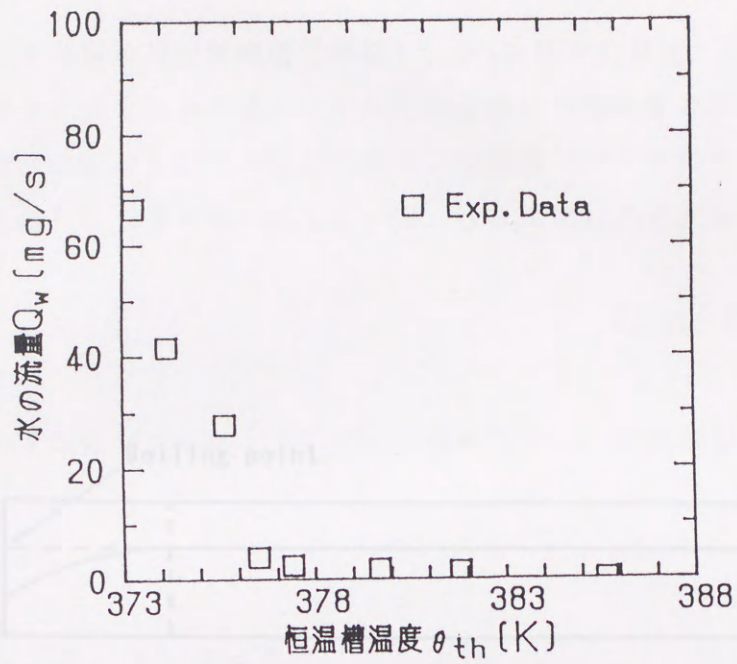


図4.7 恒温槽温度  $\theta_{th}$  と定常状態における水の流出流量  $Q_w$  との関係

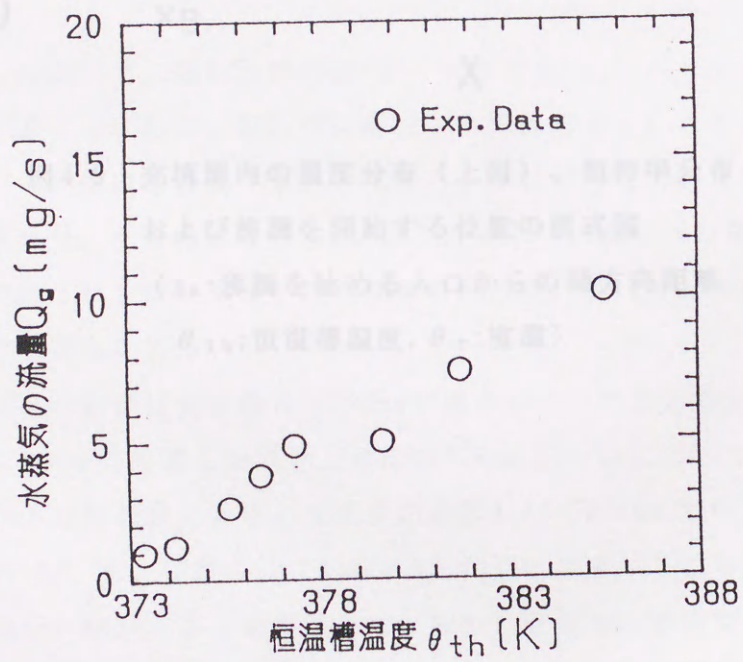


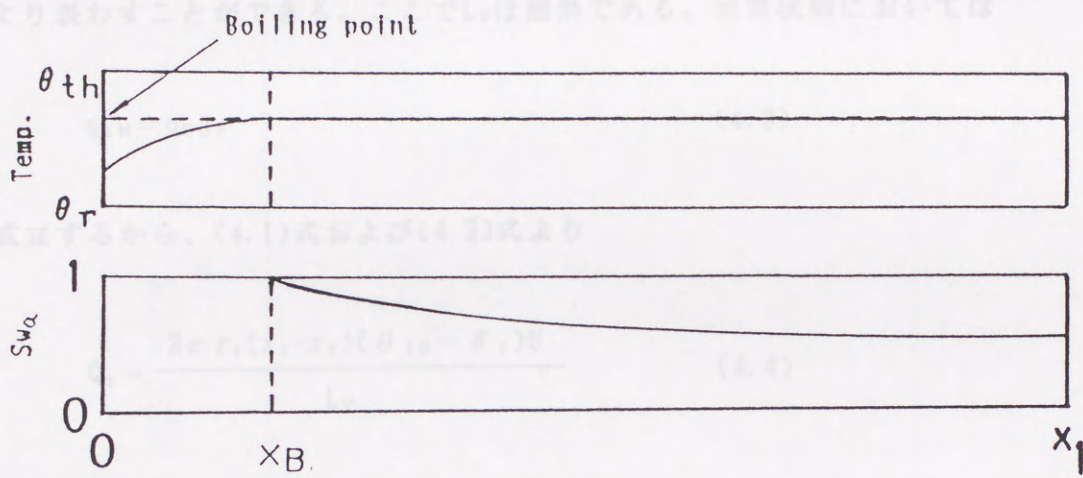
図4.8 恒温槽温度  $\theta_{th}$  と定常状態における水蒸気の流出流量  $Q_g$  との関係



ここで $r_1$ は充填層の円筒管内径(半径)、 $\theta_r$ は流体の温度、 $h$ は蒸気伝熱係数(流れ方向を代表する平均値)であり、蒸気槽から充填層の円筒管外壁への熱伝達、円筒管内外壁および円筒管内壁から充填層(ガラス粒子および液体)への熱伝達を考慮した伝熱係数である。一方、水蒸気相による蒸出熱量 $q_{out}$ は

$$q_{out} = h_{out} r_1 \quad (4.2)$$

により表わすことにより、(4.1)式および(4.2)式より



を得る。したがって、蒸気伝熱係数が一定と仮定すると、(4.1)式と(4.2)式より、(4.3)式が得られる。ここで $h$ は各実験の定常状態における蒸気伝熱係数である。式(4.3)にそれぞれ(4.1)式と(4.2)式を代入すると、(4.4)式が得られる。ここで $h$ は各実験の定常状態における蒸気伝熱係数である。

図4.9 充填層内の温度分布(上図)、飽和率分布(下図)

および沸騰を開始する位置の模式図

( $x_B$ : 沸騰を始める入口からの軸方向距離)

$\theta_{th}$ : 恒温槽温度,  $\theta_r$ : 室温)

さて、以上の結果は充填層長さ200mmの場合についてであるが、これらの数値方法は層長を145mmに設定した場合、すなわちRun. 21~71についても適用できる。そこでこれらの定常状態における温度分布を図4.11 (RunNo. 21~24)、図4.12 (RunNo. 21~33) および図4.13 (RunNo. 41~71) に示す。ここでは蒸気槽の設定温度が比較的近い結果をまとめて示した。図4.11の場合の蒸気槽温度はほぼ等しく378Kであり、水蒸気、充填層長さも等しいから、これらの結果は各実験の再現性を温度分布において調べたこととなる。また、図4.12は蒸気槽温度を378Kとした

ここで $r_1$ は充填層の円筒管内径（半径）、 $\theta_f$ は流体の温度、 $U$ は総括伝熱係数（流れ方向を代表する平均値）であり、恒温槽から充填層の円筒管外壁への熱伝達、円筒管内熱伝導および円筒管内壁から充填層（ガラス粒子および流体）への熱伝達を考慮した伝熱係数である。一方、水蒸気相による流出熱量 $q_{out}$ は

$$q_{out} = Q_g L_v \quad (4.2)$$

により表わすことができる。ここで $L_v$ は潜熱である。定常状態においては

$$q_{in} = q_{out} \quad (4.3)$$

が成立するから、(4.1)式および(4.2)式より

$$Q_g = \frac{2\pi r_1 (x_1 - x_B) (\theta_{th} - \theta_f) U}{L_v} \quad (4.4)$$

を得る。したがって、総括伝熱係数 $U$ が一定のとき $(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ と $Q_g$ は比例関係にあることになる。図4.10にそれらの関係を示す。ここで $x_B$ は各実験の定常状態における温度を補間することにより、流れ方向において温度が一定になる位置から求めた。その結果を表4.2にまとめて示す。図4.10の破線に示すような程度まではこれらはおおよそ比例関係にあるが、 $\theta_{th}$ の上昇に比べ、 $Q_g$ の上昇は小さくなる傾向がある。

さて、以上の結果は充填層長さ290mmの場合についてであるが、これらの整理方法は層長を145mmに設定した場合、すなわちRun. 21~71についても適用できる。そこでこれらの定常状態における温度分布を図4.11 (RunNo. 21~24)、図4.12

(RunNo. 31-33) および図4.13 (RunNo. 41-71) に示す。ここでは恒温槽の設定温度が比較的近い結果をまとめて示した。図4.11の場合の恒温槽温度はほぼ等しく376Kであり、水頭差、充填層長さも等しいから、これらの結果は各実験の再現性を温度分布において調べたことになる。また、図4.12は恒温槽温度を378Kとした

表4.2 計算用数値  
 (汽流速度は290mmの場合)

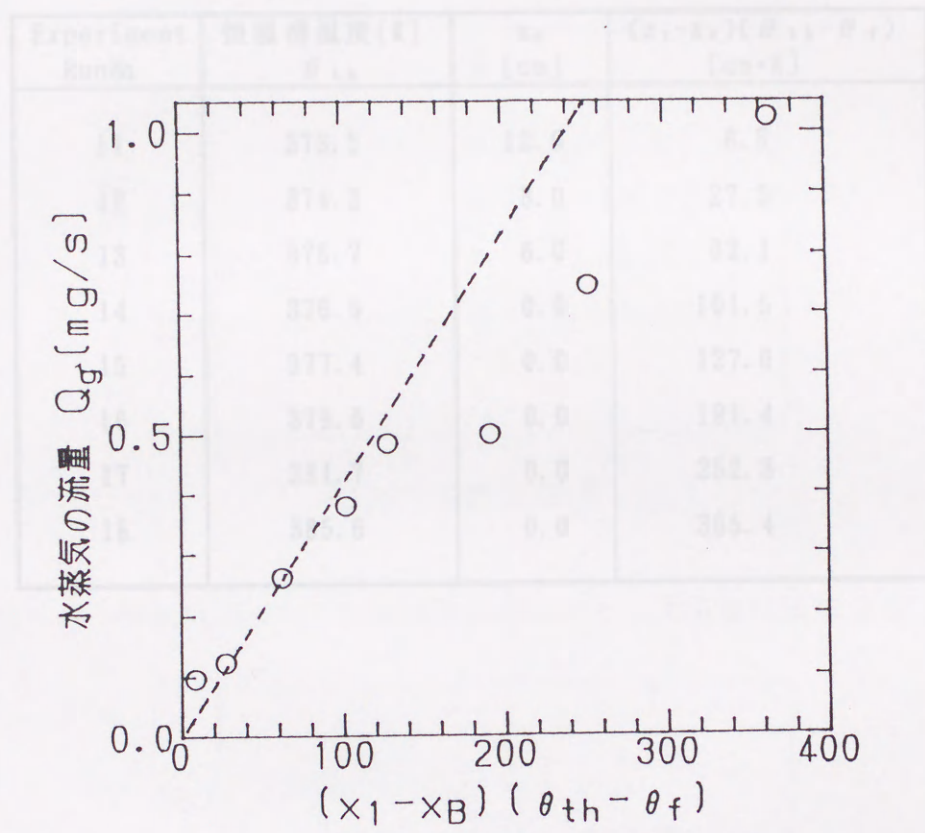


図4.10  $(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ と $Q_g$ との関係

表4.2 沸騰開始点  
(充填層長さ290mmの場合)

Experiment RunNo.	恒温槽温度[K] $\theta_{th}$	$x_B$ [cm]	$(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ [cm·K]
11	373.5	12.0	8.5
12	374.3	8.0	27.3
13	375.7	6.0	62.1
14	376.5	0.0	101.5
15	377.4	0.0	127.6
16	379.6	0.0	191.4
17	381.7	0.0	252.3
18	385.6	0.0	365.4

図4.11 実験RunNo. 21~24の定常状態における充填層内温度分布

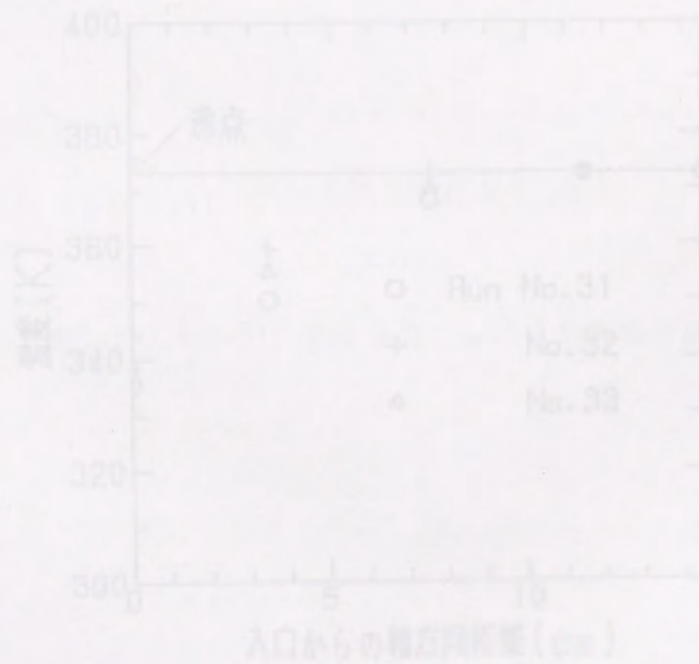


図4.12 実験RunNo. 31~33の定常状態における充填層内温度分布

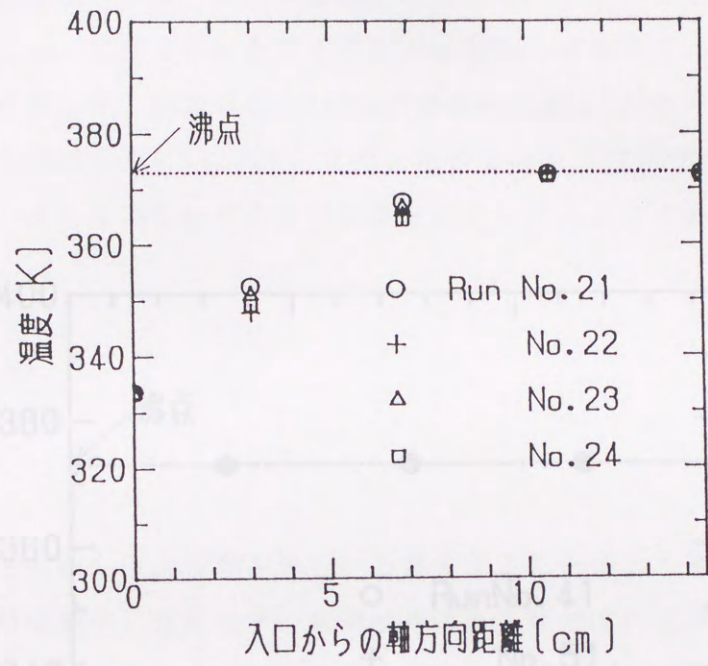


図4.11 実験RunNo. 21~24の定常状態における充填層内温度分布

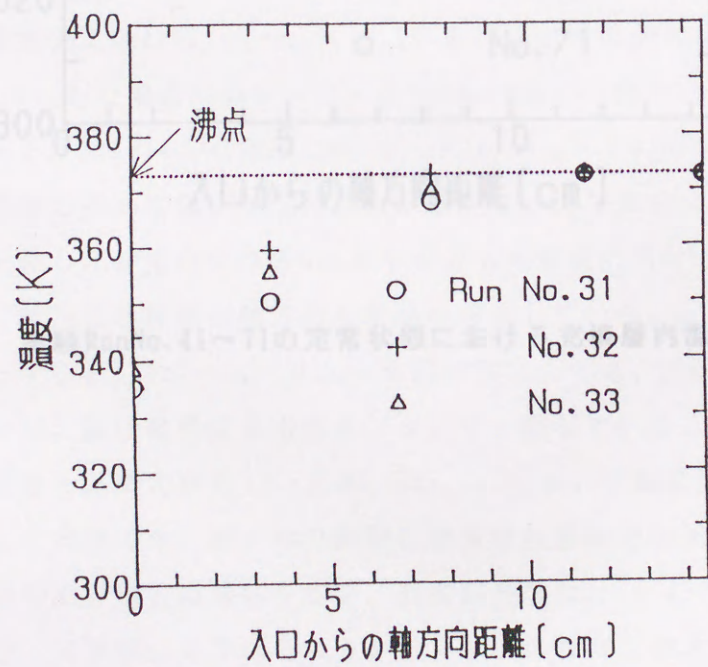


図4.12 実験RunNo. 31~33の定常状態における充填層内温度分布

場合である。その結果は図4.11と同様に実験の再現性を示している。一方、図4.12は37℃から37.5℃の場合で極端な温度差は異なるが、そのときは充填層内温度はほぼ均一になり、温度分布に及ぼす気相温度の影響は小さくなることがわかる。これらの結果より、充填層長さ115cmの場合の $(x_1 - x_2)$  (g/g) (4.15)を求めた。その結果を表4.11に示す。また、質量 $\dot{m}$ および水蒸気 $\dot{m}_w$ の流量を表4.12にそれぞれ示す。これらの結果を基に出口の蒸気比を式(4.16)により求める。

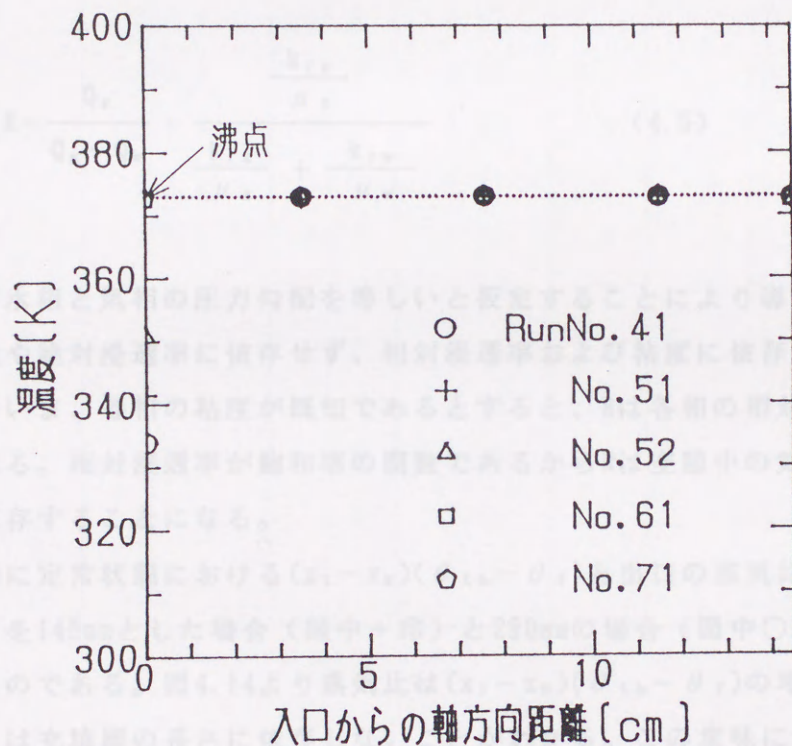


図4.13 実験RunNo. 41~71の定常状態における充填層内温度分布

図4.13は、実験RunNo. 41~71の定常状態における充填層内温度分布を示している。この図より、実験結果は各蒸気比において一致していることから、蒸気比が異なる場合においても、 $(x_1 - x_2)$  (g/g) (4.15)が等しくても、 $\dot{m}$ は等しくなるとは限らない。しかし、実験結果は各蒸気比において一致していることから、蒸気比が異なる場合においても、 $(x_1 - x_2)$  (g/g) (4.15)において蒸気比と蒸気比との関係を一つの値によりおおよそ代表でき、軸方向の蒸気比と蒸気比との関係を無視できる。図4.15に蒸気比と蒸気比との関係を示す。蒸気比は(4.16)式をもとに算出した。この図より、蒸気比に多少ばらつきがあるものの蒸気比が大きくなると、すなわち充填層内に水蒸気相が多く存在するようになると、 $\dot{m}$ の値は減少するが、そ

場合である。その結果は図4.11と同様に実験の再現性を示している。一方、図4.13は379Kから381Kの場合で恒温槽温度は異なるが、そのときは充填層内温度はほぼ均一になり、温度分布に及ぼす恒温槽温度の影響は小さくなることがわかる。これらの結果より、充填層長さ145mmの場合の $x_B$ および $(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ を求めた。その結果を表4.3に示す。また、併せて水および水蒸気の流量を表4.3に各々示す。これらの結果を基に出口の蒸気比を次式により求める。

$$R = \frac{Q_g}{Q_g + Q_w} = \frac{\frac{k_{rg}}{\mu_g}}{\frac{k_{rg}}{\mu_g} + \frac{k_{rw}}{\mu_w}} \quad (4.5)$$

この式は水相と気相の圧力勾配を等しいと仮定することにより導かれ、蒸気比Rは圧力勾配や絶対浸透率に依存せず、相対浸透率および粘度に依存することを示している。いま、各相の粘度が既知であるとする、Rは各相の相対浸透率によって表わされる。相対浸透率が飽和率の関数であるからRは空隙中の気相と液相との体積比に依存することになる。

図4.14に定常状態における $(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ と出口の蒸気比Rとの関係を充填層長さを145mmとした場合（図中+印）と290mmの場合（図中○印）について比較したものである。図4.14より蒸気比は $(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ の増加に伴い上昇し、その傾向は充填層の長さに依存しないことがわかる。この意味について考えると、本節において定義した総括伝熱係数Uはあくまでも充填層における有効な値、すなわち代表値で、総括伝熱係数の軸方向の変動を考慮していない。もしこの変動を無視できないとすると、 $(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ が等しくても、Uは等しくなるとは限らない。しかし、実験結果は各蒸気比において一致していることから、流出口における定常状態の蒸気比が等しいとき、 $[x_B, x_1]$ において総括伝熱係数は一つの値によりおおよそ代表でき、軸方向の総括伝熱係数の変動を無視できる。図4.15に蒸気比と総括伝熱係数との関係を示す。総括伝熱係数は(4.4)式をもとに算出した。この図より、実験値に多少ばらつきがあるものの蒸気比が大きくなると、すなわち充填層内に水蒸気相が多く存在するようになると、Uの値は減少するが、そ

表4.3 沸騰開始点  
(充填層長さ145mmの場合)

Experiment RunNo.	恒温槽温度 $\theta_{th}$ [K]	流量[mg/s]		$x_B$ [cm]	$(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ [cm·K]
		水	水蒸気		
21	375.8	64.5	0.88	8.5	16.8
22	375.9	67.8	0.87	8.5	17.4
23	375.9	69.2	0.92	8.5	17.4
24	375.9	66.3	0.88	8.5	17.4
31	378.2	74.2	1.77	7.5	36.4
32	378.1	66.0	1.77	7.5	35.7
33	378.3	54.2	1.77	7.5	37.1
41	379.1	31.2	2.48	3.0	70.2
51	379.4	17.8	2.83	3.0	73.6
52	379.4	19.8	3.32	3.0	73.6
61	380.2	4.7	2.93	0.0	104.4
71	380.5	2.4	3.25	0.0	108.8

図4.11 蒸気比と $(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ との関係  
(○:充填層長さ180mm, +:充填層長さ145mm)



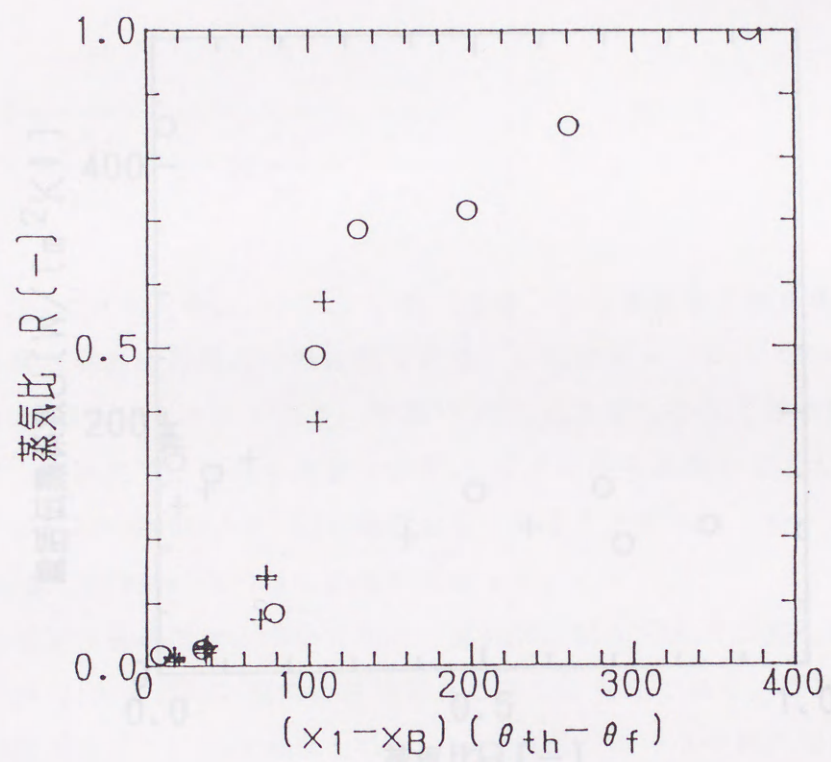


図4.14 蒸気比と $(x_1 - x_B)(\theta_{th} - \theta_f)$ との関係

(○: 充填層長さ290mm、+: 充填層長さ145mm)

の値は充填層の長さに依存しないことがわかる。

さて、これらのUの値は減少傾向はあるものとおおよそ $10^3 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ にある。いま、充填層（ガラス管）の内径を $r_1$ 、外径を $r_2$ とする、Uの値は次式によっても表わすことができる<sup>11)</sup>。

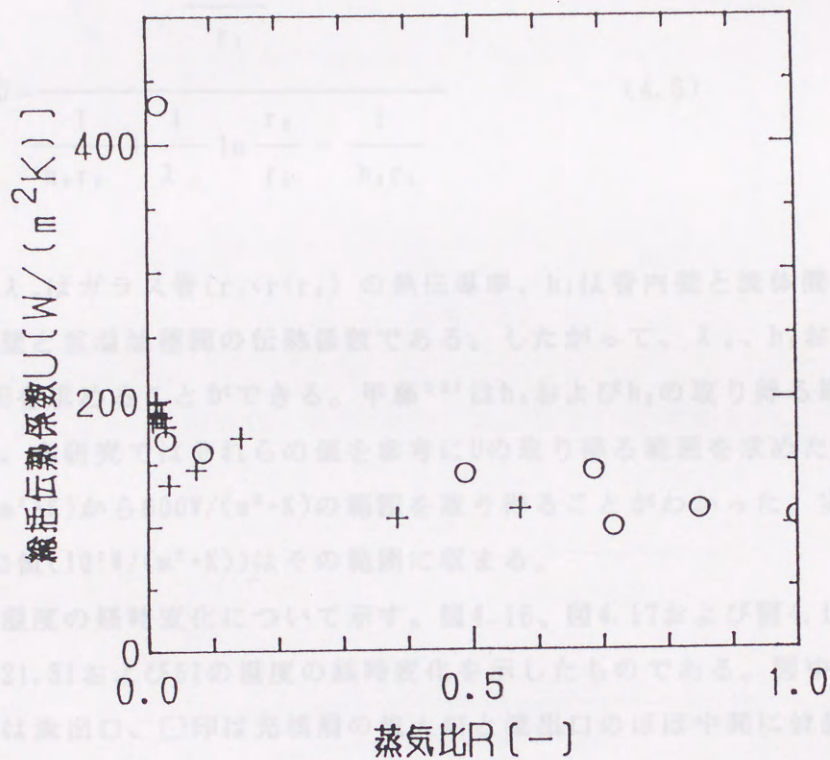


図4.15 蒸気比Rと総括伝熱係数Uとの関係  
(○:充填層長さ290mm、+:充填層長さ145mm)

の値は充填層の長さに依存しないことがわかる。

さて、これらのUの値は減少傾向はあるものおおよそ $10^2 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ にある。いま、充填層（ガラス管）の内径を $r_1$ 、外径を $r_2$ とする、Uの値は次式によっても表わすことができる<sup>10)</sup>。

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_2 r_2} + \frac{1}{\lambda_c} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{h_1 r_1}} \quad (4.6)$$

ここで、 $\lambda_c$ はガラス管( $r_1 < r < r_2$ )の熱伝導率、 $h_1$ は管内壁と流体間の伝熱係数、 $h_2$ は管外壁と恒温油槽間の伝熱係数である。したがって、 $\lambda_c$ 、 $h_1$ および $h_2$ の値がわかればUを求めることができる。甲藤<sup>11)</sup>は $h_1$ および $h_2$ の取り得る範囲を示しているので、本研究ではそれらの値を参考にUの取り得る範囲を求めた。その結果、Uは $60 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ から $600 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ の範囲を取り得ることがわかった。実験により推定したUの値( $10^2 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ )はその範囲に収まる。

最後に温度の経時変化について示す。図4.16、図4.17および図4.18は一例としてRunNo. 21, 31および51の温度の経時変化を示したものである。図中の○印は流入口、+印は流出口、□印は充填層の流入口と流出口のほぼ中間に位置する熱電対により測定した温度値である（正確な位置は図4.3(b)に示した）。これらの図よりいずれの場合も流入口の温度が室温より高くなっている。これは、室温の注入流体は充填層の流入口に到達する前に僅かであるが恒温槽により熱せられることを示している。すなわち、流入口温度は注入流量に依存する。したがって、図4.16および図4.17よりRunNo. 21とRunNo. 31における流入口の温度が一定であることから、それらの注入流量はおおよそ安定していたことがわかる。しかしながら、図4.18よりRunNo. 51の場合において流入口温度が振動しており、このことは実験No. 51の流量がある周期をもって変化していることを意味する。この現象は流体の沸騰と凝縮に起因し、恒温槽温度が上昇する従って顕著になる。

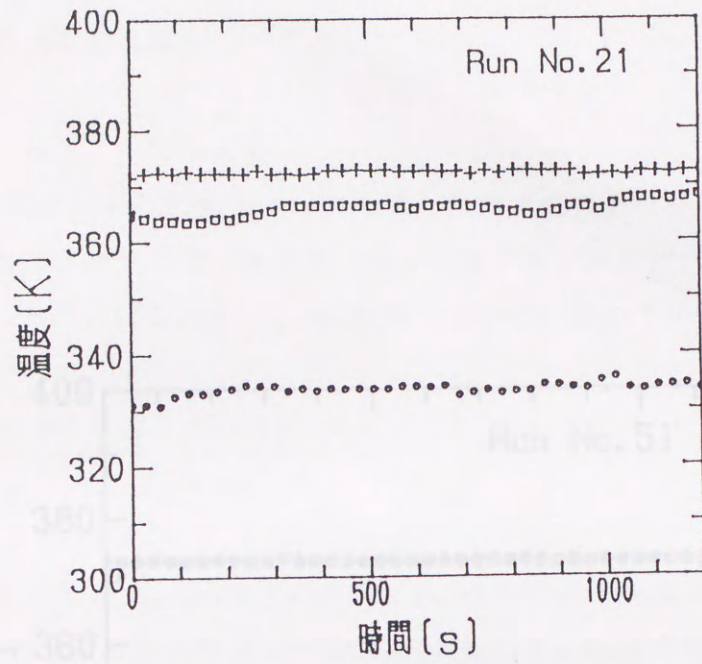


図 4.16 実験 RunNo. 21 の温度の経時変化  
 (○ :  $x = 0\text{cm}$ , □ :  $x = 6.9\text{cm}$ , + :  $x = 14.5\text{cm}$ )

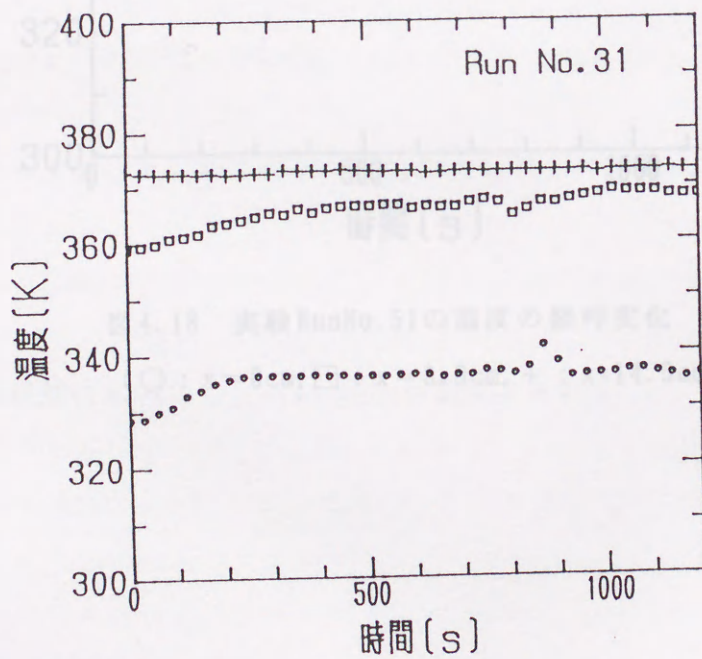


図 4.17 実験 RunNo. 31 の温度の経時変化  
 (○ :  $x = 0\text{cm}$ , □ :  $x = 6.9\text{cm}$ , + :  $x = 14.5\text{cm}$ )

4. 5. 相関式による評価

4. 5. 3. 1. 1. ランナーの温度

さて、前章で提案した熱伝導率の時間依存性モデルを用いて、実験結果を解析するにあたり、水-水蒸気、銅-銅蒸気モデルが適用できるのか、はじめ決定しなければならない。9は前章(4.3)式において示した熱伝導率の時間依存性である。

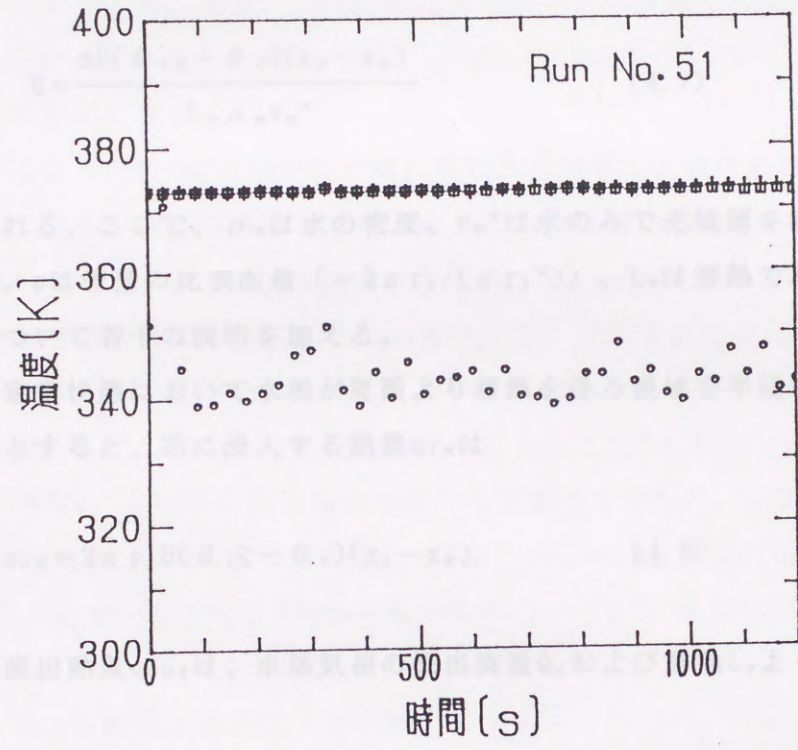


図4.18 実験RunNo. 51の温度の経時変化  
 (○ : x=0cm, □ : x=6.9cm, + : x=14.5cm)

### 4.3 相関式による解析

#### 4.3.1 パラメータの整理

さて、前章で提案した飽和率の平均値と相対浸透率との相関式を用いて実験結果を解析するにあたり、水-水蒸気二相流の数学モデルが持つパラメータGをあらかじめ決定しなければならない。Gは前章(3.34)式において示した無次元流入熱量

$$G = \frac{aU(\theta_{th} - \theta_f)(x_1 - x_B)}{L_v \rho_w v_w^*} \quad (4.7)$$

と表わされる。ここで、 $\rho_w$ は水の密度、 $v_w^*$ は水のみで充填層を満たしている場合の流速、 $a$ は管壁の比表面積(=  $2\pi r_1 / (\pi r_1^2)$ )、 $L_v$ は潜熱である。以下に、この値について若干の説明を加える。

いま、定常状態において水相が周囲より潜熱を得る領域を半径 $r_1$ 、長さ $x_1 - x_B$ の円筒形とすると、系に流入する熱量 $q_{IN}$ は

$$q_{IN} = 2\pi r_1 U (\theta_{th} - \theta_f) (x_1 - x_B) \quad (4.8)$$

であり、流出熱量 $q_{OUT}$ は、水蒸気相の流出流量 $Q_g$ および潜熱 $L_v$ より

$$q_{OUT} = L_v Q_g \quad (4.9)$$

となる。定常状態においては、 $q_{IN} = q_{OUT}$ が成立するから

$$Q_g = \frac{2\pi r_1 U (\theta_{th} - \theta_f) (x_1 - x_B)}{L_v} \quad (4.10)$$

を得る。一方、流量 $Q_w^*$ は

$$Q_w^* = \pi r_1^2 \rho_w v_w^* \quad (4.11)$$

であるから

$$G = \frac{Q_g}{Q_w^*} \quad (4.12)$$

を導くことができる。無論、(4.12)式は水蒸気が過熱蒸気になっていないことが前提であるが、その限りにおいて、 $G$ の値は $Q_g$ の実験値を $Q_w^*$ により割ることにより求めることができる。

さて、ここでの $Q_w^*$ は373Kの水で満たされた充填層内の水の流量である。しかしながら、この値を直接実験により求めることは充填層の温度を均一に373Kに保ちかつ沸騰の伴わないようにする必要があり難しい。一方、洪らの報告<sup>1,2)</sup>によると絶対浸透率の温度依存性はきわめて小さい。そこで、本研究では前述した実験終了後に充填層を室温まで自然冷却し、その絶対浸透率を求め、その浸透率の各実験の平均値および373Kの水の粘度と密度<sup>6)</sup>より流量 $Q_w^*$ を算出した。その結果、充填層長さ290mm、水頭差0.2mの場合および充填層長さ145mm、水頭差0.1mの場合において $Q_w^*$ は各々160mg/sおよび171mg/sであった。なお、平均の絶対浸透率は層長290mmの場合 $2.4 \times 10^{-11} \text{m}^2$ 、145mmの場合 $2.6 \times 10^{-11} \text{m}^2$ であった。

#### 4. 3. 2 実験値と計算値との比較

図4.19にあらためて充填層内の温度および圧力を模式的に示す。ここで、 $x=0$ 、 $x_B$ および $x_1$ は各々充填層の入口、沸騰開始点および出口を表わす。前述したように充填層に流入した流体の温度は区間 $[0, x_B]$ において上昇し、 $x=x_B$ において沸点に達する。また、圧力は区間 $[0, x_B]$ まで一定の圧力勾配 $((p_0 - p_B)/x_B)$ に従って減少するが、二相状態となる $[x_B, x_1]$ においては圧力勾配は一定ではなく、流れ方向における水相の減少に従って減少する。

さて、数学モデルは $x_B$ および $x_1$ の無次元圧力 $P[-]$ を各々1および0とする。したがって、実験値に数学モデルを適用する際、あらかじめ、 $x_B$ の圧力 $p_B[\text{Pa}]$ を求める必要がある。この手順を以下に示す。

いま、定常状態における流体の流出流量 $Q_T[\text{mg/s}]$ を

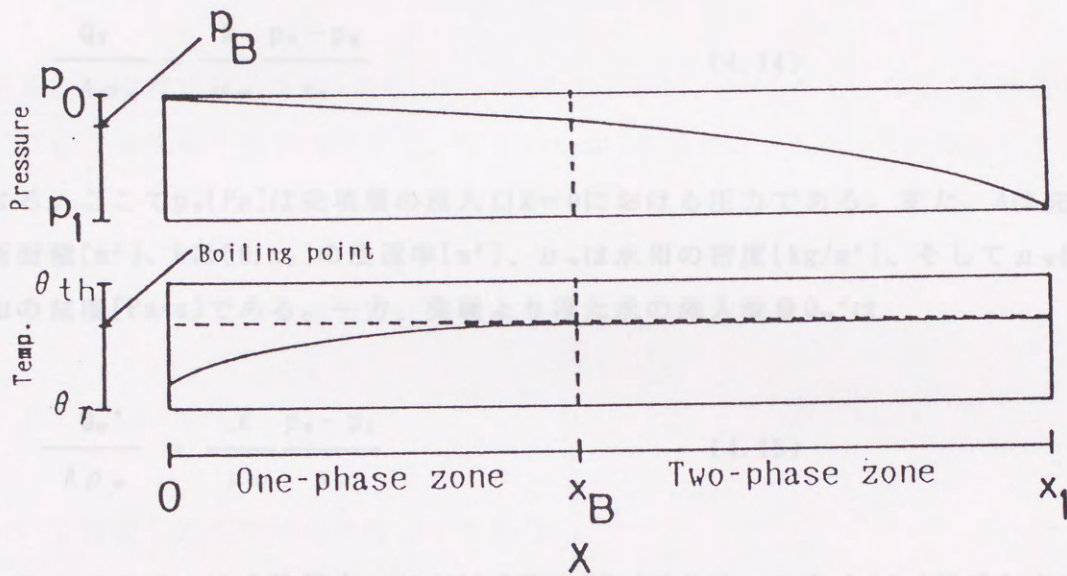


図4.19 圧力および温度の各分布の概念図

( $x_B$  : 沸騰を始める位置,

$\theta_{th}$  : 恒温槽温度,  $\theta_r$  : 室温

$p_0$  : 注入口圧力,  $p_1$  : 流出口圧力

$p_B$  :  $x_B$ における圧力)



液相を作らない場合の流量は、 $\Delta H$ を基準にした値とは若干異なる。そこで、 $\Delta H$ を用い  $Q_T = Q_w + Q_g$  を作る。液相を作らない流入流量  $Q_w^*$  (4.13) 式と同様の浸透率、粘度、断面積および粘度を用いて表わると、最終的に

により表わすと、この値は充填層に流入する水の流量に等しい。したがって、ダルシー則により  $Q_T$  と  $p_B$  [Pa] との関係は

$$\frac{Q_T}{A \rho_w} = \frac{k}{\mu_w} \frac{p_0 - p_B}{x_B} \quad (4.14)$$

となる。ここで  $p_0$  [Pa] は充填層の流入口  $x=0$  における圧力である。また、 $A$  は充填層断面積 [ $m^2$ ]、 $k$  は  $[0, x_B]$  の浸透率 [ $m^2$ ]、 $\rho_w$  は水相の密度 [ $kg/m^3$ ]、そして  $\mu_w$  は水相の粘度 [ $Pa \cdot s$ ] である。一方、実験より得た水の流入流量  $Q_w^*$  は

$$\frac{Q_w^*}{A \rho_w} = \frac{k}{\mu_w} \frac{p_0 - p_1}{x_1} \quad (4.15)$$

である。ここで  $p_1$  は充填層出口における圧力 [Pa] である。これら (4.14) 式および (4.15) 式より  $p_B$  は

$$p_B = p_0 - (p_0 - p_1) \frac{Q_T x_B}{Q_w^* x_1} \quad (4.16)$$

となる。いま、充填層に設定した入口と出口との水頭差を  $\Delta H$ 、沸騰を開始する位置と出口の水頭差を  $\Delta H_B$  とすると上式より

$$\Delta H_B = \Delta H \left( 1 - \frac{Q_T x_B}{Q_w^* x_1} \right) \quad (4.17)$$

となる。

さて、3章において示した数学モデルではあくまでも  $\Delta H_B$  を基準に考えるから、

沸騰を伴わない場合の流量は、 $\Delta H$ を基準にした値とは若干異なる。そこで、 $\Delta H_B$ を用いて改めて沸騰を伴わない流入流量 $Q_w^{**}$ を $Q_w^*$ を求めた際の浸透率、密度、断面積および粘度を用いて求めると、最終的に

$$Q_w^{**} = Q_w^* \frac{\Delta H_B}{\Delta H} \frac{x_1}{(x_1 - x_B)} \quad (4.18)$$

を得る。本研究では $x_B > 0$ の場合、(4.17)式および(4.18)式をもとに $Q_w^*$ を補正し $Q_w^{**}$ により各流量を無次元化する。なお、 $x_B$ が0の場合、 $\Delta H_B$ は $\Delta H$ に等しく、 $Q_w^{**}$ は $Q_w^*$ に一致する。表4.4に各実験結果における $x_B > 0$ の場合の $\Delta H_B$ および $Q_w^{**}/Q_w^*$ を示す。

以上より数学モデルの未知のパラメータは前章(3.15)式

$$k_{rwa} = S_w^* a^m \quad (4.19)$$

において定義した飽和率の分布、すなわち

$$S_w^*{}_1 = 0, \quad S_w^*{}_2 = S_w^* a^{(m-1)/3}, \quad 1 \leq m \leq 4 \quad (4.20)$$

$$f = S_w^* a^{(4-m)/3} \quad (4.21)$$

を表わす指数 $m$ の値になる。ここで $S_w^*{}_1$ と $S_w^*{}_2$ はベルヌーイ試行列における小さい方の正規化飽和率および大きい方の正規化飽和率、 $S_w^* a$ は正規化飽和率の平均値、 $f$ は $S_w^*{}_2$ の存在割合で、 $1-f$ は $S_w^*{}_1$ の存在割合となる。このとき、気相のみかけの相対浸透率は前章(3.17)式、

$$k_{rga} = 1 - 2S_w^* a + 2S_w^* a^{(2m+1)/3} - S_w^* a^m \quad (4.22)$$

によって表わされる。

図4.20は計算結果と実験値を第1次元流入流量 $Q_1$ および第1次元流入熱量 $Q$ との関係において比較したものである。図中の○印および+印は各々長さ290mmおよび145mmの充満層より得られた実験結果である。また、正温化飽和率を飽和率に数値変換するために必要な換算係数として用いた値。すなわち、 $0.12$ および $0$ である。

表4.4  $\Delta H_B$ および $Q_w^{**}/Q_w^*$

Experiment RunNo.	$x_B$ [cm]	$\Delta H_B$ [cm]	$Q_w^{**}/Q_w^*$ [-]
11	12.0	16.5	1.41
12	8.0	18.5	1.28
13	6.0	19.2	1.21
21	8.5	7.8	1.88
22	8.5	7.7	1.85
23	8.5	7.6	1.84
24	8.5	7.7	1.86
31	7.5	7.7	1.60
32	7.5	8.0	1.65
33	7.5	8.3	1.72
41	3.0	9.6	1.21
51	3.0	9.8	1.23
52	3.0	9.7	1.23

図4.21にaとcとの関係を示す。○印は長さ290mmおよび145mmの充満層から得られた実験結果である。図4.21より、 $4 \times 10^{-3}$ より大きくなると、飽和率が減少する。また、その減少は、実験値にばらつきはあるもののcの増加に伴い顕著やかになる傾向を持つことがわかる。

図4.20は計算結果と実験値を無次元流入流量 $\bar{Q}_T$ および無次元流入熱量 $G$ との関係において比較したものである。図中の○印および+印は各々長さ290mmおよび145mmの充填層より得られた実験結果である。また、正規化飽和率を飽和率に変数変換するために必要な残留飽和率 $S_{w,c}$ および $S_{g,c}$ は前章において用いた値、すなわち、0.12および0である。この図より実験値は $G$ の上昇につれて $m$ が小さくなる傾向を持つことがわかる。 $m=4$ の場合は飽和率が一様に分布している場合であるが、 $G$ の上昇、つまり、周囲からの流入熱量が大きくなると $m=4$ ではなく、むしろ $m=3$ になる傾向を持つ。この結果から充填層内の飽和率の分布を推察すると以下のようになる。すなわち、本実験の充填層に用いたガラスビーズの粒子径はほぼ等しいから、充填層内における空隙はほぼ均一に存在する。したがって、ここでの飽和率の分布は、熱交換面( $r=r_1$ )の存在によるものである。つまり、熱交換面の近傍における水の飽和率は沸騰により充填層の中心( $r=0$ )の飽和率より低く、飽和率は半径方向に一様に分布していない。したがって、水相と水蒸気相は完全ではないものの独立に流れる傾向をもつ。流入口と流出口の圧力差が一定のとき、流入流量は系内の浸透率に依存するが、水相と水蒸気相が独立に流れる傾向を持つと、互いの流れを阻害する効果が減少し、結果として、流入流量の減少は緩和する。この傾向が $G$ の増加により顕著になったと解釈できる。

図4.21に $m$ と $G$ との関係を示す。図中の○印、+印は図4.20と同様に長さ290mmおよび145mmの充填層から得られた実験結果である。図4.21より $G$ の値が $4 \times 10^{-3}$ より大きくなると、飽和率が半径方向に一様に分布しているとはみなせず、 $m$ の値は4から減少する。また、その減少は、実験値にばらつきはあるもの $G$ の増加に伴い緩やかになる傾向を持つことがわかる。

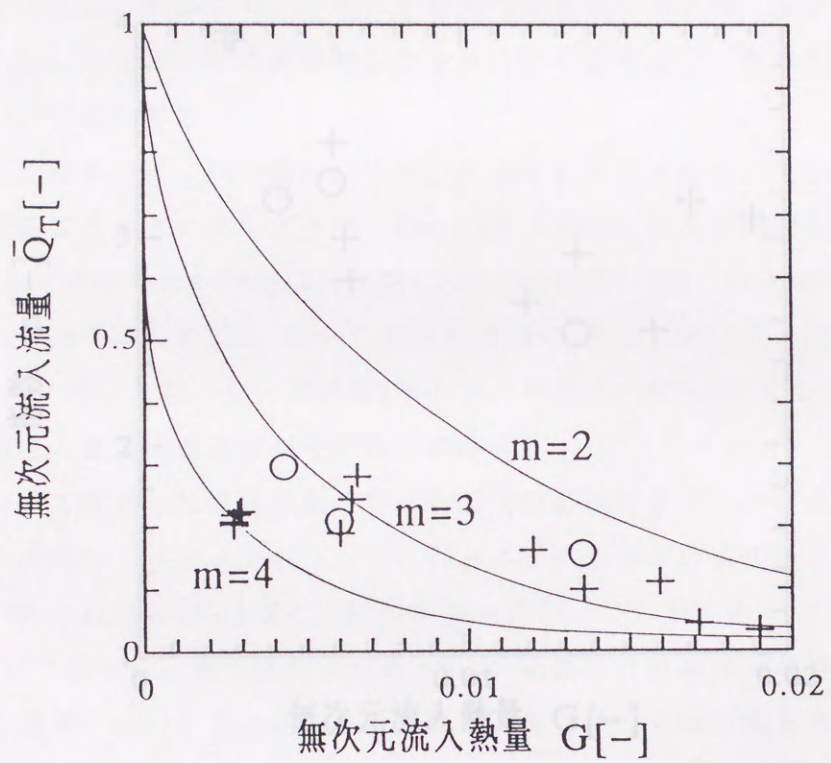


図4.20 無次元流入流量 $\bar{Q}_T$ および $G$ との関係における  
計算結果と実験値との比較  
(○:充填層長さ290mm、+:充填層長さ145mm)

4.4 トレーサー応答の検討

前節では飽和と流入熱量との関係について実験において測定した飽和率の平均値と相対湿度との相関式を用いて実験結果を解析した。本節ではさらに、トレーサー応答を定数により求め、その結果を相関式により解析する。

本研究では、先に示した実験No. 21, 22, 23, 24, 31, 32および33において、アンモニア水を少量注入し、そのときのアンモニア蒸気の濃度をガスクロマトグラフによって測定した。ここで、その経時変化をトレーサー応答とし、求めた相関式の妥当性について検討する。

実験装置は、基本的に4章2節で示したものと対してあり、この場合トレーサーの濃度はガスコロマトグラフ (Yanaco製 61300) により測定した。(充填材:クロモソ 1046, 長さ:1046mm, 径:11mm, 流速:10ml/min, 温度:473K, カラム径:4mm, カラム長さ:2m, キャリヤーガス:窒素, 流速:10ml/min, 圧力:2.0kg/cm<sup>2</sup>)。トレーサーは濃度5%のアンモニア水約0.5mlを注入した。この注入量は、毎回注入量を定数から正確に求める。

第3章において作成した物質移動モデルの妥当性を検討するために、はじめに数値モデルの持つパラメータ  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\zeta$ ,  $\eta$  および  $\theta$  の各々の値を決定する必要がある。その内、 $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  および  $\theta$  は既に実験結果からわかっている。そこでまず、パラメータ  $\epsilon$  について述べる。図4.21は、図4.20と同様に、飽和率の分布を表わす指数  $m$  と無次元流入熱量  $G$  との関係を示している。ここで、 $\epsilon$  を3とする。しかしながら、RunNo. 21, 22, 23および24の場合の  $\epsilon$  は  $3.9 \times 10^{-3}$  以下で、図4.21からわかるようにむしろ  $\epsilon < 1$  に近い。そこでここではRunNo. 21~24の場合を  $\epsilon = 4$  とする。一方、RunNo. 31, 32, 33については  $\epsilon$  を3とする。

次に  $\eta$  および  $\theta$  について述べる。図4.22は、図4.21と同様に、飽和率の分布を表わす指数  $m$  と無次元流入熱量  $G$  との関係を示している。ここで、 $\eta$  の値は5以上になるとトレーサー応答は、図4.21に示すような急激な変化を示すようになる。すなわち、トレーサーの水相から水蒸気相への濃度を無限大とすることに対応する。本研究のようにトレーサーとしてアンモニアを用いる場合は気液平衡に従うと考えられるから、 $\eta$  の値は十分に大きくする必要はない。そこで、本研究では  $\eta$  を一律に1とする。また、 $\theta$  は相関式を導かない水相のみの流れに対して実験によりトレーサー応答を求め、その応答から決定する。その結果を図4.22に示す。

図4.21 飽和率の分布を表わす指数  $m$  と  
無次元流入熱量  $G$  との関係  
(○: 充填層長さ290mm、+: 充填層長さ145mm)

#### 4. 4 トレーサー応答の検討

前節では流量と流入熱量との関係について3章において提案した飽和率の平均値と相対浸透率との相関式を用いて実験結果を解析した。本節ではさらに、トレーサー応答を実験により求め、その結果を相関式により解析する。

本研究では、先に示した実験No. 21, 22, 23, 24, 31, 32および33において、アンモニア水を少量注入し、流出口のアンモニアガスの濃度をガスクロマトグラフによって測定した。ここでは、その経時変化をトレーサー応答とし、提案した相関式の妥当性について検討する。

実験装置は、基本的には4章2節において示したものと同一であり、出口の気体トレーサーの濃度はガスクロマトグラフ (Yanaco製 G1800) により測定した (充填材:クロモソルブ104(Jones-Manville社製)、カラム温度:423K、注入温度:473K、カラム径:4mm、カラム長さ:2m、キャリアーガス:He、キャリアーガス送込圧:2.0kg/cm<sup>2</sup>)。一方、トレーサーは濃度5%のアンモニア水約0.5mlとした。この注入量は、毎回注入前後の重量値から正確に求める。

第3章において作成した物質移動モデルの妥当性を検討するためにはあらかじめ数学モデルの持つパラメータ $m$ 、 $x_B$ 、 $G$ 、 $P_e$ および $D_a$ の各々の値を決定する必要がある。その内、 $x_B$ および $G$ は既に実験結果からわかっている。そこでまず、パラメータ $m$ について述べる。先に無次元流量と $G$ との関係を実験結果と計算結果において比較した結果、 $m$ を3とすると、計算値は実験結果の全体を最もよくあらわす。しかしながら、RunNo. 21、22、23および24の場合の $G$ は $3.0 \times 10^{-3}$ 以下で、図4.21からわかるようにむしろ $m=4$ に近い。そこでここではRunNo. 21~24の場合を $m$ を4とする。一方、RunNo. 31~33 ( $G \approx 6.0 \times 10^{-3}$ ) については $m$ を3とする。

次に $D_a$ および $P_e$ について述べる。第3章において検討したように $D_a$ の値は5以上になるとトレーサー応答は $D_a$ の値に依存せず、 $D_a$ を無限大とした応答に等しい。すなわち、トレーサーの水相から水蒸気相への速度を無限大とすることに相当する。本実験のようにトレーサーとしてアンモニアを用いる場合は気液平衡に従うと考えられるから、 $D_a$ の値は十分に大きくする必要がある。そこで、本研究では $D_a$ を一律に10とする。また、 $P_e$ は相変化を伴わない水相のみの流れに対して実験によりトレーサー応答を求め、その応答から推定する。その結果を図4.22に示す。

この実験は室温において行ったもので、トレーサーとしてKCl水溶液(7.5mol/m<sup>3</sup>) 2cm<sup>3</sup>を用いた。この場合の応答は流出水の電気伝導度の経時変化より求めた。また、水中の実験は厚板の流れを持つ場合の応答を一次元の混合状態モデルを用いて求めた解(新橋<sup>1)</sup>)である。この結果よりP<sub>e</sub>は50とするときの理論値と実験値が一致することがわかる。そこで、本研究では、この結果を二相モデルに適用する。

なお、ここではトレーサーとして濃度7.5mol/m<sup>3</sup>のKCl水溶液を20μl用いた。この応答の最大ピーク濃度は約0.75mol/m<sup>3</sup>であり、注入濃度7.5mol/m<sup>3</sup>の約10分の1になっている。一方、二相流におけるトレーサーは約5%のアンモニア水0.5mlであるから、これを流す位置がトレーサーの注入口に近くない限り、アンモニアが沸騰するとは考えられない。このことを確認するために図4.21(1)気圧におけるアンモニア水に対する飽和蒸気圧と温度との関係を示す<sup>11)</sup>。ここで、図4.21(2)換気回数γ=10のときの沸騰温度とアンモニアの飽和蒸気圧との関係を示す。この結果より、373Kの飽和蒸気圧は0となり、アンモニアの沸騰による濃度変化が考えられることがわかる。また、5%のアンモニア水は約255K以上で沸騰になる。その10分の1の濃度0.5%では172K以上にならなければならない。したがって、注入量もKClの場合の1/6であることから、本実験はアンモニア水トレーサーとしての必要条件を満たしている。

以上により数学モデルのトレーサー濃度は全てあらかじめ求めることができる。図4.24に実験値と計算値の比較を示す。その結果は計算値に比べ若干遅れ、混合を伴った結果になっているが、γ=10の計算値と実験値はおおよそ一致していることがわかる。同様に図4.25にγ=33より得られたトレーサー応答と計算値との比較を示す。実験値は、γ=10の計算値と良く一致し、γ=33の場合より遅るかに遅かい時間で出口に到達することがわかる。計算に示した飽和率の平均値と対流速度との相関式が有効であることがわかった。

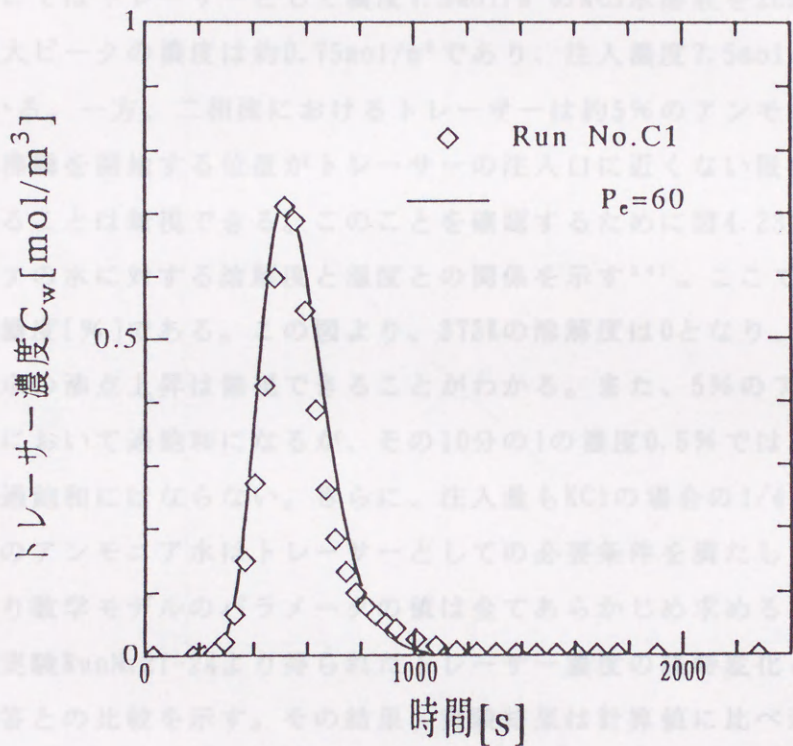


図4.22 室温環境におけるトレーサー応答の計算結果との比較



この実験は室温において行ったもので、トレーサーとしてKCl水溶液 ( $7.5\text{mol/m}^3$ )  $2\text{cm}^3$ を用いた。この場合の応答は流出水の電気伝導度の経時変化より求めた。また、図中の実線は单相の流れを持つ場合の応答を一次元の混合拡散モデルを用いて求めた解析解<sup>13)</sup>である。この結果より $P_0$ は60とするときの理論値と実験値が一致することがわかる。そこで、本研究では、この結果を二相モデルに適用する。

なお、ここではトレーサーとして濃度 $7.5\text{mol/m}^3$ のKCl水溶液を $2\text{cm}^3$ 用いた。この応答の最大ピークの濃度は約 $0.75\text{mol/m}^3$ であり、注入濃度 $7.5\text{mol/m}^3$ の約10分の1になっている。一方、二相流におけるトレーサーは約5%のアンモニア水 $0.5\text{ml}$ であるから、沸騰を開始する位置がトレーサーの注入口に近くない限り、アンモニアが沸騰することは無視できる。このことを確認するために図4.23に1気圧におけるアンモニアの水に対する溶解度と温度との関係を示す<sup>14)</sup>。ここで、縦軸は $\text{NH}_3$ 換算の重量濃度[%]である。この図より、 $373\text{K}$ の溶解度は0となり、アンモニアの溶解による水の沸点上昇は無視できることがわかる。また、5%のアンモニア水は約 $355\text{K}$ 以上において過飽和になるが、その10分の1の濃度0.5%では $372\text{K}$ 以上にならなければ過飽和にはならない。さらに、注入量もKClの場合の $1/4$ であることから、本実験のアンモニア水はトレーサーとしての必要条件を満たしている。

以上により数学モデルのパラメータの値は全てあらかじめ求めることができる。

図4.24に実験RunNo.21-24より得られたトレーサー濃度の経時変化と計算により得られた応答との比較を示す。その結果、実験結果は計算値に比べ若干遅れ、混合を伴った結果になっているが、 $m=4$ の計算値と実験値はおおよそ一致していることがわかる。同様に図4.25にNo.31-33より得られたトレーサー応答と計算値との比較を示す。ここでは参考のために $m$ の値を2、4とした場合の計算値も併せて示した。実験値は、 $m=3$ の計算値と良く一致し、 $m=4$ の場合より明らかに短い時間で出口に到達することがわかる。すなわち、前章に示した飽和率の平均値と相対浸透率との相関式が有効であることがわかった。

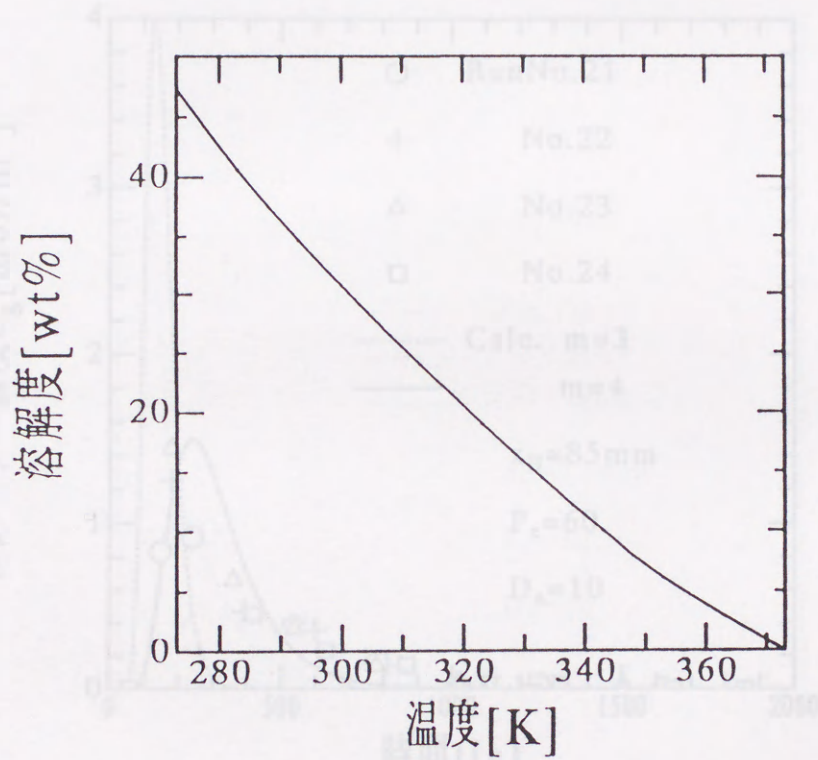


図4.23 アンモニアの溶解度

図4.24 実験Run No. 21-24の結果と計算結果の比較

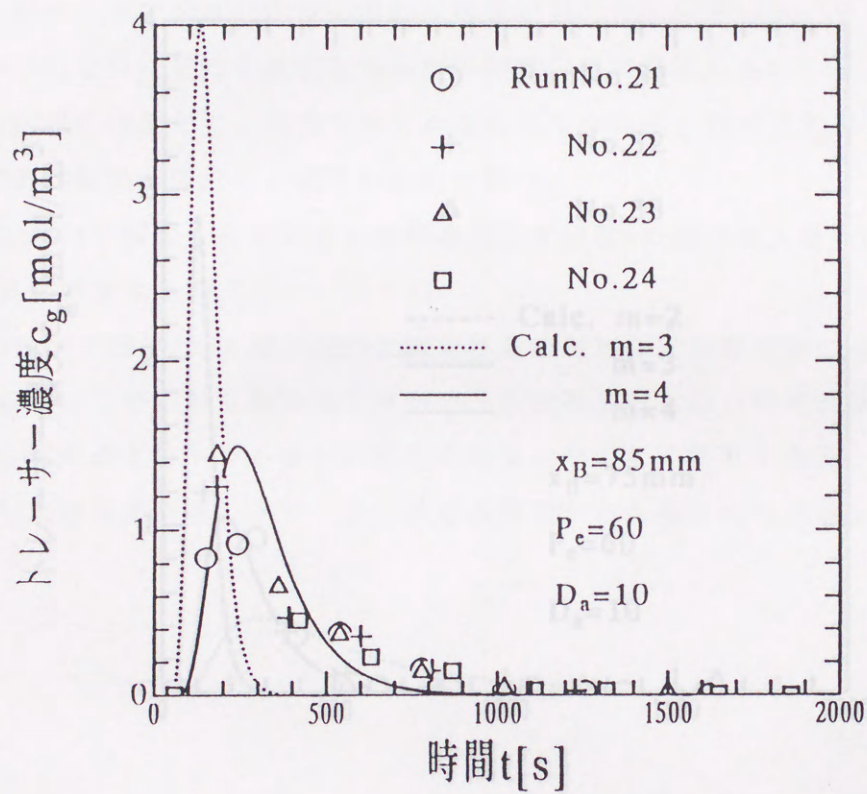


図4.24 実験RunNo. 21-24の結果と計算結果の比較

4.5 結果

本章では、前章において提案した飽和率の平均値と相対湿度との相関式の妥当性を検討するために実験を用いた実験を行った。まず、実験結果より、水-水蒸気二相流において、相対湿度の平均値を算出する必要がある。また、本実験条件において定常時に達する飽和率の平均値を算出した。これらの結果を踏まえて、前章に示した飽和率の平均値と相対湿度との相関式を用いて計算結果を算出し、以下の結果を得た。

(1) 飽和率に達するまでの飽和率の分布を及ぼす相関式の値は流入熱の値により小さくなる。

(2) (1)に示した相関式は流入熱の値が大きいほど、相対湿度の平均値が小さくなる。

(3) 飽和率に達するまでの飽和率の平均値と相対湿度との相関式は提案した相関式と流入熱との関係より、相対湿度の平均値を算出する必要がある。

(4) 提案した相関式を用いて相対湿度の平均値を算出する必要がある。

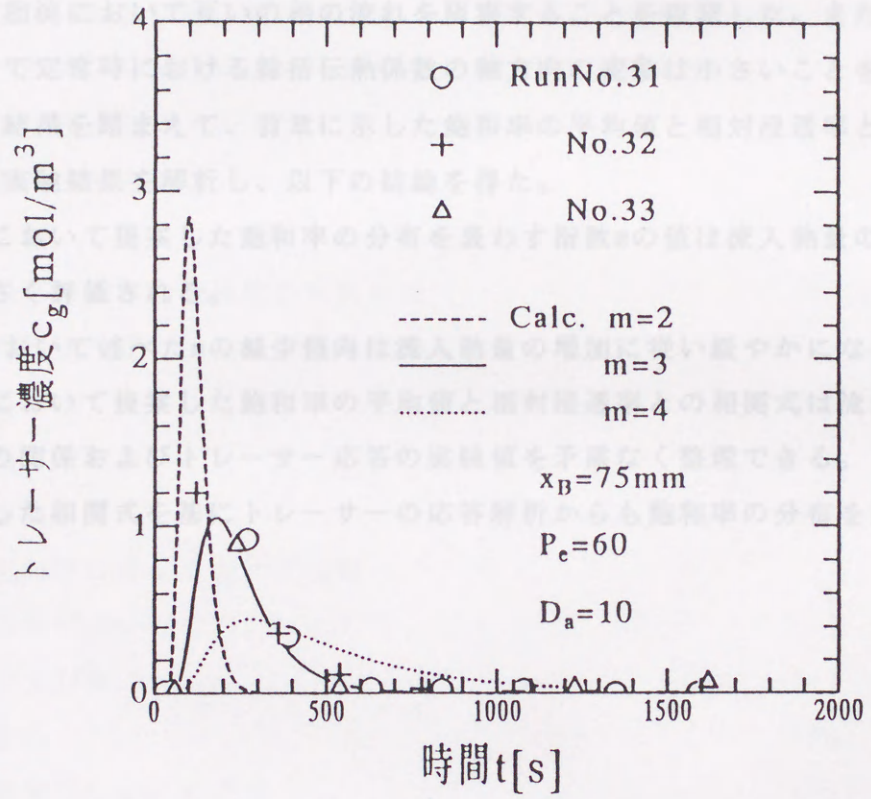


図4.25 実験RunNo. 31-33の結果と計算結果の比較

#### 4. 5 結言

本章では、前章において提案した飽和率の平均値と相対浸透率との相関式の妥当性を検討するために充填層を用いた実験を行った。まず、実験結果より、水-水蒸気二相流において互いの相の流れを阻害することを確認した。また本実験条件において定常時における総括伝熱係数の軸方向の変動は小さいことを示した。これらの結果を踏まえて、前章に示した飽和率の平均値と相対浸透率との相関式を用いて実験結果を解析し、以下の結論を得た。

- (1) 前章において提案した飽和率の分布を表わす指数  $m$  の値は流入熱量の増加により小さく評価される。
- (2) (1)において述べた  $m$  の減少傾向は流入熱量の増加に従い緩やかになる。
- (3) 前章において提案した飽和率の平均値と相対浸透率との相関式は流量と流入熱量との関係およびトレーサー応答の実験値を矛盾なく整理できる。
- (4) 提案した相関式を基にトレーサーの応答解析からも飽和率の分布を推定できる。

$m$	飽和率の分布を表わす指数	[-]
$n$	(4.19)式~(4.21)式	[-]
$h$	ヘッド高さ	[m]
$p$	圧力	[Pa]
$p_0$	出口口における圧力	[Pa]
$Q$	流出流量	[m <sup>3</sup> /s]
$Q$	熱次元流量	[J/s]
$q$	熱量	[J/s]
$R$	蒸気比(4.5)式	[-]
$r_i$	円筒管の内径の半径	[m]
$r_o$	円筒管の外径の半径	[m]
$S$	飽和率	[-]
$S_{w0}$	初期の液相飽和率	[-]
$S_w^*$	正気化飽和率	[-]

$S_{gc}$	: 液相の残留飽和率	[ - ]
$S_w^*$	: 仮想的に設定した気相の正規化飽和率 本章の使用記号	[ - ]
$A$	: 充填層の断面積	[ $m^2$ ]
$a$	: 比表面積	[ $1/m$ ]
$D_a$	: 無次元物質移動係数	[ - ]
$f$	: ベルヌーイ試行列における大きい方の正規化飽和率 $S_w^*{}_2$ の存在割合	[ - ]
$G$	: 無次元流入熱量	[ - ]
$H$	: 水頭	[ $m$ ]
$h_1$	: 円筒管内壁と流体間の伝熱係数	[ $W/(m^2 \cdot K)$ ]
$h_2$	: 円筒管外壁と恒温油槽間の伝熱係数	[ $W/(m^2 \cdot K)$ ]
$k$	: 浸透率	[ $m$ ]
$k_r$	: 相対浸透率	[ - ]
$L_v$	: 潜熱	[ $J/kg$ ]
$m$	: 飽和率の分布を表わす指数 ( (4.19) 式 ~ (4.21) 式 )	[ - ]
$Pe$	: ペクレ数	[ - ]
$p$	: 圧力	[ $Pa$ ]
$p_1$	: 流出口における圧力	[ $Pa$ ]
$Q$	: 流出流量	[ $mg/s$ ]
$\bar{Q}$	: 無次元流量	[ - ]
$q$	: 熱量	[ $J/s$ ]
$R$	: 蒸気比 ( (4.5) 式 )	[ - ]
$r_1$	: 円筒管の内壁の半径	[ $m$ ]
$r_2$	: 円筒管の外壁の半径	[ $m$ ]
$S$	: 飽和率	[ - ]
$S_{gc}$	: 気相の残留飽和率	[ - ]
$S_w^*$	: 正規化飽和率	[ - ]

- $S_{wc}$  : 液相の残留飽和率 [-]  
 $S_{wgc}$  : 仮想的に設定した気相が液相の流れを阻害し始める液相の飽和率 [-]  
 $t$  : 時間 [s]  
 $U$  : 総括伝熱係数 [ $W/(m^2 \cdot K)$ ]  
 $v$  : 流速 [m/s]  
 $v_w^*$  : 水で充填層を満たした際の水の流速 [m/s]  
 $x$  : 入口からの軸方向距離 [m]  
 $x_i$  : 流入口と流出口との距離 [m]  
 $\theta$  : 温度 [K]  
 $\lambda_c$  : 円筒管の熱伝導率 [ $W/(m \cdot K)$ ]  
 $\mu$  : 粘度 [Pa·s]  
 $\rho$  : 密度 [ $kg/m^3$ ]  
 添え字  
 $B$  : 沸騰を開始する位置  
 $f$  : 流体  
 $g$  : 水蒸気相  
 $IN$  : 流入  
 $OUT$  : 流出  
 $r$  : 室内  
 $T$  : 合計  
 $th$  : 恒温槽  
 $w$  : 水相

本章の引用文献

- 1) Niibori, Y., Y. Ogiwara & T. Chida: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 9, 271 (1987)
- 2) Niibori, Y. & T. Chida: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 13, 157 (1991)
- 3) Niibori, Y., A. Kounoso & T. Chida: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 14, 129 (1992)
- 4) 新堀雄一, 千田 侑: 日本地熱学会誌, 14, 323 (1992)
- 5) Horne, R. N.: Geothermics, 14, 449 (1985)
- 6) Weast, R. C.: "Handbook of Chemistry and Physics, 68th Ed.", pp. F39-F46, The Chemical Rubber Publishing Co., Florida. (1987)
- 7) Yusa, Y. & I. Oishi: J. Geothermal Res. Soc. Jpn., 8, 277 (1986)
- 8) R. D. Wyckoff & H. G. Botset: Physics, 7, 325 (1936)
- 9) 湯原浩三、瀬野錦蔵: 「温泉学」, pp. 246-249, 地人書館 (1969)
- 10) Bird, R. B., W. E. Stewart & E. N. Lighfoot: "Transport Phenomena", pp. 286-288, JOHN WILEY & SONS, Inc., New York (1960)
- 11) 甲藤好郎: 「伝熱概論」, pp. 22-25, 養賢堂 (1964).
- 12) 洪 承 燮、榎本兵治、千田 侑: 日本素材物性学会誌, 5(2), 59 (1992)
- 13) Levenspil, O.: "Chemical Reaction Engineering, Second Edition", pp. 273-278, JOHN WILEY & SONS, Inc., New York (1972)
- 14) Stephen, H. & T. Stephen: "Solubilities of Inorganic and Organic Compounds, vol. 1, Binary Systems, Part 1", p. 326, Pergamon Press Ltd., London (1963)



## 第5章 結論

本論文では、地熱貯留層における水-水蒸気二相流の基礎的研究として、貯留層の不均質性に起因した飽和率の分布を確率密度関数によって表わし、二相流の解析に必要な飽和率の平均値と相対浸透率との新たな相関式を提案した。そして室内実験により提案した相関式の有用性を明らかにした。

本章ではそれらの内容について総括する。

### 第1章 緒論

従来提案されたモデルの基本概念およびその違いを明らかにするとともに、これらのモデルに関する既往の研究をまとめ、その問題点および本研究の目的と概要を述べた。

### 第2章 飽和率の分布を考慮した相対浸透率の提案

本章では、まず飽和率の分布を考慮した相対浸透率の検討が必要であることを例を挙げて説明し、その定義式を提案した。そして、地熱貯留層内の一次元流れを想定して、流れに垂直な方向における飽和率の分布を確率密度関数（ベルヌーイ試行列、ベータ分布、三角分布および正規分布）を用いて表わし、その際の相対浸透率を算出した。その結果、相対浸透率の値は飽和率の平均値だけではなく標準偏差および歪度に依存し、一様に分布している場合の値より大きな値となることを示した。また、飽和率の分布が単峰性の場合、その相対浸透率は、双峰性の場合に比較して、歪度に鈍感で飽和率の平均値と標準偏差を一致させれば、確率密度関数の種類に依らずほぼ等しい値をとることを示した。また、双峰性の分布を用いた場合の相対浸透率の上限は飽和率の平均値に対して線形の関係を持ち、単峰性の場合に比較して大きな値を取り得ることを明かにした。ただし、多峰性

の分布を仮定しても、双峰性の分布により得られた相対浸透率の上限、下限を拡張することはできない。これは、多峰性の分布が飽和率の標準偏差や歪度の区間を双峰性の場合以上に拡張できないことによる。また、飽和率の分布を考慮した相対浸透率に関する以上の傾向は液相、気相の場合においてともに見られた。そして最後に、算出した相対浸透率を2つの実験結果に適用し、それらの実験における飽和率の分布について考察した。

### 第3章 飽和率の平均値と相対浸透率との相関式の提案と数値実験

第2章では流れに垂直な方向における飽和率の分布のみを考慮して相対浸透率を検討したが、無論、飽和率は流れ方向にも一様に分布していない。したがって、飽和率の分布を考慮した相対浸透率を流動解析に適用するためには、流れに垂直な方向における飽和率の平均値が流れ方向において変化したとき、その垂直な方向の飽和率の分布が如何に変化するかを検討しなければならない。そこで、本章では飽和率の分布をモデル化し、その分布における飽和率の平均値と相対浸透率との相関式を導いた。そのモデルは飽和率の平均値と一つの指数  $m$  によって表わされ、このモデルに飽和率の分布が従うとき、液相の相対浸透率は飽和率の平均値の  $m$  乗に従う。また、気相の相対浸透率と飽和率の平均値との相関式も指数  $m$  と飽和率の平均値によって表わすことができる。さらに、この相関式は第2章において示した相対浸透率の取り得る値の全てを表現できる。すなわち、飽和率の標準偏差や歪度を把握する必要がなくきわめて簡便に  $m$  によって飽和率の分布を表わすことができる。本章では、これらの相関式を一次元非定常の水-水蒸気二相流を表わす数学モデルに適用し、熱輸送量に及ぼす飽和率の分布の影響について数値実験により検討した。その結果、飽和率の分布により熱輸送量は全く異なった値になることを示した。さらに、この数学モデルに混合拡散モデルの考えを導入し、沸騰を伴う二相流におけるトレーサー応答を数値計算により求める。そして、応答に及ぼす飽和率の分布の影響についても併せて検討した。その結果、トレーサーの気相への移動速度が十分大きい場合において液相と気相が独立に流れる傾向が強くなると、応答は到達時間の短い混合の小さなものになることを明

らかにした。以上の数値実験により、地熱貯留層の解析において飽和率の分布を考慮した相対浸透率が必要になることを示した。

なお、水-水蒸気二相流のトレーサー応答解析は未だなく、本研究の数値実験はその端緒を与えるものでもある。本章ではトレーサーの注入時間の解析上の扱いについても触れ、注入時間が滞在時間の5%より小さいとき、トレーサーの総注入量により正規化した応答はインパルス応答とみなすことができることを示した。このことはトレーサーの注入時間を計算と実験において厳密に一致させる必要がないことを意味し、地熱貯留層におけるトレーサー試験のように一度に大量にトレーサーを注入する場合の解析に有用な知見である。

#### 第4章 室内実験と相関式による実験結果の解析

本章では、第3章において提案した飽和率の平均値と相対浸透率との相関式の妥当性を検討することを目的としてガラス粒子充填層を用いた室内実験を行った。まず、実験結果より、充填層における水-水蒸気二相流においても液相と気相が互いに流れを阻害することを確認した。また、本実験条件において定常時における総括伝熱係数の軸方向の変動は小さいことを示した。これらの結果を踏まえて実験結果を整理し、定常時における流入流量と流入熱量との関係を第3章において提案した相関式により解析した。その結果、前章において定義した飽和率の分布を表わす指数 $m$ の値は流入熱量の増加につれて、小さく評価されることがわかった。ただし、その減少傾向は流入熱量の増加に伴い小さくなる。 $m$ が小さく評価されるということは充填層において水相と水蒸気相が独立に流れる傾向を持つことを意味する。次に、トレーサーとして希薄なアンモニア水溶液をインパルス状に注入し、水蒸気とともに流出するアンモニアガスの濃度をガスクロマトグラフにより測定した。そして、その濃度の経時変化をトレーサー応答とし、前章において提案した相関式により解析した。その結果、計算値は実験値におおよそ一致し、相関式がきわめて有効であることがわかった。

## 謝 辞

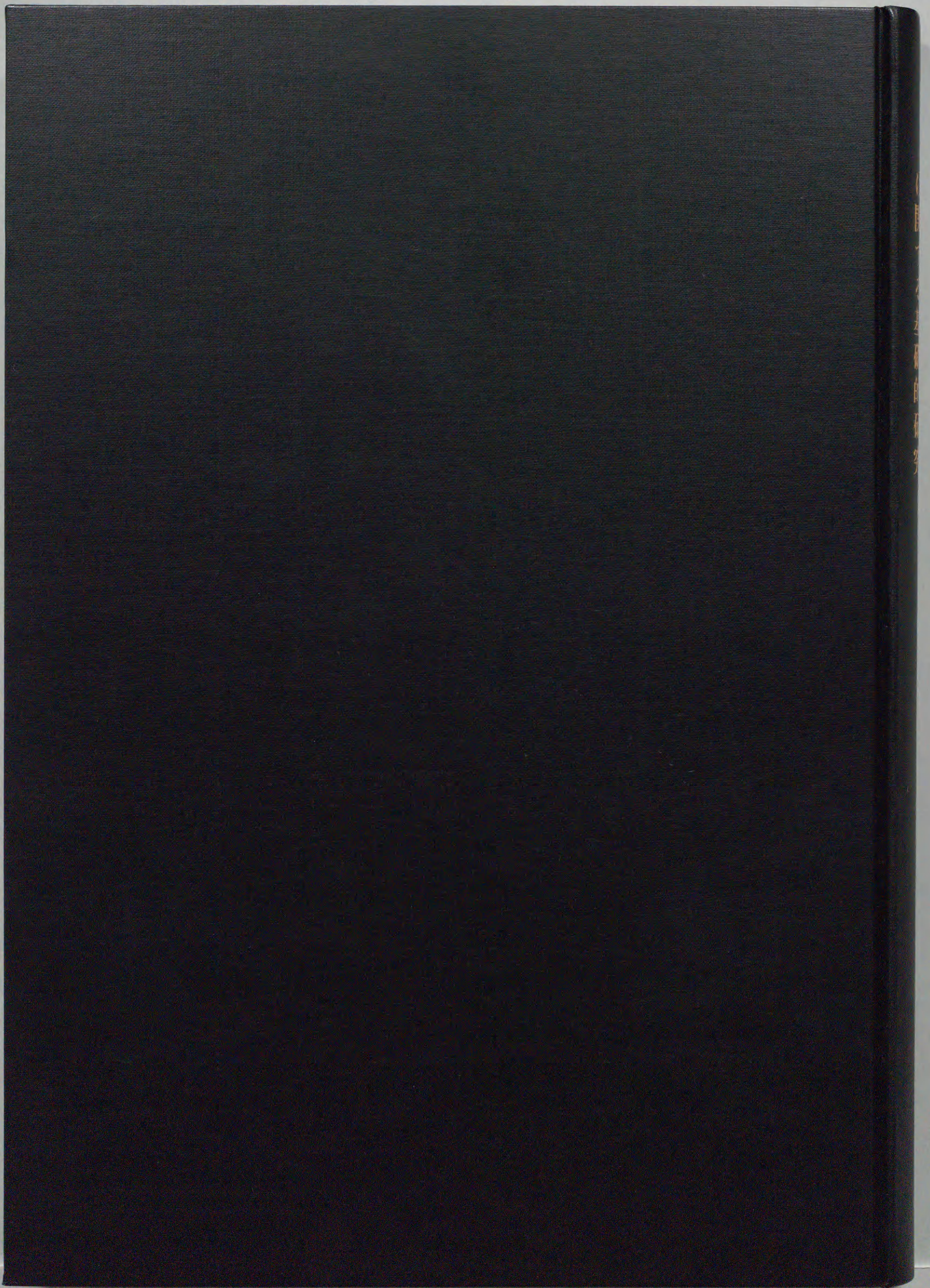
本論文をまとめるにあたり、卒業研究以来これまで長きに渡り終始変わらぬご指導、ご鞭撻を賜った東北大学工学部教授 千田 侖先生に深甚なる謝意を表します。

また、本研究を進めるにあたり、多くの貴重なご教示とご指導を賜った東北大学工学部教授 中塚勝人先生、榎本兵治先生、ならびに東北大学流体科学研究所教授 林 一夫先生に心より感謝致します。

これまでの研究を進める上で、ご指導、ご助言を戴きました東北大学名誉教授 下飯坂潤三先生、秋田大学名誉教授、元東北大学教授 田中正三先生、東北大学工学部 鴻巣 彬先生、東京水産大学水産学部 酒井 昇先生に厚く御礼申し上げます。

さらに、種々の便宜を図って頂きました、東北大学工学部 田中 桂先生（現、(株)ナサック）、佐藤源之先生、土屋範芳氏、出口 衛氏、また、実験に際し協力を得ました東北大学大学院工学研究科 荻原洋一氏（現、東洋エンジニアリング(株)）、和嶋延寿氏（現、東京都立葛西南高等学校）に深く感謝致します。

最後に、種々のご指導、ご援助を賜った東北大学工学部資源工学科、東北大学大型計算機センターならびに東北大学素材工学研究所の教職員の皆様に記して謝意を表します。





Inches  
Centimetres

# KODAK Color Control Patches

© The Tiffen Company, 2000

**Kodak**  
LICENSED PRODUCT

Blue

Cyan

Green

Yellow

Red

Magenta

White

3/Color

Black

# Kodak Gray Scale

**G** **Y** **M**

© Kodak, 2007 TM: Kodak

**A**

1 2 3 4 5 6

**M**

8 9 10 11 12 13 14 15

**B**

17 18 19