

博士学位論文

自由エネルギーの多変数最適化計算による
三次元磁区構造予測に関する研究

**Prediction of Three-Dimensional Magnetic
Domain Structures Using Multivariable
Optimization of Free Energy**

2016年2月

東北大学大学院工学研究科
電気エネルギーシステム専攻

岩田 圭司

Prediction of Three-Dimensional Magnetic Domain Structures Using Multivariable Optimization of Free Energy

ABSTRACT

This thesis presents a calculation method using multivariable optimization of magnetic free energy to predict three-dimensional magnetic domain structures occurring in bulk soft magnetic materials such as silicon steels and amorphous alloys. This proposed method makes it feasible to predict three-dimensional magnetic domain structures in grain-oriented silicon steels with grooved surfaces, under applied tensile and compressive stresses, and at above room temperature.

Silicon steels are industrially important soft magnetic materials used in the cores of transformers and motors. Further improvements in the magnetic properties, for example iron losses and magnetostrictive noise, are required to increase the efficiency of electrical machinery. However, the previous experimental approaches have made it difficult to further improve the magnetic properties of silicon steels because the magnetic properties, which come close to saturation values, depend on various material conditions, for example, the surface conditions, the orientation of crystals, the local stress, and the operating temperature. Moreover, determining guidelines for magnetic material design is resource- and time-consuming. In this thesis, to overcome this issue, a calculation method to accurately predict three-dimensional magnetic domain structures in silicon steels, which depend on various material conditions, is investigated to provide a starting point to non-empirically design the magnetic properties. This thesis is organized as follows.

Chapter 1 introduces the background and purpose of this thesis.

In Chapter 2, a calculation method using multivariable optimization of the magnetic free energy is presented to predict three-dimensional magnetic domain structures in Fe-3%Si grain-oriented steels. To calculate the magnetic domain structures in grain-oriented steels with grooved surfaces, which are previously unpredictable, the finite elements method is introduced. In this present formulation, the stray field energy consists of magnetic vector potentials represented by gauge invariant vector interpolation functions so that the total unknown variables are determined by the multivariable optimization of the magnetic free energy. The proposed approach considering the decrease of the magnetic charges on the steel surface due to the occurrence of the lancet domains makes it feasible to predict the effect of the tensile stress on the magnetic domain structures in grain-oriented silicon steels. Furthermore, the free energy of three-dimensional closure domain structures under the local compressive stresses formulated using the distribution functions of triaxial stresses is presented to predict three-dimensional closure domain structures occurring in laser-irradiated grain-oriented steels.

In Chapter 3, the proposed calculation method is applied to predict magnetic domain structures occurring in Fe-3%Si grain-oriented steels with grooved surfaces. The evaluated groove depth dependence of 180° domain width against a tilt angle of [001] out of the steel surface (β) shows good agreement with the values measured by domain observations. The present calculations quantitatively predict that when the crystal orientation of grain-oriented silicon steel become better, artificial domain refinements, such as grooving, are indispensable to reduce anomalous eddy current losses.

In Chapter 4, the proposed calculation method is applied to predict the tensile stress dependence of the magnetic domain structures in Fe-3%Si grain-oriented steels. The validity of the proposed method is confirmed by comparison

with the observed 180° domain width dependent on the tensile stresses against β . Furthermore, the eddy current losses evaluated using the calculated 180° domain width show good agreement with the measured values under tensile stress in the range of lancet domain occurrence. Sufficiently strong tensile stress to annihilate the subdomain occurring near the grooves is predicted to lead to the theoretical threshold of 180° domain refinements due to grooves.

In Chapter 5, three-dimensional closure domain structures occurring in Fe-3%Si grain-oriented steels under local and nonlocal compressive stresses are calculated using the proposed calculation method. The predicted behavior of closure domains near the laser-irradiated spots changing with the release of the compressive stress denote the same tendency of the behavior observed by photoemission electron microscopy combined with X-ray magnetic circular dichroism (XMCD-PEEM). Furthermore, the present calculations show that the internal triaxial stresses measured by high-energy X-ray analysis make the closure domains more stable than the basic domain without closure domains.

In Chapter 6, the proposed calculation method is applied to predict the change in the lancet domains of Fe-3%Si grain-oriented steels in the range from room temperature to far above the Curie temperature (T_c). The domain observations by XMCD-PEEM show that the lancet domains disappear at a temperature below T_c with 180° basic domains occurring. The present calculations considering the intrinsic physical constants as functions of the temperature quantitatively explain this observed temperature dependence of lancet domains. The proposed method reveals that the temperature dependence of the cubic anisotropic constant greatly contributes to the annihilation of lancet domains at a temperature below T_c . Furthermore, the tensile stress required to annihilate lancet domains at an operating temperature of 200°C in electric machinery is predicted to allow approximately half the stress to annihilate them at room temperature.

Finally, Chapter 7 presents the conclusions of this thesis.

第3章 溝入り方向性珪素鋼板の磁区構造計算	49
3-1 はじめに	49
3-2 溝加工された表面を持つ方向性珪素鋼板の磁区構造計算方法.....	50
3-2-1 溝入り鋼板の180度磁区構造計算モデル.....	50
3-2-2 計算諸条件.....	53
3-3 磁区観察実験方法.....	54
3-4 結果と考察	54
3-4-1 計算手法の検証.....	54
3-4-2 考察.....	57
3-5 まとめ	62
第3章の参考文献	63
第4章 張力に依存した方向性珪素鋼板の磁区構造計算	64
4-1 はじめに	64
4-2 張力に依存した方向性珪素鋼板の磁区構造計算方法.....	64
4-2-1 計算方法.....	64
4-2-2 計算諸条件.....	65
4-3 結果と考察	67
4-3-1 張力に依存した磁区構造予測の検証と考察.....	67
4-3-2 異常渦電流損の計算予測の検証と考察.....	74
4-4 まとめ	78
第4章の参考文献	79
第5章 圧縮応力下における還流磁区の三次元構造計算	80
5-1 はじめに	80
5-2 還流磁区構造の計算方法.....	81
5-3 検証実験方法.....	87
5-3-1 磁区観察方法.....	87
5-3-2 内部応力測定方法.....	89
5-4 結果と考察	92
5-4-1 一様な圧縮応力を印加した場合の計算の検証.....	92
5-4-2 焼鈍による応力緩和過程の還流磁区の変化と計算との比較.....	97
5-4-3 焼鈍による応力緩和過程の渦電流損の変化と計算との比較.....	101

5-4-4	局所応力分布における還流磁区モデルの安定性の検証	103
(a)	レーザ照射方向性 Fe-3%Si の内部局所応力分布の測定結果	103
(b)	局所応力分布下における還流磁区構造計算モデルの安定性の検証	106
5-5	まとめ	111
	第5章の参考文献	112
第6章	温度に依存したランセット磁区の構造計算	115
6-1	はじめに	115
6-2	ランセット磁区の温度依存性の計算方法	116
6-3	磁区観察方法	118
6-4	結果と考察	120
6-4-1	室温以上におけるランセット磁区の場合観察	120
6-4-2	室温以上におけるランセット磁区の構造計算の検証	122
6-4-3	室温以上でランセット磁区を消すための材料条件に関する考察	125
(a)	結晶方位の条件予測	125
(b)	板厚の条件予測	127
(c)	張力の条件予測	127
6-5	まとめ	130
	第6章の参考文献	131
第7章	結論	133
	本研究に関連した論文リスト	139
	謝辞	140

第 1 章 序論

1-1 研究の背景

鉄に代表されるバルク軟質磁性材料は 20 世紀初頭の強磁性物理学の研究対象の一つであった。その結果として、Weiss による仮説⁽¹⁾ から始まり、Bitter による実験観察⁽²⁾、そして Landau と Lifshitz による理論的な研究⁽³⁾ 等により、人類は強磁性体中に発生する磁区
の存在を知るに至った。一方、工業的には軟質磁性材料の一つである珪素鋼板が古くから
電力用変圧器やモータ等の様々な電気機器に使われ、飽和磁束密度が高く製造コストや加
工性にも優れた点があることから、今日でもなお極めて重要な材料となっている。そして
近年では、地球温暖化の抑制や電気エネルギーの効率化のため、鉄芯材料の更なる磁気特
性の改善が強く求められている。このような世の中の要求に答えるため、例えば、方向性
珪素鋼板の圧延方向の鉄損は、冶金学的な組織制御、薄板化、そして磁区制御技術等によ
り大幅に低減され、今日では飽和値に漸近しつつある⁽⁴⁾⁽⁵⁾。一方、世の中の全消費電力
に占める鉄損の割合が約 3% もあると言われていることから、ほんの数%程度の改善でも
省エネへの貢献は絶大になる。珪素鋼を含む結晶質合金や最近ではアモルファス合金等も
また電力用変圧器の鉄芯等に使われているので、その磁気特性を少しでも改善し続けるこ
とは非常に大きな意義がある。しかしながら、珪素鋼の例のように、特性改善幅が小さく
なってきた状況では、もはやこれまでの実験先導型のアプローチだけでは材料単体の特性
改善はおろか、最終製品である電気機器の性能向上に適した材料をタイムリーに世の中に
提供することも難しくなってきた。これは、磁気特性に影響を及ぼす各種材料要因が多い
こと、それゆえに設計指探索には数多くのサンプルを製造準備しなければならないこと、
更には測定精度の高い実験が必要になってきたこと等のため、特性改善指針や最適な製造
条件を実験のみで探索することがもはや限界になりつつあるからである。従来の技術思想
に無い新しい知見を効率良くしかも精度良く見出す手段が必要になってきた。このような
状況において、近年の計算機能力の飛躍的な向上は、計算解析手段によるバルク軟質磁性
材料の更なる特性改善や新しい材料発見の可能性を高めている。

1-2 バルク軟質磁性材料の磁区構造計算の必要性

磁気特性に計算手法を導入した一つの例として、磁気ヒステリシス曲線を数学的に記述する手法が研究されている⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾。これら数学モデルは、材料に発生している実際の磁区構造は考慮せずに磁気ヒステリシス曲線を数学パラメータや関数を用いて表現したモデルである。例えば、Preisach モデル⁽⁶⁾や Jiles-Atherton モデル⁽⁷⁾⁽⁸⁾等がこれに相当すると考えられる。また、ここで使用されている数学パラメータは既存の標準サンプルの実測値に計算値が合うように決定されている。この手法によれば、電気機器を構成する磁性材料のメジャーループやマイナーループも近似的に表現することが出来るので、電気機器に発生しているマクロな電磁場解析や設計には有効であるかもしれない。しかしながら、これら数学モデルが、物理的に曖昧と思われる数学パラメータを使っていること、結局は既存材料の実験データが必要なこと等から、目的の磁気特性を得るために必要な材料仕様（板厚、結晶方位、表面性状、粒径、応力・歪状態など）を予測することや、新しい磁性材料の指針を提案するなど、磁性材料の素材設計や材料に発生する磁気的な物理現象の解明への適用は難しいと言わざるを得ない。例えば、鉄系バルク軟質磁性材料の表面に罫書き⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾や溝⁽¹²⁾⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾⁽¹⁶⁾を入れたり、局所的に歪⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾を入れたりすると磁区が細分化する現象は、未だメカニズム解明も推測の域を脱していないが、上述のような数学モデルがこれら現象の定量解析や性能予測を可能にするとは考え難い。バルク軟質磁性材料の特性向上提案や磁気現象の解明を目指すには、素材の仕様を提案できる物理現象に基づいた計算予測技術が必要である。

バルク軟質磁性材料で求められる主な磁気特性は、材料のエネルギー損失を示す鉄損や騒音の原因の一つとなる磁歪等の物理現象である。鉄損は大別してヒステリシス損と渦電流損に分類される。ヒステリシス損は、材料の不純物、介在物、結晶方位、粒界、厚み、歪・応力そして表面性状等の各種要因により影響を受ける。これは、上記要因により発生した磁区構造の変化、すなわち、磁壁ピンニングが原因である。渦電流損は一般には古典渦電流損と異常渦電流損に分かれて表現されるが、Pry and Beanによる物理モデル⁽¹⁷⁾が示したように、何れの損失も材料の物質成分で決まる抵抗値と磁区構造に依存すると考えられる。一方、変圧器等の騒音の原因の一つである磁歪もまた磁区構造に依存する。外部磁界の変化により材料中に発生している還流磁区が生成消滅するからである。このように、軟質磁性材料の磁気特性は材料に実際発生している磁区構造に大きく依存するので、材料

の不純物、介在物、結晶方位、粒界、厚み、歪・応力、表面性状、温度環境等の各種磁性制御因子によって発生する磁区構造を精度良く予測出来れば、究極的にはこの得られた磁区構造から軟質磁性材料の磁気特性も予測出来るはずである。また、物理的に曖昧な数学パラメータを使用することなく、磁区レベルからの原理原則に基づいた予測であるので、従来知見とは異なる新たな軟質磁性材料の提案も可能であろう。そこで本研究では、磁区構造からバルク軟質磁性材料の磁気特性を予測する究極的な目標を達成するため、その第一の基礎検討として、材料の各種磁性制御因子によって発生する三次元磁区構造の計算予測技術を提案し、実験検証によって提案手法の有効性を検討した。

1-3 バルク軟質磁性材料の磁区構造計算に関する現状

磁性材料の磁区構造を計算予測する手法として先ず考えられるのは、Landau - Lifshitz - Gilbert (LLG) 方程式^{(3) (18) (19)}による数値計算⁽²⁰⁾である。LLG 方程式とは材料中の磁気モーメントが有効磁場中を、制動項を伴って歳差運動する状態を時間発展的に表現した運動方程式である。有効磁場には、磁気異方性の効果や交換相互作用等の量子力学的な効果を含むので、LLG 方程式は磁壁の構造までも描写可能である。近年では、計算機能力の飛躍的な向上に加え、微細加工技術の進展により計算対象の材料がナノレベルになったことにより、LLG 方程式による計算は、磁性薄膜、ナノ磁性体、スピントロニクス等の分野における設計や現象解析に盛んに使われるようになってきている。しかしながら、LLG 方程式のバルク軟質磁性材料への直接的な適用はあまり行われていない。これは、バルク軟質磁性材料の板厚が厚いこと、そして、180度磁区幅と磁壁幅のスケール差が非常に大きいこと等が原因と考えられる。例えば方向性珪素鋼板の場合、その板厚は商用材で少なくとも0.23 mm程度であり、180度磁区幅は数百 μm から数 mm 程度にもなる。一方、磁壁幅は鉄で約 100 nm⁽²¹⁾であることから、180度磁区幅と磁壁幅のスケール差が約 1000 倍以上にもなる。一般に LLG 計算では磁壁の構造も考慮しなければならないので、180度磁区幅と磁壁幅のスケール差が計算の空間分割数を膨大にさせている。例えば、磁壁構造を考慮するため分割幅を 5 mm にしたとすると、鋼板の板厚や圧延方向の長さおよび磁区幅が 0.23 mm、鋼板の幅方向を周期境界条件とした計算領域の3次元分割数は、約 10^{15} (1000兆) のオーダーになってしまい、実用上現実的な時間内で計算することは不可能な状況である。また、たとえ大規模計算が可能になったとしても、磁区発生の際の核の構造の情報がないと、い

きなり磁気モーメントのランダムな初期状態から、実際発生している 90 度磁区のような特異な構造に収束させることも非常に難しいと考えられる。

バルク軟質磁性材料の磁区計算で直面した上述の課題を解決する手段として、磁区発生の核の三次元構造を材料表面の磁区観察からの情報等に基づき予測し、この構造がエネルギー的に安定な状態を見つけ出す、自由エネルギー最小化法による磁区構造計算⁽²¹⁾がある。またこの方法では、鉄系バルク軟質磁性材料の磁区幅と磁壁幅のスケール差の課題を解決するために、LLG 方程式等から算出される磁壁の表面エネルギーを活用し、各磁区間の磁壁の表面積で決まる磁壁エネルギーを導入している。一般に、ナノレベルの磁性体の LLG 計算では磁壁構造も重要な計算対象であるので、磁気モーメント間の交換エネルギー（交換磁界）は当然考慮して計算しなければならない。一方、バルク軟質磁性材料のエネルギー最小化法による計算では、交換エネルギーは磁壁エネルギーを介して導入するので、結果として近似精度を落とすことなく計算量を抑えることが出来ている。その結果、磁区の全自由エネルギーの主な構成要素は、静磁エネルギー、磁気異方性エネルギー、磁壁エネルギー、磁気弾性エネルギー、Zeeman エネルギー等となり、この全自由エネルギーが最小となるように磁区構造が決定される。この方法は、前節でのべた数学モデルとは異なり物理現象の原理原則に基づいているので、また、自由エネルギーを構成する各種エネルギーが材料の結晶方位、粒界、厚み、歪・応力、表面性状、温度環境等の各種磁性制御因子に互いに依存するはずなので、バルク軟質磁性材料の材料仕様または製造条件によって変化する磁区構造を、実用上現実的な時間内で計算予測できる可能性がある。

1-4 自由エネルギー最小化法による磁区構造計算に関する従来研究と課題

1-4-1 180 度磁区の構造計算に関する従来研究と課題

自由エネルギー最小化法による磁区構造計算は、これまでバルク軟質磁性材料の一つである方向性珪素鋼板の磁区解析にしばしば適用されてきた⁽²²⁾⁽²³⁾⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾。これは、方向性珪素鋼板の磁区構造が主に圧延方向に平行な 180 度磁区とそれ以外の補助磁区から構成されているので、比較的モデル化がし易いからである。例えば、*Craik* と *McIntyre*⁽²²⁾、*Nozawa* ら⁽²³⁾、そして *Imamura* ら⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾ はそれぞれ個別に、方向性珪素鋼板の粗大粒内の磁区構造を図 1-1 のように単純なストライプ状の 180 度磁区のみでモデル化

し、Fe-Si 合金の [001] 容易軸と鋼板表面とのずれ角 β と 180 度磁区幅の相関関係を計算した。彼らのストライプ磁区モデルは 180 度磁区幅がずれ角 β の増加によって減少する磁区観察結果を定性的に再現した。しかしながら、180 度磁区幅の計算値は β が大きくなると実験値との差が大きくなり精度的には十分とは言えなかった。意外にも、この問題は約 30 年近くも検討されず放置されていた。これは、当時はまだ珪素鋼板の特性改善率に飽和感がない時期であり、この程度のずれはそれほど大きな問題ではなかったからと推測される。また、精度向上には単にストライプ磁区モデルに補助磁区の効果を入れれば良いと考えることができる。そのためには、両者の磁区が互いに相関を持つようにしなければならない。しかしながら、三次元的に複雑に絡み合っている補助磁区とストライプ磁区との間の相互作用を具体的にどのように近似しモデル化すべきかこれまで全く良く分かっていなかった。また、2 種類の磁区を扱うことになると解くべき未知変数も多くなり容易には対処できない問題もあった。何れにせよ、当時は定性的に傾向が合えば十分であった。しかしながら 1-1 節でも述べたように、今日では改善率に飽和感のある珪素鋼板の特性を、計算予測技術を導入してでも少しでも改善したい状況においては、このような計算値と実験値との小さな差も見逃すことが出来ない問題となってきた。

これまでの方向性珪素鋼板に適用されたストライプ磁区モデルは、 β によって鋼板表面に発生した磁極起因の静磁エネルギーと磁壁エネルギーからの影響を特に考慮したモデルであった。しかしながら、鋼板に印加される応力・歪の影響は十分には考慮されていなかった。一般に方向性珪素鋼板では、鋼板に張力皮膜を付与することで磁区を細分化して異常渦電流損を減じている⁽²³⁾⁽²⁷⁾⁽²⁸⁾。また、磁歪特性も改善される⁽²⁹⁾。これは、補助磁区の一つであるランセット磁区が鋼板への面内張力により減少し消滅するからである。すなわち、従来のストライプ磁区モデルは、補助磁区が発生しないような大きな張力が仮想的に印加されたモデルに相当し、応力や歪に依存したモデルにはなっていない。上述したように、これまでは三次元的に複雑に絡み合うランセット磁区とストライプ磁区との相互作用を近似しモデル化することが出来ていなかった。このため従来では、製造条件の一つである応力・歪（被膜張力）に依存する 180 度磁区の変化を定量的に計算予測することすら出来ていなかった。

上述の問題に加えてまだ残された課題がある。方向性珪素鋼板は溝や局所的な歪導入によっても磁区が細分化し異常渦電流損を下げる事が出来る。しかしながら、これまでの磁区モデルでは表面が平滑なプレーン材にしか適用できない問題もあった。これは、鋼板

の表面が平滑からずれてしまうと、磁区の自由エネルギーを構成する静磁エネルギーの計算が著しく難しくなるからである。静磁エネルギーはクーロンポテンシャルとして遠距離まで影響を及ぼすので、材料中の一つの磁気モーメントは、最近接から遠方に至る全ての磁気モーメントからの影響を考慮しなければ正しい計算が出来ない。そのため、静磁エネルギーの計算は必然的に大規模になり、今日に至ってもなお取扱いが難しい計算の一つになっている。一方、幸運にも表面が平滑な場合では、 β により鋼板表面に発生する磁極起因の静磁エネルギーがフーリエ級数展開法を用いて特殊関数で定式化することが出来ていた⁽³⁰⁾。プレーン材の形状は静磁エネルギーの計算を比較的容易にしてくれていた。実際の方向性珪素鋼板の磁区構造を計算予測するためには、粒形状や表面が様々な形状であっても対処可能でなければならない。しかしながら、この課題に関してもこれまで十分な検討が行われてこなかった。

1-4-2 補助磁区の構造計算に関する従来研究と課題

180度磁区以外の補助磁区の構造計算に関してもこれまでに幾つかの研究が行われている⁽³¹⁾⁽³²⁾⁽³³⁾⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾。方向性珪素鋼板で観察されている補助磁区の代表的な磁区は、ずれ角 β によって発生するランセット磁区⁽³¹⁾⁽³²⁾(図1-2の模式図⁽³⁷⁾⁽³⁸⁾⁽⁵⁾参照。)や鋼板の圧延方向を圧縮すると発生する還流磁区⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾(図1-3の模式図参照。)等である。これらは何れも磁気特性、特に磁歪特性に大きな影響を及ぼすので、その構造の把握は極めて重要である。ランセット磁区の構造は、例えば、ShurやDragoshansky⁽³⁴⁾によって提案された。この構造に基づいて、CraigとMcintyre⁽²²⁾は、鋼板の表面から裏面に突き抜けるランセット磁区構造を円柱構造として単純化しエネルギー計算を行った。しかしながら、ランセット磁区をかなり簡略化したため、応力や歪による影響を十分に取り入れることが出来ていなかった。その後、Bärら⁽³¹⁾はランセット磁区が周期的に発生するモデルとして、Imamuraら⁽³²⁾はランセット磁区が単独に存在するモデルとして、それぞれ個別に、ランセット磁区の構造を正確に考慮した計算モデルを提案した。特に、Bärらのモデルは材料に印加する応力や歪に依存するので、材料設計の指針提案に活用できる可能性を持っていた。しかしながらBärらのモデルは単磁区内にランセット磁区が存在するモデルであったため、ランセット磁区の変化がストライプ状の180度磁

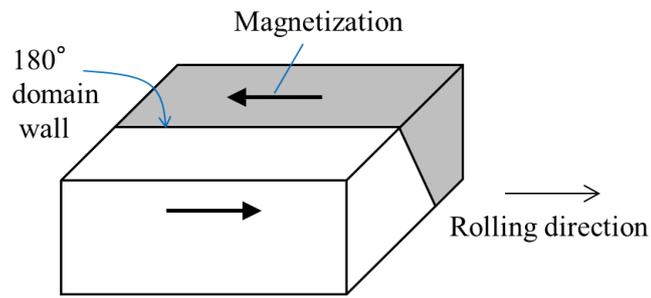


図 1-1 Fe-Si 合金のストライプ磁区モデル

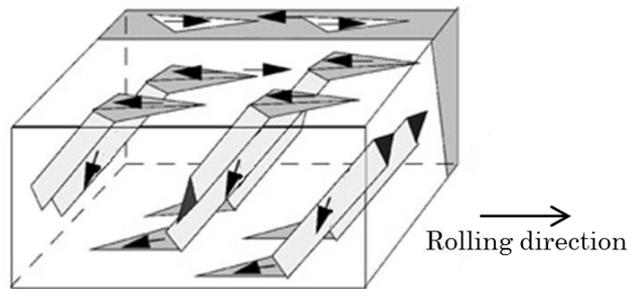


図 1-2 Fe-Si 合金のランセット磁区構造の模式図⁽³⁷⁾⁽³⁸⁾⁽⁵⁾。
Fe-Si 合金の $[001]$ と鋼板表面との間に僅かなずれ角を持っている。

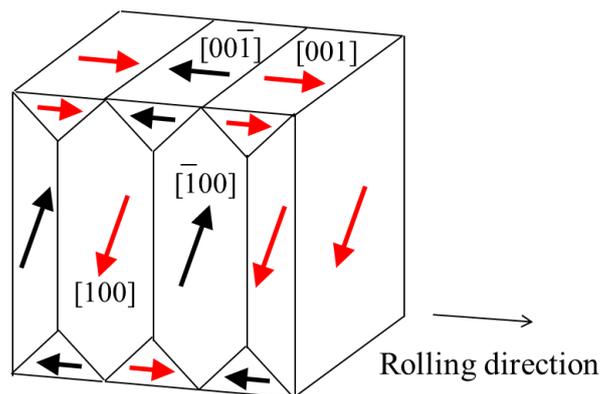


図 1-3 Fe-Si 合金の圧延方向 $[001]$ を圧縮したときに発生する還流磁区の模式図

区構造に影響を及ぼすような計算モデルにはなっていなかった。また電気機器が駆動する室温以上でのランセット磁区の挙動も知りたいところであるが、これまで、室温以上でのランセット磁区の変化を、計算モデルを用いて定量的に調べた報告もほとんどない。これらのモデル提案から約 30 年が経つが、この間ランセット磁区の磁区観察はたびたび行われてきた。しかしながら、磁区構造を正確に予測するために計算モデルを改善したり、ランセット磁区の挙動を計算モデルを用いて定量的に調べたりする研究は行われていなかった。

一方、圧縮による還流磁区計算モデルに関しては、例えば、Dijkstra と Matius⁽³⁵⁾、そして、Corner と Mason⁽³⁶⁾ が、方向性珪素鋼板の粗大粒に一樣な圧縮応力を圧延方向に印加した場合の還流磁区モデルを提案している。その結果、磁区観察で得られた圧延方向に垂直な縞模様の間隔を説明することが出来ていた。しかしながら、局所的な応力分布の下での還流磁区の安定性についてはこれまでほとんど調べられてはいない。例えば、方向性珪素鋼板の表面にレーザ照射すると、照射近傍に還流磁区が発生し 180 度磁区が細分化する現象が良く知られている⁽¹⁵⁾。これは、レーザ照射により分布を持った応力が局所的に鋼板に導入されたのが原因と推測される⁽³⁹⁾。これまで、レーザ照射した鋼板表面上に還流磁区と推定される磁区構造はしばしば観察されていた⁽⁴⁾⁽²⁶⁾。しかしながら、レーザ照射で導入された応力分布が、実際に還流磁区を生み出すかどうか等の磁区生成メカニズムの定量的な検討は今日に至っても未だ行われていなかった。

1-5 研究の目的と論文の構成

本研究では、現在の計算機性能の飛躍的な向上によって実用可能になった計算解析手段に着目し、これを用いてバルク軟質磁性材料の設計指針を見出す究極的な目標を達成するため、その第一段階として、バルク軟質磁性材料の代表の一つである方向性珪素鋼板を例に、前節で述べた磁区構造計算における各種課題を解決し、方向性珪素鋼板の磁性制御因子（板厚、結晶方位、応力・歪等）によって変化する磁区構造を精度良くかつ効率的に計算予測する手法を提案する。すなわち、磁性制御因子に依存する自由エネルギーを多変数最適化計算によってバルク軟質磁性材料に発生する磁区の三次元構造を予測する新たな手法を提案する。そして、この提案手法に基づき開発した磁区構造計算プログラムを用いて、各種方向性珪素鋼板の磁区構造計算を行い、実験との比較から本手法の検証と考察を

行う。更に、この提案手法を用いて磁区発生機構の定量的な解明や磁区構造に基づく特性改善の指針についての考察を行う。本研究の課題をより具体的に示すと以下の3つの課題となる。

第1の課題は、珪素鋼板の表面形状が任意の場合であっても、磁区の自由エネルギーを構成する静磁エネルギーを実用時間内で計算出来るようにすることである。前節で述べたように、従来は表面が平坦なプレーン材の場合でしか静磁エネルギーの計算は出来ていなかった。そこで本研究では、静磁エネルギー計算にベクトルポテンシャルを導入し、これをゲージ不変なベクトル補間関数で近似した有限要素法⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾を用いて、自由エネルギーの多変数最適化計算に帰着させ磁区構造計算を図った。有限要素法を用いているので鋼板表面が平坦以外の場合でも対処可能となる。本研究では、この提案手法を、表面を溝加工した方向性珪素鋼板の磁区構造計算に適用しその有効性を確認した。

第2の課題は、張力に依存した磁区構造を予測することである。前節で述べたように従来は、張力に依存するランセット磁区とストライプ磁区との相互作用をモデル化することが難しく出来ていなかった。ランセット磁区とストライプ磁区は三次元的に互いに複雑に絡み合っているからである。そのため、Fe-3%Siの[001]と鋼板表面とのずれ角 β の増加に伴い180度磁区幅の計算値と実測値との間には隔たりが生じていた。そこで、本研究では三次元的に複雑に絡み合うランセット磁区とストライプ磁区との相互作用を近似する手法を開発した。すなわち、ランセット磁区発生による表面磁極の減少効果を自発磁化に繰り込み、自由エネルギーの多変数最適化計算により磁区構造を予測する手法を提案した。

第3の課題は、局所応力分布下の磁区構造を予測することである。本研究では珪素鋼板へのレーザー照射によって導入されると予測される局所応力分布に対応するために、座標分布関数を持った三軸応力を採り入れた三次元還流磁区の自由エネルギーを新たに定式化し、これを多変数最適化計算により磁区構造を予測する手法を提案した。本研究では、レーザー照射鋼板の内部の三軸応力分布を高エネルギーX線を用いた実験で測定し、これを提案手法に適用し三次元還流磁区構造を予測した。その結果、レーザー照射近傍で発生している磁区観察結果と同様に、還流磁区構造がエネルギー的に安定して存在することを実証した。

本論文の構成を述べると次の通りである。第1章は序論であり、研究の背景と目的を述べている。第2章では、先ず、従来は不可能であった任意の表面性状を持つ珪素鋼板の磁区構造計算を可能にするために、有限要素法を導入し、しかも、ゲージ不変な補間関数で近似したベクトルポテンシャルを用いて静磁エネルギーを定式化し、磁区の自由エネルギー

ギーの多変数最適化計算に帰着させた手法を開発したのでその詳細を述べている。次に、張力に依存する磁区構造計算を可能にするために、ランセット磁区と 180 度磁区の相互作用効果を自発磁化に繰り込んだ自由エネルギーの多変数最適化計算手法を開発したのでその詳細を述べている。従来は、ランセット磁区と 180 度磁区が三次元的に絡み合い両者の相互作用をモデル化することが難しかった。そして、レーザ照射等で発生する局所応力分布が存在したときの磁区構造計算を可能にするために、座標分布関数を持った三軸応力を採り入れた三次元還流磁区の自由エネルギーを新たに定式化し、これを多変数最適化計算により磁区構造を予測する手法を開発したのでその詳細を述べている。第 3 章では、第 2 章の提案手法により開発した磁区構造計算プログラムを用いて、溝加工された表面を持つ方向性珪素鋼板の磁区構造計算を行い磁区観察との比較から本提案手法の検証と考察を行っている。第 4 章では、第 2 章の提案手法により開発した磁区構造計算プログラムを用いて、張力に依存した方向性珪素鋼板の磁区構造の計算値と磁区観察から得られた実験値との比較から提案手法の検証と考察を行っている。第 5 章では、第 2 章の提案手法により開発した磁区構造計算プログラムを用いて、一様な圧縮応力下および局所圧縮応力下における方向性珪素鋼板の磁区構造計算を行い本提案手法の検証と考察を行っている。検証には、磁気円二色性光電子顕微鏡(XMCD-PEEM)によるレーザ照射近傍の還流磁区のその場観察や高エネルギー X 線によるレーザ照射鋼板内部の応力測定を使って議論している。第 6 章では、第 2 章の提案手法により開発した磁区構造計算プログラムを用いて、室温以上におけるランセット磁区の構造変化の計算を行い XMCD-PEEM による磁区観察との比較から提案手法の検証と考察を行っている。また、提案手法を用いて、電気機器が駆動する室温以上の温度下における材料条件を予測している。第 7 章は結論であり、本研究の総括を述べている。

第 1 章の参考文献

- (1) P. Weiss, “L’Hypothese du champ Moleculaire et de la Propriete Ferromagnetique,” J. de Phys. vol. 6, pp. 661-690, 1907.
- (2) F. Bitter, “On inhomogeneities in the magnetization of ferromagnetic materials,” Phys. Rev. vol. 38, pp.1903-1905, 1931.
- (3) L. D. Landau and E. Lifshitz, “On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies,” Phys. Z. Sowjetunion vol. 8, pp.153-169, 1935.
- (4) T. Nozawa, M. Mizogami, H. Mogi, and Y. Matsuo, “Magnetic properties and dynamic domain behavior in grain-oriented 3% Si-Fe,” IEEE Trans. Magn., vol. 32, no. 2, pp. 572–589, Mar. 1996.
- (5) Y. Ushigami, M. Mizokami, M. Fujikura, T. Kubota, H. Fujii, K. Murakami, “Recent development of low-loss grain-oriented silicon steel,” J. Magn. Magn. Mater., vol. 254–255, pp. 307– 3146, 2003.
- (6) F. Preisach, “Uber die magnetische Nachwirkung,” Zeitschrift fur Physik. Vol. 94, pp. 277-302, 1935.
- (7) D. C. Jiles and D. L. Atherton, “Theory of ferromagnetic hysteresis,” J. Appl. Phys., vol. 55, pp. 2115-2120, 1984.
- (8) D. C. Jiles, J. B. Thoelke and M. K. Devine, “Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis,” IEEE Trans. Magn., vol. 28, No. 1, pp. 27-35, 1992.
- (9) G. Bertotti, Hysteresis in Magnetism, Academic Press, New York, 1998
- (1 0) T. Nozawa, T. Yamamoto, Y. Matsuo, and Y. Ohya, “Effects of scratching on losses in 3% Si-Fe single crystals with orientation near (110) [001],” IEEE Truns. Magn., vol. 15, pp. 972-981, 1979.
- (1 1) K. Fukawa and T. Yamamoto, “Domain structures and stress distributions due to ball-point scratching in 3% Si-Fe single crystals with orientation near (110)[001],” IEEE Trans. Magn., vol. MAG-18, no. 4, pp. 963–969, Jul. 1982.
- (1 2) K. Sato, A. Honda, K. Nakano, M. Ishida, B. Fukuda, and T. Kan, “Development of domain refined grain - oriented silicon steel by grooving,” J. Appl. Phys. vol.73, p.6609, 1993.

- (1 3) K. I. Arai, K. Ishiyama, and H. Mogi, “Dynamic domain wall movement of surface scratched silicon steels,” *IEEE Trans. Magn.* vol. 26, no. 5, pp.1966-1968, 1990.
- (1 4) 石山和志, “低損失薄珪素鋼板に関する研究,” 東北大学博士学位論文, 1993.
- (1 5) T. Iuchi, S. Yamaguchi, T. Ichiyama, M. Nakamura, T. Ishimoto, and K. Kuroki, “Laser processing for reducing core loss of grain oriented silicon steel,” *J. Appl. Phys.*, vol. 53, no. 3, pp. 2410–2412, 1982.
- (1 6) 佐藤 駿, “電力トランス鉄心用非晶質合金の磁気特性改善と厚肉化に関する研究,” 東北大学博士学位論文, 1991.
- (1 7) R. H. Pry and C. P. Bean, “Calculation of the energy loss in magnetic sheet materials using a domain model,” *J. Appl. Phys.* vol. 29, pp.532-533, 1958.
- (1 8) T. L. Gilbert, “A Lagrangian formulation of the gyromagnetic equation of the magnetic field,” *Phys. Rev.*, vol. 100, p.1243, 1955.
- (1 9) T. L. Gilbert, “A Phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, No. 6, pp.3443-3449, 2004.
- (2 0) Y. Nakatani, Y. Uesaka, and N. Hayashi, “Direct solution of the Landau-Lifshitz-Gilbert equation for micromagnetics,” *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 28, no. 12, pp. 2485–2507, 1989.
- (2 1) C. Kittel, “Physical theory of ferromagnetic domains,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 21, pp. 541-583, 1949.
- (2 2) D. J. Craik and D. A. McIntyre, “Magnetostatic effects in grain-oriented silicon iron,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 5, no. 3, pp. 378–383, Sep. 1969.
- (2 3) T. Nozawa, T. Yamamoto, Y. Matsuo, and Y. Ohya, “Relationship between total losses under tensile stress in 3 percent Si-Fe single crystals and their orientations near (110) [001],” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 14, no. 4, pp. 252–257, Feb. 1978.
- (2 4) M. Imamura, T. Sasaki, and T. Yamaguchi, “Domain-wall eddy-current loss in a stripe domain structure of Si-Fe crystals inclined slightly from the perfect (110) [001] orientation,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 20, no. 6, pp. 2120–2129, Jan. 1984.
- (2 5) M. Imamura, T. Sasaki, and H. Nishimura, “AC magnetosuction in Si-Fe single crystals close to (1 10) [001],” *IEEE Tans Magn.*, vol. 19, no. 1, pp. 20–27, Jan. 1983.
- (2 6) A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic Domains*. New York, NY, USA: Springer-Verlag, 1998.

- (2 7) T. Yamamoto and T. Nozawa, “Effects of Tensile Stress on Total Loss of Single Crystals of 3% Silicon-Iron,” *J. Appl. Phys.*, vol. 41, pp. 2981-2984, June 1970.
- (2 8) T. Sato, K. Kuroki, O. Tanaka, “Approaches to the lowest core loss in grain-oriented 3% silicon steel with high permeability,” *IEEE Trans. Magn.* vol. 14, no. 5, pp.350-352, 1978.
- (2 9) T. Yamamoto, S. Taguchi, A. Sakakura, and T. Nozawa, “Magnetic properties of grain-Oriented silicon steel with high permeability orientcore HI-B,” *IEEE Trans. Mag.*, vol. 8. pp. 677-681, Sept. 1972.
- (3 0) C. Kooy and U.ENZ, “Experimental and theoretical study of the domain configuration in thin layers of BaFe₁₂O₁₉,” *Philips Res. Rep.*, vol. 15, pp. 7–29, Sep. 1960.
- (3 1) N. Bär, A. Hubert, and W. Jillek, “A quantitative investigation into the supplementary domain structure of misoriented grains of transformer steel,” *J. Magn. Mater.*, vol. 6, pp. 242–248, Aug./Oct. 1977.
- (3 2) M. Imamura, T. Sasaki, and A. Sato, “Magnetization process and magnetostriction of a four percent Si-Fe single crystal close to (100)[001],” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 17, no. 5, pp. 2479–2485, Mar. 1981.
- (3 3) A. Notoji, M. Hayakawa, and A. Saito, “Strain-magnetization properties and domain structure change of silicon steel sheets due to plastic stress,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 5, pp. 3074–3077, Sep. 2000.
- (3 4) Y. S. Shur and Y. N. Dragoshansky, “The shape of closure domains inside silicon iron crystals,” *Phys. Metals Metallog.*, vol. 22, pp.57-63, May 1966.
- (3 5) L. J. Dijkstra and U. M. Martius, “Domain pattern in silicon-iron under stress,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 25, pp. 146-150, 1953.
- (3 6) W. D. Corner and J. J. Mason, “Effect of stress on domain structure of goss textured silicon-iron,” *Brit. J. Appl. Phys.*, vol. 15, pp. 709–722, 1964.
- (3 7) M. Fujikura, S. Arai, and T. Kubota, “Effect of laser irradiation on the magnetostriction of grain-oriented electrical steels,” *J. Magn. Soc. Jpn.*, vol. 25, no. 4_2, pp. 895–898, 2001.
- (3 8) S. Arai, “Supplementary magnetic domains and magnetic domain control of electrical steel sheets,” *J. Magn. Soc. Jpn.*, vol. 25, no. 12, pp. 1612–1618, 2001.

- (3 9) M. Imafuku, H. Suzuki, K. Akita, K. Iwata, and M. Fujikura, "Effects of laser irradiation on iron loss reduction for Fe-3%Si grain-oriented silicon steel," *Acta Mater.*, vol. 53, no. 3, pp. 939–945, 2005.
- (4 0) K. Iwata and H. Hiranao, "Magnetic field analysis by edge elements of magnetic components considering inhomogeneous current distribution within conductor windings," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 5, pp. 1549–1554, May 2006.
- (4 1) K. Iwata, "An Input method of satisfying the current continuity in 3D magnetic field calculation using edge elements," *J. Magn. Soc. Jpn.*, vol.18, pp.607-612, 1994.

第2章 バルク軟質磁性材料の三次元磁区構造の予

測手法の提案

2-1 はじめに

バルク軟質磁性材料の一つである方向性珪素鋼板の磁区構造計算は、これまで、主に2次元表面の磁区観察像を解釈するために、自由エネルギーを最小化する方法を用いて数多く実行されてきた^{(1) (2) (3) (4) (5)}。これは、方向性珪素鋼板の磁区構造が主に180度磁区や補助磁区から構成されており、磁区のモデル化が比較的容易であったからである。しかしながら、これまでの磁区計算は、方向性珪素鋼板の磁区構造を図2-1が示すようにストライプ状の非常に単純にモデル化していた。表面は平滑として、自由エネルギーは180度磁区幅一つだけを未知変数とする関数であった。鋼板表面が平滑な場合は、幸運にも静磁エネルギーをフーリエ級数展開法によって、特殊関数で式化することが出来ていた⁽⁶⁾。このため、自由エネルギーの最小化計算は、過去の計算機能力がそれほど高くなくても、比較的容易に実行することは出来ていた。しかしながら、モデルが少しでも複雑になり、未知変数が多数になると、現実的な時間内で磁区構造計算を実行することは非常に難しくなった。

例えば、方向性珪素鋼板では、異常渦電流損を下げるため鋼板表面に溝を加工する場合がある。しかしながら、鋼板表面性状や形状が複雑になると、静磁エネルギーの計算が極めて難しくなり、平滑表面以外は磁区構造の計算ができない問題があった。近年、静磁エネルギーの計算は、LLG方程式の数値計算でも実行されている⁽⁷⁾。ここでは、実用的な計算を実行するためには、例えば、差分法で離散化した静磁エネルギーを、高速フーリエ変換 (FFT) を用いて計算している⁽⁸⁾。しかしながら、このFFTを活用しても、0.23 mm程度の厚みのあるバルク軟質磁性材料への適用は、膨大な計算量となり、今日においてもなお現実的な時間内で計算することは不可能である。

また、方向性珪素鋼板は張力によって180磁区が細分化される現象もある⁽²⁾。しかしながら、従来ストライプ磁区モデル(図2-1)の自由エネルギーは張力依存性がなく、磁区構造の張力効果を予測することも出来ていなかった。これは、補助磁区の一つであり、

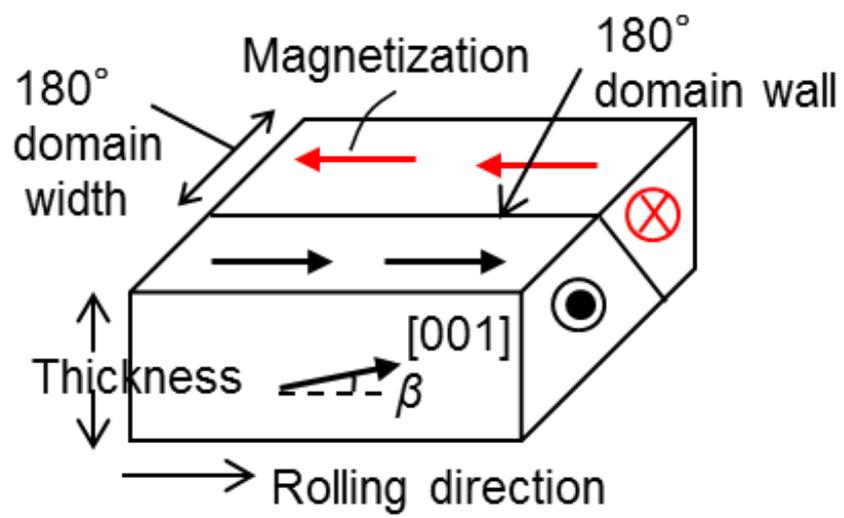


図 2-1 ストライプ 180 度磁区モデル

張力に依存して変化するランセット磁区⁽⁹⁾の自由エネルギーを考慮していなかったからである。ランセット磁区の効果を検討するには、180度磁区とランセット磁区が互いに相関を持つようにしなければならない。しかしながら、これまでは、三次元的に複雑に絡み合っているランセット磁区と180度磁区との間の相互作用を具体的にどのように近似しモデル化すべきか全く良く分かっていなかった。また、2種類の磁区構造を扱うことになると解くべき未知変数も増大し容易には対処できない問題もあった。本研究ではランセット磁区と180度磁区間の相互作用を新たにモデル化し、多変数最適化計算に帰着させた手法を開発し、この課題を解決した。

更には、方向珪素鋼板は圧縮応力下でも180度磁区以外の補助磁区が発生する。この補助磁区は、表面の磁区観察から、板厚方向に三次元構造を持つ還流磁区であると推測されていた⁽¹⁰⁾。この結果に基づき、これまでは、一様な圧縮応力下における還流磁区モデルが提案された⁽¹¹⁾。しかしながら、レーザ照射珪素鋼板⁽¹²⁾⁽¹³⁾に残留していると考えられる局所応力分布下における還流磁区構造に関する検討もこれまで十分になされていなかった。このため、局所圧縮応力分布によって発生する磁区構造を予測することも十分には出来ていなかった。本研究では局所応力分布下の磁区構造計算に対応可能な計算式を新たに導出しこの課題を解決した。

近年の計算機の性能は従来よりも著しく向上したとは言え限界がありまだ十分ではない。この状況において、磁区構造を正確にかつ現実的な時間内で予測し、バルク軟質磁性材料の設計指針に反映させるためには、これまでには無い新たな近似モデルを導入した計算手法の開発が必要である。そこで本章では、バルク軟質磁性材料の一つである方向性珪素鋼板の三次元磁区構造を予測するために、磁区の物理現象を損なうことなくかつ現実的な時間内で計算が可能となる新たな近似法を導入した自由エネルギーの多変数最適化計算手法を提案する。これにより従来のストライプ状の180度磁区だけではなく、表面性状の影響や張力の影響及び局所圧縮応の影響で変化する磁区構造がはじめて予測可能になる。また、本研究では、各種珪素鋼板の磁区構造を具体的に計算するために、本章で提案された定式化に基づき独自に計算プログラムも開発している。この計算プログラムによる各種方向性珪素鋼板の磁区構造予測の検証と考察に関しては、第3章以降にて順次行っていく。

2-2 三次元磁区構造の多変数自由エネルギーの構築

本研究では、方向性珪素鋼板の三次元磁区構造の全自由エネルギー (E_{total}) を次式のよ
うに仮定した。

$$E_{Total} = E_{Main} + E_{Lancet} + E_{Closure} + E_{Sub} + E_{Inter} + E_{Zeeman} + \dots \quad (2-1)$$

ここで、 E_{Main} は 180 度磁区の自由エネルギー、 E_{Lancet} はランセット磁区の自由エネルギー、 $E_{Closure}$ は還流磁区の自由エネルギー、 E_{Sub} はランセット磁区や還流磁区以外の補助磁区の自由エネルギー、 E_{Inter} は各磁区間の相互作用エネルギー、 E_{Zeeman} はゼーマンエネルギー、等である。消磁状態の磁区構造を計算する場合は、ゼーマンエネルギーは零になる。従来の磁区計算では、180 度磁区、ランセット磁区、還流磁区等、それぞれ単独の自由エネルギーを用いた計算が主に行われてきた。本研究では、各磁区構造の個別の自由エネルギーだけでは、方向性珪素鋼板の磁性に影響を及ぼす、表面性状、張力、圧縮力、等の磁性制御因子の効果を十分に予測できない場合もあるので、(2-1) 式に示すように、各磁区構造の自由エネルギーを含めた全自由エネルギーを考えることを基本とした。(2-1) 式においては、少なくとも各磁区の構造が未知変数となるので、全エネルギー (E_{total}) は必然的に多変数関数に帰着される。従って、本研究では、全エネルギーが最小となる解を求めるために、(2-1) 式 of 多変数関数を、例えば、直線探索法、パウエル法、ニュートン・ラフソン法、共役勾配法等の数値的な手法⁽¹⁴⁾ ⁽¹⁵⁾ を用いて解き、表面性状、張力、圧縮力、等の磁性制御因子の変化に対する三次元磁区構造を予測する手法を提案した。以下では、本研究で用いた (2-1) 式を構成する自由エネルギーの計算手法の詳細を述べる。

2-2-1 任意の表面形状に対応した 180 度磁区の自由エネルギーの構築

(a) ベクトルポテンシャルを用いた磁区の自由エネルギーの構築

本研究では、従来の磁区計算で課題であった、鋼板表面が平滑でなく任意の形状にも適用できるように、単位体積当たりの 180 度磁区構造の自由エネルギー E_{Main} を、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} を用いて次の (2-2) 式のように表した。

$$\begin{aligned}
 E_{Main} = & \frac{1}{2\mu_0 V_0} \int (\nabla \times \mathbf{A} - M_s \mathbf{m})^2 dV + \frac{K_1}{V_0} \int \sum_{p < q} \alpha_p^2 \alpha_q^2 dV \\
 & + \frac{4\sqrt{A_s K_1}}{W_{180} \cos 32^\circ} + \frac{1}{V_0} \int \left\{ -\frac{3}{2} \lambda_{100} \sum_p \sigma_{pp} \left((m_p^{(i)})^2 - \frac{1}{3} \right) \right. \\
 & \left. - 3\lambda_{111} \sum_{p > q} \sigma_{pq} m_p^{(i)} m_q^{(i)} \right\} dV + \dots \quad (2-2)
 \end{aligned}$$

ここで、 μ_0 は真空の透磁率、 V_0 は試料の体積、 M_s は自発磁化、 \mathbf{m} は磁化の単位ベクトル、 K_1 は立方晶の結晶磁気異方性定数 α_p は磁化容易軸に対する $M_s \mathbf{m}$ の方向余弦、 A_s はステッフネス定数、 W_{180} は 180 度磁区幅、 λ_{100} は Fe-Si 合金の [100] 容易軸方向の磁歪定数、 λ_{111} は Fe-Si 合金の [111] 困難軸方向の磁歪定数、 σ_{pq} は応力テンソルである。(2-2) 式において、第 1 項は静磁エネルギー、第 2 項は結晶磁気異方性エネルギー、第 3 項は 180 度磁壁エネルギー、第 4 項は磁気弾性エネルギーをそれぞれ示している。磁壁の湾曲⁽¹⁶⁾は無視している。(2-2) 式ではベクトルポテンシャル \mathbf{A} 、磁化ベクトル $M_s \mathbf{m}$ 、180 度磁区幅 D_w がそれぞれ未知変数となる。本研究では (2-2) 式のエネルギー最適化計算を具体的に実行するために、計算対象空間を任意の要素で分割する有限要素法を導入した。有限要素法を用いることにより、鋼板表面が任意の形状であっても対応可能になる。また、磁化ベクトル等の物理量の変化が小さいところでは分割を粗くすることができるので、計算量の節約も期待できる。

(b) 磁化ベクトルとベクトルポテンシャルの近似

(2-2) 式の磁化の単位ベクトル \mathbf{m} は、キュリー温度以下の温度一定の条件下では、 $|\mathbf{m}| = 1$ を満足しなければならない。本研究ではこの条件が自動的に満たすように、 \mathbf{m} を図 2-2 で定義する極座標表示で次式のように表した。

$$\begin{cases} m_x^{(i)} = \sin \theta_i \cos \varphi_i \\ m_y^{(i)} = \sin \theta_i \sin \varphi_i \\ m_z^{(i)} = \cos \theta_i \end{cases} \quad (2-3)$$

ここで、 i は分割した要素の番号を示す。要素内では磁化ベクトルは一定とした。計算では θ_i 、 φ_i が未知変数となる。

次に、(2-2) 式の静磁エネルギー項を構成するベクトルポテンシャル \mathbf{A} に関して、 i 番目の要素内のベクトルポテンシャル $\mathbf{A}^{(i)}$ は 1 次ベクトル補間関数 $\mathbf{N}_k^{(17)} (18)$ を用いて次式のように近似した。

$$\mathbf{A}^{(i)} = \sum_l^{12} \mathbf{N}_l A_l \quad (2-4)$$

$$\mathbf{N}_l = \begin{cases} W_l(\eta, \zeta) \nabla \xi, & l = 1 \sim 4 \\ W_l(\xi, \zeta) \nabla \eta, & l = 5 \sim 8 \\ W_l(\xi, \eta) \nabla \zeta, & l = 9 \sim 12 \end{cases} \quad (2-5)$$

ここで、

$$\begin{cases} W_l(\eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \eta_l \eta) (1 + \zeta_l \zeta), & l = 1 \sim 4 \\ W_l(\xi, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \xi_l \xi) (1 + \zeta_l \zeta), & l = 5 \sim 8 \\ W_l(\xi, \eta) = \frac{1}{8} (1 + \xi_l \xi) (1 + \eta_l \eta), & l = 9 \sim 12 \end{cases} \quad (2-6)$$

である。(2-4) 式の A_l は、図 2-3 (a) で定義した一次六面体要素の l 番目の辺上への射影を意味する未知変数である。 ξ 、 η 、 ζ は、図 2-3 (b) で定義した局所座標

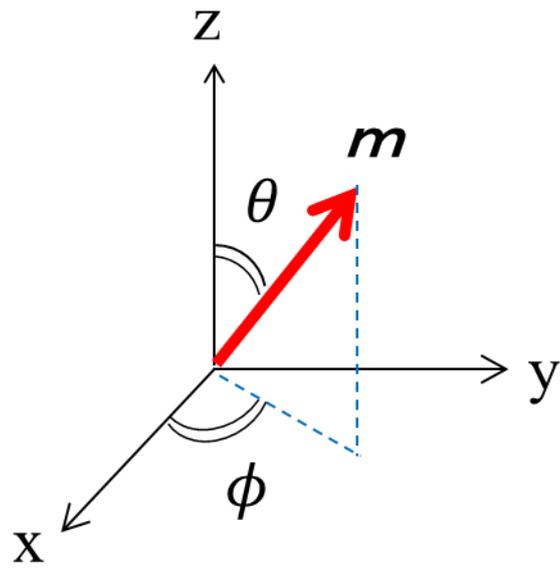


図 2 - 2 磁化ベクトルの極座標表示

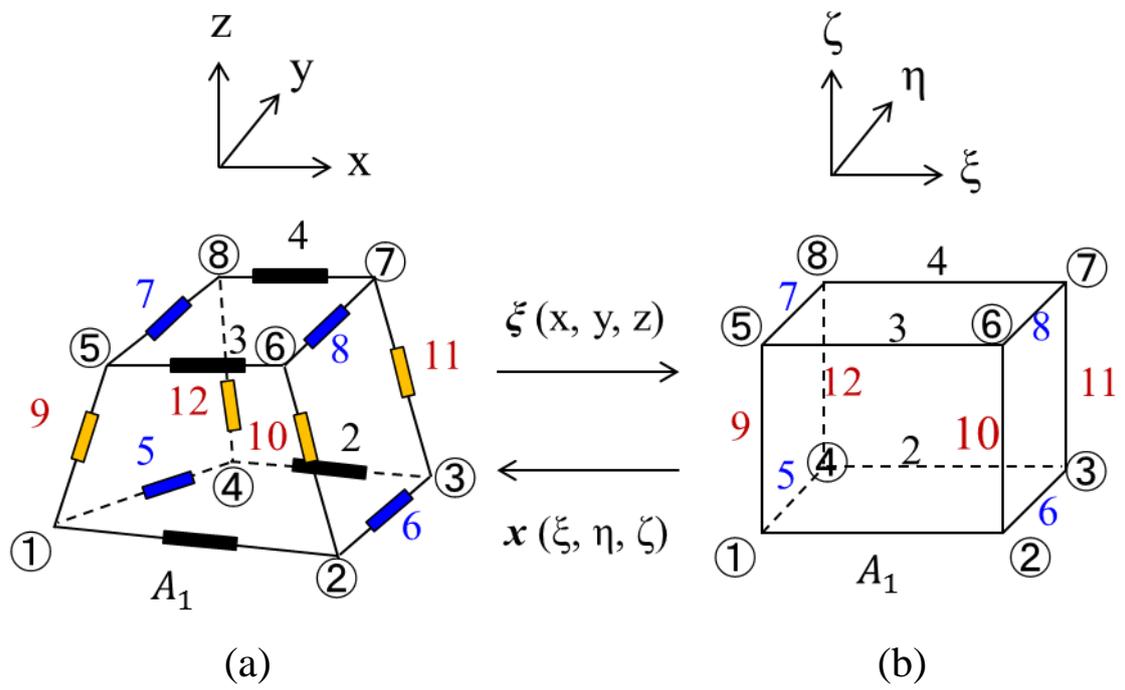


図 2-3 分割要素の(a)試料座標系と (b) 局所座標系

系である。 ζ_k , η_k , ζ_k については、図2-3 (b) の k 番目の辺は直方体の2面の交線であると定義する。例えば、 $l=1$ の場合は、 $\eta_l = -1$ 、 $\zeta_l = -1$ となり、その他も同様である。図2-3 (a) の x , y , z が実際の試料座標系であり、図2-3 (b) の局所座標系とは座標変換で結ばれている。磁化ベクトル同様、要素内でベクトルポテンシャルは一定とした。

ベクトルポテンシャルにはゲージ不変性があるので、物理的に正しい計算を確実に実行するにはこの条件を満たすようにベクトルポテンシャルを近似する必要がある。例えば、ベクトルポテンシャルを、 $\text{div } \mathbf{A} = 0$ のクーロンゲージに固定する場合は、ラグランジの未定乗数法等を用いた拘束条件下での多変数最適化計算を行う必要がある。しかしながら、ベクトルポテンシャルを要素の節点上に未知変数を置いた近似では、上記の拘束条件を付けた計算は数値的な安定性は得られるが、磁性材料と非磁性間の境界での精度に問題が発生する報告がある⁽¹⁹⁾。一方、本研究で採用した(2-4)式のベクトル補間関数はゲージ不変性を保証する近似関数^{(17) (18) (19)}となっているので、計算の収束性も良く、得られた解は物理的に正しい結果であることが保証できる。過去、Hertel と Kronmüller は、厚み $1 \mu\text{m}$ のパーマロイの磁区磁壁構造を計算するために、有限要素法によるマイクロマグネティクス計算を提案した⁽²⁰⁾。計算対象は厚み $1 \mu\text{m}$ の薄膜であり計算量は多くならないので、交換エネルギーも正確に計算している。しかしながら、彼らの方法では、ベクトルポテンシャルは分割要素の節点上に未知変数を置くスカラー補間関数により近似され、しかも、ゲージの拘束はしていない。そのため、この計算方法は、ゲージ不変性を確実に満たした近似ではないので⁽¹⁹⁾、多変数最適化計算を実行し得られた解が、物理的に正しいかどうか常に注意が必要になってしまう。そこで本研究では、このゲージ不変性に関する曖昧な取扱いを避けるために、Hertel らが採用した節点上に未知変数を置く近似法は採用せず、ベクトルポテンシャルのゲージ不変性が保証された(2-4)式に示すベクトル補間関数を用いて近似する手法を新たに導入した。

(c) 磁区の自由エネルギーの多変数最適化計算方法

(2-3) ~ (2-6) 式を(2-2)式に代入すると、磁区の自由エネルギーは、 A_l , θ_i , φ_i , W_{180} を未知変数とする多変数関数となる。求めるべき磁区構造は、(2-2)式の磁区の自由エネルギーが最小になるときであるので、各未知変数に対して(2-2)式の1階の偏微分が零になる解を求める必要がある。すなわち、

$$\frac{\partial E_{main}}{\partial A_l} = 0, \quad \frac{\partial E_{main}}{\partial \theta_i} = 0, \quad \frac{\partial E_{main}}{\partial \varphi_i} = 0, \quad \frac{\partial E_{main}}{\partial W_{180}} = 0 \quad (2-7)$$

を満たす A_l 、 θ_i 、 φ_i 、 W_{180} を求めることになる。ここで添え字 l は分割要素の全辺数を意味し、添え字 i は鋼板部分の要素分割数を意味する。

本研究で検討した自由エネルギーの多変数最適化計算では、先ず、磁区幅 W_{180} を固定した状態で要素分割を行い、(2-7) 式の自由エネルギーの1階の偏微分が零になる各要素の A_l 、 θ_i 、 φ_i をニュートンラフソン法⁽¹⁵⁾によって求めた。(2-2) 式は分割要素内のエネルギー $e_{elm}^{(i)}$ を用いると次式のように書ける。

$$E_{main} = \sum_i^{Ne} e_{elm}^{(i)} + \frac{4\sqrt{A_s K_1}}{W_{180} \cos 32^\circ} \quad (2-8)$$

ここで Ne は分割要素数を表す。磁区幅 W_{180} を固定した状態で、(2-7) 式の1階の偏微分が零になるということは、(2-8) 式の各要素内の全エネルギー $e_{elm}^{(i)}$ の未知変数 A_l 、 θ_i 、 φ_i に対する1階の偏微分が零になる解を探せば良いことになる。すなわち、磁区幅 W_{180} が固定のもとで、各要素に対して、

$$\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial A_l} = 0, \quad \frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \theta_i} = 0, \quad \frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \varphi_i} = 0, \quad (2-9)$$

となれば良い。本研究では(2-9) 式の計算にニュートンラフソン法を適用した。ニュートンラフソン法に従い、各未知変数の変化量を次式のように定義する。

$$\begin{aligned} A_\rho^{n+1} &= A_\rho^n + \delta A_\rho \\ \theta_j^{n+1} &= \theta_j^n + \delta \theta_j \\ \varphi_j^{n+1} &= \varphi_j^n + \delta \varphi_j \end{aligned} \quad (2-10)$$

ここで、各未知変数の上付きの添え字 n が現在の解、 $n+1$ の添え字が次の反復後の解となり、 δA_ρ , $\delta \theta_j$, $\delta \varphi_j$ 分だけ更新されることを意味する。(2-10) 式を (2-9) 式に代入し、テイラー展開の1次項のみを残してまとめると、次式の多次元連立方程式が導出される。

$$\begin{bmatrix} \left[\frac{\partial^2 e_{elm}^{(e)}}{\partial A_\rho^2} \right] & \left[\frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial A_\rho} \right) \right] & \left[\frac{\partial}{\partial \varphi_j} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial A_\rho} \right) \right] \\ \left[\frac{\partial}{\partial A_\rho} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \theta_j} \right) \right] & \frac{\partial^2 e_{elm}^{(e)}}{\partial \theta_j^2} & \frac{\partial}{\partial \varphi_j} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \theta_j} \right) \\ \left[\frac{\partial}{\partial A_\rho} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \varphi_j} \right) \right] & \frac{\partial}{\partial \theta_j} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \varphi_j} \right) & \frac{\partial^2 e_{elm}^{(e)}}{\partial \varphi_j^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta A_1 \\ \vdots \\ \delta A_{12} \\ \delta \theta_j \\ \delta \varphi_j \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial A_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial A_{12}} \\ \frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \theta_j} \\ \frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \varphi_j} \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

ここで、

$$\left[\frac{\partial^2 e_{elm}}{\partial A_\rho^2} \right]$$

は、(12×12) のマトリックスを表す。また、

$$\left[\frac{\partial}{\partial \theta_j} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial A_\rho} \right) \right], \quad \left[\frac{\partial}{\partial \varphi_j} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial A_\rho} \right) \right]$$

は、(12×1) のマトリックスを表し、

$$\left[\frac{\partial}{\partial A_\rho} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \theta_j} \right) \right], \quad \left[\frac{\partial}{\partial A_\rho} \left(\frac{\partial e_{elm}^{(e)}}{\partial \varphi_j} \right) \right]$$

は、(1×12) のマトリックスを表している。(2-11) 式の左辺の要素マトリックスは(14×14) の対称行列となる。本研究では導出した(2-11) 式に基づき、各要素マトリックスを全要素分足し合わせ、全体構成マトリックスを作成し、これを不完全コレスキー分解付き共役勾配法⁽¹⁴⁾ を用いて解を求めた。全体構成マトリックスの作成には自製のプログラムを用いて実行した。この後、固定していた180度磁区幅 W_{180} を、直接探索法⁽¹⁵⁾ を使って更新し、鋼板部分の領域が新しい磁区幅 W_{180} になるように鋼板部分の分割要素のスケールを変え⁽²¹⁾、再び θ_i 、 φ_i 、 A_k を求めることを繰り返した。収束判定としては、反復前後の自由エネルギーを構成する各エネルギーの差が所望の精度以下になるまで計算を繰り返し、磁区の全自由エネルギーが平衡状態となる、 θ_i 、 φ_i 、 A_k 、 W_{180} を求めた。本研究では具体的な数値計算はすべてプログラムを自製して実行した。

(d) 磁区の自由エネルギーの離散化

(2-11) 式を構成する各要素の偏微分項を具体的に導出するために、(2-3) 式～(2-6) 式を用いて(2-2) 式の磁区の自由エネルギーの離散化を行う。まずは、(2-2) 式を構成する静磁エネルギー E_{st} 、磁気異方性エネルギー E_{an} 、磁気弾性エネルギー E_{me} を分割要素の総和で表現すると次式のように書ける。

$$E_{st} = \frac{1}{2\mu_0 V_0} \int (\nabla \times \mathbf{A} - M_s \mathbf{m})^2 dV = \frac{1}{V_0} \sum_i^{Ne} e_{st}^{(i)} \quad (2-12)$$

$$E_{an} = \frac{K_1}{V_0} \int \sum_{p < q} \alpha_p^2 \alpha_q^2 dV = \frac{1}{V_0} \sum_i^{Ne} e_{an}^{(i)} \quad (2-13)$$

$$\begin{aligned} E_{me} &= \frac{1}{V_0} \int \left\{ -\frac{3}{2} \lambda_{100} \sum_p \sigma_{pp} \left((m_p^{(i)})^2 - \frac{1}{3} \right) - 3\lambda_{111} \sum_{p > q} \sigma_{pq} m_p^{(i)} m_q^{(i)} \right\} dV \\ &= \frac{1}{V_0} \sum_i^{Ne} e_{me}^{(i)} \end{aligned} \quad (2-14)$$

試料体積 V_0 は次式のように書くことができる。

$$V_0 = \sum_i^{Ne} \left(\int dv \right)_i \quad (2-15)$$

上式の添え字 i の総和は鋼板試料を構成する要素の総和であり、積分は要素内積分を意味する。(2-12) 式～(2-14) 式より、 i 番目の要素内の各エネルギー $e_{st}^{(i)}, e_{an}^{(i)}, e_{me}^{(i)}$ は次式のようになる。

$$e_{st}^{(i)} = \frac{1}{2\mu_0} \int (\nabla \times \mathbf{A}^{(i)} - M_s \mathbf{m}^{(i)})^2 dv \quad (2-16)$$

$$e_{an}^{(i)} = K_1 \int \sum_{p < q} \alpha_p^2 \alpha_q^2 dv = K_1 \int (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2) dv \quad (2-17)$$

$$e_{me}^{(i)} = \int \left\{ -\frac{3}{2} \lambda_{100} \sum_p \sigma_{pp} \left((m_p^{(i)})^2 - \frac{1}{3} \right) - 3\lambda_{111} \sum_{p > q} \sigma_{pq} m_p^{(i)} m_q^{(i)} \right\} dv \quad (2-18)$$

$$(p, q = 1 \sim 3)$$

ここで、積分 $\int dv$ は要素内積分を示す。以上から、(2-8) 式の要素内のエネルギー $e_{elm}^{(i)}$ は

$$e_{elm}^{(i)} = e_{st}^{(i)} + e_{an}^{(i)} + e_{me}^{(i)} \quad (2-19)$$

と書ける。以下では、要素内の静磁エネルギー $e_{st}^{(i)}$ 、結晶磁気異方性エネルギー $e_{an}^{(i)}$ 、磁気弾性エネルギー $e_{me}^{(i)}$ のそれぞれの離散式を導出する。

(e) 静磁エネルギーの離散化

まず、(2-16) 式の要素内の静磁エネルギーの離散式を導出する。(2-3) 式～(2-6) 式を(2-16) 式に代入して整理すると次式が導出される。

$$e_{st}^{(e)} = \frac{1}{2\mu_0} \left\{ \sum_l^{12} \sum_k^{12} L(l,k) A_l A_k + M_s^2 \int_{elm} dv \right. \\ \left. - 2M_s \sum_l^{12} \sum_i^8 [M(l)_1 \sin \theta_i \cos \varphi_i + M(l)_2 \sin \theta_i \sin \varphi_i + M(l)_3 \cos \theta_i] A_l \right\} \quad (2-20)$$

ここで、 $L(l,k), (l,k = 1\sim 12)$ と $M(l)_\mu, (l = 1\sim 12, \mu = 1\sim 3)$ は、

$$L(l,k) = L(k,l) = \int_{elm} (\nabla \times \mathbf{N}_l) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_k) dv \\ = \int_{elm} \left[\left(\frac{\partial(\mathbf{N}_l)_z}{\partial y} - \frac{\partial(\mathbf{N}_l)_y}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_z}{\partial y} - \frac{\partial(\mathbf{N}_k)_y}{\partial z} \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial(\mathbf{N}_l)_x}{\partial z} - \frac{\partial(\mathbf{N}_l)_z}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_x}{\partial z} - \frac{\partial(\mathbf{N}_k)_z}{\partial x} \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial(\mathbf{N}_l)_y}{\partial x} - \frac{\partial(\mathbf{N}_l)_x}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_y}{\partial x} - \frac{\partial(\mathbf{N}_k)_x}{\partial y} \right) \right] dv \quad (2-21)$$

$$M(l)_\mu = \int_{elm} (\nabla \times \mathbf{N}_l)_\mu dv \\ = \int_{elm} \left[\left(\frac{\partial(\mathbf{N}_l)_z}{\partial y} - \frac{\partial(\mathbf{N}_l)_y}{\partial z} \right), \left(\frac{\partial(\mathbf{N}_l)_x}{\partial z} - \frac{\partial(\mathbf{N}_l)_z}{\partial x} \right), \left(\frac{\partial(\mathbf{N}_l)_y}{\partial x} - \frac{\partial(\mathbf{N}_l)_x}{\partial y} \right) \right] dv \quad (2-22)$$

である。また $\frac{\partial(\mathbf{N}_l)_v}{\partial x_\mu}$ は次式のように定式化できる。

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_l)_v}{\partial x_\mu} = \sum_{\alpha=1}^3 [J^{-1}]_{\mu\alpha} \left[\frac{\partial W_l}{\partial \xi_\alpha} \right] \sum_{j=1}^3 \left[[J^{-1}]_{vj} \left\{ \left(\sum_{i=1}^4 \delta_{l,i} \right) \delta_{j,1} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\sum_{i=5}^8 \delta_{l,i} \right) \delta_{j,2} + \left(\sum_{i=9}^{12} \delta_{l,i} \right) \delta_{j,3} \right\} \right] \quad (2-23)$$

ここで、 $x_\mu = (x, y, z)$, $\xi_\alpha = (\xi, \zeta, \eta)$, $(\mu, \nu, \alpha = 1 \sim 3)$, $(l, k = 1 \sim 12)$ であり、 δ_{li} はクロネッカーのデルタである。また、 $[J^{-1}]$ はヤコビアン $[J]$ の逆行列であり次式に従う。

$$[J^{-1}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} = [\nabla \xi \ \nabla \eta \ \nabla \zeta] \quad (2-24)$$

ヤコビアン $[J]$ は図2-3 (a) の試料座標系と (b) の局所座標系の写像変換から具体的に求めることが出来る。本研究では写像変換を次式に従うとした。

$$\begin{cases} x = \sum_i^8 v_i(\xi, \eta, \zeta) x_i \\ y = \sum_i^8 v_i(\xi, \eta, \zeta) y_i \\ z = \sum_i^8 v_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \end{cases} \quad (2-25)$$

ここで、 $v_i(\xi, \eta, \zeta)$ はスカラー補間関数であり、

$$v_i = \frac{1}{8} (1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \quad (\xi_i, \eta_i, \zeta_i = 1 \text{ or } -1, i = 1 \sim 8) \quad (2-26)$$

である。 i は、図2-3 (b) の六面体の節点番号に相当する。 ξ_i, η_i, ζ_i は、例えば、図2-3 (b) の局所座標系の節点①の場合、この点は、 $\xi = -1, \eta = -1, \zeta = -1$ の3つの面の交点であるので、この点で v_1 の値が1になるように、 $\xi_1 = -1, \eta_1 = -1, \zeta_1 = -1$ と定義されている。他の節点の場合も同様である。(2-25) よりヤコビアン $[J]$ は、

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial \xi} & \frac{\partial v_2}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial v_8}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v_1}{\partial \eta} & \frac{\partial v_2}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial v_8}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial v_2}{\partial \zeta} & \dots & \frac{\partial v_8}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_8 & y_8 & z_8 \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

となり、図 2-3 (a) の試料座標系の 8 つの節点の座標で表示される。従って、(2-24) 式の $[J^{-1}]$ の逆行列の具体的な計算は、(2-27) 式のヤコビアン $[J]$ から逆行列を数値的に求めることで可能になる。

ここで、本研究では、(2-20) 式から (2-23) 式の要素内積分を、Gauss-Legendre 法を用いて実行した。

(f) 結晶磁気異方性エネルギーの離散化

次に (2-17) 式の要素内の結晶磁気異方性エネルギーを離散化する。立方晶の 3 つの容易軸 e_x, e_y, e_z とすると、(2-17) 式の立方晶の方向余弦 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は次のよう書ける。

$$\alpha_1 = \mathbf{m}^{(i)} \cdot \mathbf{e}_x, \quad \alpha_2 = \mathbf{m}^{(i)} \cdot \mathbf{e}_y, \quad \alpha_3 = \mathbf{m}^{(i)} \cdot \mathbf{e}_z \quad (2-28)$$

ここで、 $\mathbf{m}^{(i)}$ は i 番目の要素内の磁化の単位ベクトルである。鋼板の試料座標系と立方晶の容易軸がずれている場合も計算できるように、試料座標系に対する立方晶の容易軸のずれ角を図 2-4 のように、 τ, β, γ の 3 つの角度で定義する。本研究ではこの 3 つの角度を入力値としている。立方晶の 3 つの容易軸 e_x, e_y, e_z が τ, β, γ のそれぞれの角度だけずれたときの試料座標系を求める。図 2-4 のように、先ず、試料座標系の x 軸周りに $-\gamma$ 回転し、次に z 軸の周りに β 回転、そして、 y 軸の周りに τ 回転した場合、 (x, y, z) の座標は次のように回転行列を用いて (x', y', z') の座標に変換される。

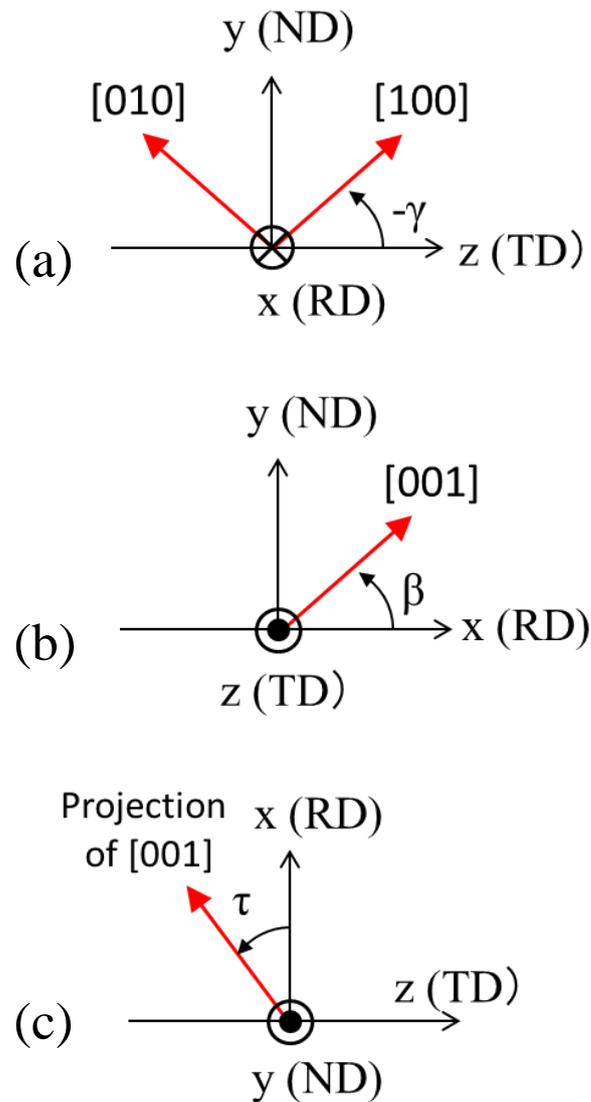


図2-4 容易軸を (a) x 軸周りに $-\gamma$ 回転させ、(b) z 軸周りに β 回転させ、(c) y 軸周りに τ 回転させた説明図。試料座標系の x は圧延方向 (RD)、 y は板厚方向 (ND)、 z は板幅方向 (TD) を示す。

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\tau & 0 & \sin\tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\tau & 0 & \cos\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2-29)$$

試料座標系と一致した立方晶の容易軸 e_x, e_y, e_z は、

$$e_x = (1,0,0), \quad e_y = (0,1,0), \quad e_z = (0,0,1) \quad (2-30)$$

となるので、立方晶の容易軸のずれ角が τ, β, γ になったときの容易軸は、(2-29)式と(2-30)式から、試料座標系表示で次のように変換される。

$$\begin{aligned}
e'_x &= (\cos\tau \cos\beta, \sin\beta, -\sin\alpha \cos\beta) \\
e'_y &= (-\cos\tau \cos\gamma \sin\beta - \sin\tau \sin\gamma, \cos\gamma \cos\beta, \sin\alpha \cos\gamma \sin\beta - \cos\tau \sin\gamma) \\
e'_z &= (-\cos\tau \sin\gamma \sin\beta + \sin\tau \cos\gamma, \sin\gamma \cos\beta, \sin\tau \sin\gamma \sin\beta + \cos\tau \cos\gamma)
\end{aligned} \quad (2-31)$$

(2-3)式と(2-31)式から、要素内の結晶磁気異方性エネルギー $e_{an}^{(i)}$ の方向余弦 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は、

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \mathbf{m}^{(i)} \cdot \mathbf{e}'_x = \cos\tau \cos\beta \sin\theta_i \cos\varphi_i + \sin\beta \sin\theta_i \sin\varphi_i - \sin\alpha \cos\beta \cos\theta_i \\
\alpha_2 &= \mathbf{m}^{(i)} \cdot \mathbf{e}'_y = (-\cos\tau \cos\gamma \sin\beta - \sin\tau \sin\gamma) \sin\theta_i \cos\varphi_i \\
&\quad + \cos\gamma \cos\beta \sin\theta_i \sin\varphi_i + (\sin\alpha \cos\gamma \sin\beta - \cos\tau \sin\gamma) \cos\theta_i \\
\alpha_3 &= \mathbf{m}^{(i)} \cdot \mathbf{e}'_z = (-\cos\tau \sin\gamma \sin\beta + \sin\tau \cos\gamma) \sin\theta_i \cos\varphi_i \\
&\quad + \sin\gamma \cos\beta \sin\theta_i \sin\varphi_i + (\sin\tau \sin\gamma \sin\beta + \cos\tau \cos\gamma) \cos\theta_i
\end{aligned} \quad (2-32)$$

となり、未知変数 θ_i, φ_i で表示される。以上、(2-32) 式の τ, β, γ のずれ角を持つ方向余弦を、(2-17) 式の次式

$$e_{an}^{(i)} = K_1 \int (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2) dv$$

に代入すれば、要素内の結晶磁気異方性エネルギー $e_{an}^{(i)}$ を未知変数 θ_i, φ_i で離散化された式が導出される。

(g) 磁気弾性エネルギーの離散化

(2-18) 式の要素内の磁気弾性エネルギー $e_{me}^{(i)}$ は、(2-3) 式の要素内磁化ベクトルを、(2-18) 式の次式

$$e_{me}^{(i)} = \int \left\{ -\frac{3}{2} \lambda_{100} \sum_p \sigma_{pp} \left((m_p^{(i)})^2 - \frac{1}{3} \right) - 3\lambda_{111} \sum_{p>q} \sigma_{pq} m_p^{(i)} m_q^{(i)} \right\} dv$$

($p, q = 1 \sim 3$)

に代入することによって未知変数 θ_i, φ_i で離散化された式が導出される。本研究の適用先である方向性珪素鋼板の磁区構造計算では、磁気弾性エネルギーの λ_{111} の項は主に困難軸方向に向いた磁化ベクトルからの寄与であるので、小さいと仮定し無視している。

(h) 各種エネルギーの1階および2階の偏微分項の導出

(2-11) 式の行列要素を構成するには、各種エネルギーの1階および2階の偏微分項を導出する必要がある。以下では、静磁エネルギー、結晶磁気異方性エネルギー、磁気弾性エネルギーのそれぞれの1階および2階の偏微分項を定式化する。

静磁エネルギーの1階および2階の偏微分項の導出

要素内の静磁エネルギーの偏微分項は、(2-20)式を $A_\rho, \theta_j, \varphi_j$ で1階および2階偏微分すると次式のようなる。

1階微分項は、

$$\frac{\partial e_{st}^{(e)}}{\partial A_\rho} = \frac{1}{\mu_0} \left\{ \sum_k^{12} L(\rho, k) A_k - M_s \sum_i^8 [M(\rho)_1 \sin \theta_i \cos \varphi_i + M(\rho)_2 \sin \theta_i \sin \varphi_i + M(\rho)_3 \cos \theta_i] A_\rho \right\} \quad (2-33)$$

$$\frac{\partial e_{st}^{(e)}}{\partial \theta_j} = -\frac{M_s}{\mu_0} \sum_l^{12} [M(l)_1 \cos \theta_j \cos \varphi_j + M(l)_2 \cos \theta_j \sin \varphi_j - M(l)_3 \sin \theta_j] A_l \quad (2-34)$$

$$\frac{\partial e_{st}^{(e)}}{\partial \varphi_j} = -\frac{M_s}{\mu_0} \sum_l^{12} [-M(l)_1 \sin \theta_j \sin \varphi_j + M(l)_2 \sin \theta_j \cos \varphi_j] A_l \quad (2-35)$$

である。

2階微分項は、

$$\frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial A_\rho \partial A_\delta} = \frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial A_\delta \partial A_\rho} = \frac{1}{\mu_0} L(\rho, \delta) \quad (2-36)$$

$$\frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial A_\rho \partial \theta_j} = \frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial \theta_j \partial A_\rho} = -\frac{M_s}{\mu_0} [M(\rho)_1 \cos \theta_j \cos \varphi_j + M(\rho)_2 \cos \theta_j \sin \varphi_j - M(\rho)_3 \sin \theta_j] \quad (2-37)$$

$$\frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial A_\rho \partial \varphi_j} = \frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial \varphi_j \partial A_\rho} = -\frac{M_s}{\mu_0} [-M(\rho)_1 \sin \theta_j \sin \varphi_j + M(\rho)_2 \sin \theta_j \cos \varphi_j] \quad (2-38)$$

$$\frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial \varphi_j \partial \theta_j} = \frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial \theta_j \partial \varphi_j} = -\frac{M_s}{\mu_0} \sum_l^{12} [-M(l)_1 \cos \theta_j \sin \varphi_j + M(l)_2 \cos \theta_j \cos \varphi_j] A_l \quad (2-39)$$

$$\frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial \theta_j^2} = -\frac{M_s}{\mu_0} \sum_l^{12} [-M(l)_1 \sin \theta_j \cos \varphi_j - M(l)_2 \sin \theta_j \sin \varphi_j - M(l)_3 \cos \theta_j] A_l \quad (2-40)$$

$$\frac{\partial^2 e_{st}^{(e)}}{\partial \varphi_j^2} = -\frac{M_s}{\mu_0} \sum_l^{12} [-M(l)_1 \sin \theta_j \cos \varphi_j - M(l)_2 \sin \theta_j \sin \varphi_j] A_l \quad (2-41)$$

となる。

結晶磁気異方性エネルギーの1階および2階の偏微分項の導出

要素内の結晶磁気異方性エネルギーの偏微分項は、(2-17)式を θ_j, φ_j で1階および2階偏微分すると次式のようなる。

1階微分項は、

$$\frac{\partial e_{an}^{(e)}}{\partial \theta_j} = 2K_1 \sum_{p,q,r=1}^3 \alpha_p (\alpha_q^2 + \alpha_r^2) \frac{\partial \alpha_p}{\partial \theta_j} (\delta_{p,1} \delta_{q,2} \delta_{r,3} + \delta_{p,2} \delta_{q,1} \delta_{r,3} + \delta_{p,3} \delta_{q,1} \delta_{r,2}) \quad (2-42)$$

$$\frac{\partial e_{an}^{(e)}}{\partial \varphi_j} = 2K_1 \sum_{p,q,r=1}^3 \alpha_p (\alpha_q^2 + \alpha_r^2) \frac{\partial \alpha_p}{\partial \varphi_j} (\delta_{p,1} \delta_{q,2} \delta_{r,3} + \delta_{p,2} \delta_{q,1} \delta_{r,3} + \delta_{p,3} \delta_{q,1} \delta_{r,2}) \quad (2-43)$$

である。

2階微分項は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 e_{an}^{(e)}}{\partial \theta_j^2} = & 2K_1 \sum_{p,q,r=1}^3 \left[\left\{ \frac{\partial \alpha_p}{\partial \theta_j} (\alpha_q^2 + \alpha_r^2) + 2\alpha_p \alpha_q \frac{\partial \alpha_q}{\partial \theta_j} + 2\alpha_p \alpha_r \frac{\partial \alpha_r}{\partial \theta_j} \right\} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \theta_j} \right. \\ & \left. + \alpha_p (\alpha_q^2 + \alpha_r^2) \frac{\partial^2 \alpha_p}{\partial \theta_j^2} \right] (\delta_{p,1} \delta_{q,2} \delta_{r,3} + \delta_{p,2} \delta_{q,1} \delta_{r,3} + \delta_{p,3} \delta_{q,1} \delta_{r,2}) \quad (2-44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 e_{an}^{(e)}}{\partial \varphi_j^2} &= 2K_1 \sum_{p,q,r=1}^3 \left[\left\{ \frac{\partial \alpha_p}{\partial \varphi_j} (\alpha_q^2 + \alpha_r^2) + 2\alpha_p \alpha_q \frac{\partial \alpha_q}{\partial \varphi_j} + 2\alpha_p \alpha_r \frac{\partial \alpha_r}{\partial \varphi_j} \right\} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \varphi_j} \right. \\ &\quad \left. + \alpha_p (\alpha_q^2 + \alpha_r^2) \frac{\partial^2 \alpha_p}{\partial \varphi_j^2} \right] (\delta_{p,1} \delta_{q,2} \delta_{r,3} + \delta_{p,2} \delta_{q,1} \delta_{r,3} + \delta_{p,3} \delta_{q,1} \delta_{r,2}) \end{aligned} \quad (2-45)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 e_{an}^{(e)}}{\partial \varphi_j \partial \theta_j} &= \frac{\partial^2 e_{an}^{(e)}}{\partial \theta_j \partial \varphi_j} \\ &= 2K_1 \sum_{p,q,r=1}^3 \left[\left\{ \frac{\partial \alpha_p}{\partial \varphi_j} (\alpha_q^2 + \alpha_r^2) + 2\alpha_p \alpha_q \frac{\partial \alpha_q}{\partial \varphi_j} + 2\alpha_p \alpha_r \frac{\partial \alpha_r}{\partial \varphi_j} \right\} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \theta_j} \right. \\ &\quad \left. + \alpha_p (\alpha_q^2 + \alpha_r^2) \frac{\partial^2 \alpha_p}{\partial \varphi_j \partial \theta_j} \right] (\delta_{p,1} \delta_{q,2} \delta_{r,3} + \delta_{p,2} \delta_{q,1} \delta_{r,3} + \delta_{p,3} \delta_{q,1} \delta_{r,2}) \end{aligned} \quad (2-46)$$

となる。ここで、(2-42)式～(2-46)式の偏微分項、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \theta_j}, \quad \frac{\partial \alpha_p}{\partial \varphi_j}, \quad \frac{\partial^2 \alpha_p}{\partial \theta_j^2}, \quad \frac{\partial^2 \alpha_p}{\partial \varphi_j^2}, \quad \frac{\partial^2 \alpha_p}{\partial \varphi_j \partial \theta_j} \\ (p, q = 1 \sim 3) \end{aligned}$$

は、(2-32)式で導出した方向余弦より具体的に求めることが出来る。

磁気弾性エネルギーの1階および2階の偏微分項の導出

要素内の磁気弾性エネルギーの偏微分項は、(2-18)式を θ_j, φ_j で1階および2階偏微分すると次式のようになる。

1階微分項は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_{me}^{(e)}}{\partial \theta_j} &= -3\lambda_{100} \int \left\{ \sum_p \sigma_{pp} m_p^{(i)} \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j} \right\} dv \\ &\quad - 3\lambda_{111} \int \left\{ \sum_{p>q} \sigma_{pq} \left(\frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j} m_q^{(i)} + m_p^{(i)} \frac{\partial m_q^{(i)}}{\partial \theta_j} \right) \right\} dv \end{aligned} \quad (2-47)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial e_{me}^{(e)}}{\partial \varphi_j} &= -3\lambda_{100} \int \left\{ \sum_p \sigma_{pp} m_p^{(i)} \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j} \right\} dv \\
&\quad -3\lambda_{111} \int \left\{ \sum_{p>q} \sigma_{pq} \left(\frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j} m_q^{(i)} + m_p^{(i)} \frac{\partial m_q^{(i)}}{\partial \varphi_j} \right) \right\} dv
\end{aligned} \tag{2-48}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial e_{me}^{(e)}}{\partial \theta_j} &= -3\lambda_{100} \int \left\{ \sum_p \sigma_{pp} m_p^{(i)} \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j} \right\} dv \\
&\quad -3\lambda_{111} \int \left\{ \sum_{p>q} \sigma_{pq} \left(\frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j} m_q^{(i)} + m_p^{(i)} \frac{\partial m_q^{(i)}}{\partial \theta_j} \right) \right\} dv
\end{aligned} \tag{2-49}$$

である。

2階微分項は、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 e_{me}^{(e)}}{\partial \theta_j^2} &= -3\lambda_{100} \int \left[\sum_p \sigma_{pp} \left\{ \left(\frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j} \right)^2 + m_p^{(i)} \frac{\partial^2 m_p^{(i)}}{\partial \theta_j^2} \right\} \right] dv \\
&\quad -3\lambda_{111} \int \left[\sum_{p>q} \sigma_{pq} \left\{ \left(\frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j} \right)^2 m_q^{(i)} + 2 \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j} \frac{\partial m_q^{(i)}}{\partial \theta_j} + m_p^{(i)} \left(\frac{\partial m_q^{(i)}}{\partial \theta_j} \right)^2 \right\} \right] dv
\end{aligned} \tag{2-50}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 e_{me}^{(e)}}{\partial \varphi_j^2} &= -3\lambda_{100} \int \left[\sum_p \sigma_{pp} \left\{ \left(\frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j} \right)^2 + m_p^{(i)} \frac{\partial^2 m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j^2} \right\} \right] dv \\
&\quad -3\lambda_{111} \int \left[\sum_{p>q} \sigma_{pq} \left\{ \left(\frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j} \right)^2 m_q^{(i)} + 2 \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j} \frac{\partial m_q^{(i)}}{\partial \varphi_j} + m_p^{(i)} \left(\frac{\partial m_q^{(i)}}{\partial \varphi_j} \right)^2 \right\} \right] dv
\end{aligned} \tag{2-51}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 e_{me}^{(e)}}{\partial \varphi_j \partial \theta_j} = \frac{\partial^2 e_{me}^{(e)}}{\partial \theta_j \partial \varphi_j} = -3\lambda_{100} \int \left\{ \sum_p \sigma_{pp} \left(\frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j} \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j} + m_p^{(i)} \frac{\partial^2 m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j \partial \theta_j} \right) \right\} dv \\ -3\lambda_{111} \int \left\{ \sum_{p>q} \sigma_{pq} \left(\frac{\partial^2 m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j \partial \theta_j} m_q^{(i)} + \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j} \frac{\partial m_q^{(i)}}{\partial \varphi_j} + \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j} \frac{\partial m_q^{(i)}}{\partial \theta_j} + m_p^{(i)} \frac{\partial^2 m_q^{(i)}}{\partial \varphi_j \partial \theta_j} \right) \right\} dv \end{aligned} \quad (2-52)$$

となる。ここで、(2-47)式～(2-52)式の偏微分項、

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \theta_j}, \quad \frac{\partial m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j}, \quad \frac{\partial^2 m_p^{(i)}}{\partial \theta_j^2}, \quad \frac{\partial^2 m_p^{(i)}}{\partial \varphi_j^2}, \quad \frac{\partial^2 m_q^{(i)}}{\partial \varphi_j \partial \theta_j} \\ (p, q = 1 \sim 3) \end{aligned}$$

は、(2-3)式の磁化ベクトルの極座標表示を構成する三角関数の偏微分より具体的に求めることが出来る。

以上、本節で導出した1階および2階の微分項を(2-11)式に代入し、作成された各要素の要素マトリックスを足し合わせ、全体構成マトリックスを作り上げる。そして、これを不完全コレスキー前処理付共役勾配法を用いて、全未知変数の変化量 $\delta A_p, \delta \theta_j, \delta \varphi_j$ を求め、所望の精度になるまでこれを繰り返す。全未知変数が求められる。本研究では、本節で展開した提案手法の定式化をプログラム化して、方向性珪素鋼板の磁区構造の計算に具体的に適用している。計算条件や検証の詳細は、第3章から第6章においてそれぞれ述べている。

2-2-2 張力に依存したランセット磁区の自由エネルギー

Fe-3%Siの(110)面と鋼板表面のずれ角 β によって発生するランセット磁区は、過去、例えば、ShurやDragoshansky⁽²²⁾による二次元表面の磁区観察結果によってその構造が推測された。その後、1977年にBärら⁽⁹⁾は、単磁区内にランセット磁区が周期的に存在する計算モデルを提案し、磁区観察との比較からモデルの有効性を議論した。このモデル

は磁性制御因子の一つである張力に依存しているので、材料の設計指針の提案に活用できる可能性がある。そこで、本研究では、(2-1)式の全自由エネルギーを構成するランセット磁区の自由エネルギー (E_{Lancet}) に、Bär らの提案したモデルの自由エネルギーを導入した。

本研究で用いたランセット磁区構造の計算モデルを図2-5に示す。このモデルは、図2-5(b)に示されているように、ランセット磁区の鋼板表面に現れる楕円の大きさを、楕円の板幅方向の幅 (W)、楕円の圧延方向の長さ (L)、隣り合う楕円形状の板幅方向の周期間隔 (P) で構成される未知変数として定義したものである。図2-5のモデルに従って、単位体積当たりのランセット磁区の自由エネルギー (E_{Lancet}) を構築すると、次式に示す自由エネルギーが導出される。

$$E_{Lancet} = E_{stL} + E_{180L} + E_{90L} + E_{elL} \quad (2-53)$$

ここで、

$$E_{stL} = \frac{M_s^2 \beta^2 (1-V)^2}{2\mu_0 \mu^*} + \frac{M_s^2 \beta^2 L}{\mu_0 (1+\mu^*)d} q(V, e, \beta),$$

$$E_{180L} = 4\sqrt{A_s K_1} \frac{V}{\sqrt{2}d} f(e)g(e),$$

$$E_{90L} = 1.42\sqrt{A_s K_1} \frac{2\sqrt{2}}{L}, \quad E_{elL} = \frac{3}{2} \lambda_{100} \sigma_{11} \sqrt{2} \beta V,$$

$$V = \frac{W}{P}, \quad \mu^* = 1 + \frac{M_s^2}{2\mu_0 K_1}, \quad e = \frac{W}{2L\beta} - 1,$$

$$q(V, e, \beta) = 0.03877 \sqrt{\frac{2}{3}} V^2 + 2(e+1)h(V),$$

$$h(V) = 0.0775(2-V) \left\{ \sin\left(\frac{\pi V}{2}\right) + 0.056 \sin(\pi V) \right\}^{\frac{3}{2}},$$

$$f(e) = \frac{\sqrt{1+e+0.5e^2}}{e+1}, \quad g(e) = 1 + 0.3802 \left| 1 - \frac{1}{1+e+\frac{e^2}{2}} \right|^{\frac{3}{2}},$$

である。(2-53)式において、 E_{stL} 、 E_{180L} 、 E_{90L} 、 E_{eLL} は、図2-5で示したランセット磁区構造の静磁エネルギー、180度磁壁エネルギー、90度磁区エネルギー、そして、圧延方向に印加した応力(σ_{11})による磁気弾性エネルギーをそれぞれ示している。(2-50)式が示すように、ランセット磁区の自由エネルギー(E_{Lancet})は、外部応力 σ_{11} に依存した多変数関数になっているので、珪素鋼板の磁性制御因子である張力の磁区構造への影響を予測出来る可能性がある。本研究では、(2-53)式のランセット磁区の自由エネルギーの多変数最適化計算を、鋼板の板厚(d)を固定してパウエル法⁽¹⁵⁾を用いて E_{Lancet} が最小になるときのランセット磁区の形状パラメータ W 、 L 、 P を求めている。パウエル法は自由エネルギーの偏微分計算が必要ないので(2-53)式を使うだけで実行できる。

2-2-3 ランセット磁区と180度磁区が共存した自由エネルギーの計算方法

2-2-1節と2-2-2節において、本研究における、180度磁区構造の自由エネルギー(E_{Main})とランセット磁区の自由エネルギー(E_{Lancet})の計算方法について述べた。しかしながら、まだ、両者の磁区構造は互いに独立な状態であり相互作用がない。すなわち、(2-1)式における磁区間の相互作用エネルギー(E_{Inter})がないことに相当する。この状態であると、ランセット磁区がストライプ状の180度磁区内に存在する場合の磁区構造計算ができないことになる。そこで本研究では、ランセット磁区と180度磁区との相互作用効果を考慮するために、以下の手法を考案した。

図2-6は、鋼板表面に現れているランセット磁区をモデル化した図である。この磁区モデルは、主磁区の中にランセット磁区の楕円の模様が周期的に発生していることを示している。図2-6に見られるように、ランセット磁区の楕円の領域には、主磁区の磁化ベクトルから発生する磁極とは符号が逆の磁極が発生するので、鋼板表面の平均の磁極量は減少すると考えられる。すなわち、図2-6の灰色の部分の表面積当たりの磁極は、

$$Q_{corr} = \left(1 - \frac{W}{P}\right) Q \quad (2-54)$$

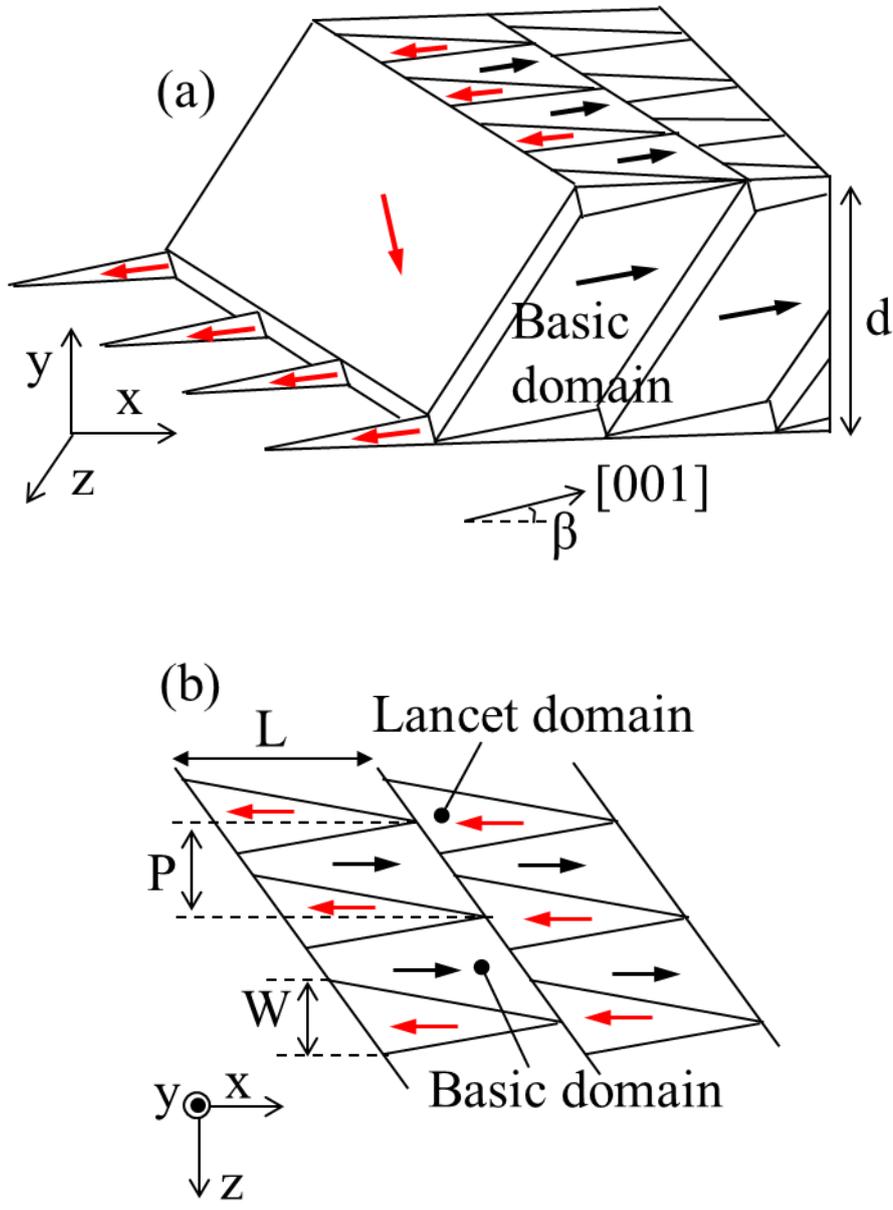


図 2 - 5 本研究で用いたランセット磁区モデル⁽⁹⁾

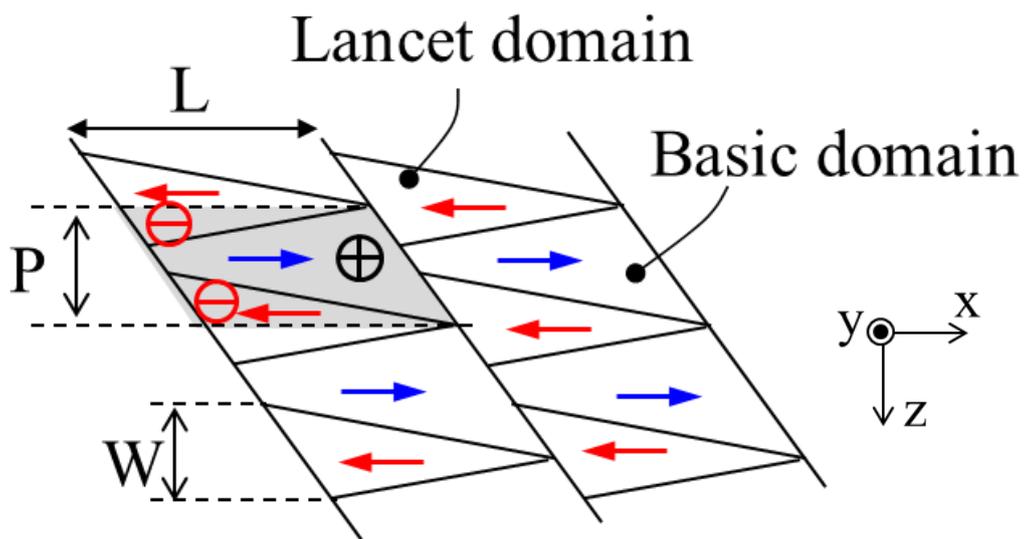


図 2-6 ランセット磁区発生による表面磁極の減少を説明する図

となると考えられる。ここで、 Q はランセット磁区が無い場合の鋼板表面に発生する表面積当たりの磁極を表す。従って、(2-54) 式の表面磁極の減少効果を(2-2) 式の 180 度磁区の自由エネルギー多変数最適化計算に適用するには、(2-2) 式の M_s を、次式の $M_{s,corr}$ で置き換えれば良いことになる。

$$M_{s,corr} = \left(1 - \frac{W}{P} \right) M_s \quad (2-55)$$

(2-2) 式 of 多変数最適化計算は、磁化ベクトル $M_s m$ を磁化ベクトル自身が作り出す鋼板表面からの反磁界と結晶磁気異方性磁界によって緩和し、最終的に鋼板の静磁エネルギーを決めている。従って、(2-2) 式において、磁極の大きさに寄与する自発磁化 M_s を、(2-55) 式に置き換えることにより、ランセット磁区発生による表面磁極量の減少を考慮できるはずである。

以上、(2-55) 式に従い、ランセット磁区の存在による表面磁極の減少効果を繰り込んだ自発磁化を用いることにより、ランセット磁区の存在が 180 度磁区に影響を及ぼす処方を示すことが出来た。これは、(2-1) 式における磁区間の相互作用エネルギー (E_{Inter}) を加えたことに相当する。両エネルギー項を含む全自由エネルギー (E_{total}) の多変数最適化計算を実行することにより、ランセット磁区を考慮した 180 度磁区構造を精度良く予測出来る。

2-2-4 局所応力分布における還流磁区の自由エネルギー

方向性珪素鋼板の粗大粒に一樣に圧縮応力を印加すると、鋼板表面上には圧延方向に対してほぼ垂直な縞模様状の磁区構造が発生する。この一樣圧縮応力下における磁区構造に関しては、過去、例えば、Dijkstra と Matius⁽¹⁰⁾、そして、Corner と Mason⁽¹¹⁾ が、還流磁区モデルを提案し、鋼板表面に発生した縞模様の間隔を説明している。しかしながら、従来の計算は、一樣な圧縮応力下の還流磁区モデルであり、局所応力分布下での還流磁区モデルにはなっていなかった。そこで、この節では、圧縮応力が非一樣であり局所的な分布を持つ三次元還流磁区の自由エネルギーを構築する。

図 2-7 は、本研究で提案する三軸応力下における三次元還流磁区を示すモデルである。ここでは、磁化ベクトルは Fe-Si 合金の 3 つの容易軸に平行であり、[001] と鋼板表面のずれ角 β は零である。90 度磁壁面と鋼板表面のなす角度は、図 2-7 に示すように、未知変数 α として定義した。

図 2-7 に基づいて、三軸応力下における三次元還流磁区構造の自由エネルギーを構築すると、次式を導出することができる。

$$\begin{aligned}
 E_{Closure} = & -\frac{\lambda_{100}}{V_0} \int_{\Delta_1+\Delta_2} \sigma_{11} dV - \frac{\lambda_{100}}{4V_0} \int_{V_0-(\Delta_1+\Delta_2)} (\sigma_{22} + \sigma_{33}) dV \\
 & + \frac{9}{16} C_{11} \lambda_{100}^2 \frac{W_{90}}{d} \tan \alpha + \frac{2}{d \cos \alpha} \gamma_{90} \\
 & + \left(\frac{1}{W_{90}} - \frac{\tan \alpha}{d} \right) \gamma_{180} + E_{stcl} \quad (2-56)
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\gamma_{90} = \sqrt{A_s K_1}, \quad \gamma_{180} = 2\sqrt{A_s K_1},$$

である。(2-56) 式において、第 1 項は Δ_1 と Δ_2 の三角柱状の磁区が受ける磁気弾性エネルギーである。 Δ_1 と Δ_2 の磁化ベクトルは、圧延方向 (RD) の応力 (σ_{11}) にのみ影響を受けている。第 2 項は表面から裏面に横断する [100] 方向とその逆方向で横断する $[\bar{1}00]$ 方向の磁区が受ける磁気弾性エネルギーである。これは、板幅方向 (TD) の応力 (σ_{22}) と法線方向 (ND) の応力 (σ_{33}) の両方から影響を受けている。三軸応力 σ_{11} 、 σ_{22} 、 σ_{33} の座標分布関数が分かれば、これを第 1 項と第 2 項に代入し空間積分を行うことにより、局所応力分布を持った場合の磁気弾性エネルギーが求まる。第 3 項は [100] と $[\bar{1}00]$ 方向の三角柱状の磁区自身の磁歪による磁気弾性エネルギーあり、 C_{11} は材料の弾性率である。 W_{90} は図 2-7 に示す還流磁区の 90 度磁区幅である。第 4 項は単位体積当たりの 90 度磁壁エネルギー、第 5 項は単位体積当たりの 180 度磁壁エネルギーである。 γ_{90} と γ_{180} は、それぞれ表面積当たりの 90 度磁壁エネルギーと 180 度磁壁エネルギーであり、立方晶の磁気異方性定数 K_1 と交換スティフネス定数 A_s から導出される。第 4 項の γ_{90} の係数は三角柱状の磁区と表面から裏面に横断する磁区との間の総表面積を表す。第 5 項の γ_{180} の係数は、表面から裏面に横断する [100] 方向の磁区とその逆方向で横断する $[\bar{1}00]$ 方向の磁区との間の表面積

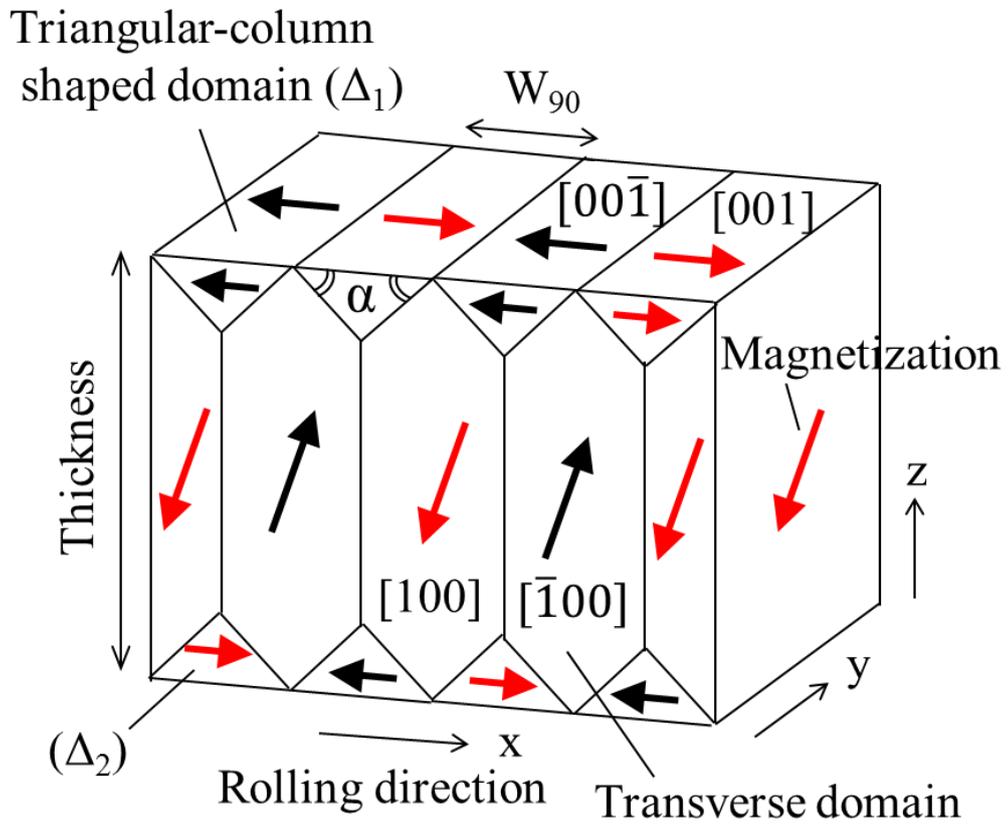


図 2-7 還流磁区モデル

を表す。第 6 項は図 2-7 の還流磁区の静磁エネルギーを示す。未知変数の角度 α は、この静磁エネルギーが最小となる時の値であり、 $\tan \alpha = (\sqrt{2})^{-1}$ を満足しなければならない。この α の具体的な算出に関しては第 5 章で再度議論する。以上、構築した (2-56) 式の三次元還流磁区の自由エネルギーに多変数最適化計算を適用することにより、局所応力分布下の還流磁区構造を予測することが出来る。

2-3 まとめ

本章では、バルク軟質磁性材料の一つである方向性珪素鋼板の三次元磁区構造を予測するために、磁区の物理現象を損なうことなくかつ現実的な時間内で計算が可能となる新たな近似法を導入した自由エネルギーの多変数最適化計算手法を提案した。これにより従来のストライプ状の 180 度磁区だけではなく、表面性状の影響や張力の影響及び局所圧縮応力の影響で変化する磁区構造がはじめて予測可能になった。詳細をまとめると以下の通りである。

(1) 任意の表面性状を持つ鋼板の磁区構造を予測するためには、静磁エネルギーをゲージ不変なベクトル補間関数で近似した磁気ベクトルポテンシャルを用いて表現し有限要素法に基づき磁区の自由エネルギーを離散化した。そして、この自由エネルギーをニュートンラフソン法と不完全コレスキー前処理付共役勾配法を用いて多変数最適化計算を行い磁区構造を予測する手法の定式化を示した。

(2) 張力に依存した磁区構造を予測するためには、ランセット磁区の発生によって減少する表面磁極の効果を自発磁化に繰り込み、磁区の自由エネルギーを多変数最適化計算する手法の定式化を示した。

(3) 局所圧縮応力分布下の磁区構造を予測するために、座標分布関数を持った三軸応力に対応した三次元還流磁区の自由エネルギーを定式化しこれを多変数最適化計算することにより磁区構造を予測する手法の定式化を示した。

本研究では本章で示した定式化に基づき独自に計算プログラムを開発した。以下の第 3 章から第 6 章においては、本提案手法を各種方向性珪素鋼板の磁区構造計算に適用し、本手法の検証と考察を行う。

第2章の参考文献

- (1) D. J. Craik and D. A. McIntyre, "Magnetostatic effects in grain-oriented silicon iron," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 5, no. 3, pp. 378–383, Sep. 1969.
- (2) T. Nozawa, T. Yamamoto, Y. Matsuo, and Y. Ohya, "Relationship between total losses under tensile stress in 3 percent Si-Fe single crystals and their orientations near (110) [001]," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 14, no. 4, pp. 252–257, Feb. 1978.
- (3) M. Imamura, T. Sasaki, and T. Yamaguchi, "Domain-wall eddy-current loss in a stripe domain structure of Si-Fe crystals inclined slightly from the perfect (110)[001] orientation," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 20, no. 6, pp. 2120–2129, Jan. 1984.
- (4) M. Imamura, T. Sasaki, and H. Nishimura, "AC magnetosuction in Si-Fe single crystals close to (1 10) [001]," *IEEE Tans Magn.*, vol. 19, no. 1, pp. 20–27, Jan. 1983.
- (5) A. Hubert and R. Schäfer, "Magnetic Domains," New York, NY, USA, Springer-Verlag, 1998.
- (6) C. Kooy and U. Enz, "Experimental and theoretical study of the domain configuration in thin layers of BaFe₁₂O₁₉," *Philips Res. Rep.*, vol. 15, pp. 7–29, Sep. 1960.
- (7) H. Asada, H. Li, J. Yamazaki, M. Takezawa, and T. Koyanagi, "Micromagnetic study of domain-wall pinning characteristics with grooves in thin films," *J. Appl. Phys.* vol. 97, 10E317, 2005.
- (8) N. Hayashi, K. Saito, and Y. Nakatani, "Calculation of demagnetizing field distribution based on fast fourier transform of convolution," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 35, pp. 6065–6073, 1996.
- (9) N. Bär, A. Hubert, and W. Jillek, "A quantitative investigation into the supplementary domain structure of misoriented grains of transformer steel," *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 6, pp. 242–248, Aug./Oct. 1977.
- (10) L. J. Dijkstra and U. M. Martius, "Domain pattern in silicon-iron under stress," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 25, pp. 146-150, 1953.
- (11) W. D. Corner and J. J. Mason, "Effect of stress on domain structure of goss textured silicon-iron," *Brit. J. Appl. Phys.*, vol. 15, pp. 709–722, 1964.

- (1 2) T. Iuchi, S. Yamaguchi, T. Ichiyama, M. Nakamura, T. Ishimoto, and K. Kuroki, “Laser processing for reducing core loss of grain oriented silicon steel,” *J. Appl. Phys.*, vol. 53, no. 3, pp. 2410–2412, 1982.
- (1 3) M. Imafuku, H. Suzuki, K. Akita, K. Iwata, and M. Fujikura, “Effects of laser irradiation on iron loss reduction for Fe-3%Si grain-oriented silicon steel,” *Acta Mater.*, vol. 53, no. 3, pp. 939–945, 2005.
- (1 4) 森 正武, ”Fortran 77 数值計算プログラミング,” 岩波書店, 1996.
- (1 5) W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, ”Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, Third Edition,” Cambridge University Press, 2007.
- (1 6) J. E. L. Bishop, “Modeling domain wall motion in soft magnetic alloys”, *J. Magn. Magn. Mat.*, vol.41, pp. 261-271, 1984.
- (1 7) J. S. van Welij, “Calculation of eddy currents in terms of H on hexahedra,” *IEEE Trans. Magn.*, vol.21, no. 6, pp. 2239–2241, Nov. 1985.
- (1 8) K. Iwata and H. Hiranao, “Magnetic field analysis by edge elements of magnetic components considering inhomogeneous current distribution within conductor windings,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 5, pp. 1549–1554, May 2006.
- (1 9) O. Biro, K. Preis, and K. R. Richter, “On the use of the magnetic vector potential in nodal and edge finite element analysis of 3D magnetostatic problems,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 3, pp. 651–654, May 1996.
- (2 0) R. Hertel and H. Kronmüller, “Computation of the magnetic domain structure in bulk permalloy,” *Phys. Rev. B*, vol. 60, no. 10, pp. 7366–7377, 1999.
- (2 1) 岩田圭司, 藤倉昌浩, 今福宗行, “磁区構造解析装置, 磁区構造解析方法, 磁区構造解析プログラム及び記憶媒体,” 特許第 4057922 号, 2007.
- (2 2) Y. S. Shur and Y. N. Dragoshansky, The shape of closure domains inside silicon iron crystals,” *Phys. Metals Metallog.*, vol. 22, pp.57-63, May 1966.

第3章 溝入り方向性珪素鋼板の磁区構造計算

3-1 はじめに

本章では、第2章で提案した磁区構造計算法を、鋼板表面に溝加工された方向性珪素鋼板の磁区構造計算に適用し検証を行う。

方向性珪素鋼板では、鋼板表面への溝加工により、180度磁区を細分化し異常渦電流損を低減している。溝は鋼板の圧延方向に対してほぼ垂直に周期的に加工され、この溝入り鋼板は焼鈍しても磁区細分化効果が保たれるので、特に変圧器の巻き鉄心に利用されることが多い。これまでの研究では、表面溝加工による磁区細分化メカニズムを解明するためや磁性向上のための最適な溝条件を見出すために、数多くの実験検討が行われてきた⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾。しかしながら、表面溝加工による180度磁区の細分化効果を定量的に計算予測する検討はこれまでほとんど行われていなかった。これは、第2章でも述べたように、鋼板表面が平滑から少しでも外れると静磁エネルギーの計算を実行することが極めて難しくなるからである。

この状況の下、Ishidaらは、表面に溝が加工された鋼板の180度磁区幅の計算を、平滑な鋼板表面の計算法と同様にフーリエ級数展開法を用いて実行した⁽⁵⁾。しかしながら、この計算法も、極めて特殊な場合に限定されていた。この方法は、磁気モーメントは圧延方向に平行であると限定する必要がある、溝断面に発生する磁極からの静磁エネルギーしか計算することができなかった。実材料は一般にずれ角 β が約 $2^\circ \sim 3^\circ$ の値を持ち、表面磁極による静磁エネルギーの影響も考慮する必要がある。しかしながら、従来の方法では、ずれ角 β を持つ場合の計算予測が出来ない問題があった。また、溝形状が複雑になる等、任意の表面形状での静磁エネルギーの計算も、従来法と同様に対処できず、汎用性に欠ける問題も解決出来ていなかった。

そこで本章では、表面が平滑でない任意の形状でも静磁エネルギーの計算が実用的な時間内で可能であり、ずれ角 β の依存性も予測可能な第2章の磁区構造計算法を用いて、溝加工された表面を持つ方向性珪素鋼板の磁区構造計算を行った。そして、Fe-Si合金の[001]容易軸と鋼板表面とのずれ角 β や溝深さに対する180度磁区幅の計算と実験との比較を行い、提案手法の検証と考察を行った。

3-2 溝加工された表面を持つ方向性珪素鋼板の磁区構造計算方法

3-2-1 溝入り鋼板の180度磁区構造計算モデル

図3-1に表面が溝加工された磁区計算モデルを示す。計算では方向性電磁鋼板の粗大粒内の磁区構造を計算するとし、結晶粒の容易軸 [001] は鋼板表面とずれ角 β を持っている。粒界はなく板幅方向 (x-y 面) は周期境界条件を課し、磁区構造が周期的に存在する条件とした。溝形状は矩形とし、この溝は圧延方向に G_p のピッチで加工されている。計算では圧延方向にも周期境界条件を課した。提案の磁区計算方法は、結晶方位のずれ角 β の依存性も考慮出来るので、溝に発生する磁極ばかりでなく、表面に発生する磁極の影響も考慮することが出来る。実際は、これら磁極による反磁界の影響で、表面近傍の磁化ベクトルは、静磁エネルギーと結晶磁気異方性エネルギーのバランスにより緩和される。溝近傍の磁化ベクトルもまた、両エネルギーのバランスにより緩和されるが、図3-2のビッター法による磁区観察像のように、180度磁区以外の補助磁区を形成する場合がある。より正確には、この補助磁区の構造をモデル化して、(2-1)式のランセット磁区や還流磁区以外の補助磁区の自由エネルギー (E_{Sub}) を構築する必要がある。しかし、本章では、まずは、溝加工による180度磁区構造の予測を第一の目的としたので、具体的にこの補助磁区の構造を考えることはしないで、溝からの反磁界の影響を受けて磁化ベクトルを緩和させることにより、補助磁区発生による溝近傍の静磁エネルギーの減少効果を取り扱うことにした。

そこで、今回の研究では、計算量をより節約するために、昔からよく知られている μ^* 法の概念⁽⁶⁾⁽⁷⁾ を活用する。この導入により、溝近傍の補助磁区発生による静磁エネルギーの減少を十分に近似できると考えた。第2章の(2-2)式に μ^* 法の考えを取り入れるには、次式のように自発磁化 M_s を M_s^* に置き換えて計算すれば良い。

$$M_s^* = \sqrt{\frac{2}{1 + \mu^*}} M_s, \quad \mu^* = 1 + \frac{M_s^2}{2\mu_0 K_1} \quad (3-1)$$

(3-1)式を第2章の(2-2)式に適用することにより、溝断面近傍の補助磁区発生の効果を考慮できると同時に、ずれ角 β の影響で表面に発生した磁極が作る反磁界による

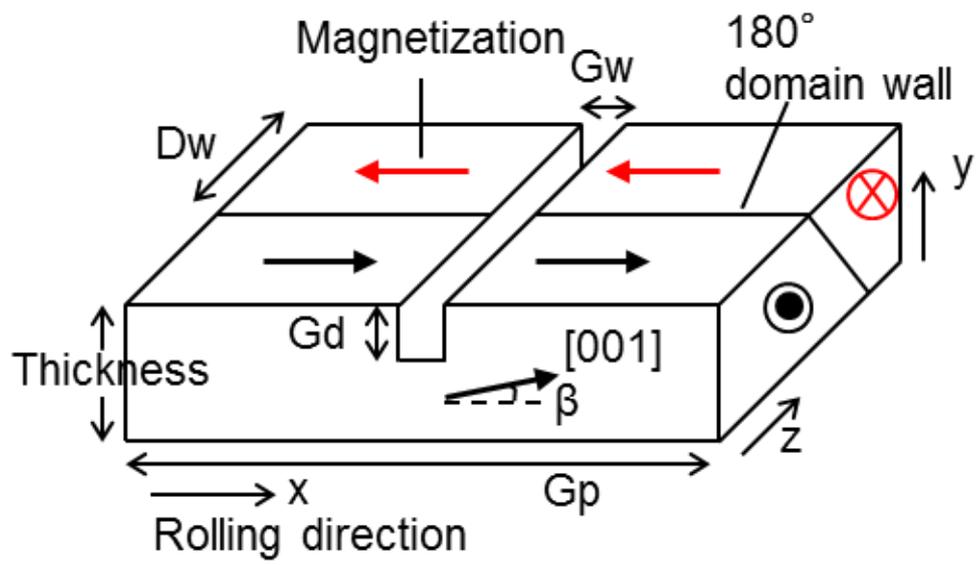


図 3 - 1 溝入り珪素鋼板の磁区計算モデル

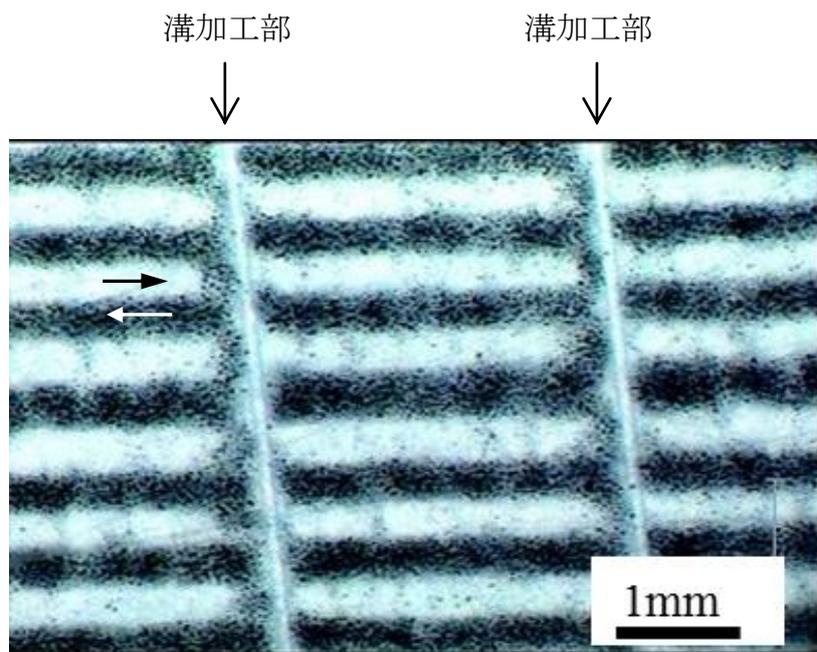


図3-2 ビッター法による溝入り珪素鋼板の磁区観察像。
溝幅 $G_w=0.1$ mm、溝ピッチ $G_p=3$ mm。

磁化ベクトルの緩和効果も考慮することが出来る。 μ^* 法の考えでは、磁化ベクトルは容易軸に平行として近似するので、結晶磁気異方性エネルギーは零となる。本計算もこれに従った。

(3-1)式を第2章の(2-2)式に適用した自由エネルギーの多変数最適化計算では、次のようなアルゴリズムで実行した。まず、180度磁区幅 (W_{180}) 固定の下で不完全コレスキー前処理付共役勾配法⁽⁸⁾を使い自由エネルギーを求め、その後、直接探索法⁽⁸⁾を用いて W_{180} を変化させ再び不完全コレスキー前処理付共役勾配法により自由エネルギーを求める、この繰り返しを自由エネルギーが平衡状態になるまで行った。以上の計算には Fortran 言語を使って独自開発した自製プログラムを用いた。

3-2-2 計算諸条件

計算に用いた Fe-3%Si の物理定数は、以下の通りである。

$$\begin{aligned}M_s &= 2.03 \text{ T,} \\A_s &= 1.507 \times 10^{-11} \text{ J/m,} \\K_I &= 3.62 \times 10^4 \text{ J/m}^3\end{aligned}$$

板厚は0.23 mmとした。計算領域の初期サイズは、 $x = 3 \text{ mm}$ 、 $y = 6 \text{ mm}$ 、 $z = 2 \text{ mm}$ であり、板幅方向を示す z の大きさは180度磁区幅 (W_{180})とともに変化するとした⁽⁹⁾。圧延方向を示す x の大きさは溝の圧延方向ピッチ (Gp) に相当する。 x 、 y 、 z は、図3-1で定義された方向と同じである。第2章の(2-2)式 of 多変数最適化計算では、有限要素法を用いているので、計算領域は鋼板サンプルに加えて真空領域も含まれる。本計算では真空領域が計算領域の y 方向に含まれている。図3-1において、圧延方向 x と板幅方向 z は周期境界条件を課した。また、計算領域の y 方向の両境界面は、 $\mathbf{A} = 0$ のディリクレ境界条件を課した。

分割要素数は 22344、節点数は 64393、辺数は 64393 として計算を実行した。要素分割には市販のソフトである Mentat を使い要素と節点データを生成した。辺データは自製の変換プログラムにより要素と節点データから生成させた。これら生成した要素、節点、辺データは磁区構造計算用に開発した自製プログラムの入力データとなる。

数値計算における収束条件として、不完全コレスキー前処理付共役勾配法の反復前後における解の収束精度は 10^{-6} 以下と設定した。また、数値積分にはGauss-Legendre法を使い積分点は8点とした。

3-3 磁区観察実験方法

計算手法の検証として、消磁状態における 180 度磁区幅の計算と実験を比較するために、溝加工された珪素鋼板の表面磁区観察実験を行った。サンプルは、800 mm × 60 mm × 板厚 0.2 3mm の方向性 Fe-3%Si 鋼板である。鋼板表面はガラス皮膜が除去され、レジスト皮膜で塗布したのち、溝のパターンニングを行った。その後、湿式の電解エッチング⁽¹⁰⁾を用いて溝を加工し、溝深さはエッチング時間で調整した。溝をエッチング後、レジスト膜を剥離した鋼板を水素 100 % 雰囲気中で 2 時間の歪取り焼鈍を行った。焼鈍後のサンプルは粗大粒 X 線応力解析⁽¹¹⁾で調べ残留応力は測定誤差の範囲内では無いことを確認した。サンプルの溝幅は約 0.1 mm、溝加工部の圧延方向のピッチは約 3 mm である。磁区観察は磁区 SEM⁽¹²⁾ や磁気コロイドによるビッター法を用いて行った。

3-4 結果と考察

3-4-1 計算手法の検証

図 3-3 は、本提案手法を用いて、溝深さに対する 180 度磁区幅 (W_{180}) の β 依存性を計算した結果を示している。ここで、鋼板表面の圧延方向に垂直に加工された溝のピッチ (Gp) は 3 mm であり、溝幅 (Gw) は 0.1 mm である。図 3-3 の計算結果が示すように、各 β の 180 度磁区幅 (W_{180}) は、溝深さ (Gd) の増加とともに減少し飽和値に漸近することが予測出来た。また、本研究の計算手法は、従来の計算法⁽⁵⁾では出来なかった β 依存性も予測することができている。

この計算結果を検証するために、溝入り鋼板の磁区観察を行い 180 度磁区幅の測定を行った。図 3-4 は、溝深さ (Gd) を変えたときの消時状態における鋼板表面の磁区 SEM 像である。溝深さが増すとともに、180 度磁区幅が狭くなる。これら磁区観察像より得られた 180 度磁区幅の実測値を図 3-3 にプロットした。その結果、図 3-3 において、本提案

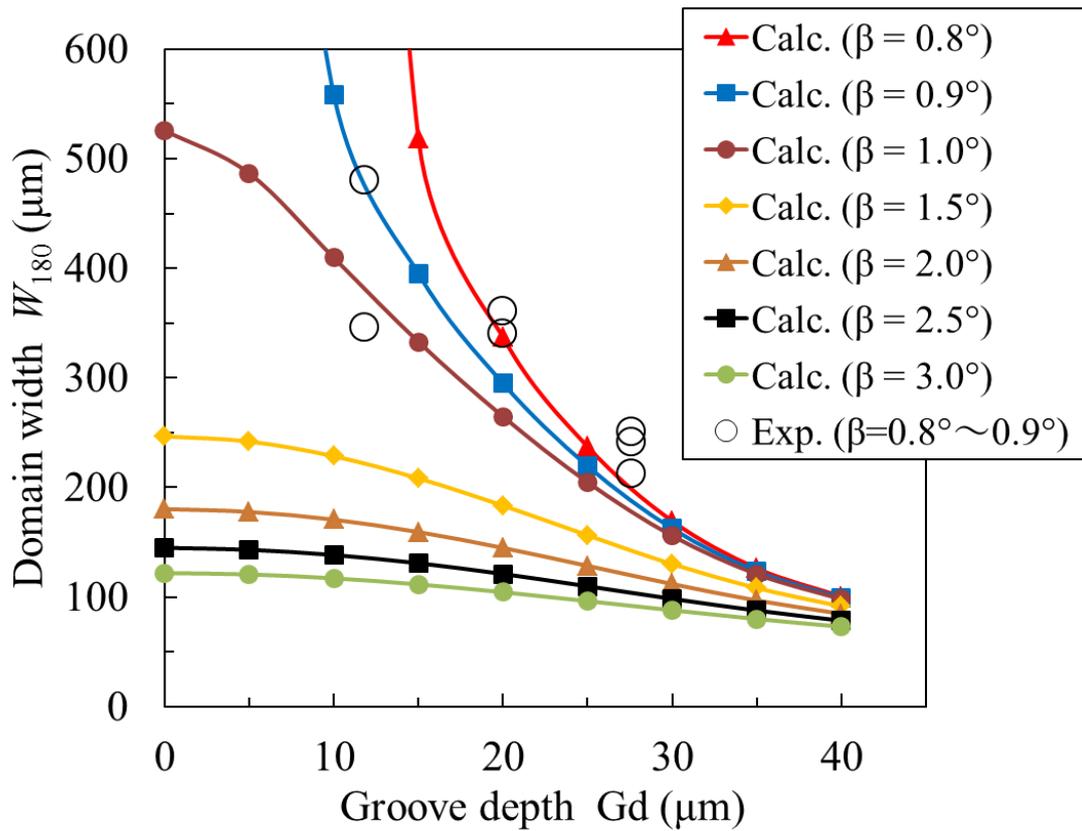


図3-3 本提案方法で予測した、溝深さ G_d に対する 180 度磁区幅 (W_{180}) の β 依存性。 W_{180} の計算値と実験値の比較も示されている。

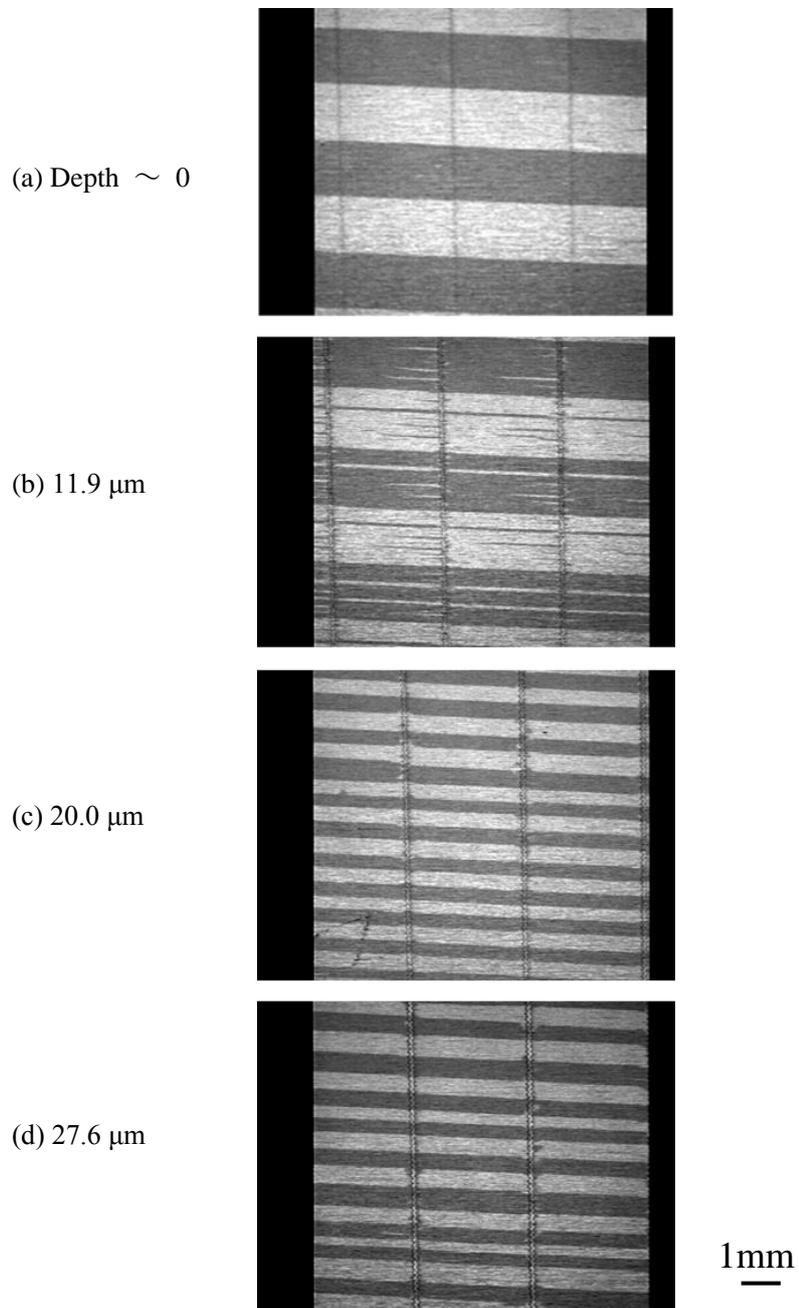


図 3 - 4 溝深さを変えたときの鋼板表面の磁区 SEM 像の変化。
溝幅 $G_w = 0.1 \text{ mm}$ 、溝ピッチ $G_p = 3 \text{ mm}$ 。

手法によって計算した 180 度磁区幅と実測値とはほぼ良好な一致を得ることが出来た。これは、本提案手法が溝断面と鋼板表面の両方に発生する磁極を考慮して、鋼板に発生する静磁エネルギーを精度良く計算することが出来ているからである。

3-4-2 考察

図 3-5 は、本計算で得られた、各 β の溝深さ Gd に対する静磁エネルギーの変化を示している。本計算による静磁エネルギーは溝深さ $Gd = 0$ でも零になっていない。 $Gd = 0$ で有限な静磁エネルギーを持つのは、 β による表面磁極からの寄与と考えられる。実際、 $Gd = 0$ の静磁エネルギーは、 β によっても差が発生している。もし本提案方法が、従来の計算方法⁽⁵⁾と同様に溝断面に発生する磁極のみに依存する静磁エネルギーだけを考慮していたら、溝深さ $Gd = 0$ での各 β の静磁エネルギーは零になってしまったであろう。また、図 3-5 は、各 β 間の静磁エネルギーの差が溝深さ Gd の増加に伴って小さくなり、互いに増加していくことを示している。これは、溝断面に発生している磁極の効果の方が表面磁極の効果よりも、溝深さの増加に伴い優勢になっていくことを示している。各 β に対するこの静磁エネルギーの増加が 180 度磁区幅 W_{180} を狭める原因であり、その結果、全自由エネルギーが平衡状態になる。

図 3-6 は、 $\beta = 1^\circ$ 、溝ピッチ $Gp = 3 \text{ mm}$ の時の 180 度磁区幅 W_{180} に対する、静磁エネルギー曲線、180 度磁壁エネルギー曲線および磁気異方性エネルギー曲線を各溝深さに対して描いたグラフである。磁気異方性エネルギーは、3-3-1 節で述べた補助磁区を考慮した近似方法に従い磁化ベクトルは容易軸に平行としているので、零になっている。白抜きの円を伴った破線は、全自由エネルギーが平衡状態になったときの静磁エネルギーを 180 度磁区幅の関数として表したものである。図 3-6 が示すように、各溝深さ Gd の増加による静磁エネルギー曲線の勾配が増加するにつれて、破線の変化を合わせて見ていくと、180 度磁区の細分化が促進していることが分かる。しかしながら、さらに、180 度磁区幅が狭まると、180 度磁壁のエネルギーが急激に増加してしまう。従って、たとえ溝を更に深く掘り静磁エネルギーを高めても、180 度磁区幅の細分化には限界があることを、図 3-6 は定量的に示している。

また図 3-3 は、 β が 1.5° よりも大きくなると、磁区細分化に対する溝の効果が徐々に小さくなっていくことも示している。一方、 β が約 1.5° よりも小さい領域では、磁区細分

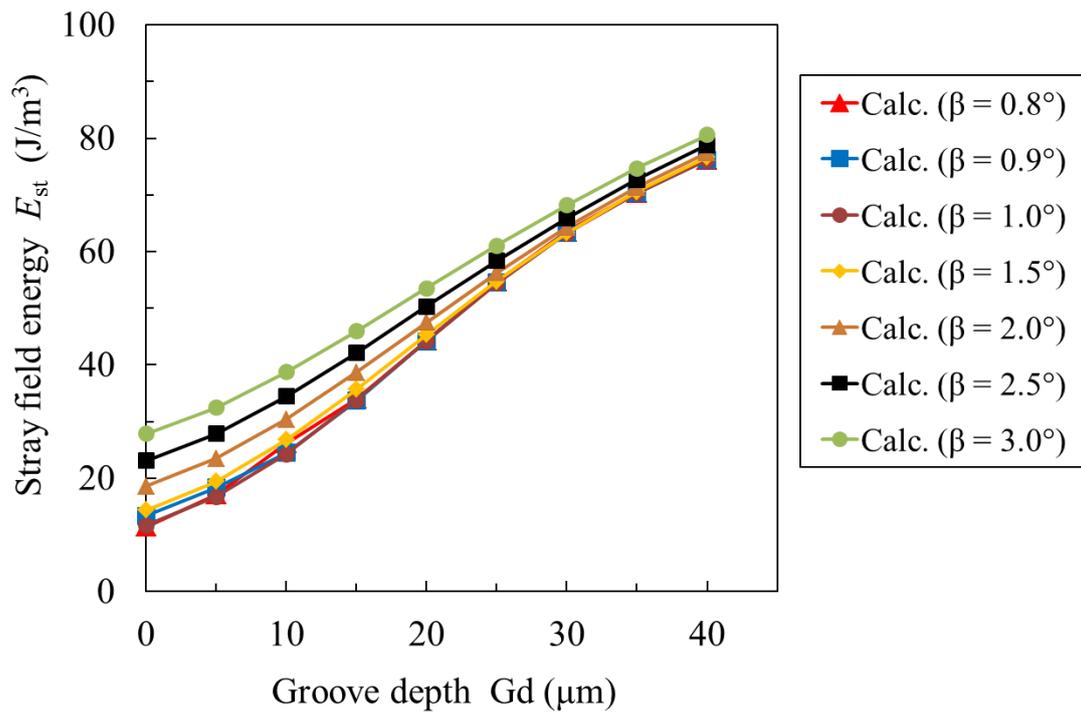


図 3-5 本計算で得られた、各 β の溝深さ Gd に対する静磁エネルギーの変化

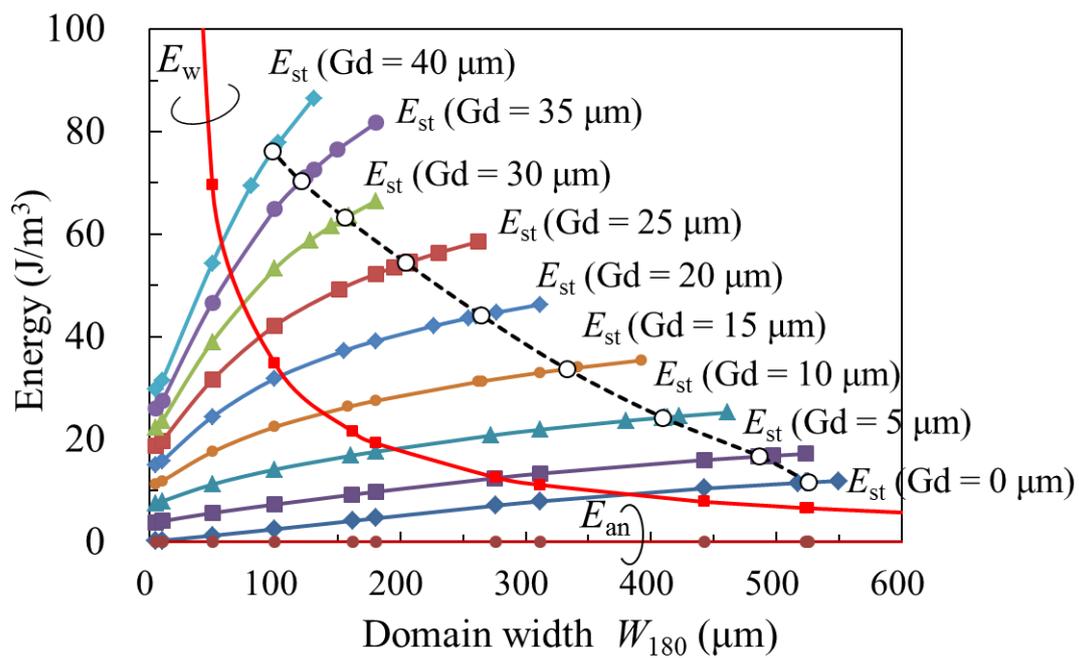


図3-6 本計算で得られた、180度磁区幅 W_{180} の関数としての静磁エネルギー E_{st} 、180度磁壁エネルギー E_w 、磁気異方性エネルギー E_{an} 。ここで、 $\beta = 1^\circ$ 、 $Gp = 3$ mm、 $Gw = 0.1$ mm である。白抜きの円を伴う破線は、全自由エネルギーが最小になるときの180度磁区幅に対する静磁エネルギーを示す。

化は、溝深さの増加と共に劇的に促進する。従って、方向性珪素鋼板の方位集積度が良くなればなるほど、異常渦電流損を下げるには、溝加工のような人工的な磁区細分化処理が不可欠であることが定量的に予測できる。

図3-7は各 β に関して溝深さに対する180度磁区幅の計算が、溝近傍の補助磁区を考慮した場合としない場合を比較したグラフである。溝近傍の補助磁区を考慮しない計算とは、補助磁区を考慮した近似方法の(3-1)式に従わず、 $M_s = 2.03 \text{ T}$ として計算することを意味する。図3-7から分かるように、両者の計算には大きな隔たりがある。しかしながら、補助磁区を考慮しないとは、例えば、十分に大きな張力を鋼板に印加したことに相当すると考えることができる。この強い張力は、磁化ベクトル自身が、溝に発生させる磁極による反磁界に打ち勝ち、補助磁区を作ることなく磁極を発生し続ける効果がある。その結果、静磁エネルギーが高まり、この増加を抑えるために、180度磁区がより細分化すると考えることができる。図3-7が示す補助磁区がない場合の計算予測は、180度磁区幅が約 $20 \mu\text{m}$ までは細分化することを示唆している。これは、溝加工した方向性珪素鋼板の180度磁区細分化の理論的な限界値を示すものかもしれない。詳細な検証は、今後の課題である。

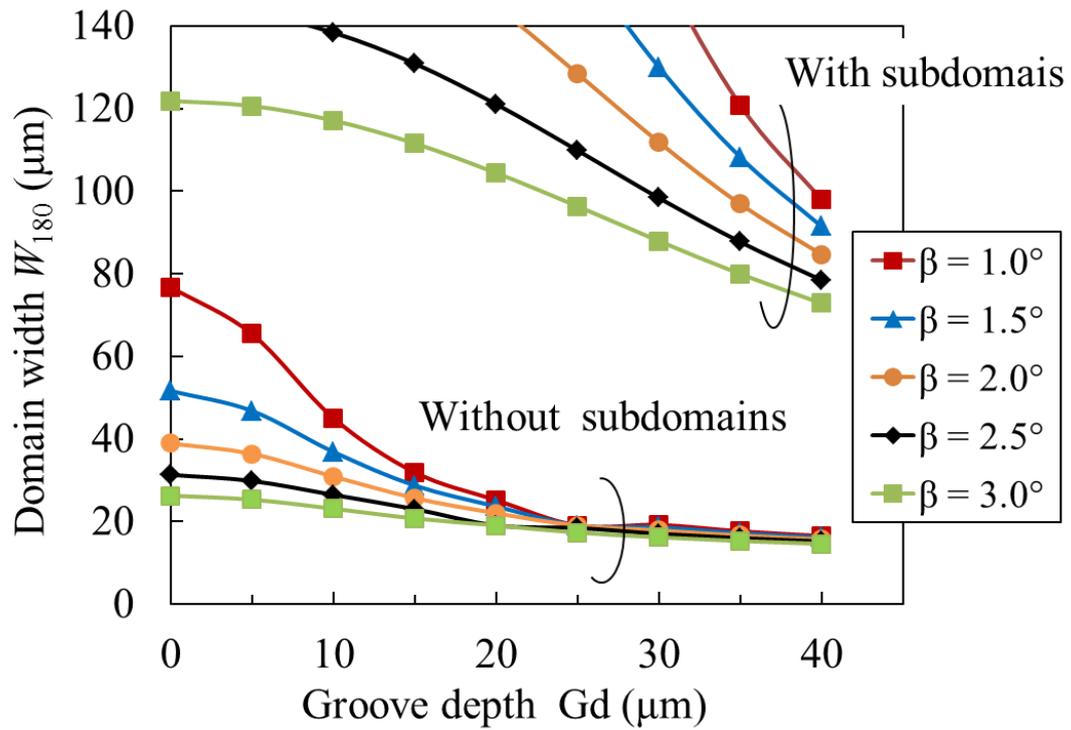


図3-7 溝近傍で発生する補助磁区を考慮した場合としない場合の180度磁区幅 W_{180} の溝深さ G_d に対する計算値。ここで、 $G_p = 3 \text{ mm}$ 、 $G_w = 0.1 \text{ mm}$ である。

3-5 まとめ

本章では、第2章で提案した手法を用いて、表面が平滑でない実用鋼の一例である溝加工された表面を持つ方向性珪素鋼板の磁区構造計算を行い磁区観察との比較から本提案手法の検証と考察を行った。得られた知見をまとめると以下の通りである。

(1) 第2章で提案したベクトルポテンシャルを用いた多変数自由エネルギーの最適化計算に、溝近傍で発生する補助磁区の効果も採り入れ 180 度磁区幅の計算を行った。算出された磁区幅は磁区観察から得られた実測値と良好に一致し、本提案手法の有効性が実証された。

(2) また、本提案手法は、溝断面に発生する磁極ばかりでなく表面磁極も考慮しているため、従来の計算法では不可能であった Fe-3%Si の[001]と鋼板表面とのずれ角 β の依存性も計算予測できることを示した。

(3) 本提案手法による溝入り珪素鋼板の磁区構造計算から、各 β における 180 度磁区幅は溝深さの増加とともに減少し飽和値に近づくことを定量的に示した。

(4) β が約 1.5° よりも小さい溝入り鋼板は、溝深さの増加に伴い 180 度磁区幅の細分化が劇的に促進した。一方、 β が約 1.5° よりも大きい場合は、表面磁極の影響もあり、溝深さの増加による磁区細分化への寄与は小さいことを定量的に示した。このことから、将来、方向性珪素鋼板の方位集積度がより高くなった場合、異常渦電流損を下げるためには溝加工のような磁区細分化処理が不可欠であることを定量的に予測した。

(5) 溝近傍の補助磁区の発生を防げば、溝加工による方向性 Fe-3%Si 鋼における 180 度磁区幅の最小限界値は約 $20\ \mu\text{m}$ になると予測した。

第3章の参考文献

- (1) T. Nozawa, Y. Matsuo, H. Kobayashi, K. Iwayama, and N. Takahashi, “Magnetic properties and domain structures in domain refined grain - oriented silicon steel ,” J. Appl. Phys. vol. 63, p. 2966, 1988.
- (2) K. I. Arai, K. Ishiyama, and H. Mogi, “Dynamic domain wall movement of surface scratched silicon steels,” IEEE Trans. Magn. vol. 26, no. 5, pp. 1966-1968, 1990.
- (3) 石山和志, “低損失薄珪素鋼板に関する研究,” 東北大学博士学位論文, 1993.
- (4) K. Sato, A. Honda, K. Nakano, M. Ishida, B. Fukuda, and T. Kan, “Development of domain refined grain-oriented silicon steel by grooving,” J. Appl. Phys. vol.73, p.6609, 1993.
- (5) M. Ishida, K. Nakano, A. Honda, and K. Sato, “Analysis of the domain-refining effect of grooved grain-oriented silicon steel,” J. Magn. Soc. Jpn. vol. 18, pp. 809-813, 1994.
- (6) W. Shockley, “Energy calculations for domains,” Phys. Rev., vol. 73, p.1246, 1948.
- (7) C. Kittel, “Physical theory of ferromagnetic domains,” Rev. Mod. Phys., vol. 21, pp. 541- 583, 1949.
- (8) W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery,” Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, Third Edition,” Cambridge University Press, 2007.
- (9) 岩田圭司, 藤倉昌浩, 今福宗之, “磁区構造解析装置, 磁区構造解析方法, 磁区構造解析プログラム及び記憶媒体,” 特許第 4057922 号, 2007.
- (10) 岩田圭司, 菊地安広, “一方向性電磁鋼板の製造方法,” 特許 4949539 号, 2012.
- (11) M. Imafuku, H. Suzuki, K. Akita, K. Iwata, and M. Fujikura ,”Effects of laser irradiation on iron loss reduction for Fe-3%Si grain-oriented silicon steel”, Acta Materialia, vol. 53, pp. 939 -945, 2005.
- (12) T. Nozawa, M. Mizogami, H. Mogi, and Y. Matsuo, “Magnetic properties and dynamic domain behavior in grain-oriented 3% Si-Fe,” IEEE Trans. Magn., vol. 32, no. 2, pp. 572–589, Mar. 1996.

第4章 張力に依存した方向性珪素鋼板の磁区構造

計算

4-1 はじめに

本章では、第2章で提案した磁区構造計算法を、張力に依存した方向性珪素鋼板の磁区構造計算に適用し検証を行う。

これまで、Fe-Si合金の[001]容易軸と鋼板表面とのずれ角 β を持った方向性珪素鋼板に生じている180度磁区構造に関しては、例えば、CraigとMcIntyre⁽¹⁾、Nozawaら⁽²⁾、そしてImamuraら⁽³⁾⁽⁴⁾などによって、数多くの磁区構造計算が行われてきた。彼らは、方向性珪素鋼板の粗大粒内の磁区構造をストライプ状の180度磁区のみでモデル化し、180度磁区幅がずれ角 β の増加によって減少する磁区観察結果を定性的に再現した。しかしながら、180度磁区幅の計算値は β が約 2° 以上に大きくなると実測値との差が非常に大きくなり精度的に問題があった。これは、 β 角の増加により発生する補助磁区の一つであるランセット磁区の影響を考慮していなかったからである。また、従来のストライプ磁区モデルは、鋼板に印加される張力にも依存していなかった。すなわち、従来は、ランセット磁区が発生しないような大きな張力が仮想的に印加されたモデルであり、磁性制御因子の一つである張力によって変化する磁区構造を定量的に予測することは出来ていなかった。

そこで、本章では、第2章で提案した張力に依存した自由エネルギーを、多変数最適化計算を用いて解き、張力に依存して変化する磁区構造の計算と実験との比較から、提案手法の検証と考察を行った。

4-2 張力に依存した方向性珪素鋼板の磁区構造計算法

4-2-1 計算法

張力に依存した方向性珪素鋼板の磁区構造を予測するために、本章では、第2章の(2-2)式の任意の表面形状に対応した180度自由エネルギー E_{Main} 、と(2-53)式の張

力に依存したランセット磁区の自由エネルギー E_{Lancet} 、およびランセット磁区と 180 度磁区が共存した場合の関係式 (2-55) 式を用いて多変数最適化計算を行った。磁区計算モデルは、図 4-1 に示すようにランセット磁区と 180 度磁区が共存したモデルになる。

具体的には先ず(2-53)式の張力に依存したランセット磁区の自由エネルギー E_{Lancet} に多変数最適化計算を行い、鋼板に印加された張力下でのランセット磁区の構造を求める。その後、ランセット磁区と 180 度磁区が共存した場合の関係式 (2-55) 式と先に求めたランセット磁区構造から、ランセット磁区発生による表面磁極の減少分を繰り込んだ(2-55)式の $M_{s,corr}$ を求め、これを(2-2)式の任意の表面形状に対応した 180 度自由エネルギー E_{Main} に適用し、多変数最適化計算より三次元磁区構造を予測した。

(2-53)式のランセット磁区の自由エネルギーの多変数最適化計算にはパウエル法⁽⁵⁾を用いた。また、(2-2)式 of 多変数最適化計算には先ず磁区幅 W_{180} を固定し、ニュートンラフソン法⁽⁵⁾と不完全コレスキー分解付き共役勾配法⁽⁶⁾を用いて多変数関数の自由エネルギーが最小となる θ_i 、 φ_i 、 A_k を求めた。その後、直接探索法⁽⁵⁾に従って W_{180} を変え、この W_{180} 固定下で上述と同様の最適化計算を繰り返し、自由エネルギーが最小となる、 θ_i 、 φ_i 、 A_k 、 W_{180} を求めた。以上の計算には Fortran 言語を使って独自開発した自製プログラムを用いた。

4-2-2 計算諸条件

計算に用いた Fe-3%Si の物理定数は以下の通りである。

$$\begin{aligned} M_s &= 2.03 \text{ T}, \\ \lambda_{100} &= 2.6 \times 10^{-5} \\ A_s &= 1.507 \times 10^{-11} \text{ J/m}, \\ K_I &= 3.62 \times 10^4 \text{ J/m}^3 \end{aligned}$$

板厚 d は 0.2 mm とした。計算領域の初期サイズは、 $x = 0.3 \text{ mm}$ 、 $y = 6 \text{ mm}$ 、 $z = 2 \text{ mm}$ であり、板幅方向を示す z の大きさは 180 度磁区幅 (W_{180}) とともに変化するとした⁽⁷⁾。 x は圧延方向を示し、 y は板厚方向を示す。 x 、 y 、 z は、図 4-1 で定義された方向と同じである。第 2 章の (2-2) 式 of 多変数最適化計算では有限要素法を用いているので、計算

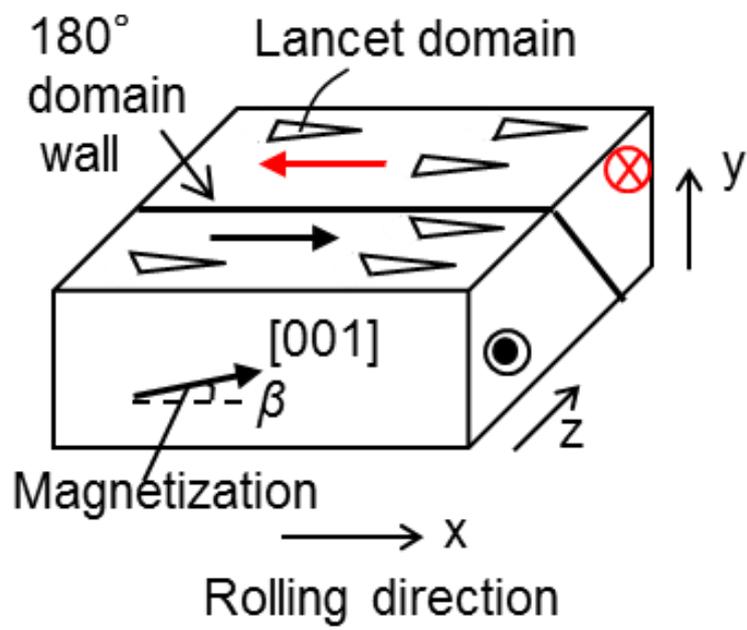


図 4-1 ランセット磁区と 180 度磁区が共存した磁区計算モデル

領域は鋼板サンプルに加えて真空領域も含まれる。本計算では真空領域が計算領域の y 方向に含まれている。図 4-1 において、圧延方向 x と板幅方向 z は周期境界条件を課した。また、計算領域の y 方向の両境界面は、 $\mathbf{A} = 0$ のディリクレ境界条件を課した。

分割要素数は 31680、節点数は 36309、辺数は 104132 として計算を実行した。要素分割には市販のソフトである Mentat を使い要素と節点データを生成した。辺データは自製の変換プログラムにより要素と節点データから生成させた。これら生成した要素、節点、辺データは磁区計算用に開発した自製プログラムの入力データとなる。

数値計算における収束条件は次の通りである。不完全コレスキー前処理付共役勾配法の反復前後の解の収束精度は 10^{-6} 以下と設定した。また、ニュートンラフソン法の収束条件は反復前後の各エネルギーの相対誤差が 3×10^{-5} 以下になるときとした。数値積分には Gauss-Legendre 法を使い積分点は 8 点とした。

4-3 結果と考察

4-3-1 張力に依存した磁区構造予測の検証と考察

図 4-2 は、4.9 MPa、9.8 MPa、14.7 MPa、20 MPa の引張応力が印加された場合の方向性珪素鋼板に発生したランセット磁区の表面積の計算結果を示す。図 4-2 から、ランセット磁区が消滅するずれ角 β は、4.9 MPa では 1.1° 、9.8 MPa では 1.3° 、14.7 MPa では 1.55° 、20 MPa では 1.8° となる。張力が大きいほどランセット磁区が消滅するずれ角 β も大きくなる。これは、方位集積度が悪くても張力を大きくすればランセット磁区を消滅できることを意味し、従来の磁区観察による結果⁽²⁾と同じ傾向が得られた。

次に、図 4-2 の結果を用いて、ランセット磁区と 180 度磁区が共存した場合の自由エネルギー ((2-55) 式を適用した (2-2) 式) の多変数最適化計算を行い 180 度磁区幅の計算を行った。図 4-3 は 14.7 MPa の張力を印加した場合の本提案手法による 180 度磁区幅の計算値を、Nozawa らによる磁区 SEM からの実測値⁽²⁾と比較したグラフである。図 4-3 には従来法⁽²⁾⁽³⁾による計算値も一緒にプロットされている。提案手法による計算値は従来法に比べて定量的に実験値と良好に一致した。特に、提案手法の計算値は β が約 3° 以上で著しい改善が見られた。また、図 4-4 には、9.8 MPa の張力を印加した場合の本提案手法による 180 度磁区幅の計算値と実測値⁽⁸⁾が示されている。このグラフから明

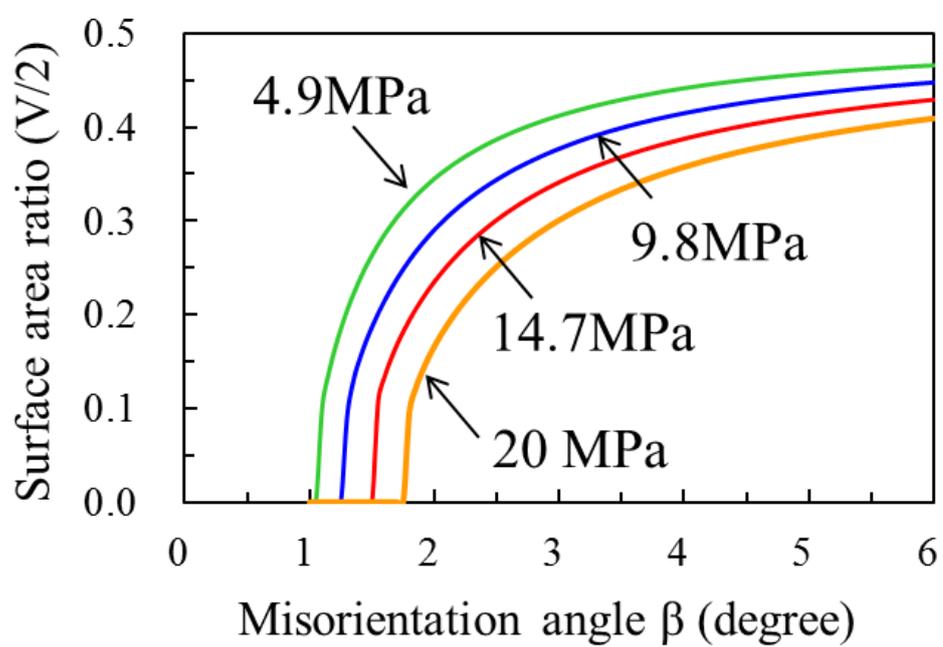


図4-2 張力に依存したランセット磁区の表面積の計算

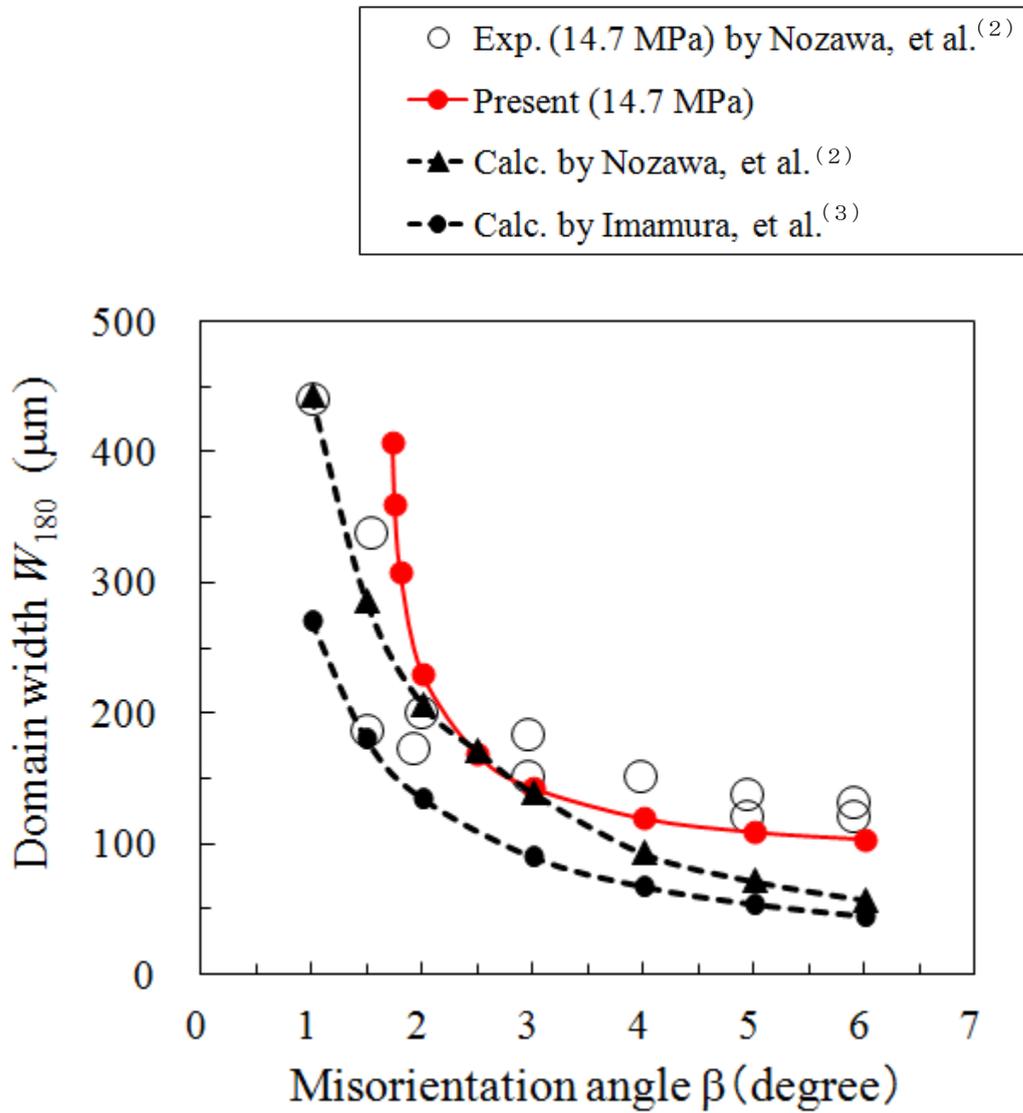


図4-3 本提案手法で計算した180度磁区幅の実験と従来法による計算値との比較

らかのように、提案手法の計算値は実測値と非常に良好に一致した。これらの一致は、第2章で提案した磁区構造計算法がランセット磁区の発生による表面磁極の減少分や張力の影響を正確に考慮していることを実証している。すなわち、提案手法は Fe-3%Si の静磁エネルギーを精度良く求めることが出来ている。

図4-4に加えて図4-5の計算結果は各 β に対する 180 度磁区幅の張力依存性も示すことが出来ている。張力が大きくなるほど 180 度磁区幅は細分化されている。これは、従来から良く知られた現象に合致している。そして、この細分化は図4-4のグラフにプロットしたランセット磁区を考慮しない条件で得られた計算値まで細分化が続くことを示している。ここで、ランセット磁区を考慮しない条件とは、ランセット磁区が消滅する程の強い張力を印加した場合に相当すると言える。従って、図4-4で示されたランセット磁区を考慮しない条件の計算値は、現状の β の値が $2^\circ \sim 3^\circ$ とすると、張力による Fe-3%Si の 180 度磁区細分化の理論限界値は、約 $200 \mu\text{m}$ ~ 約 $100 \mu\text{m}$ であることを示していると考えられる。

図4-3と図4-4が示すように、 β が約 1.7° 以下の領域では、計算した 180 度磁区幅は β の減少とともに急激に増加し、実測と計算との間に差が発生している。これは、計算に用いたモデルが平滑な表面を持ち、周期境界条件により端の効果を無視した無限平面で近似しているからだと考えられる。図4-6は、 β に対して計算した鋼板表面に垂直な磁束密度 B_y の変化を示している。図4-6のグラフが示すように、 B_y は β が約 1.7° 以下の領域ではほとんど零に等しい。これは、 β がこの領域では表面磁極がほとんどないため、鋼板の静磁エネルギーも零に等しいことを意味している。実際の鋼板は有限の大きさを持ち、表面粗さも有り、また、粒界、介在物、欠陥等のピンニングサイト等も持っている。これらは、第3章で取り扱った珪素鋼板に人工的に溝を加工して磁区を細分化させるメカニズムと同じように、鋼板に磁極を発生させ、静磁エネルギーを増加させる原因であると考えられる。従って、もし、これらの要因を今回の計算に取り入れれば、算出される 180 度磁区幅は、実測値により近づくと考えられる。尚、図4-3の Nozawa らの従来計算⁽²⁾は、 β が約 1.7° 以下の領域では実測値に合っている。これは、 $\beta = 0$ で 180 度磁区幅が発散する問題を避けるために、 $\beta = 1^\circ$ の 180 度磁区幅の実測値を参照値として使い計算したからである。

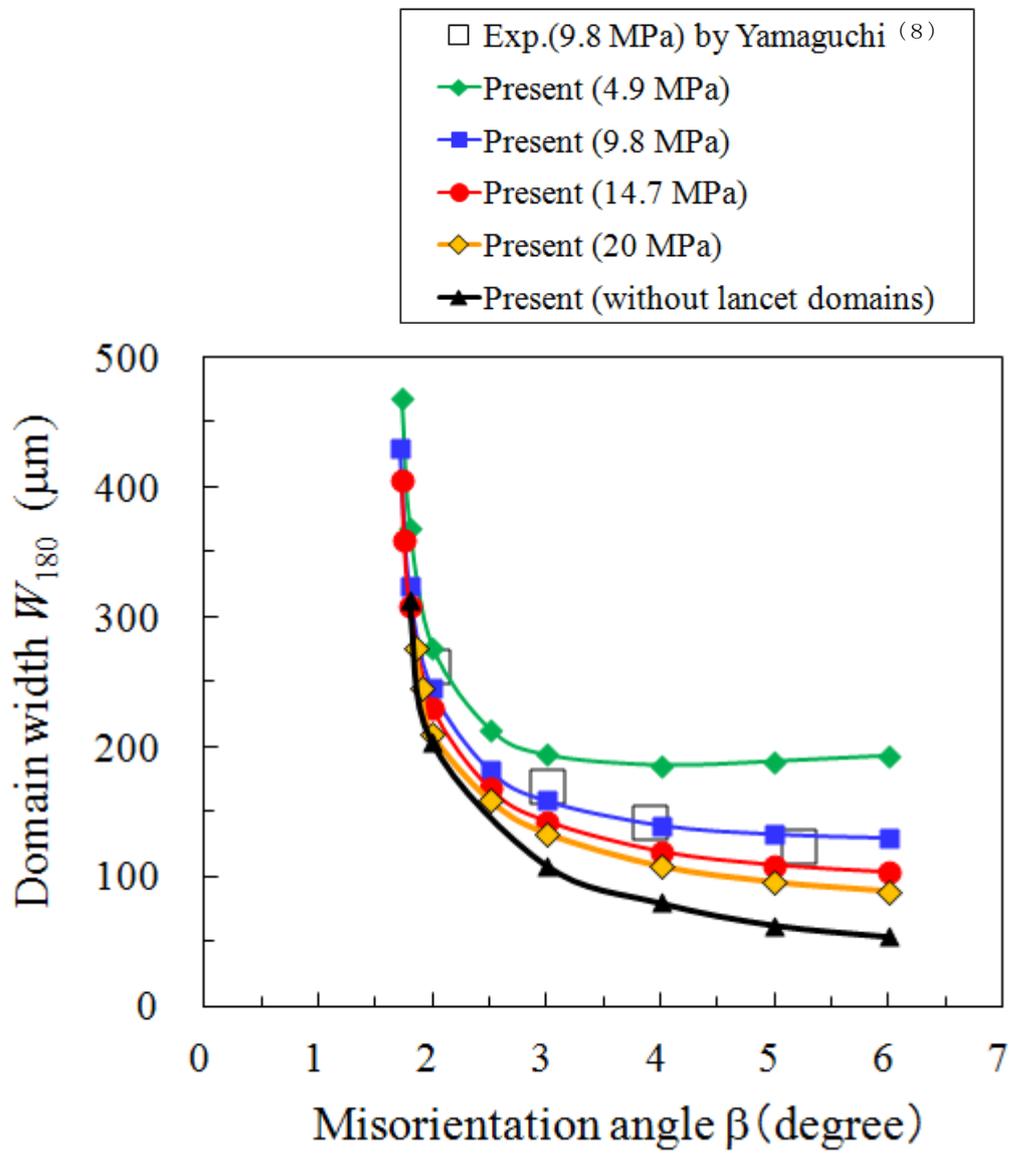


図4-4 本提案手法で計算した180度磁区幅の実験との比較

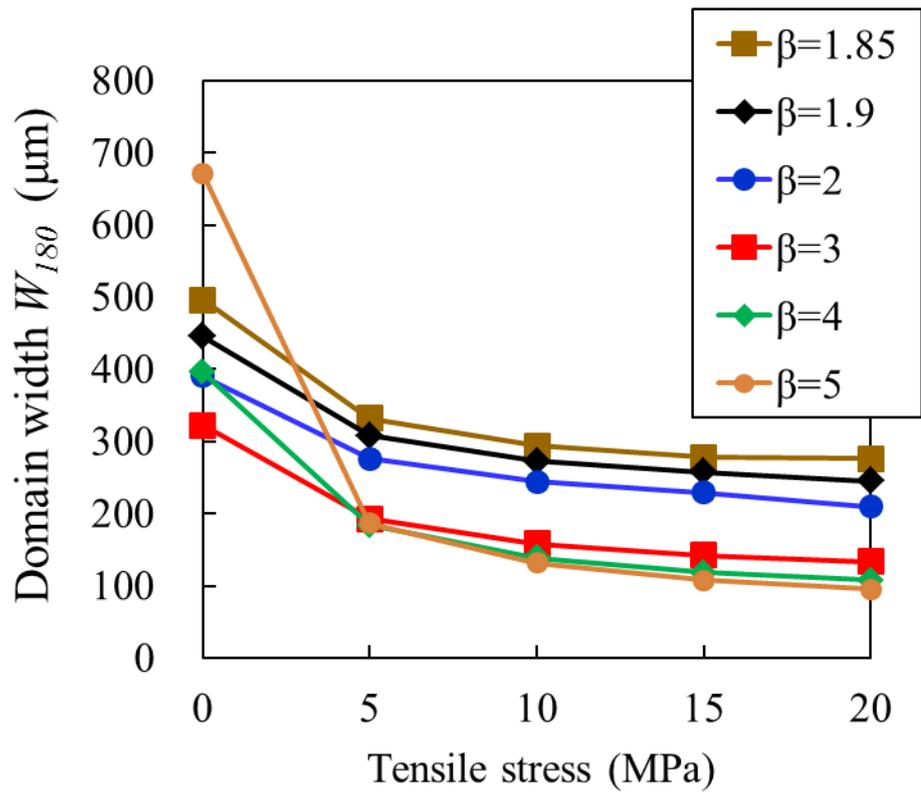


図4-5 本提案手法で計算した180度磁区幅の張力依存性

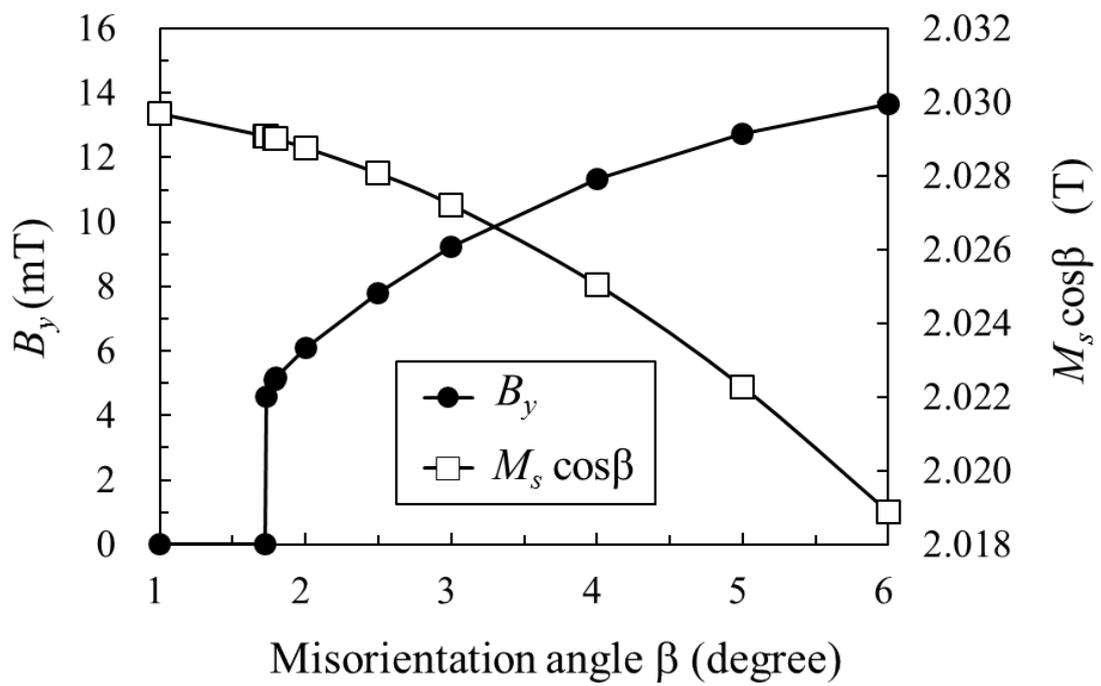


図4-6 14.7 MPaの張力を印加した場合の表面に垂直な磁束密 B_y の計算値と
 圧延方向に垂直な $M_s \cos\beta$ の計算値

4-3-2 異常渦電流損の計算予測の検証と考察

次に、提案手法によって計算した 180 度磁区幅を用いて、Fe-3%Si(110) に発生する異常渦電流損の算出を試みた。ここでは、Imamura ら⁽³⁾と同様に、鋼板に発生する全渦電流損は図 4-7 の概念図で示すように、鋼板表面上の磁壁を渡って流れる表面渦電流損 W_{es} と鋼板の圧延方向に垂直な断面上の磁壁を渡って流れる断面渦電流損 W_{ec} から構成されると仮定した。表面渦電流損 W_{es} は、鋼板の表層に垂直な磁束密度 B_y によって誘導され、断面渦電流損 W_{ec} は、磁化ベクトル $M_s \mathbf{m}$ の鋼板の断面上に垂直な成分 $M_s \cos\beta$ によって誘導される。図 4-6 で示したように、本提案手法は、14.7 MPa の張力を印加したときの、 B_y の β 依存性を算出することが出来ている。この計算で得られた B_y には、ランセット磁区が発生している鋼板表面からの反磁界の影響を正確に含んでいる。図 4-6 には、 β に対する $M_s \cos\beta$ の変化を参考までプロットされている。従って、本提案手法からは図 4-6 の B_y も算出できるので、これらの値を用いて全渦電流損を計算することが出来るはずである。具体的には、Pry and Been⁽⁹⁾ のモデルを参考に導出した次式を用いて、単位重量当たりの全渦電流損を求めた。

$$W_e = \frac{8t^2q}{\rho\delta} \left(\frac{B_m f B_{s1}}{\pi B_s} \right)^2 \left[\sum_{n=1, \text{ odd}}^{\infty} \frac{1}{n^3} \left\{ \frac{1}{\tanh(nq)} + \frac{2J_1\left(nq \frac{B_m}{B_s}\right)}{nq \frac{B_m}{B_s} \sinh(nq)} \right\} \right] \quad (4-1)$$

ここで、

$$q = \frac{\pi W_{180}}{t}$$

である。(4-1) 式において、 J_1 は、1 次のベッセル関数、 ρ は抵抗率、 δ は密度、 B_m は最大磁束密度、 B_s は飽和磁束密度、そして、 f は周波数である。もし、(4-1) 式で表面渦電流損を求める場合 ($W_e = W_{es}$) は、 t は圧延方向の鋼板の長さとなり、 B_{s1} は B_y に等しくなる。同様に、(4-1) 式で断面渦電流損を求める場合 ($W_e = W_{ec}$) は、 t は鋼板の板厚であり、 B_{s1} は $M_s \cos\beta$ に等しくなる。ここで、計算した渦電流損を実測値⁽²⁾と比較するために、圧延方向のサンプルの長さは 70 mm、板厚は 0.2 mm、 B_m は 1.7 T、 f は 50Hz、 ρ は

$5.0 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$ として δ は $7.63 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とした。

図 4-8 は、本提案手法で計算した 180 度磁区幅を用いて算出した $B_m = 1.7 \text{ T}$ 、 $f = 50 \text{ Hz}$ 時の渦電流損 ($W_e = W_{es} + W_{ec}$) の β 依存性を Nozawa らの実測値⁽²⁾ と比較したグラフである。図 4-8 で示されているように、 β が約 1.7° 以上で計算した W_e は実測値と良好に一致している。更に、算出した渦電流損は β が約 2° で最小となりこの現象も実験⁽²⁾⁽¹⁰⁾ と一致した。一方、 β が約 1.7° よりも小さくなると、計算渦電流損と実測には差が発生している。この原因は、前述した 180 度磁区幅の計算の場合と同じであり、実際のサンプルを表面が平滑であり、端のない無限平板として近似しているからである。

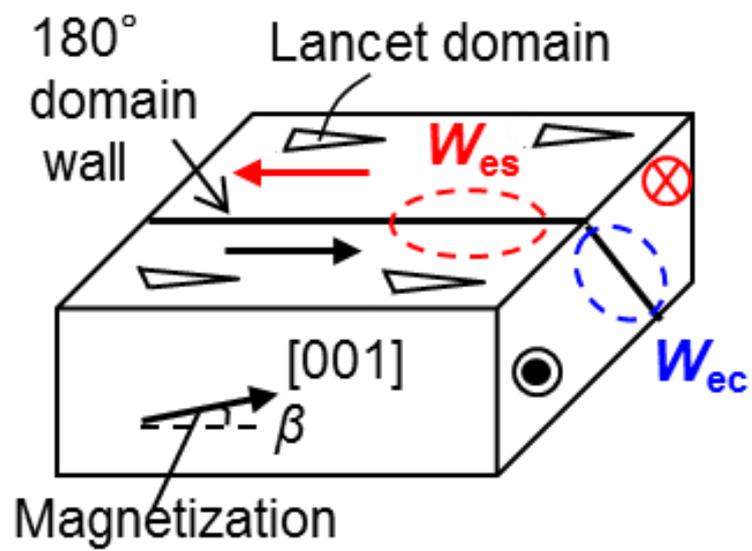


図 4 - 7 表面渦電流損 W_{es} と断面渦電流損 W_{ec} を示した概念図

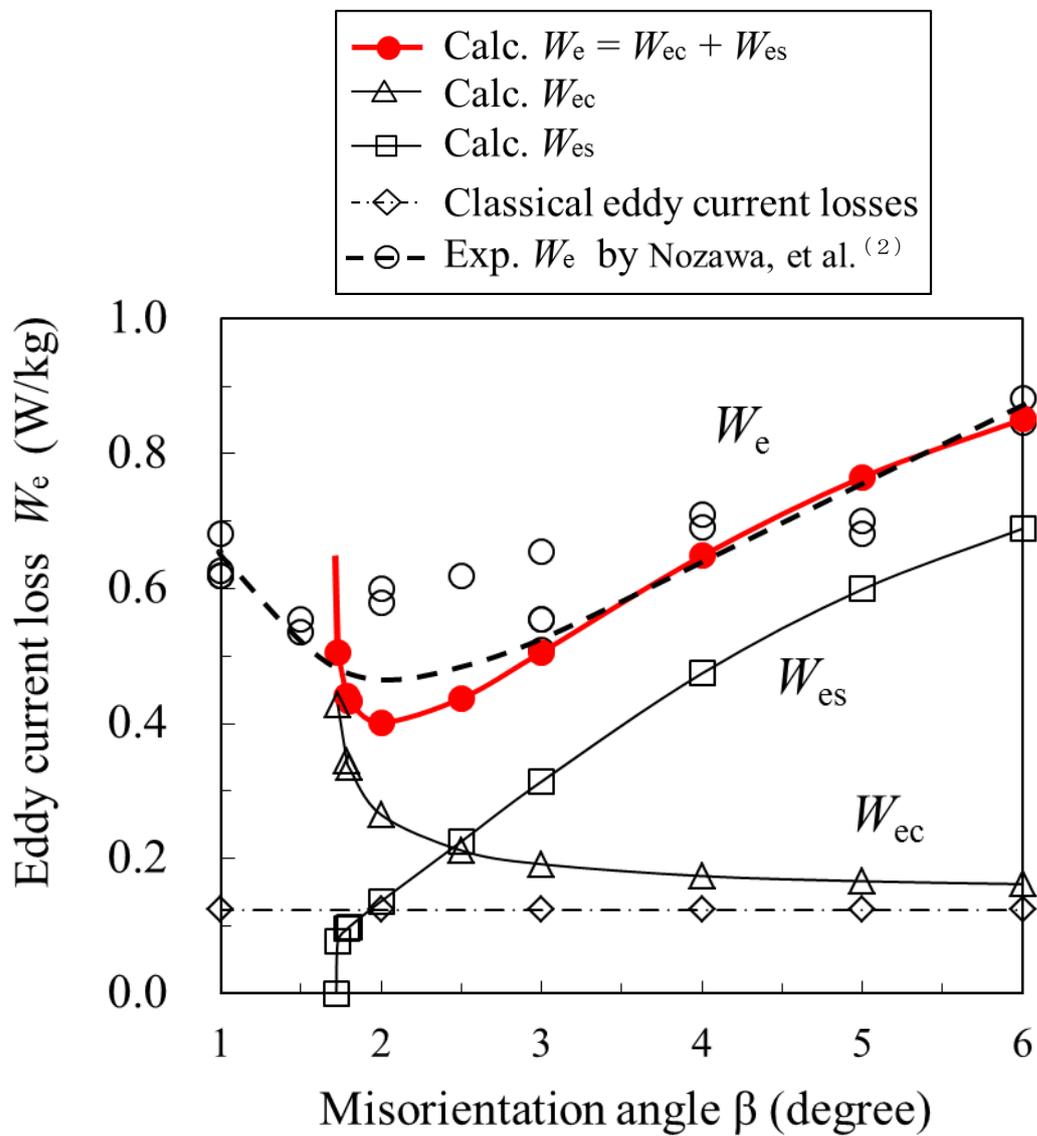


図4-8 本提案手法で予測した磁区構造を用いて計算した渦電流損と実験の比較

4-4 まとめ

本章では、第2章で提案した手法を用いて、張力に依存した方向性珪素鋼板の180度磁区幅の計算を行い磁区観察との比較から提案手法の検証と考察を行った。提案手法では張力効果を予測するために、ランセット磁区の発生による表面磁極の減少分を自発磁化に繰り込み、自由エネルギーを多変数最適化計算することにより磁区構造を予測している。得られた知見をまとめると以下の通りである。

(1) 本提案手法を14.7 MPaの圧延方向に張力を印加した場合の磁区構造計算に適用した。ずれ角 β に対する180度磁区幅の従来法による計算値は、 $\beta \geq 3^\circ$ の領域において実測と大きな隔たりがあったが、本提案手法による計算値は実測値と良好に一致し大きな改善が得られた。

(2) また、従来法では珪素鋼板の張力依存性を全く予測出来なかったが、本提案手法による180度磁区幅の計算値は張力の増加とともに減少し、磁区観察による実験傾向と一致した。

(3) $\beta < \text{約 } 1.7^\circ$ の領域では、本提案手法による180度磁区幅の計算値は実測値よりも大きくなった。これは計算モデルを平滑な表面を持つ無限平板で近似したのが原因であり、端の効果や表面凹凸効果等の考慮により改善できると考察した。

(4) ランセット磁区が消滅した場合の180度磁区幅の計算値は、張力による磁区細分化効果の理論限界値であることを定量的に示した。例えば、 $\beta = 2^\circ \sim 3^\circ$ の場合、Fe-3%Si方向性珪素鋼板の磁区細分化の理論限界値は約200 μm ~ 100 μm と予測した。

(5) 本提案手法によって得られる180度磁区幅の計算値と磁束密度を使えば、張力印加時の方向性珪素鋼板の渦電流損を予測できることを示した。例えば、張力14.7 MPa印加時の、ずれ角 β に対する渦電流損 W_e の $B_m=1.7\text{ T}$ 、 $f=50\text{ Hz}$ 時の予測値は、 $\beta = \text{約 } 2^\circ$ で最小値を持ち実測と良好に一致した。

第4章の参考文献

- (1) D. J. Craik and D. A. McIntyre, "Magnetostatic effects in grain-oriented silicon iron," IEEE Trans. Magn., vol. 5, no. 3, pp. 378–383, Sep. 1969.
- (2) T. Nozawa, T. Yamamoto, Y. Matsuo, and Y. Ohya, "Relationship between total losses under tensile stress in 3 percent Si-Fe single crystals and their orientations near (110)[001]," IEEE Trans. Magn., vol. 14, no. 4, pp. 252–257, Feb. 1978.
- (3) M. Imamura, T. Sasaki, and T. Yamaguchi, "Domain-wall eddy-current loss in a stripe domain structure of Si-Fe crystals inclined slightly from the perfect (110)[001] orientation," IEEE Trans. Magn., vol. 20, no. 6, pp. 2120–2129, Jan. 1984.
- (4) M. Imamura, T. Sasaki, and H. Nishimura, "AC magnetosuction in Si-Fe single crystals close to (110)[001]," IEEE Trans. Magn., vol. 19, no. 1, pp. 20–27, Jan. 1983.
- (5) W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, "Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, Third Edition," Cambridge University Press, 2007.
- (6) 森 正武, "Fortran 77 数値計算プログラミング," 岩波書店, 1996.
- (7) 岩田圭司, 藤倉昌浩, 今福宗之, "磁区構造解析装置, 磁区構造解析方法, 磁区構造解析プログラム及び記憶媒体," 特許 4057922, 2007.
- (8) T. Yamaguchi, "Variation of domain structure with sheet thickness in (110)[001] single crystal plate of 3%Si-Fe", J. Magn. Soc. Jpn., vol.8, no.8, pp.201-204, 1984.
- (9) R.H. Pry and C.P. Bean, "Calculation of the energy loss in magnetic sheet materials using a domain model", J. Appl. Phys. vol.29, pp.532-533, 1958.
- (10) J.W. Shilling, W. G. Morris; M. L. Osborn, and P. Rao, "Orientation dependence of domain wall spacing and losses in 3-percent Si-Fe single", IEEE Trans. Magn., vol. 14, no. 3, pp. 104–111, May 1978.

第5章 圧縮応力下における還流磁区の三次元構造計算

5-1 はじめに

前章では、第2章で提案した磁区構造計算手法を用いて、磁性制御因子の一つである張力に依存した方向性珪素鋼板の磁区構造計算の検証を実行した。本章では、張力と同様に磁性制御因子として重要な圧縮応力に焦点を当て、圧縮応力下で方向性珪素鋼板に発生している三次元の還流磁区構造の計算を行い提案手法の検証と考察を行う。

珪素鋼板に導入された一様な圧縮応力⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾や、レーザー照射⁽⁵⁾、罨書き⁽⁶⁾⁽⁷⁾等により生じた局所応力は、第3章で扱ったランセット磁区構造とは異なった三次元の還流磁区を発生させることが、これまでの表面磁区観察⁽⁸⁾⁽⁹⁾や磁歪の測定⁽¹⁰⁾などから推測されている。これら三次元還流磁区構造は、鉄損ばかりでなく磁歪起因の騒音⁽¹¹⁾にも影響を与えるので、圧縮応力による還流磁区構造の変化を定量的に予測することは、珪素鋼板の特性向上のためにも非常に重要な課題となっている。

圧縮応力下における還流磁区の構造解析は、方向性珪素鋼板の鉄損や磁歪への圧縮応力の影響を調べることを目的にこれまで数多くの研究が行われてきた⁽²⁾⁽³⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾。例えば、Nozawaら⁽⁸⁾は磁区SEMを用いてレーザー照射スポット近傍の表面に90度磁区からなる補助磁区が発生していることを観察した。Fujikuraら⁽¹⁰⁾は磁歪測定装置を用いて、レーザー照射エネルギーに対する消磁状態での鋼板の磁歪変化を調べた。Fujikuraらはレーザー照射エネルギーに対して負の磁歪が大きくなることを見出し、これを還流磁区の体積増加と考え、レーザー照射により還流磁区が発生していることを間接的に示した。これらの研究により、レーザー照射によって還流磁区が誘導発生する可能性は高まった。しかしながら、具体的な還流磁区の三次元構造を計算予測するまでには至らなかった。Masui⁽¹³⁾は、一様圧縮応力下における還流磁区の発生を予測する計算方法を提案している。この方法は、弾性歪エネルギーと磁気弾性エネルギーからなるエネルギーを最小化する方法に基づくものである。しかしながら、この方法も具体的に還流磁区の構造を考慮しておらず、磁壁エネルギーや静磁エネルギーの効果も無視しているので、三次元還流磁区構造

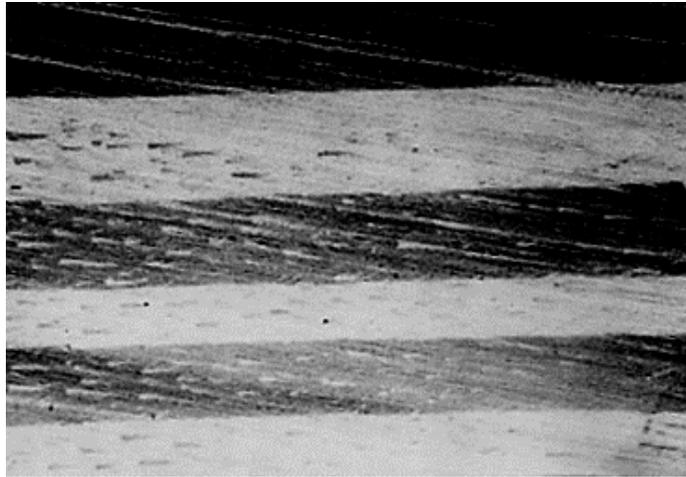
の予測には利用できない問題があった。一方、Dijkstra and Martius⁽¹⁾や Corner and Mason⁽²⁾などは、珪素鋼板に印加された圧縮応力によって生じる還流磁区モデルを提案している。しかしながら、彼らの計算モデルは、機械的に外部から印加した一様な圧縮応力の場合に適用が限定されており、鋼板表面へのレーザ照射や罫書きによって導入される局所応力分布には対応出来ない問題があった。また、材料設計因子として重要である板厚が変化した場合の圧縮応力の還流磁区への影響に関しても十分な検討は行われていなかった。

そこで、本章では、第2章で提案した局所応力分布に対応した自由エネルギーの多変数最適化計算を用いて、先ずは一様圧縮応力下での提案手法の検証を過去の実験データとの比較から実行した。更に、レーザ照射珪素鋼板の歪取り焼鈍過程における表面磁区の構造変化をその場観察し、提案手法による磁区構造予測と比較検証した。磁区観察には分解能が高く、キュリー温度を超えた高温観察も可能な X 線磁気円二色性光電子顕微鏡 (XMCD-PEEM)⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾を用いた。そして、レーザ照射により導入された鋼板内部の局所応力分布を調べるため、高エネルギー X 線による応力測定⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾を行い三軸の内部応力分布を求め、これを提案した計算手法に適用し還流磁区構造の安定性を検証した。

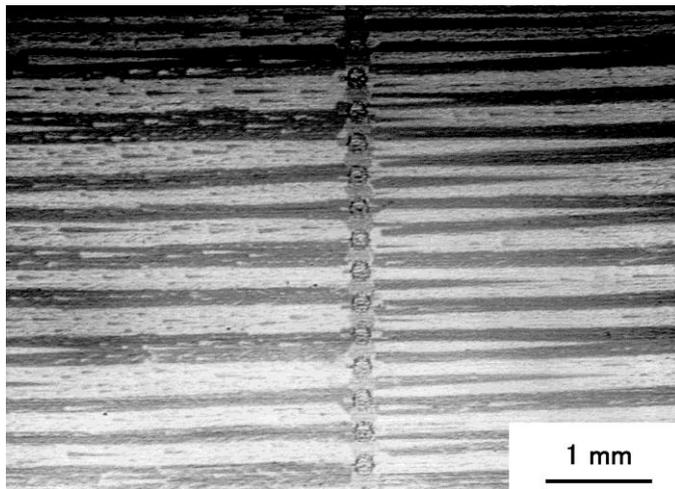
5-2 還流磁区構造の計算方法

方向性珪素鋼板に発生している圧縮応力下の消磁状態における還流磁区構造を予測するために、第2章で提案した(2-56)式の三軸応力下における三次元還流磁区の自由エネルギー $E_{Closure}$ の最適化計算を行う。

図5-1のレーザ照射方向性珪素鋼板の磁区 SEM 像が示しているように、レーザ照射した珪素鋼板の磁区構造をより完全に予測するには、例えば、180度磁区とランセット磁区が共存する自由エネルギー、そして、本章で扱う圧縮応力下の還流磁区の自由エネルギーから構成される(2-1)の全自由エネルギー E_{total} を取り扱う必要がある。本研究では、先ずは(2-56)式で提案した還流磁区の自由エネルギー $E_{Closure}$ の最適化に焦点を当て計算を行う。また、図2-7の還流磁区モデルに基づいて構築した(2-56)式の自由エネルギー $E_{Closure}$ は、Fe-Si合金の[001]と鋼板表面のずれ角 β は零に設定している。もし、 β の影響を考慮する場合は、計算の初期構造として、鋼板表面から β だけ傾いた[001]軸を含む三つの容易軸に磁化ベクトルが平行となるように配置し、各磁壁上に磁極が発生しない構造を新たに考える必要がある。本研究の計算では先ずは図2-7に示したように、



(a) レーザ照射前



(b) レーザ照射後

図 5 - 1 レーザ照射前後の磁区 SEM 像

ずれ角 $\beta = 0$ の場合の還流磁区構造を取り扱う。そのためには、(2-56) 式の第 6 項目の静磁エネルギー E_{stCl} が零になるように、図 2-7 で定義した 90 度磁壁と鋼板表面のなす角度 α を決める必要がある。

一般に、各磁壁上に磁極が発生せず、静磁エネルギー E_{stCl} が最小となるには、 α も未知変数とした多変数最適化計算が必要である。一方、 $\beta = 0$ の場合は 90 度磁壁の境界面において、隣り合う磁化ベクトルの垂直成分が一致するように α を選べば、磁壁上には磁極は発生せず静磁エネルギーも零になる。図 2-7 の場合、境界面上での磁化ベクトルの垂直成分の連続性を保証するには α は次式を満たす必要がある。

$$\tan \alpha = (\sqrt{2})^{-1} \quad (5-1)$$

実際、(5-1) の条件で、図 2-7 で提案した還流磁区構造の静磁エネルギー E_{stCl} が最小になるかどうかを確認するために、 α を変化させたときの静磁エネルギー E_{stCl} の計算を行った。ここで、図 2-7 に示す磁化ベクトルの分布における静磁エネルギー E_{stCl} は(2-2) 式の第 1 項目と同様に次式のように表すことが出来るので、第 2 章の手法と同様に多変数最適化計算を実行した。

$$E_{stCl} = \frac{1}{2\mu_0 V_0} \int (\nabla \times \mathbf{A} - M_s \mathbf{m})^2 dV \quad (5-2)$$

計算では、 $M_s = 2.03$ T、板厚は 0.23 mm とした。計算領域の全体サイズは $0 \leq x \leq 0.12$ mm、 $0 \leq y \leq 2.7$ mm、 $0 \leq z \leq 0.2$ mm とした。ここで、 x は圧延方向、 y は板厚方向、 z は板幅方向であり、図 2-7 に記載の座標系と同じである。90 度磁区幅 (W_{90}) は 60 μ m に固定されている。有限要素法を用いているので、計算領域は鋼板サンプルに加えて真空領域も含まれる。本計算では真空領域が計算領域の y 方向に含まれている。圧延方向 x と板幅方向 z は周期境界条件を課した。また、計算領域の y 方向の両境界面は、 $\mathbf{A} = 0$ のディリクレ境界条件を課した。分割要素数は 68400、節点数は 73017、辺数は 214316 である。要素分割には市販のソフトである Mentat を使い要素と節点データを生成した。辺データは自製の変換プログラムにより要素と節点データから生成させた。数値計算における収束条件として、

不完全コレスキー前処理付共役勾配法の反復前後における解の収束精度は 10^{-6} 以下と設定した。また、数値積分には Gauss-Legendre 法を使い積分点は 8 点とした。

図 5-2 に角度 α に対する図 2-7 の還流磁区構造の静磁エネルギー E_{stCl} の計算結果を示す。前述のとおり、

$$\alpha = \tan^{-1}\{(\sqrt{2})^{-1}\} \approx 35.284 \text{ (degree)}$$

のときに静磁エネルギー E_{stCl} が最小値 ~ 0 になることが確認できた。以上のことから、第 2 章の (2-56) 式の圧縮応力下における自由エネルギーの最適化計算においては、 α の値は (5-1) 式に従う値を使うことにより、静磁エネルギー E_{stCl} は零と置き、残りの未知変数である還流磁区構造の 90 度磁区幅 W_{90} を求めることにした。

更に、圧縮応力下の還流磁区構造の安定性を確認するために、最適化計算で得られた還流磁区の自由エネルギー $E_{Closure}$ を、圧縮応力下においても還流磁区が存在しない主磁区構造 (図 5-3) の自由エネルギーと比較した。図 5-3 に示したように、磁化ベクトルと圧延方向に向いた場合の三軸局所圧縮応力下における還流磁区が存在しない主磁区構造の自由エネルギー E_{basic} は次式のように表すことが出来る。

$$E_{basic} = -\frac{\lambda_{100}}{V_0} \int_{V_0} \sigma_{11} dV \quad (5-3)$$

本章の還流磁区の計算に用いた Fe-3%Si の物理定数は以下の通りである。

$$\begin{aligned} M_s &= 2.03 \text{ T,} \\ \lambda_{100} &= 2.6 \times 10^{-5} \\ A_s &= 1.507 \times 10^{-11} \text{ J/m,} \\ K_1 &= 3.62 \times 10^4 \text{ J/m}^3 \\ C_{11} &= 2.41 \times 10^{11} \text{ Pa} \end{aligned}$$

還流磁区構造の板厚依存性を調べるための、板厚 d は 0.08 mm \sim 0.4 mm とそれぞれ変化させて計算を行った。

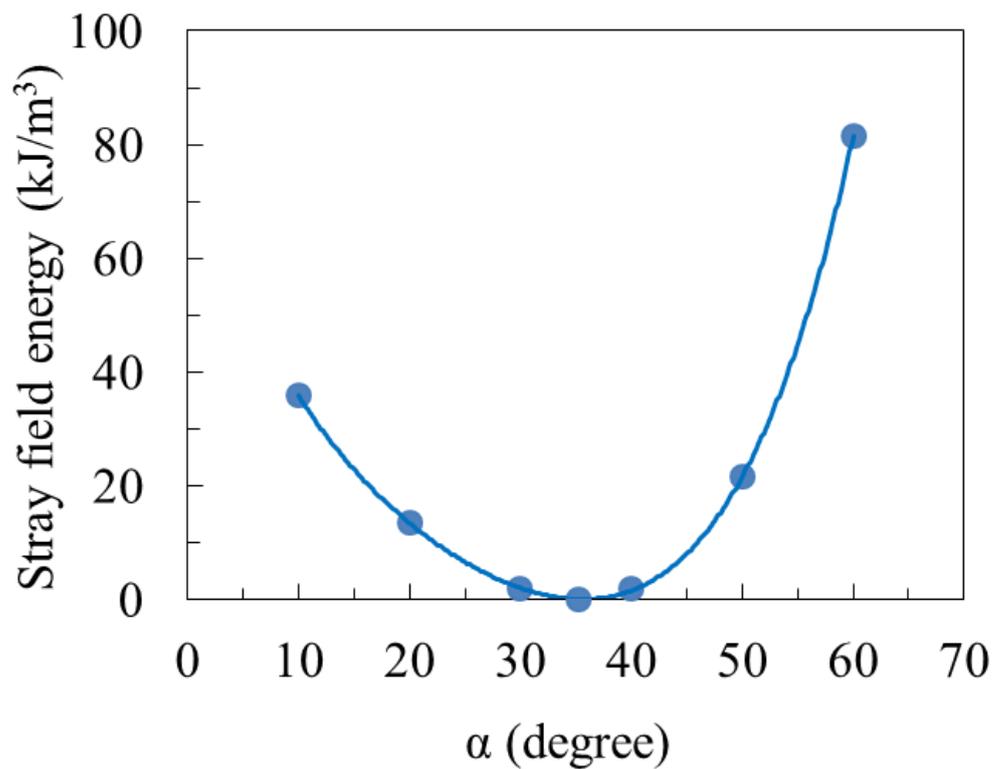


図5-2 90度磁壁と鋼板表面のなす角 α に対する静磁エネルギー。

$\alpha = \tan^{-1}\{(\sqrt{2})^{-1}\} \approx 35.284(\text{degree})$ のときに静磁エネルギーが最小値0となる。

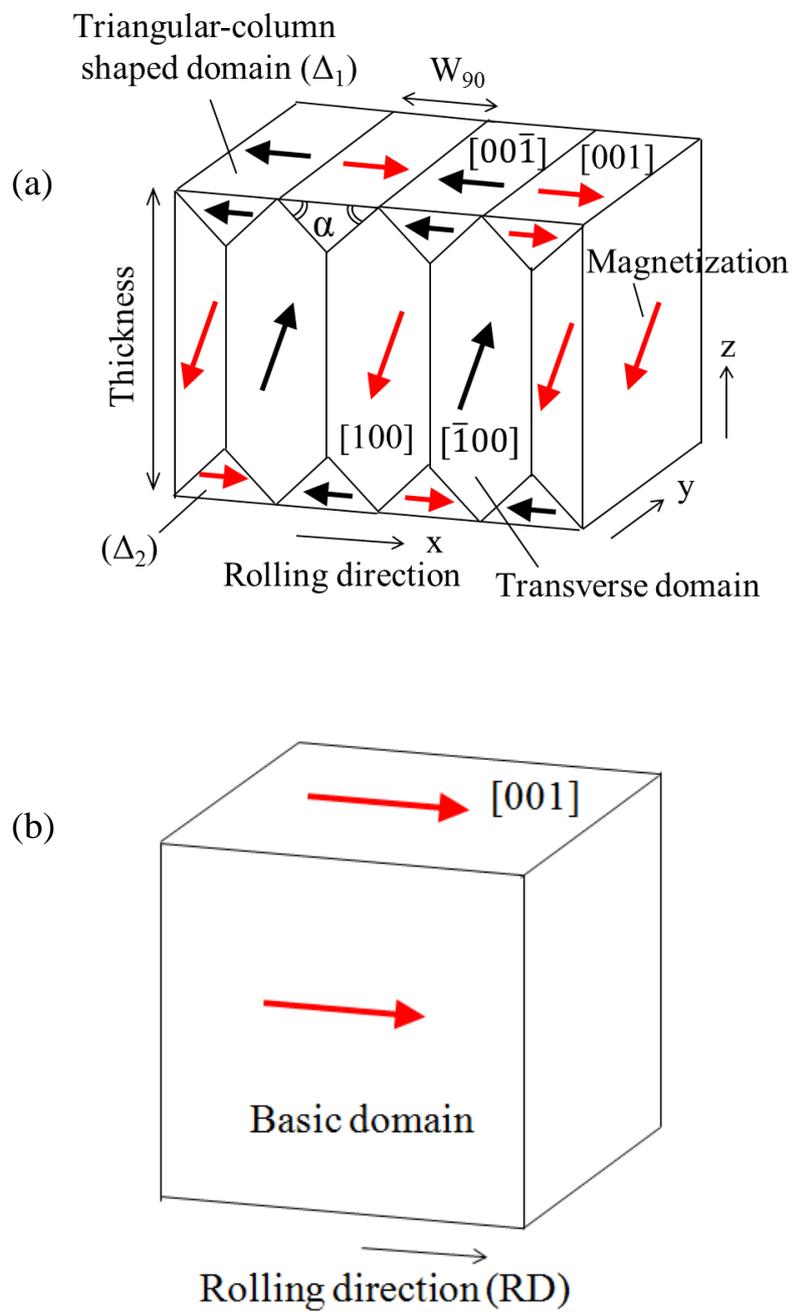


図 5 - 3 (a) 還流磁区モデルと (b) 還流磁区が消滅した主磁区モデル

5-3 検証実験方法

5-3-1 磁区観察方法

提案手法を検証するために、レーザ照射した Fe-3%Si(110)粗大粒上のレーザ照射スポット近傍に発生している還流磁区構造を、X線磁気円二色性光電子顕微鏡 (XMCD-PEEM)⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾を用いて磁区観察を行った。使用した Fe-3%Si(110)の試料は、寸法 10 mm × 10 mm × 厚み 0.18 mm であり、大きな粒からなる方向性珪素鋼板から切り出した。試料の表面は鏡面研磨され、残留応力を除去するために水素 100 %雰囲気中において 2 時間、800 °C で焼鈍し、その後試料にレーザ照射を行った。YAG パルスレーザは、図 5-4 のように、点状から構成された照射ラインが圧延方向に対して 5 mm ピッチになるように照射された。照射された点状の間隔は 0.3 mm のピッチであり、照射痕の直径は約 75 μm であった。レーザ照射後、試料の圧延方向に伸びた 180 度磁区幅を、磁性コロイドを用いたビッター法で観察したところ約 265 μm に磁区が細分化され、レーザ照射による効果が導入されたことを確認した。

XMCD-PEEM による磁区観察は、Spring-8 の BL17SU のビームライン⁽¹⁵⁾で実行した。XNCD-PEEM 像は Fe の L₃ 吸収端 ($h\nu = 707$ eV) の光子エネルギーを用いて観測された。このエネルギーの選択の根拠となる X 線吸収スペクトルについては第 6 章にて述べる。焼鈍による応力解放とともに変化するレーザ照射スポット近傍の還流磁区構造を観察するために、鋼板試料は真空チャンバー内で熱せられた。試料温度はサンプルホルダーに取り付けた熱電対で測定された。温度は試料の磁区構造が完全に無くなった点をキュリー温度 (Fe-3%Si で 740 °C) としてキャリブレーションされた。

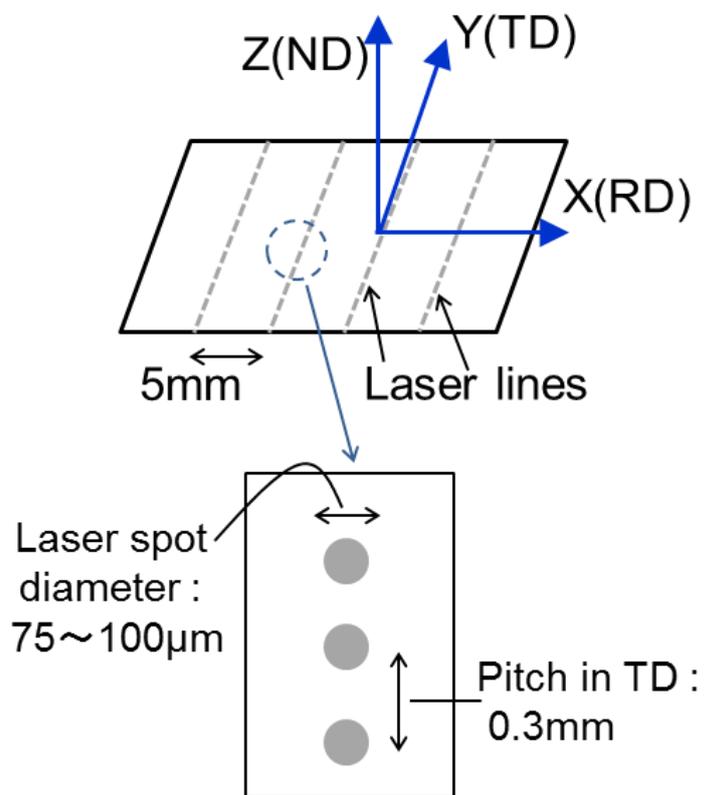


図5-4 レーザ照射条件を示す図

5-3-2 内部応力測定方法

レーザー照射された Fe-3%Si(110)粗大粒の内部残留応力は、SPring-8 の BL22XU ビームライン⁽¹⁹⁾ で 30 keV の高エネルギー X 線を用いて測定された。Fe-3%Si(110)の試料は、20 mm × 25 mm × 0.21 mm の大きさを持ち、大きな粒からなる方向性珪素鋼板から切り出した。試料表面の酸化被膜は剥離した。試料は、被膜剥離や切断による残留応力を除去するため、100 % 水素雰囲気中で 800 °C、2 時間焼鈍され、その後試料の片面にレーザーが照射された。照射したレーザーは 3.3 mmJ/pulse のエネルギーを持つ YAG パルスレーザーであり、文献(10)で示されているように磁束密度が 1.7 T、周波数 50 Hz 時の鉄損が最小になる条件と同等とした。YAG パルスレーザーは、図 5-4 のように、点状から構成された照射ラインが圧延方向に対して 5 mm ピッチになるように照射された。照射された点状の間隔は 0.3 mm のピッチであり、照射痕の直径は約 100 μm であった。

鋼板内部の歪は図 5-5 や表 5-1 に示すように、X 線のビームサイズとスリットの大きさによって決まるゲージボリュームを試料に走査する方法⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾を用いて測定された。この方法で測定された歪の値はこのゲージボリューム内の平均値となる。歪分布が急激に変化している場所では、このゲージボリュームを出来るだけ小さく取る必要がある。本研究では、図 5-5 や表 5-1 に示すように、スリットサイズは 50 μm × 50 μm に設定した。また、ゲージボリュームの菱形の断面サイズは試料の圧延方向 (RD) の歪を測定するためには、菱形の高さが 55 μm、幅が 116 μm に調整した。試料の板幅方向 (TD) と板厚方向 (ND) の歪測定には、ゲージボリュームの菱形の断面サイズは菱形の高さが 55 μm、幅が 123 μm に調整した。表 5-1 に示すように、圧延方向 (RD) の歪測定には α-Fe (600) の回折面、板幅方向 (TD) と板厚方向 (ND) の歪測定には α-Fe (440) の回折面がそれぞれ使われた。歪測定点は、図 5-5 のように、レーザー照射スポットを原点とすると、圧延方向 (RD) に対して、-0.1 mm から 0.1 mm の範囲内は 0.05 mm 間隔で、0.1 mm から 1.0 mm の範囲内は 0.1 mm 間隔でゲージボリュームを走査した。また、板厚の深さ方向 (ND) に対しては、表層から 0.18 mm の範囲内を 0.05 mm 間隔でゲージボリュームを走査した。

各方向の歪 ε は、上述のゲージボリュームの走査から得られたブラッグ角 θ を用いて、(5-4) 式のブラッグの反射条件から得られる (5-5) 式より求めた。

$$d = \frac{\lambda}{2\sin\theta} \quad (5-4)$$

$$\varepsilon = \frac{\delta d}{d} = -\frac{1}{2}\cot\theta_0(2\theta - 2\theta_0) \quad (5-5)$$

ここで、 d は面間隔、 λ は入射波長、 θ_0 は無歪状態時のブラッグ角である。更に、(5-5)式を用いて得られた歪は、次式に示す異方性弾性理論に基づいて導出される単結晶における応力と歪の関係式⁽²⁰⁾⁽²¹⁾を用いて応力に変換した。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} \\ S_{12} & \frac{1}{2}(S_{11} + S_{12} + \frac{1}{2}S_{44}) & \frac{1}{2}(S_{11} + S_{12} - \frac{1}{2}S_{44}) \\ S_{12} & \frac{1}{2}(S_{11} + S_{12} - \frac{1}{2}S_{44}) & \frac{1}{2}(S_{11} + S_{12} + \frac{1}{2}S_{44}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (5-6)$$

ここで、 S_{ij} は単結晶の弾性コンプライアンスであり、 σ_{11} 、 σ_{22} 、 σ_{33} は圧延方向 (RD)、板幅方向 (TD)、板厚方向 (ND) の応力、 ε_{11} 、 ε_{22} 、 ε_{33} は、RD、TD、ND の歪をそれぞれ示している。本研究では S_{ij} を次のように Fe の値を使用した。

$$\begin{aligned} S_{11} &= 0.00756 \text{ (GPa)}^{-1} \\ S_{12} &= -0.00278 \text{ (GPa)}^{-1} \\ S_{44} &= 0.00859 \text{ (GPa)}^{-1} . \end{aligned}$$

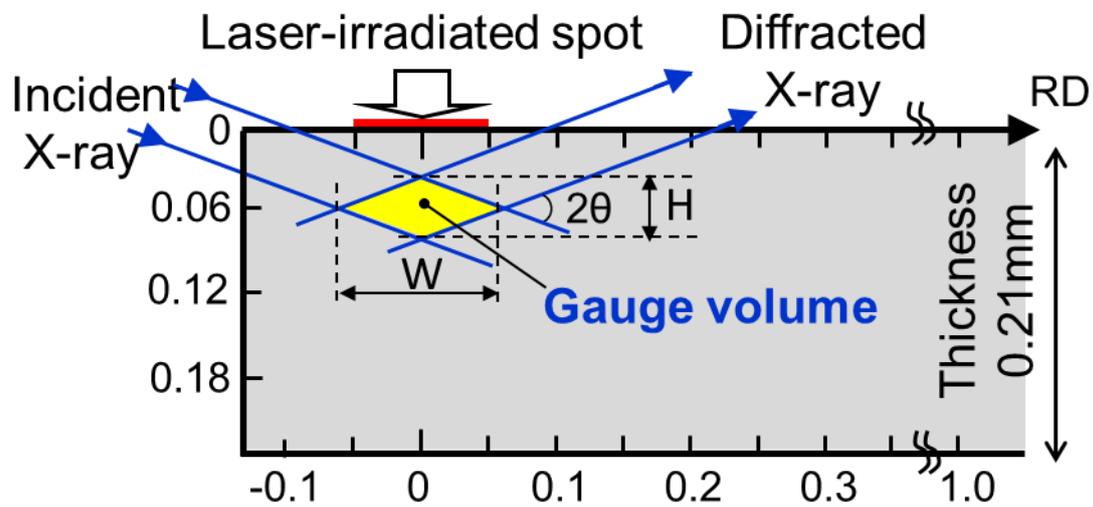


図 5 - 5 ゲージボリュームと歪測定点を説明する図

表 5 - 1 内部応力測定の実験条件

Beam energy	30KeV		
Wavelength	0.041nm		
Strains	ϵ_{TD}	ϵ_{ND}	ϵ_{RD}
Diffraction plane	α -Fe (440)		α -Fe (600)
2θ / degree	48.14		51.27
Gauge volume size	W	123 μ m	116 μ m
	H	55 μ m	
Slit size	50 μ m \times 50 μ m		

5-4 結果と考察

5-4-1 一様な圧縮応力を印加した場合の計算の検証

本節では、還流磁区構造の計算方法を検証するために、まずは、圧延方向に一様な応力 σ_{11} を印加した場合の計算を行う。この場合 (2-56) 式の第1項目の磁気弾性エネルギーは

$$- \lambda_{100} \sigma_{11} \frac{W_{90}}{2d} \tan \alpha$$

となり、第2項目は零になる。5-2節で述べたように、本研究のモデルは $\beta = 0$ とした場合であり、静磁エネルギー E_{stcl} は零としているので、(2-56) 式の自由エネルギーが最小となるときの90度磁区幅 W_{90} は、以下の式のようになる。

$$W_{90}^{opt} = \frac{d}{\tan \alpha} \frac{\gamma_{180}}{\lambda_{100}} \frac{1}{\left(\frac{9}{16} C_{11} \lambda_{100} - \frac{\sigma_{11}}{2}\right)} \quad (5-6)$$

図5-6は一様な圧縮応力 σ_{11} を印加した場合における、還流磁区構造の90度磁区幅 W_{90} の計算値を応力の関数として示したグラフである。ここで、応力の値が負の場合が圧縮応力を意味する。図5-6が示すように、90度磁区幅 W_{90} を持つ還流磁区構造 (図5-3(a)) は、各板厚に対しても圧縮応力の領域のみで安定に存在することが分かる。このグラフの中でプロットされた値以外の応力の領域では、還流磁区は消滅し、主磁区 (図5-3(b)) の方がエネルギー的に安定になる。例えば、0.3 mm の板厚の場合、図5-7にも示されているように、約 -1.6 MPa よりも大きい圧縮応力下では還流磁区が安定に存在することが予測される。このとき、図5-6が示すように、90度磁区幅 W_{90} は圧縮応力の増加とともに減少する。一方、図5-6において、約 -50 MPa と約 -1.6 MPa の間の圧縮応力では、90度磁区幅 W_{90} は急激に増加し、その後、圧縮応力が約 -1.6 MPa よりも小さくなると、図5-7のように還流磁区がエネルギー的に不安定になり、90度磁区幅 W_{90} は消えて無くなる。この90度磁区幅 W_{90} の急激な増加は (5-6) 式の分母に起因する。これは、もし

印加応力が板厚に関わらず次式を満足すると、90度磁区幅 W_{90} は無限値に漸近することを意味してしまう。

$$\sigma_0 = \frac{9}{8} c_{11} \lambda_{100} \sim 7.0 \text{ MPa}$$

しかしながら実際は、還流磁区の90度磁区幅 W_{90} は有限値を持つ。これは、板厚が0.3 mmの図5-7の例のように、応力が引張の領域では還流磁区の自由エネルギー $E_{closure}$ が、還流磁区が存在しない主磁区の自由エネルギー E_{basic} よりも大きくなり、その結果還流磁区は消滅し、主磁区が存在することになるからである。以上の計算結果を検証するために、Mosesら⁽⁴⁾ や Masui⁽¹³⁾ により実測された約 -50 MPa よりも弱い一様な圧縮応力下の90度磁区幅 W_{90} と計算値とを比較した。図5-6のグラフが示すように、計算はそれぞれの実測値と良好に一致している。これは、圧縮応力に対する90度磁区幅 W_{90} を持つ還流磁区構造の急激な変化が妥当であることを示唆するものである。

図5-6は応力に対する90度磁区幅 W_{90} の板厚依存性も示している。 W_{90} は板厚の減少とともに小さくなる。更に、これら還流磁区構造の板厚依存性を詳細に調べるために、図5-8において、還流磁区構造状態から主磁区構造状態への臨界圧縮応力を板厚の関数として計算予測した。図5-8にプロットされた境界曲線は、この曲線以下では還流磁区構造が安定して存在し、この曲線以上では還流磁区が消滅した主磁区構造が安定して存在することを意味している。また、還流磁区が発生するための臨界圧縮応力は、板厚の減少とともに大きくなることも予測出来ている。この予測は、もし Fe-3%Si の方向性珪素鋼板の板厚が薄くなればなるほど、180度磁区細分化のためのレーザ照射や野書きによって導入される圧縮応力を高める必要があることを示唆している。還流磁区が発生は、磁壁エネルギー等の増加になるので、異常渦電流損を下げるための180度磁区の細分化を促進するからである。近年、Andersonらは、圧縮応力下の方向性珪素鋼板に関して板厚が薄くなるほど磁歪が減少することを示している⁽¹¹⁾。図5-8は、同一の圧縮応力下で板厚が減少すると還流磁区が消滅し、還流磁区が発生度合に依存する磁歪が減少することも示唆している。従って、本研究の計算は、Andersonらの示した商用の方向性珪素鋼板で生じているマクロな現象⁽¹¹⁾とも傾向が同じであると考えられる。

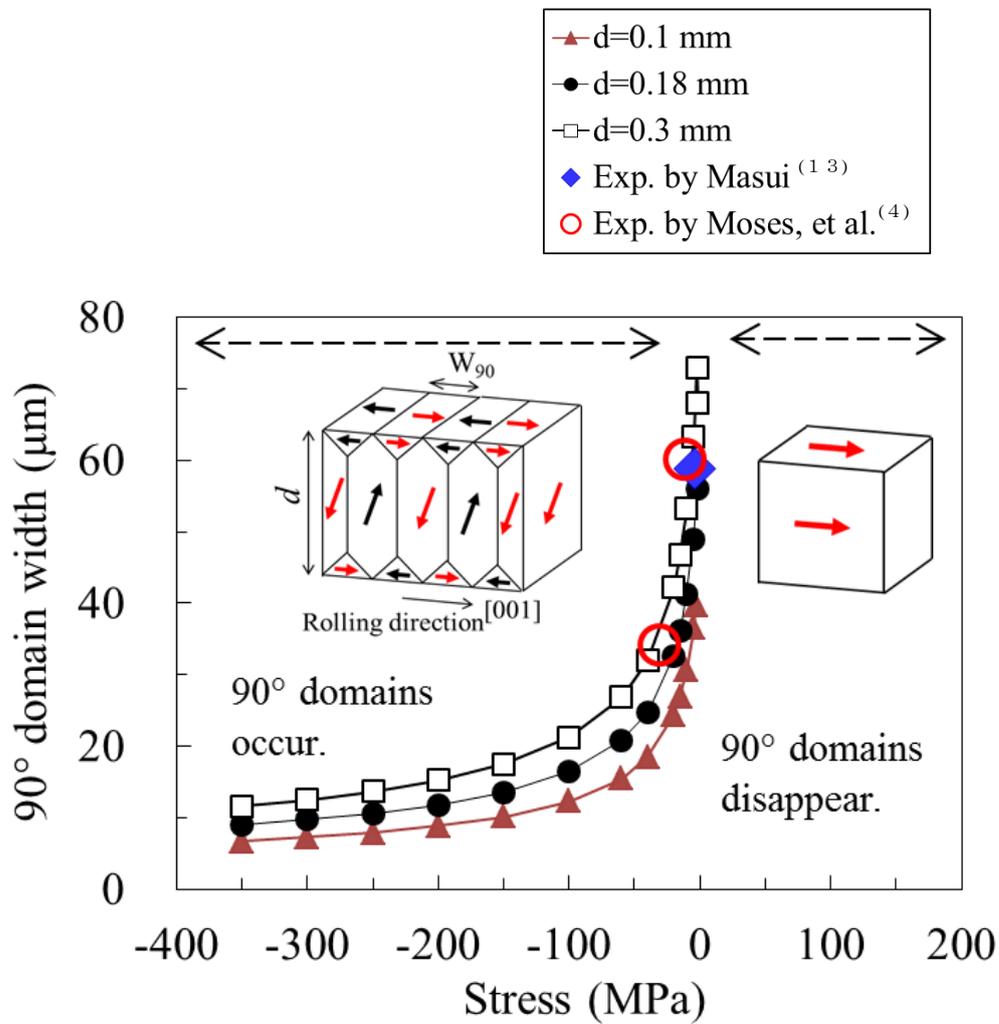


図5-6 圧延方向に一樣応力を印加した場合の、板厚に依存した還流磁区の90度磁区幅の計算値の変化

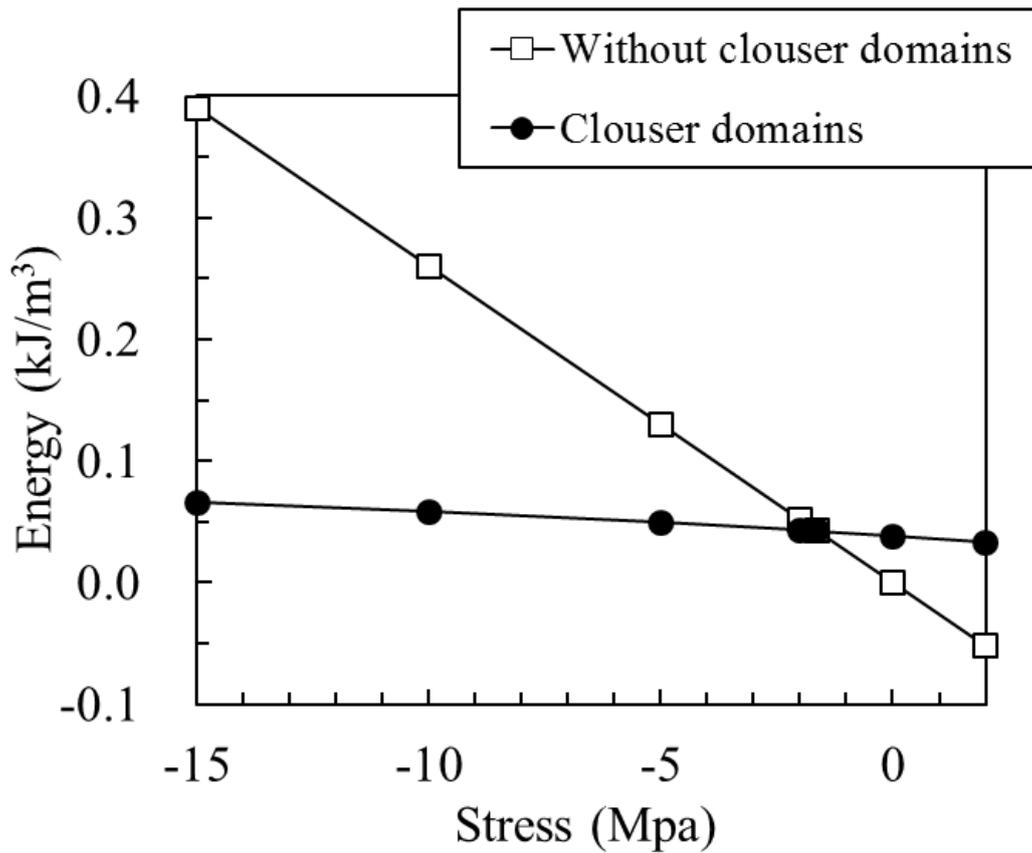


図5-7 板厚 0.3 mm の場合の還流磁区が有り無しの場合の自由エネルギーの計算値

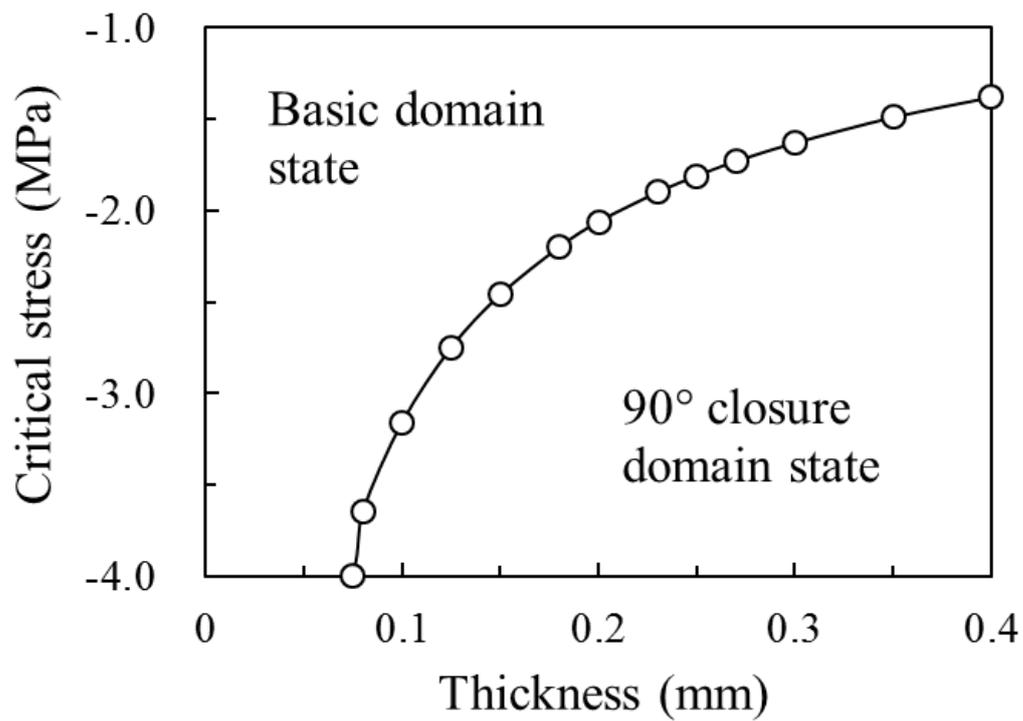


図 5-8 還流磁区が発生するための板厚に対する臨界応力の計算予測

5-4-2 焼鈍による応力緩和過程の還流磁区の変化と計算との比較

図5-6で計算予測した90度磁区幅 W_{90} の圧縮応力の解放とともに急激に変化する現象を更に検証するために、レーザー照射した鋼板の歪取り焼鈍過程における還流磁区のその場観察をXMCD-PEEMを用いて行った。レーザー照射によって導入された応力は、外部から機械的な制御で印加される一様な応力と異なり、残留応力として鋼板内部に存在している。従って、ここでは、焼鈍温度が残留応力の解放と減少を制御する因子として考え、焼鈍過程での磁区観察を行った。また、レーザー照射によって導入される応力は局所応力分布と予測されるが、まずは、図5-6の一様な応力印加時の計算結果は、局所応力の平均値が印加された第一近似と考え、磁区観察結果との比較を試みた。後の節にて、この第一近似の妥当性を調べるため、局所応力分布が存在した状態における還流磁区の構造安定性を実証する。

図5-9は、XMCD-EPPMによって観察したレーザー照射スポット近傍に発生している還流磁区と180度磁区の表面磁区構造である。レーザー照射スポットの間に発生している圧延方向にほぼ垂直な縦縞模様が、応力による還流磁区と考えられる。この縞模様は、レーザー照射スポットの中心から圧延方向に約 $100\mu\text{m}\sim 150\mu\text{m}$ 程度離れた領域まで広がっている。この領域を超えたあたりから主磁区である180度磁区構造を見ることができる。これらの領域には局所的に応力が存在していることが予測される。尚、図5-9の磁区像は、 $100\mu\text{m}$ の視野で観察されたので、各点で観察された像を構成して示されている。また、レーザー照射領域の像は他に比べて鮮明になっている。これは、レーザー照射により自然酸化膜が剥離されたからだと思われる。

図5-10は、図5-9の白枠で囲まれた縦縞の還流磁区が焼鈍温度とともに変化する現象を観察した結果である。また、図5-11は、図5-10で観察された90度磁区幅の平均値の変化を焼鈍温度の関数として定量的に示したグラフである。図5-10や図5-11で示されているように、観察された90度磁区幅 W_{90} は $470\text{ }^{\circ}\text{C}$ から大きくなり始め、 $610\text{ }^{\circ}\text{C}$ に向かって急激に増大している。そして $675\text{ }^{\circ}\text{C}$ になると、還流磁区を示す縦縞の磁区は消え、[001]に沿った180度磁区が現れた。そして、焼鈍温度がキュリー点の $740\text{ }^{\circ}\text{C}$ に達すると磁区構造全体が消えてなくなった。以上のことは、少なくとも約 $675\text{ }^{\circ}\text{C}$ までは、焼鈍による圧縮応力の解放が還流磁区構造の変化に影響を及ぼしていることを示唆してい

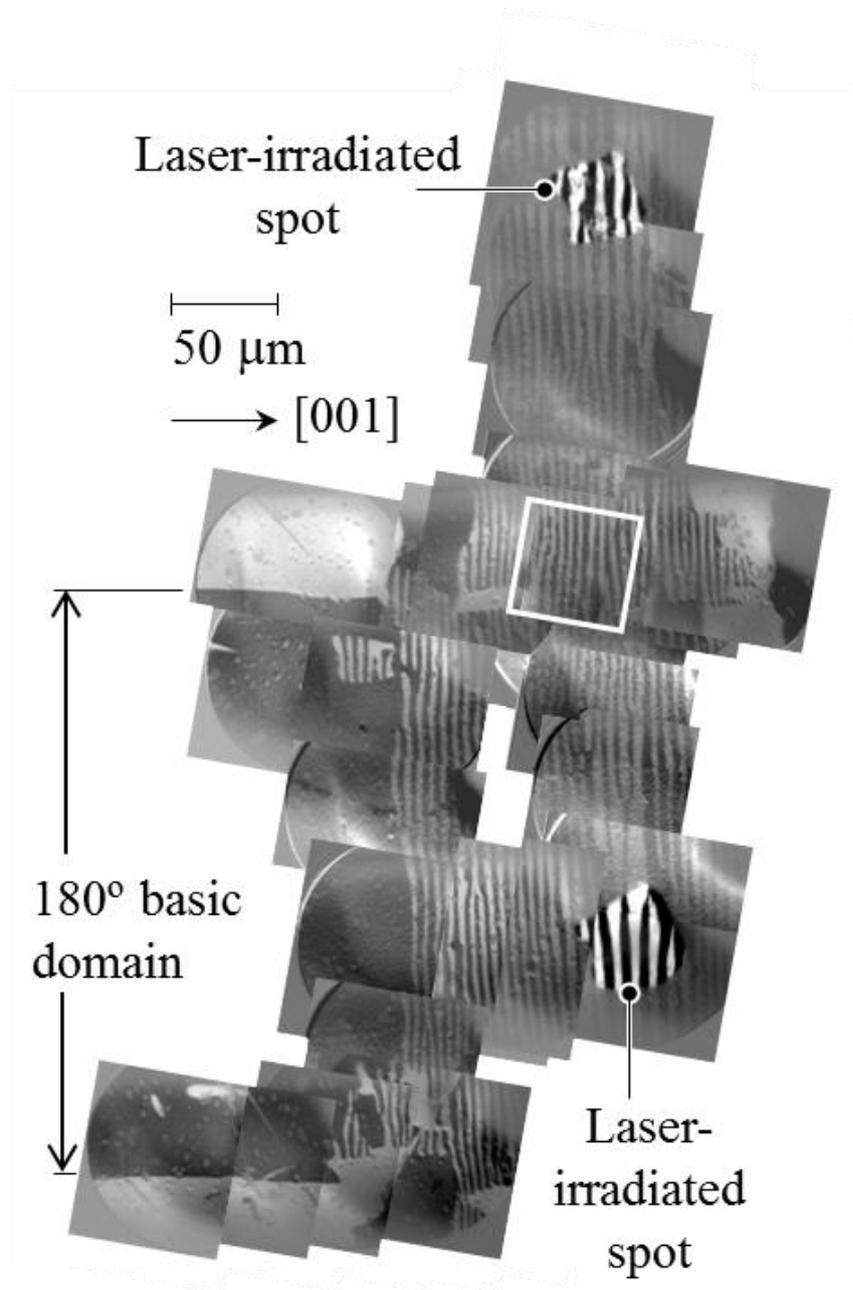


図5-9 レーザ照射スポット近傍の XMCD-PEEM による磁区像

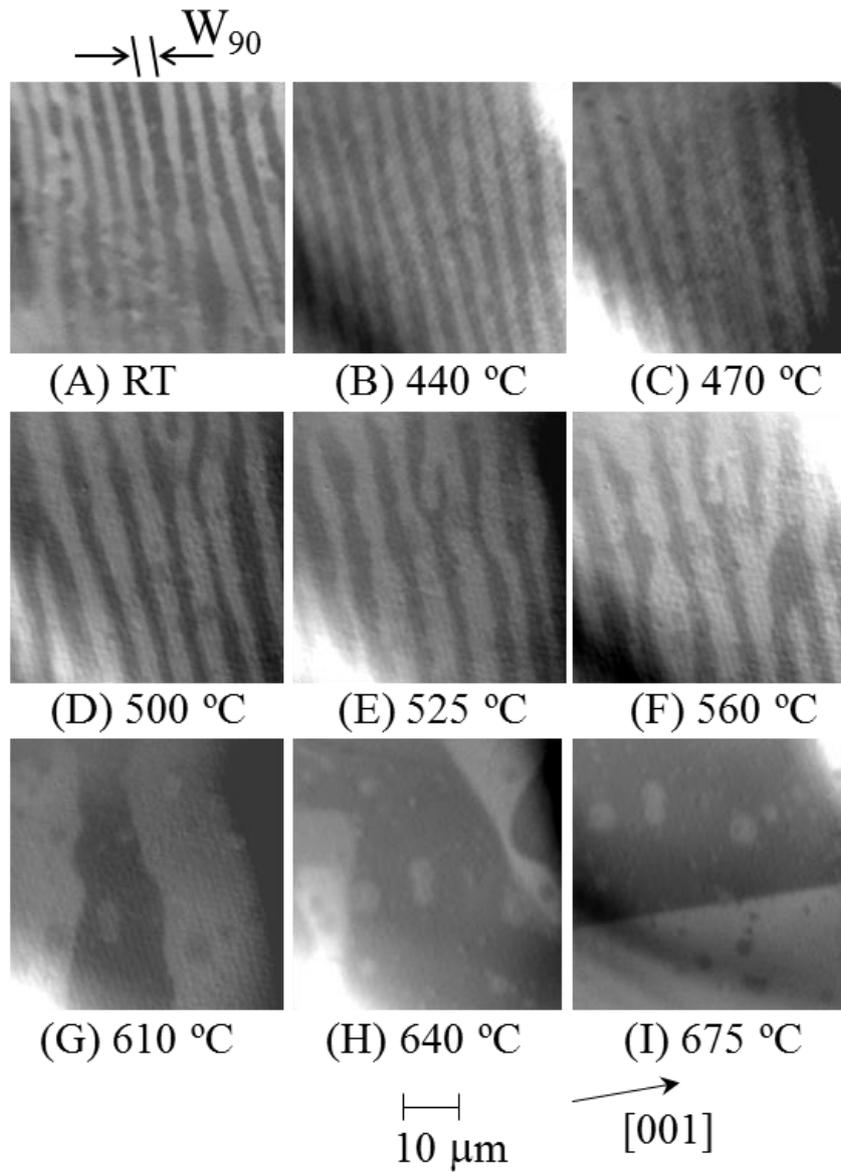


図5-10 レーザ照射スポット近傍（図5-9の白枠部分）の還流磁区の焼鈍過程における変化。RTは室温を表す。

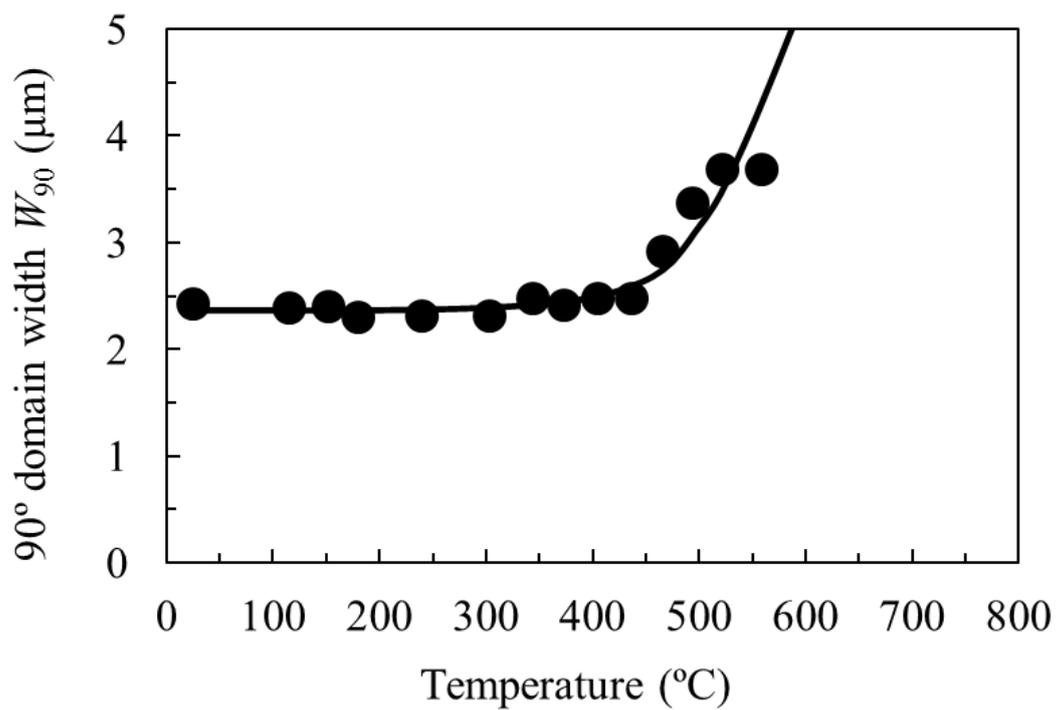


図5-11 図5-10の磁区観察から測定された90度磁区幅 W_{90} の平均値の焼鈍温度依存性。 W_{90} は470°Cから増加し始め、610°Cに向けて急激に増大する。675°Cの W_{90} はプロットしていない。これは、図5-10に見られるように、還流磁区を示す縦縞の磁区が675°Cで消滅したからである。

と考えることができる。この実験現象、すなわち、90度磁区幅 W_{90} が 470 °C 以上の温度領域で急激に増加する傾向は、まさに図 5-6 で示した計算結果と同じである。

図 5-10 と図 5-11 から観察された 90度磁区幅 W_{90} は室温で約 2.5 μm である。後の節で詳細に述べるが、レーザ照射によって導入される圧延方向の圧縮応力は、最大で約 90 MPa 程度とされている⁽²²⁾。図 5-6 の計算結果からこの圧縮応力が印加した場合、板厚が 0.18 mm の 90度磁区幅 W_{90} の計算値は約 17 μm となり、実測の 90度磁区幅よりも大きくなっている。これは本研究で取り扱った還流磁区モデルが、前述したように Fe-3%Si の [001] と鋼板面のずれ角 β を零にしていることが原因の一つと考えられる。一般に、Fe-3%Si の β は約 2°~3° 程度であるので、 β による静磁エネルギーの増加により、90度磁区幅の細分化が引き起こっている可能性もある。計算のより高精度化にはこの静磁エネルギーの影響を調べる必要があると考えられ、詳細検討は今後の課題である。

5-4-3 焼鈍による応力緩和過程の渦電流損の変化と計算との比較

前節では、計算手法の検証のため、焼鈍温度過程における還流磁区の変化を XNCD-PEEM でその場観察した結果との比較を行った。本節では更に、焼鈍温度過程における鉄損、特に還流磁区が影響すると考えられる渦電流損の変化を調べ、計算との比較を行った。

実験試料は、被膜を剥離した、30 mm × 100 mm × 厚み約 0.21mm の Fe-3%Si の方向性珪素鋼板を使い、100 % 水素雰囲気中で 800 °C、2 時間の焼鈍後に、試料の片面にレーザを照射した。照射したレーザは 3.3 mmJ/pulse のエネルギーを持つ YAG パルスレーザである。鉄損特性は H コイル法の単板磁気試験器により測定を行った。実験ではレーザ照射した鋼板を先ず 25 °C の室温で測定後、その後焼鈍温度を上げ、焼鈍後に鉄損測定を行い、500 °C の焼鈍温度までこの繰り返しを行った。

図 5-12 は、焼鈍温度に対して鉄損分離した渦電流損 (W_e) とヒステリシス損 (W_h) の変化を示した実験値である。測定は $B_m=1.7\text{ T}$, $f=50\text{ Hz}$ 時の値である。試料の平均 $B_8=1.94\text{ T}$ である。ここで B_8 とは 800 A/m 時の磁束密度の値である。ヒステリシス損は大きな変化は見られない。応力の緩和でやや減少しているようにも見える。一方、渦電流損は、500 °C の手前から急激に増加する大きな変化が見られる。この渦電流損の傾向は図 5-6 に示す還流磁区の 90度磁区幅の計算値における応力緩和時の急激な増加と傾向が同じで

$$B_m = 1.7 \text{ T}, f = 50 \text{ Hz}, B_g = 1.94 \text{ T}$$

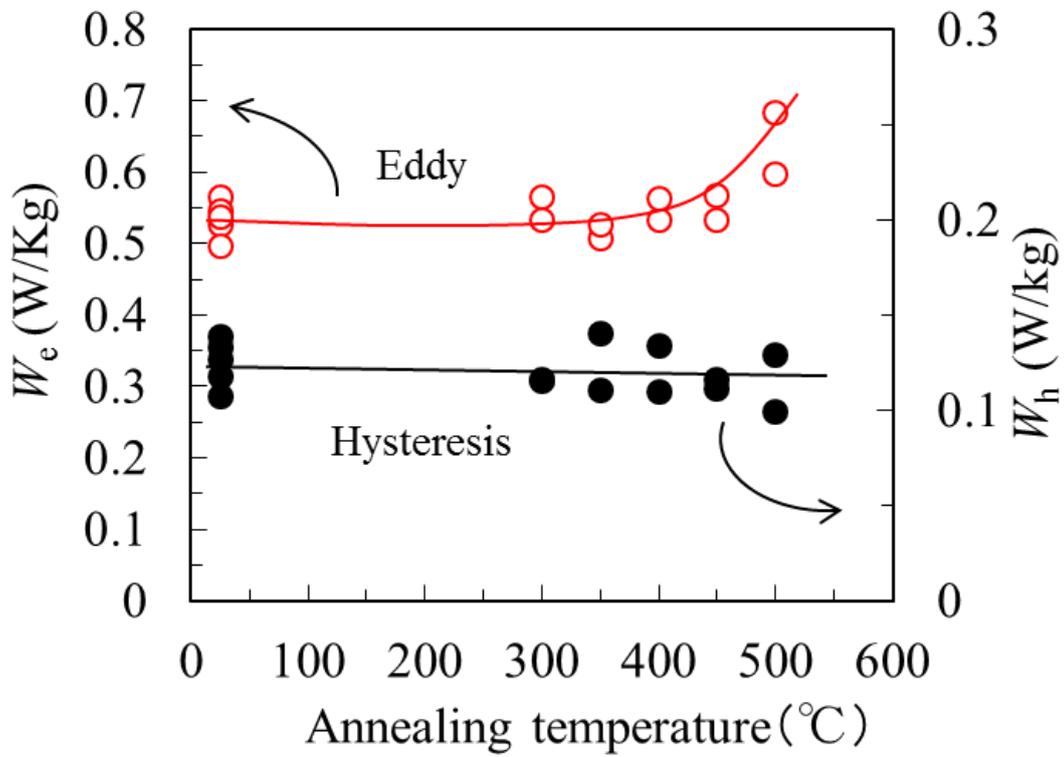


図5-12 レーザ照射鋼板の焼鈍温度に対する渦電流損 (W_e) とヒステリシス損 (W_h) の変化。測定は $B_m = 1.7 \text{ T}$, $f = 50 \text{ Hz}$ 時の値である。試料の平均 $B_g = 1.94 \text{ T}$ である。 (B_g : 800 A/m 時の磁束密度の値)

ある。また、この渦電流損の変化は、図 5-11 に示す 90 度磁区幅の焼鈍過程における変化とも同じである。すなわち、焼鈍によりレーザ照射で導入された応力が解放され、還流磁区の存在が不安定になり、その結果 180 度磁区細分化が抑制されてしまい、異常渦電流損が増加してしまったと考えることができる。以上のことから、図 5-6 の還流磁区の 90 度磁区幅の応力緩和時における計算結果は、渦電流損の焼鈍による応力緩和に対する変化とも良好に一致していることが分かった。

5-4-4 局所応力分布における還流磁区モデルの安定性の検証

前節までは一様な圧縮応力が印加した場合を仮定して還流磁区の構造計算を行い、実験との比較検討を行ってきた。実際、レーザ照射された鋼板には局所応力分布が導入されていると予測される。そこで本節では、実際にレーザ照射された鋼板の内部応力を明らかにし、この局所的に変化すると思われる内部応力下のもとで、(2-56) 式で提案した三軸局所応力下の還流磁区計算手法を用いて、図 2-7 の還流磁区構造が安定に存在するかどうかを検証する。

(a) レーザ照射方向性 Fe-3%Si の内部局所応力分布の測定結果

図 5-13 はレーザ照射鋼板内部の圧延方向 (RD)、圧延方向に垂直な板幅方向 (TD)、板厚方向 (ND) の歪分布 ϵ_{RD} 、 ϵ_{TD} 、 ϵ_{ND} をそれぞれ示した等高線図である。縦軸が板厚の深さを表し、横軸がレーザ照射スポットの中心からの距離 X を示している。これら等高線図は測定点の値を補間した結果である。レーザ照射直下では圧延方向の歪 ϵ_{RD} が他の方向の歪に比べて大きく、圧延方向に縮んでいることが分かった。レーザスポット点の X の正負の両方向で歪分布がやや対称でないのは、レーザ照射は鋼板を動かしながら行ったので、レーザ光がやや斜めに鋼板に入射されたのが原因の可能性と考えられる。この歪分布を 5-3-2 節で説明した異方性弾性理論に基づく (5-6) 式を用いて応力分布に変換した結果が、図 5-14 に示す鋼板内部の三軸応力分布である。 σ_{RD} 、 σ_{TD} 、 σ_{ND} がそれぞれ、圧延方向、圧延方向に垂直な板幅方向、そして、板厚方向の応力を示す。図 5-14 を見ると、鋼板内部の三軸応力は鋼板の全領域に渡ってほとんどが圧縮であることが分かった。また、レーザ照射直下の圧延方向の圧縮応力が、他の方向の応力に比べて最も優勢であることも

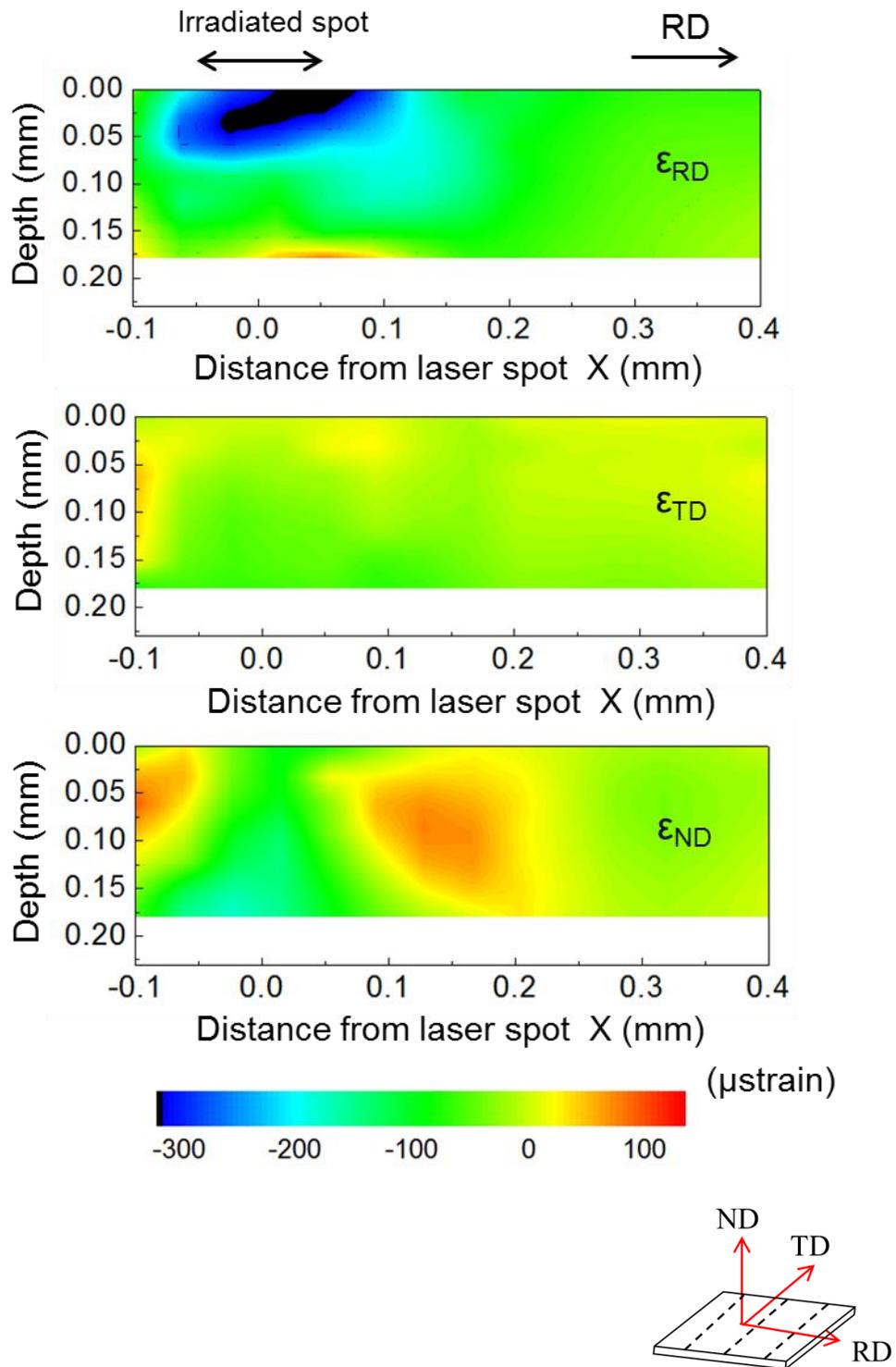


図 5-13 レーザ照射スポット近傍の板厚内部の歪分布

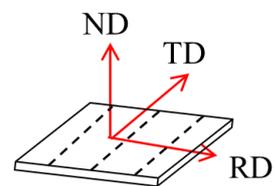
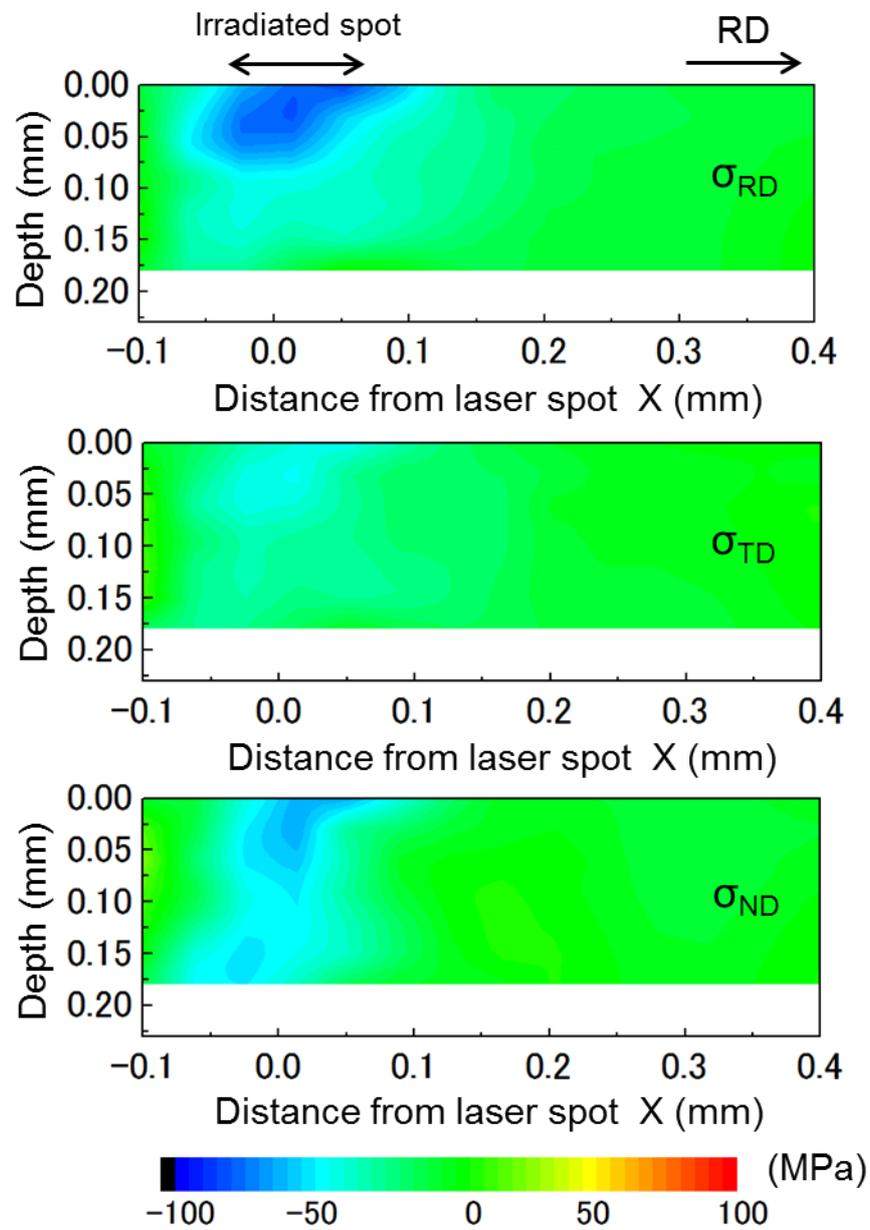


図5-14 レーザ照射スポット近傍の板厚内部の応力分布

分かった。特に、レーザ照射スポット直下の $50\ \mu\text{m}$ の深さの領域では σ_{RD} は約 $90\ \text{MPa}$ の圧縮力に達している。このレーザ照射スポット近傍の板厚内部に他の方向よりも大きな圧縮応力が存在することこそが、Fe-3%Si(110)鋼板に還流磁区を発生させる主な原因であると考えられる。なぜならば、圧延方向の圧縮応力は、磁化ベクトルと応力による磁気弾性エネルギーを考えると、圧延方向に垂直な面が磁化容易面になるからである。その結果、Fe-3%Siの容易軸 [001] 以外の表面から約45度の角度を持った [100] や [010] の容易軸の方にも磁化ベクトルが向きやすくなり、図5-3(a)のような三次元の還流磁区が発生すると定性的に考えることが出来る。また定量的にも、図5-6に示す一様応力下の計算予測ではあるが、 $90\ \text{MPa}$ の圧縮応力は還流磁区をエネルギー的に安定して生成させることが可能であることを示している。

一方、レーザ照射鋼板の表面応力測定では、表面から約 $5\ \mu\text{m}$ 深さの表層では局所的な引張応力が発生していることが報告されている⁽²¹⁾⁽²³⁾。これは、本研究の内部応力測定では、図5-5や5-3-2節で述べたように、得られた応力値はX線のゲージボリューム内の平均値であるからである。例えば図5-14で描かれている表層の圧縮応力 σ_{RD} は約 $27.5\ \mu\text{m}$ の深さでの平均値を示している。ここで、約 $27.5\ \mu\text{m}$ の深さとは図5-5のゲージボリュームの菱形の高さHの半分を意味している。表層の測定ではゲージボリュームの半分を入射させて測定している。このことから、レーザ照射スポット直下では約 $5\ \mu\text{m}$ 深さ以内の表層には引張応力が存在し、それ以外の深さの領域では引張から急激に圧縮応力に変化していると考えられる。これは、試料内では応力のバランスが必要なことからも妥当な考えである。

(b) 局所応力分布下における還流磁区構造計算モデルの安定性の検証

図5-15は、レーザ照射スポット中心からの距離Xが0~0.2 mmにおけるRD、TD、NDの各方向の応力分布の実測値を示したものである。Depth = 0の表層の値は文献(22)の表面応力測定で実測された値を用いた。文献(22)の表面応力測定方法は基本的に文献(21)と同じである。文献(22)の方が空間分解能が改善されている。図5-15(a)に示されているように、 $X = 0$ のレーザ照射直下の応力は約 $10\ \mu\text{m}$ の深さ以内で引張から圧縮に急峻に変化する。これら図5-15の実測された三軸応力の板厚方向の局所応力分布によって、本研究で提案した還流磁区構造の計算モデルが実際に安定するかどうか

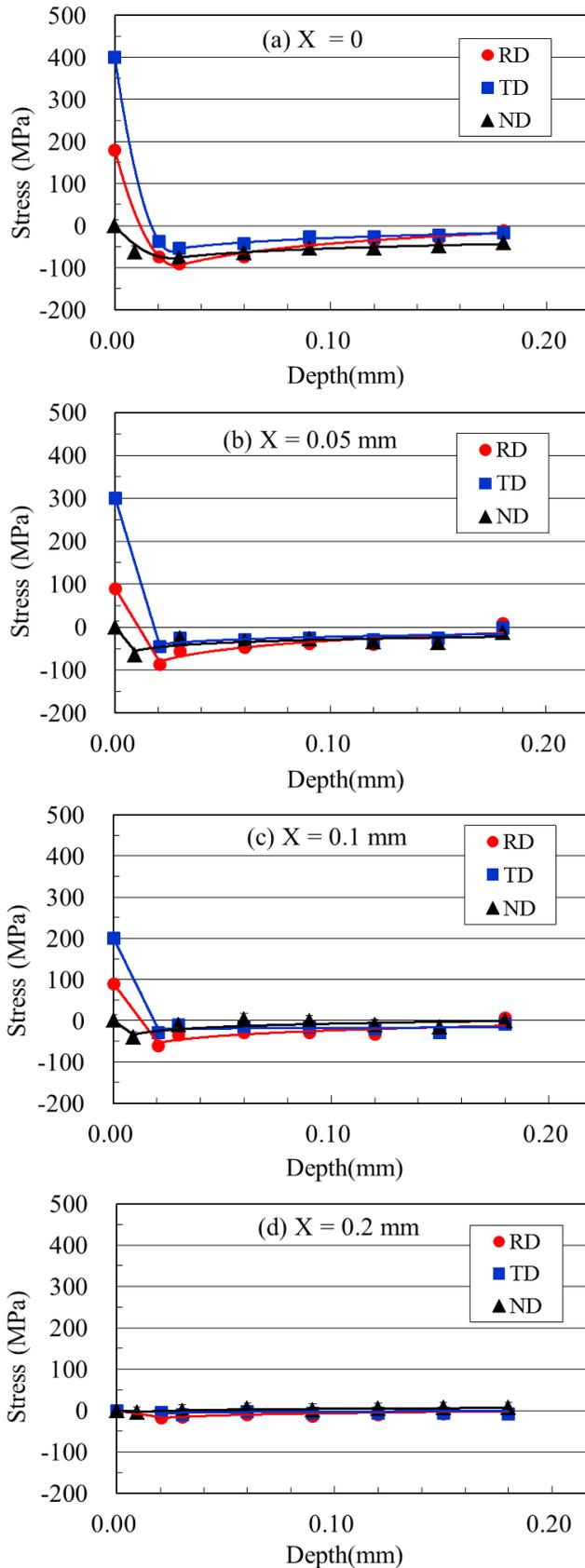


図 5 - 1 5 レーザ照射スポットからの距離 X が 0 から 0.2 mm における RD、TD、ND 各方向の応力分布の実測結果。Depth = 0 の表面応力は文献 2 2 の測定値を用いた。本計算ではこれら局所応力分布を使った。

かを検討する。具体的には、第2章で提案した(2-56)式の最適化計算を行い還流磁区の自由エネルギーを、(5-3)式の還流磁区が発生しない主磁区の自由エネルギーと比較した。(2-56)式の σ_{11} 、 σ_{22} 、 σ_{33} に、本研究で実測された σ_{RD} 、 σ_{TD} 、 σ_{ND} の応力分布を代入する。ここで、応力測定点内の領域では、 σ_{RD} 、 σ_{TD} 、 σ_{ND} は、図5-15で示されているように板厚方向の深さのみに依存する関数として近似した。(2-56)式の第1項と第2項の磁気弾性エネルギーは板厚方向の深さに対する一次元の積分式となる。

図5-16は、本提案手法による局所応力分布下における最適化計算された還流磁区の自由エネルギー $E_{closure}$ と主磁区の自由エネルギー E_{basic} をレーザ照射スポットからの距離 X の関数で示した計算結果である。図5-16のグラフの $X \geq 0.2$ の領域では、図5-14や図5-15(d)を見ても分かるように応力はほとんど零であるので、還流磁区の自由エネルギー $E_{closure}$ は、磁壁エネルギーや自己磁歪による磁気弾性エネルギーだけ主磁区の自由エネルギー E_{basic} よりも大きくなってしまふ。詳細に見ると、 $X = 0 \sim 0.19$ mmの領域では還流磁区が発生し、0.19 mmを超える領域では還流磁区は消滅し主磁区だけが存在することが予測された。レーザ照射スポット近傍のみに還流磁区が発生する現象は、図5-9の磁区観察結果や過去の観察例⁽⁸⁾⁽⁹⁾からも見ることが出来、本提案手法による計算の妥当性を示している。

図5-17はレーザ照射スポットからの距離 X の関数として算出された90度磁区幅 W_{90} の変化を示している。ここで、 $X \geq 0.2$ mmの還流磁区の自由エネルギー $E_{closure}$ は、主磁区の自由エネルギー E_{basic} に比べて大きく還流磁区は発生しないが、図5-17のグラフには参考としてプロットしてある。図5-17において、内部圧縮応力は $X = 0$ で最大になるが、90度磁区幅 W_{90} は、 $X = 0.05$ mmのずれた点で最小値となっている。これは、図5-15で示されているように、表層の圧延方向(RD)の引張応力が $X = 0$ で最大になるからである。RD方向の引張は還流磁区を不安定にさせる。一方、90度磁区幅 W_{90} は、 $X = 0.05 \sim 0.2$ mmの領域で徐々に増加している。これは、 X が大きくなると、すなわちレーザ照射スポットから離れるほど、内部圧縮応力も減衰していくからである。圧縮応力と還流磁区が持つ90度磁区幅 W_{90} の関係は図5-6の計算予測が参考に出来る。しかしながら、本節の局所応力分布下で算出された90度磁区幅 W_{90} は、図5-9のXMCD-PEEMによる磁区像の圧延方向に垂直な縦縞間隔と比べて大きくなっている。この原因の一つは、5-4-2で考察したのと同じように、今回の還流磁区モデルでは、Fe-3%Siの[001]と鋼板表面のずれ角 β を零とした計算である点が可能性としてある。更に、計算に使用した三軸の局所

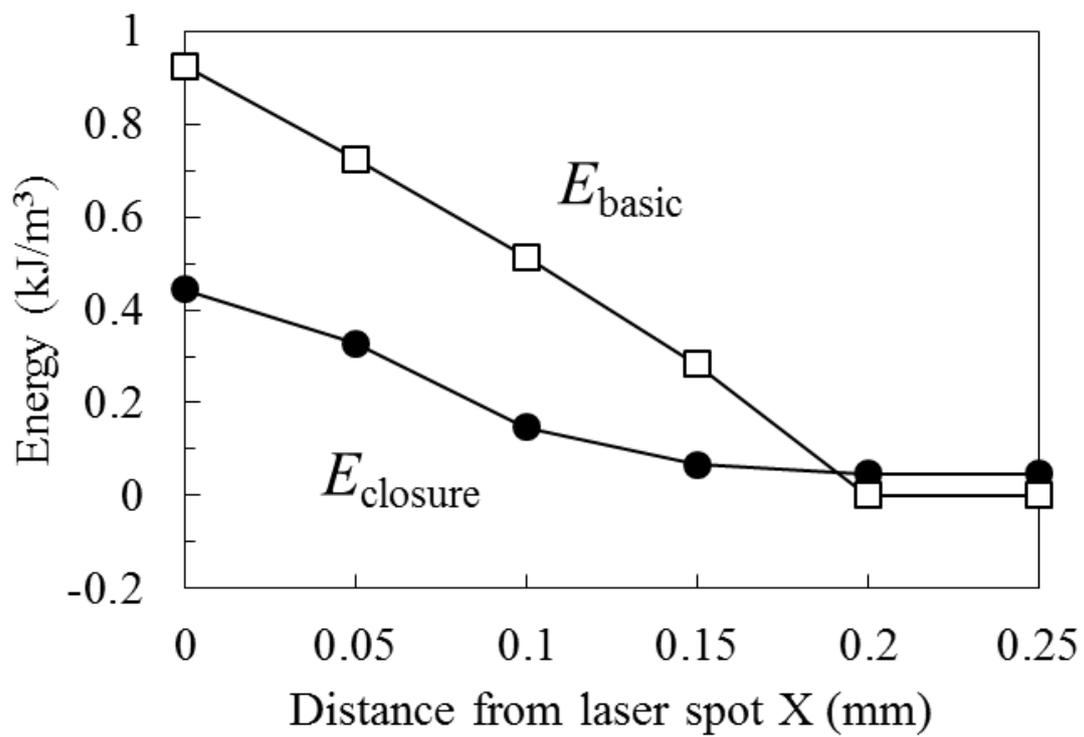


図5-16 レーザ照射により導入された局所応力分布下の還流磁区の自由エネルギーと主磁区の自由エネルギーの計算値

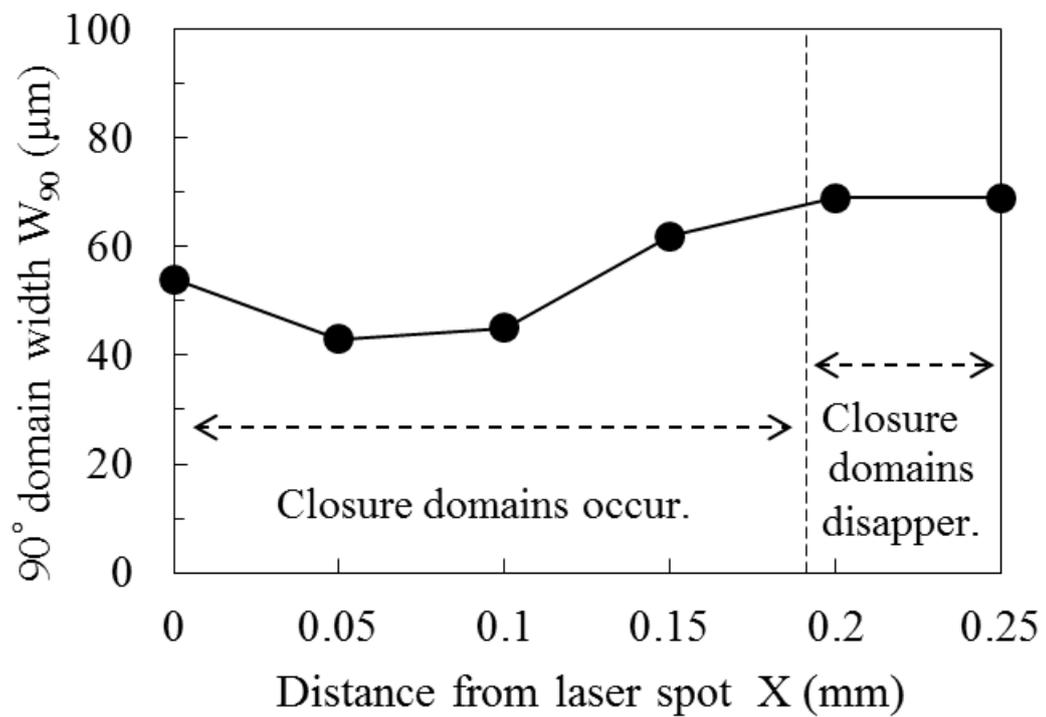


図5-17 測定した局所応力分布を用いて算出された還流磁区の90度磁区幅 W_{90} の変化。還流磁区は $X \geq 0.2 \text{ mm}$ ではエネルギー的に不安定であるが、グラフには、 $X \geq 0.2 \text{ mm}$ の W_{90} を参考のためプロットした。

応力分布の値は、5-4-4(a)でも考察したように、ゲージボリューム内の平均値である。レーザ照射直下では、応力の変化が非常に急峻であることから、実測値が平均化されたことにより、実際の値よりも低く見積もられている可能性もある。もし測定の空間分解能を高めることが出切れれば、応力値は高く算出されるので、90度磁区幅の計算値はより実測値に近づくと考えられる。詳細な検証は今後の課題である。

5-5 まとめ

本章では、第2章で提案した手法を圧縮応力下における三次元還流磁区の構造計算に適用し本手法の検証と考察をXMCD-PEEMによる磁区観察や高エネルギーX線による内部応力測定を活用して行った。得られた知見をまとめると以下の通りである。

(1) 一様圧縮応力下の還流磁区構造の90度磁区幅が本提案手法により計算され、50 MPaよりも小さい圧縮応力下では、90度磁区幅は急激に増大することを予測した。また、この圧縮応力が小さい領域における90度磁区幅の計算値は磁区観察による実測値と良好に一致することを示した。

(2) 更なる検証として、レーザ照射珪素鋼板のレーザスポット近傍に発生している還流磁区構造の焼鈍による変化をXMCD-PEEMを用いてその場観察を行った。焼鈍により応力が解放されると還流磁区の90度磁区幅が急激に増大し計算傾向と一致することを示した。

(3) また、焼鈍による応力緩和過程におけるレーザ照射珪素鋼板の渦電流損の変化も実測したところ、焼鈍温度の増加に伴い渦電流損も増大し、90度磁区幅の計算と同じ傾向を示した。

(4) Fe-3%Si方向性珪素鋼板において還流磁区発生に必要な臨界圧縮応力は、板厚が薄くなるほど大きくなることが予測された。これは鋼板の板厚が薄くなるほど、180度磁区を細分化するために必要な、例えば、レーザ照射によって導入される圧縮応力をより高める必要があることを示唆した。

(5) 実用鋼の一つであるレーザ照射したFe-3%Si方向性珪素鋼板の内部応力分布を調べるために、高エネルギーX線を用いて三軸応力測定を行ったところ、レーザ照射スポット直下には圧延方向に最大約90 MPaの圧縮応力が存在することが示された。この圧縮応力は、圧延方向に垂直な面を磁化容易面にするので、三次元還流磁区を生み出す原因の一つであると考察した。

(6) 実測で得られた鋼板内部の局所応力分布を用いて本提案手法による還流磁区の安定性を検証した。本提案手法による還流磁区の自由エネルギーと還流磁区が発生していない主磁区のエネルギーとを比較したところ、レーザ照射スポットから約 0.19 mm 以内の領域では提案した還流磁区構造がエネルギー的に安定して存在することが示された。この計算結果はレーザ照射スポット近傍の磁区観察結果とほぼ同じ傾向を示し、本提案手法が局所応力分布下でも有効であることが示された。

第5章の参考文献

- (1) L. J. Dijkstra and U. M. Martius, "Domain pattern in silicon-iron under stress," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 25, pp. 146-150, 1953.
- (2) W. D. Corner and J. J. Mason, "Effect of stress on domain structure of goss textured silicon-iron," *Brit. J. Appl. Phys.*, vol. 15, pp. 709-722, 1964.
- (3) A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic Domains. The Analysis of Magnetic Microstructures*, p. 420, Springer, 1998.
- (4) A.J. Moses, T. Meydan, and H.F. Lau, "Domain structures in silicon-iron in the stress transition stage", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 31, no.6, pp. 4166 - 4168, 1995.
- (5) T. Iuchi, S. Yamaguchi, T. Ichiyama, M. Nakamura, T. Ishimoto, and K. Kuroki, "Laser processing for reducing core loss of grain oriented silicon steel," *J. Appl. Phys.*, vol. 53, no. 3, pp. 2410-2412, 1982.
- (6) T. Nozawa, T. Yamamoto, Y. Matsuo, and Y. Ohya, "Effects of scratching on losses in 3% Si-Fe single crystals with orientation near (110) [001]," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 15, pp. 972-981, 1979.
- (7) K. Fukawa and T. Yamamoto, "Domain structures and stress distributions due to ball-point scratching in 3%Si-Fe single crystals with orientation near (110)[001]," *IEEE Trans. Magn.*, vol.18, no.4, pp. 963 - 969, 1982.
- (8) T. Nozawa, M. Mizogami, H. Mogi, and Y. Matsuo, "Magnetic properties and dynamic domain behavior in grain-oriented 3% Si-Fe," *IEEE Trans. Magn.* Vol. 32, no. 2, pp. 572-589, 1996.

- (9) A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic Domains. The Analysis of Magnetic Microstructures*, p. 529, Springer, 1998.
- (1 0) M. Fujikura, S. Arai, and T. Kubota, "Effect of laser irradiation on the magnetostriction of grain-oriented electrical steels," *J. Magn. Soc. Jpn.*, vol. 25, no. 4_2, pp. 895 – 898, 2001.
- (1 1) P. Anderson, A.J. Moses, and H.J. Stanbury, "Assesment of the stress sensitivity of magnetostriction in grain-oriented silicon steel," *IEEE Trans. Magn.*, vol.43, no.8, pp. 3467 – 3476, 2007.
- (1 2) A.J. Moses, "Effects of applied stress on the magnetic properties of high permeability silicon-iron," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 15, no.6, pp. 1575 – 1579, 1979.
- (1 3) H. Masui, "Influence of stress condition on initiation of magnetostriction in grain oriented silicon steel," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 31, pp. 930 - 937, 1995.
- (1 4) J. Stöhr, Y. Wu, B. D. Hermsmeier, M. G. Samant, G. R. Harp, S. Koranda, D. Dunham, and B. P. Tonner, "Element-specific magnetic microscopy with circularly polarized X-rays," *Science*, vol. 259, pp. 658-661, 1993.
- (1 5) T. Kinoshita, K. Arai, K. Fukumoto, T. Ohkochi, M. Kotsugi, F. Z. Guo, T. Muro, T. Nakamura, H. Osawa, T. Matsushita and T. Okuda, "Observation of micro-magnetic structures by synchrotron radiation photoelectron emission microscope," *J. Phys. Soc. Jpn.* 82, 021005, 2013.
- (1 6) P.J. Webster, X.D. Wang and G. Mills, "Through-thickness strain scanning using synchrotron radiation," *Mater. Sci. Forum*, vols. 228-231, pp. 227-232, 1996.
- (1 7) S. Machiya, Y. Akiniwa, K. Suzuki, K. Tanaka, T. Kurimura, H. Oguma, "Measurement of residual stress distribution by strain scanning method using high energy x-rays from synchrotron source," *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. Ser. A*, vol. 71, no. 711, pp. 1530-1537, 2005.
- (1 8) T. Shobu, J. Nizuki, K. Suzuki, Y. Akiniwa, and K. Tanaka, "High space-resolutive evaluation of subsurface stress distribution by strain scanning method with analyzer using high-energy synchrotron x-rays," *JSME Int. J. Ser. A*, 49, pp. 376-381, 2006.
- (1 9) <http://www.spring8.or.jp/wkg/BL22XU/instrument/lang-en/INS-0000000327>, 2015.

- (2 0) Y. Suyama, S. Ohya, and Y. Yoshioka, “ X-Ray measurement of stresses in a crystal grain by position sensitive detector,”, J. Soc. Mat. Sci., Jpn., 48, no. 12, pp. 1437-1442, 1999.
- (2 1) M. Imafuku, H. Suzuki, K. Akita, K. Iwata, and M. Fujikura, “Effects of laser irradiation on iron loss reduction for Fe-3%Si grain-oriented silicon steel,” Acta Mater., vol. 53, no. 3, pp. 939–945, 2005.
- (2 2) Y. Sakai, K. Akita, S. Ohya, M. Imafuku, K. Iwata, and T. Shobu, “Laser induced residual stress on Fe-3%Si grain-oriented Steel”, The 5th Int. Conf. on Mechanical Stress Evaluation by Neutrons and Synchrotron Radiation, MECA SENS V, Book of Abstracts, PS-41, 2009.
- (2 3) K. Sueyoshi, K. Akita, S. Ohya, H. Suzuki, M. Imafuku, and K. Iwata, “ Measurement of residual stress induced by laser irradiation on grain oriented silicon steel using X-Ray diffraction,”, J. Soc. Mat. Sci., Jpn., vol. 56, no. 7, pp. 609-614, 2007.

第6章 温度に依存したランセット磁区の構造計算

6-1 はじめに

本章では、第2章で提案した自由エネルギー最適化計算による磁区構造計算手法を用いて、室温以上における方向珪素鋼板の磁区構造、特にランセット磁区構造の温度依存性を計算し、実験との比較検証を行う。

近年、バルク軟質磁性材料の代表の一つである方向性珪素鋼板は、従来の変圧器だけでなくモータへの適用展開も検討されている⁽¹⁾。これまでの珪素鋼板は室温での特性評価が一般に多く行われてきた。しかしながら、変圧器やモータ等の電気機器が駆動する環境温度は室温以上であり、200 °C 程度までも達することがある。前章以降より述べている方向性珪素鋼板の磁気特性に影響を及ぼす磁区構造に関しても、例えば、騒音の原因の一つであるランセット磁区の外部応力や外部磁場に対する挙動も室温中での検討がほとんどであった⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾。この状況の下、Ferro ら⁽⁵⁾や Foster⁽⁶⁾は、室温以上における方向性珪素鋼板の180度磁区の挙動を鉄損測定の結果から間接的に予測議論している。彼らの結果によれば、180度磁区は室温以上になっても著しい変化はないことを示した。しかしながら、180度磁区以外の補助磁区、特に騒音に影響を及ぼすランセット磁区構造の室温以上での挙動に関しては、彼らの研究では全く触れておらず、今日に至るまでほとんど検討されて来なかった。

そこで本章では、第2章で論じたランセット磁区の自由エネルギーを構成する Fe-3%Si の物理定数に温度依存性を持たせて、多変数最適化計算を行うことにより、室温から Fe-3%Si のキュリー温度 (約 740 °C) を超えた温度領域でのランセット磁区の挙動を計算予測した。そして、第5章でも述べたように、高分解観測が可能であり高温観測にも適した X 線磁気円二色性光電子顕微鏡 (XMCD-PEEM)⁽⁷⁾⁽⁸⁾を用いて室温からキュリー温度を超えた範囲におけるランセット磁区の様子を観察を行い、提案磁区計算手法の検証を行った。更にこれらの計算から、電気機器駆動温度が 200 °C における方向性珪素鋼板の材料条件を議論した。

6-2 ランセット磁区の温度依存性の計算方法

ランセット磁区構造の自由エネルギーは、第2章で議論した(2-53)式で表現される。第2章では室温でのランセット磁区構造の計算を前提としていたが、本章では(2-53)式の自由エネルギーに温度依存性を導入する。具体的には、(2-53)式を構成する物理定数、すなわち、自発磁化 M_S 、結晶磁気異方性定数 K_1 、磁歪定数 λ_{100} 、交換スティフネス定数 A_s を温度 T に対する関数として取り扱う。

図6-1は、計算で利用した自発磁化 M_S 、結晶磁気異方性定数 K_1 、磁歪定数 λ_{100} 、そして交換スティフネス定数 A_s の温度依存性を示したグラフである。 M_S と K_1 の温度依存性は Ferro らによって実測された Fe-3%Si の値⁽⁵⁾を用いた。 λ_{100} の温度依存性は Tatsumoto and Okamoto によって実測された Fe-3.85%Si の値⁽⁹⁾を用いている。一方、交換スティフネス定数 A_s の温度依存性については、実験値がなく未だ良く分かっていない。最近、Atxitia らがこの交換スティフネス定数の温度変化は、平均場近似の結果として M_S の二乗に従い、キュリー温度以上では消滅する関数として提案し、これが実験や原子レベル計算の両者の結果を満足することを示している⁽¹⁰⁾。そこで本研究においても、Atxitia らの提案に従い、Fe-3%Si の交換スティフネス定数 A_s は、図6-1にプロットされているように、Fe-3%Si の飽和磁化 M_S の二乗のスケーリング則に従うと仮定した。本章の磁区構造計算では、各温度におけるランセット磁区構造のエネルギー的な安定性を確認するために、次式に示すランセット磁区が存在しない主磁区構造のエネルギーと比較した。

$$E_{basic} = \frac{M_S^2}{2\mu_0\mu^*} \beta^2 \quad (6-1)$$

ここで、

$$\mu^* = 1 + \frac{M_S^2}{2\mu_0 K_1}$$

である。ある温度で最適化計算されたランセット磁区の自由エネルギー (E_{Lancet}) が、(6-1)式の主磁区の自由エネルギー (E_{basic}) より大きい場合は、この温度におけるランセット磁区構造は不安定であると消滅しているとした。また、ランセット磁区が消滅し始める

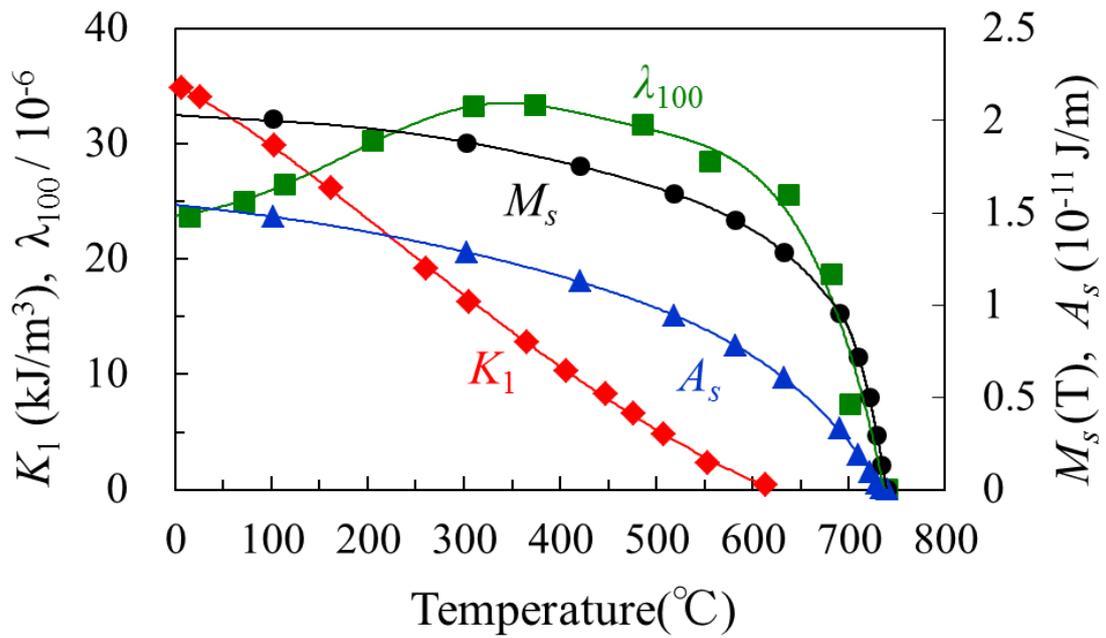


図6-1 計算に用いた自発磁化 M_s 、Fe-3%Si の結晶磁気異方性定数 K_1 、交換ステイフネス定数 A_s の温度依存性。

温度をランセット消滅温度とした。ここで、各温度におけるランセット磁区の自由エネルギー最適化計算にはパウエル法⁽¹¹⁾を使い Fortran 言語で書いた自製プログラムを用いた。

6-3 磁区観察方法

磁区観察に用いた Fe-3%Si 粗大粒の試料は、10 mm × 10 mm × 厚み 0.20 mm の大きさを持ち、多結晶体の方向性珪素鋼板から切り出した。試料の表面は絶縁被膜を除去後、鏡面研磨された。磁区を観察する前に、試料は真空チャンバー内にて約 900 °C でフラッシュアニールされ、切断や表面研磨による残留歪の除去と熱消磁が実施された。室温以上における磁区の様子観察は、SPring-8 の BL17SU や BL25SU のビームラインにある X 線磁気円二色性光電子顕微鏡 (XMCD-PEEM)⁽⁸⁾ を用いて実行された。XMCD-PEEM による磁区像は、図 6-2 の異なるヘリシティの円偏光による X 線吸収スペクトルが示すように、Fe の L_3 吸収端の光子エネルギー ($h\nu = 707\text{eV}$) を用いて観測された。ここで、図 6-2 (a) の吸収スペクトルは、図 6-2 (b) に示す Fe-3%Si(110) の XMCD-PEEM 像の R1 の領域で測定されたものである。白い領域は光の入射方向に対して磁化ベクトルが平行であり、黒い領域は反平行を意味する。試料表面の磁区は、室温 (25 °C) から Fe-3%Si のキュリー温度 ($T_c = 740\text{ °C}$) を超えた点までの昇温過程やその逆の降温過程をその場観察された。観察視野は約 50 μm である。試料温度はサンプルホルダーに装着された熱電対を用いて測定し、XMCD-PEEM 像の磁区のコントラストが消えた時点を Fe-3%Si のキュリー温度 (740 °C) として温度を校正した。

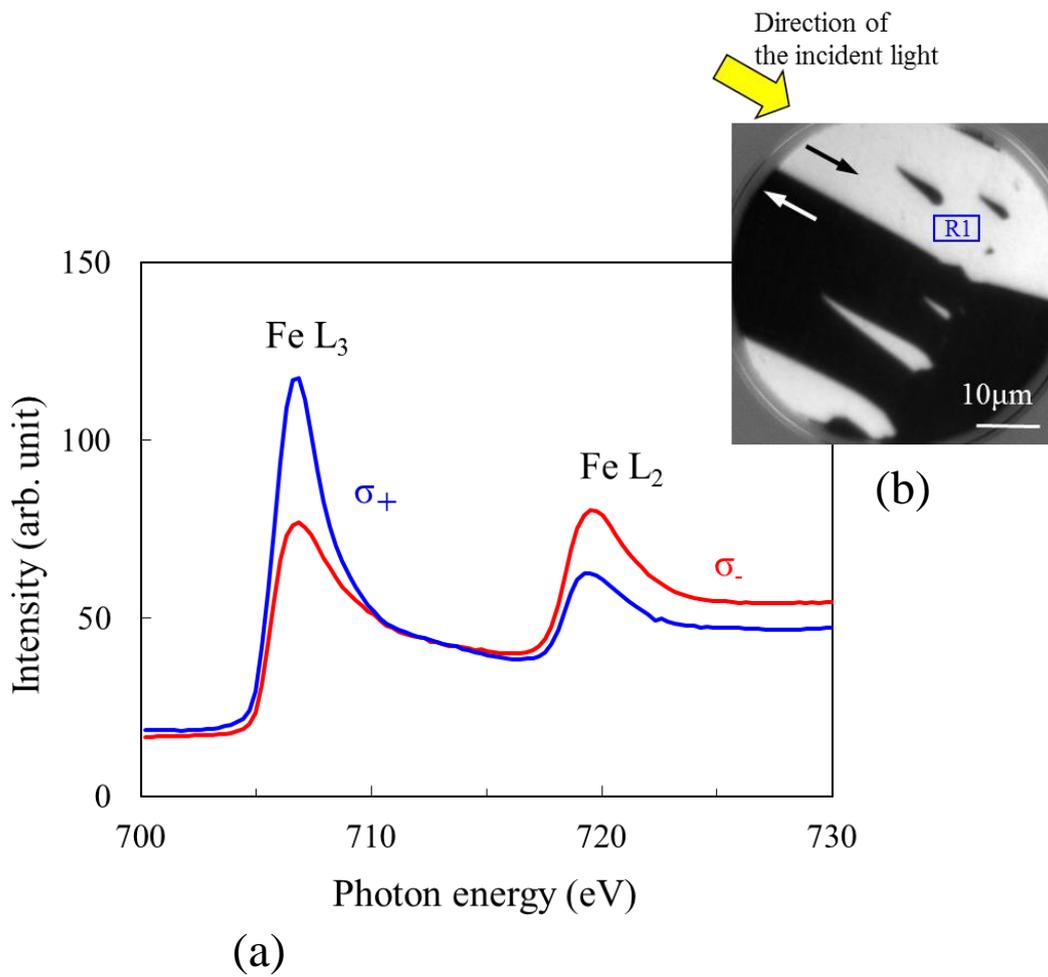


図6-2 (a) ヘリシティが異なる円偏光 (σ_+ , σ_-)で測定された Fe-3%Si(110) の X 線吸収スペクトル。(b) Fe-3%Si(110) の XMCD-PEEM 像。R1 は吸収スペクトルの測定点を示す。

6-4 結果と考察

6-4-1 室温以上におけるランセット磁区の様子観察

図6-3は、XMCD-PEEMを用いて、室温からFe-3%Siのキュリー温度(740°C)までの消磁状態におけるランセット磁区の変化を観察した結果である。白い領域と黒い領域は、入射光に対して平行に磁化した磁区と反平行に磁化した磁区をそれぞれ表している。図6-3(a)のAからDのように、180度磁区の内部に明瞭に観測されているくさび型をした白と黒の磁区がランセット磁区を示していると考えられる。これらランセット磁区は240°Cを超えたところから変化をし始め、その後、温度の上昇とともにより小さくなっていく。興味深いことに、ランセット磁区は、Fe-3%Siのキュリー温度($T_c=740^\circ\text{C}$)よりも低い約605°Cで消滅した。一方、主磁区である180度磁区は、この温度に至っても発生し続けた。さらに昇温を続けると180度磁区も激しく揺らぎ、その後キュリー温度で消滅した。ここで、図6-3(h)の725°Cの磁区像は、605°C以下の磁区像に比べるとコントラストは非常に弱くはなっているが、まだ何かしらの磁区は存在しているように見える。これは、図6-1の飽和磁化 M_s の温度依存性の実測値が示しているように、725°Cで M_s は急激に減少するが、まだ零にはなっていないからだと考えられる。キュリー温度 T_c からの冷却過程においても、ランセット磁区は昇温過程で消滅した温度以下で再び発生した。一方、図6-3(g)の605°Cの180度磁区構造が図6-3(h)の725°Cの磁区に変化することから、180度磁区もまたランセット磁区が消滅した後のキュリー温度 T_c よりも低い温度で消滅することが示された。これらの現象は、図6-1のFe-3%Siの結晶磁気異方性定数 K_1 の温度変化が示すように、キュリー温度 T_c よりも低い値で零になっていることが主な原因だと推測される。ランセット磁区がキュリー温度よりも低い温度で消滅する現象については、後の節で再び定量的に議論する。

更に、図6-3に見られるように、主磁区である180度磁区は、室温から605°Cまでにおいて、ランセット磁区の変化に比べて著しい変化を示していない。この180度磁区の温度に対する挙動は、Ferroら⁽⁵⁾やFoster⁽⁶⁾による鉄損測定から間接的に導いた結果と同じになった。

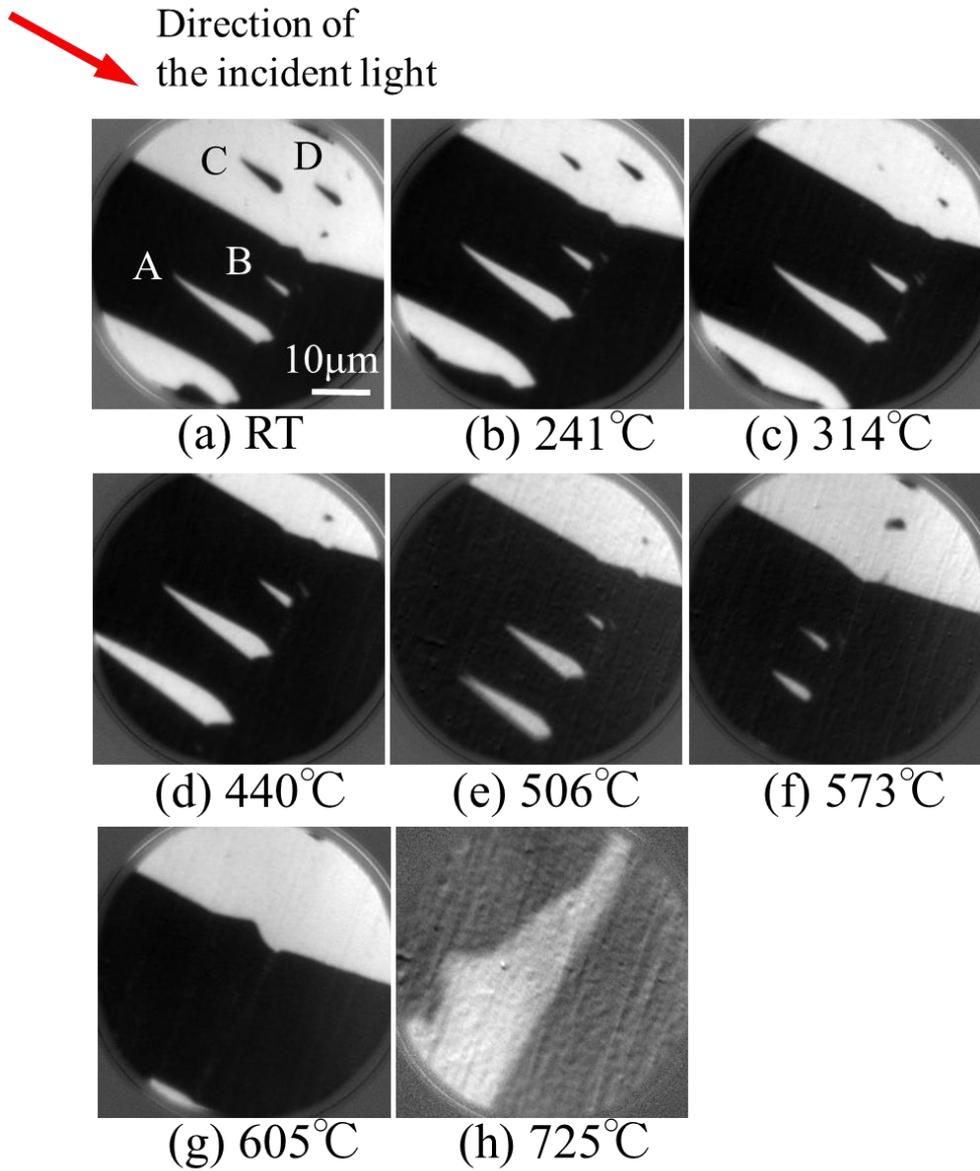


図6-3 XMCD-PEEM 磁区観察による昇温過程における消磁状態の Fe-3%Si(110) 粗大粒の表面磁区の変化。赤い矢印は光に入射方向を示す。

6-4-2 室温以上におけるランセット磁区の構造計算の検証

第2章および6-2節で提案した温度に依存したランセット磁区の自由エネルギー最適化計算を用いて、室温から Fe-3%Si のキュリー温度 (740 °C) までのランセット磁区の構造計算を行った。

図6-4は、ランセット磁区の鋼板表面に発生している楕状の表面積 (図2-5 (b)参照) のずれ角 β に対する温度依存性を計算したグラフである。ここで、板厚は 0.2 mm であり、応力は印加されていない。各 β に対して、提案手法による磁区計算は、観測されたランセット磁区の温度変化と同様に、Fe-3%Si のキュリー温度 (740 °C) よりも低い温度で消滅している。図6-4にプロットされている計算の曲線が急激に減少して零になっているのは、(6-1) 式のランセット磁区が存在しない主磁区の自由エネルギーの方が、ランセット磁区の自由エネルギーよりも低くなり安定になったからである。

次に、図6-3で観測されたランセット磁区の温度依存性と計算とを定量的に比較するために、実測値としては、図6-3の磁区像から、各温度におけるランセット磁区の楕状の表面積の平均値 (S) を求め、室温でのその平均値 (S_{RT}) で規格化した値 (S/S_{RT}) を用いた。室温の値で規格化したのは、計算モデルでは、平滑な無限平板に周期的にランセット磁区が存在していると仮定しているが、実際の磁区像のように単独で存在する場合もあるので、室温時の表面積に対する変化で比較することにした。

図6-5は Fe-3%Si の [001] と鋼板表面の各ずれ角 β に対して、ランセット磁区の表面積比 (S/S_{RT}) の計算値と実験値とを比較したグラフである。図6-5の縦軸 (S/S_{RT}) は、前述のように室温でのランセット磁区の表面積 (S_{RT}) で規格化されている。また、各温度での実験値は、図6-3で発生しているランセット磁区の表面積の平均値 (S) である。磁区観察に使用した方向性珪素鋼板は一般にずれ角 β が $2^{\circ} \sim 3^{\circ}$ であることを考えると、図6-5の計算結果は、実験で観測されたランセット磁区の温度変化と良好に一致している。この計算の有効性に基づき、ランセット磁区がキュリー温度よりも低い温度で消滅する原因を考察してみた。図6-1の物理定数の温度依存性を見ると、結晶磁気異方性だけが、それ以外の物理定数よりも早く零になっている。そこで、Fe-3%Si の結晶磁気異方性定数 K_1 だけが温度依存性がなく、室温時の値のままであると仮定した計算を実行してみた。その結果、 β が 2° を持つランセット磁区は、図6-5の破線で示したように温度に関係なく、キュリー温度近くになっても発生し続けることが予測された。 K_1 以外の物理定数に温度依

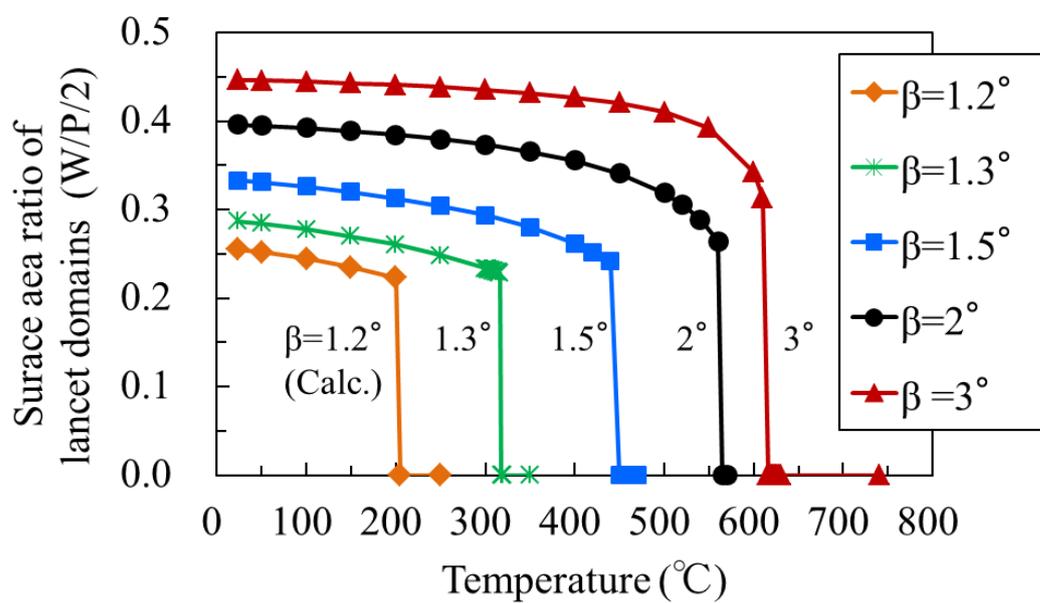


図6-4 提案計算手法によるランセット磁区の鋼板表面に発生している楕状の表面積の各 β に対する温度依存性の計算。板厚は0.2 mm、応力は印加されていない。

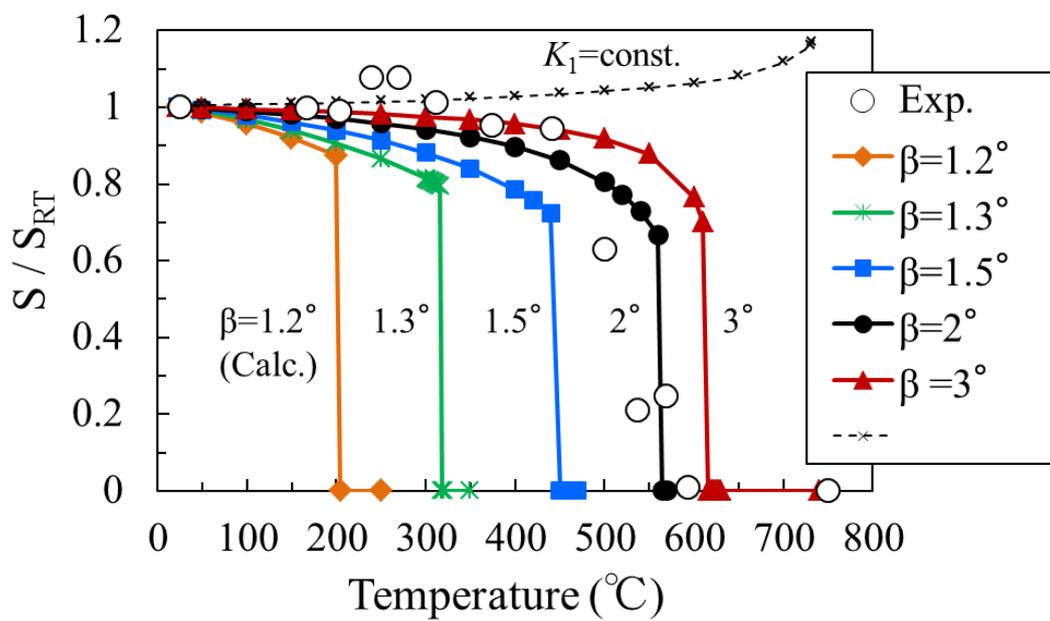


図 6-5 各 β に関するランセット磁区の表面積比の計算と実測との比較。
 縦軸 (S/S_{RT})は室温時のランセット磁区の表面積 (S_{RT})で規格化されている。

存性を無くしてもこの現象は再現されなかったことから、静磁エネルギーや磁壁のエネルギーに影響を与える Fe-3%Si の結晶磁気異方性定数 K_1 の温度依存性こそが、キュリー温度よりも低い温度で、ランセット磁区を消滅させる大きな原因であることが分かった。

6-4-3 室温以上でランセット磁区を消すための材料条件に関する考察

前節において提案磁区計算手法の有効性が確認できた。本節では方向性珪素鋼板のランセット磁区が消滅する温度の β 依存性、板厚依存性、張力依存性についての予測を行い、室温以上において方向性珪素鋼板が採るべき材料条件についての予測を行う。

(a) 結晶方位の条件予測

図 6-6 は Fe-3%Si の [001] と鋼板表面とのずれ角 β に対するランセット磁区が消滅温度に関する臨界曲線を示している。図 6-6 に記載のこの臨界境界曲線以上の領域では、ランセット磁区が消滅し、この曲線より小さい領域ではランセット磁区が発生していることを意味する。 β の増加とともに、ランセット磁区が消滅温度は、Fe-3%Si の結晶磁気異方性定数 K_1 が零になる温度まで近づく。一方、 β の減少は、すなわち、結晶方位集積度の改善はランセット磁区が消滅温度を低温化させる。もしトランスやモータの駆動温度が約 200 °C になるとすると、図 6-6 から駆動温度 200 °C、板厚 0.2 mm、張力なしの条件下で方向性珪素鋼板のランセット磁区を消滅させ、磁歪起因の騒音を低減させるには、 β が約 1.2° 以下であれば良い。一方、本計算によれば、室温におけるランセット磁区は β が約 1.1° 以下で消滅する。これは文献 (2) の結果とほぼ同じであり、200 °C よりも少しだけ方位集積度を高める必要がある。上述のように室温で $\beta = 1.1^\circ$ 、200 °C でも $\beta = 1.2^\circ$ であればランセット磁区が消滅するので、室温から 200 °C の間では制御すべき β には大きな差はないことが予測される。

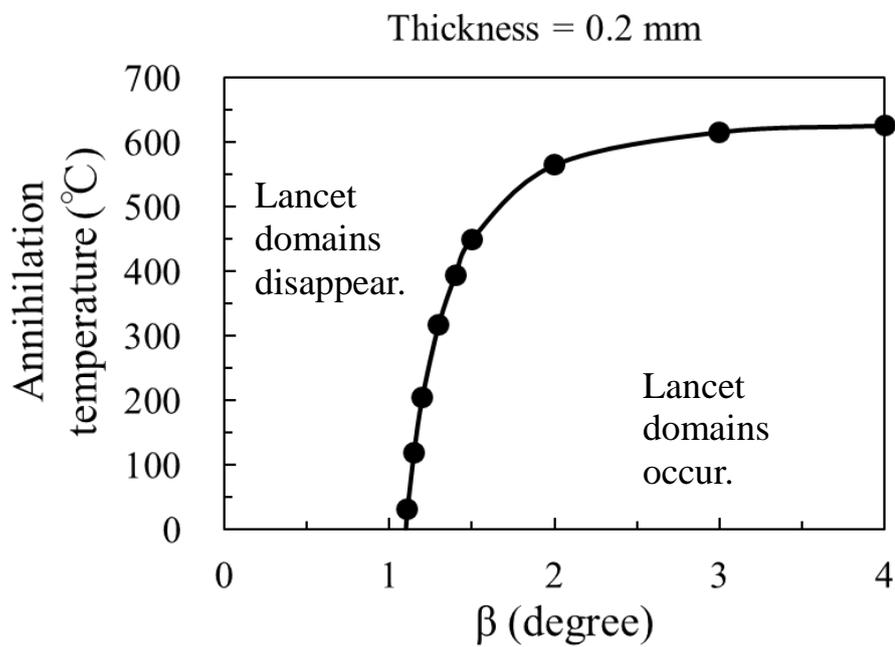


図6-6 β の関数として示したランセット磁区が消滅する温度の臨界境界曲線。板厚は 0.2 mm であり、張力は印加していない。臨界境界曲線以上の領域では、ランセット磁区は消滅していることを意味する。

(b) 板厚の条件予測

図6-7は、各ずれ角 β に関してランセット磁区が消滅し始める温度と鋼板の板厚との関係を示した計算予測である。図6-7において、各 β の臨界境界曲線以上の温度領域ではランセット磁区が消滅した状態であり、この曲線よりも低い温度領域ではランセット磁区が発生している状態を示している。板厚が薄くなるほどランセット磁区が消滅温度が小さくなる傾向が見られる。例えば、図6-7から、ずれ角 β が 2° の場合、室温でランセット磁区を消滅させたい場合の板厚は、約0.07 mm以下の条件であれば良い。一方、電気機器の駆動温度が 200°C の場合であれば、この温度でランセット磁区を消滅させるには、約0.08 mmの室温よりも少しだけ薄くする必要がある。前節のずれ角 β の条件と同様に、室温と駆動温度 200°C において、ランセット磁区を消滅させるための板厚条件には、大きな差がないことが予測された。

(c) 張力の条件予測

一般に、方向性珪素鋼板に印加される張力は磁区構造を制御するために鋼板表面の被膜張力によって誘導される⁽¹²⁾⁽¹³⁾。また、実際の被膜張力は面張力と考えられ、同等の磁性効果を生み出すには、面張力は一軸引張の約2倍が必要とされている⁽¹⁴⁾。本節では、張力は鋼板の圧延方向に印加された一軸張力と仮定し、室温以上においてランセット磁区を消滅させるために必要な張力条件を予測した。

図6-8は、各 β において、圧延方向の一軸引張応力値とランセット磁区が消滅する臨界温度との関係を示したグラフである。ここで、鋼板の板厚は0.2 mmである。図6-8において、臨界境界曲線以上の温度領域ではランセット磁区は消滅し、この曲線よりも低い領域ではランセット磁区は発生し続けることを意味している。図6-8の計算結果によれば、張力を高めればランセット磁区が消滅し始める温度がより低温化することが予測された。興味深いことに、図6-8の結果は、例えば、電気機器の駆動温度が 200°C の場合、この温度環境で鋼材のランセット磁区を消滅させて磁歪起因の騒音を低減させるには、室温でランセット磁区を消滅するために必要な張力のおおよそ半分程度で良いことを示唆している。具体的には、 200°C で β が 2° である鋼板のランセット磁区を消滅させるには、

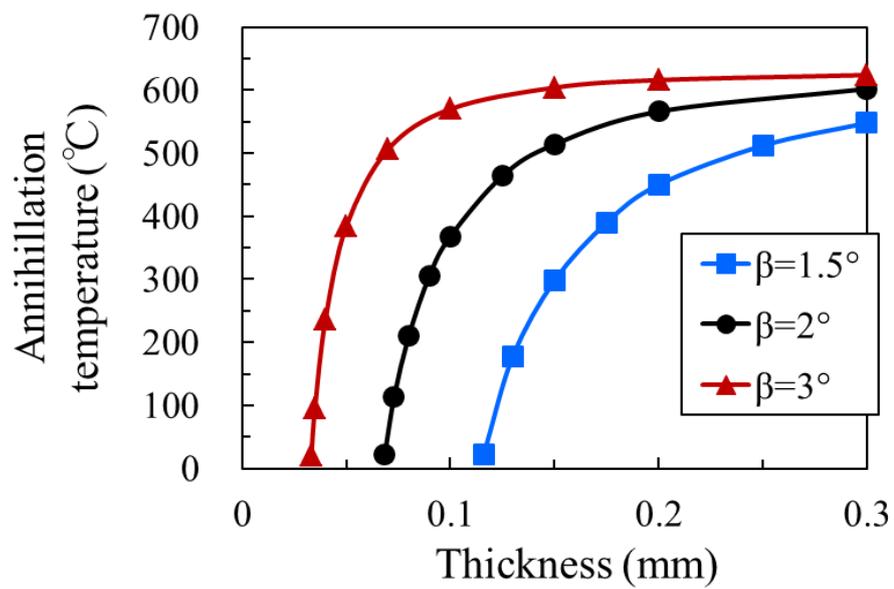


図6-7 各 β における板厚の関数として表したランセット磁区が消滅する温度の臨界境界曲線。張力は印加されていない。臨界境界曲線以上の領域は、ランセット磁区は消滅していることを意味する。

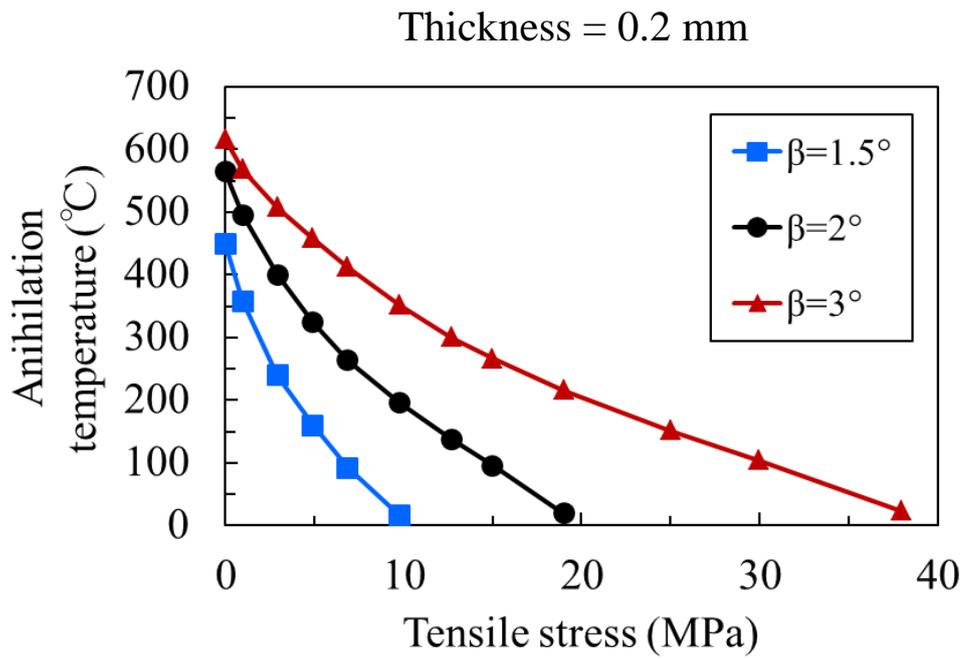


図6-8 各 β において、引張応力を関数として表したランセット磁区が消滅する温度の臨界境界曲線。板厚は0.2 mmである。臨界境界曲線以上の領域はランセット磁区が消滅していることを意味する。

引張応力は少なくとも 10 MPa 必要であり、この値は室温でランセット磁区を消すために必要な張力の半分の値と予測された。このランセット磁区を消すために必要な張力の条件は、前述した結晶方位 β や板厚の場合に比べて、室温と駆動温度 200 °C においては非常に大きな差がある。これは、図 6-1 に見られるように、Fe-3%Si の磁歪定数 λ_{100} が室温から約 300 °C に渡って増加していることが理由として考えられる。以上のことから、電気機器が駆動している温度が 200 °C になる場合は、板厚が 0.2 mm の鋼板の磁歪起因の騒音を低減させるには、室温で最適化された鋼板の張力条件よりも小さい張力でも良いことが予測できる。これら計算予測の検証は今後の課題である。

6-5 まとめ

本章では、室温以上におけるランセット磁区の構造変化を予測するために、第 2 章で提案した自由エネルギーの物理定数に温度依存性を与えて多変数最適化計算を行い、XMCD-PEEM による磁区観察との比較から提案手法の検証を行った。また提案手法を用いて、室温以上の電気機器駆動温度下における材料条件について予測した。得られた知見をまとめると以下の通りである。

(1) XMCD-PEEM による昇温過程の磁区観察によれば、ランセット磁区は Fe-3%Si のキュリー温度 (740 °C) よりも低い温度で消滅することが見出された。

(2) ランセット磁区の自由エネルギーに温度を関数とした自発磁化、結晶磁気異方性定数、磁歪定数、交換スティフネス定数を導入し最適化計算を実行したところ、計算で得られたランセット磁区構造の温度変化は、ランセット磁区がキュリー温度よりも低い温度で消滅するなど、磁区観察の結果と良好に一致し、本提案手法の有効性が示された。

(3) 本提案手法の計算によれば、ランセット磁区がキュリー温度よりも低い温度で消滅する原因は Fe-3%Si の結晶磁気異方性定数の温度変化が大きく関係していることが示された。

(4) 提案手法を用いて電気機器の駆動温度が 200 °C の場合の、方向性珪素鋼板に発生しているランセット磁区を消滅させるための材料条件について考察した。ずれ角 β の最小化 (高方位化)、薄板化、張力強化は、いずれもランセット磁区が消滅し始める温度を低温化させることが予測された。

(5) ずれ角 β と板厚に関しては、ランセット磁区を消滅させるための材料条件は、室温と電気機器の駆動温度 200°C で大きな違いはないことが予測された。

(6) 張力に関しては、電気機器の駆動温度が 200 °C の場合、その温度環境下で板厚 0.2 mm の方向性珪素鋼板に発生しているランセット磁区を消すためには、室温でランセット磁区を消すために必要な張力に比べて約半分で良いことが予測された。

第 6 章の参考文献

- (1) S. Lopez, et al., “Grain oriented steel assembly characterization for the development of high efficiency ac rotating electrical machines,” IEEE Trans. Magn., vol.45, no. 10, pp. 4161–4164, Oct. 2009.
- (2) N. Bär, A. Hubert, and W. Jillek, ”A quantitative investigation into the supplementary domain structure of misoriented grains of transformer steel,” J. Magn. Magn. Mater., vol. 6, pp. 242-248 ,1977.
- (3) A. Hubert and R. Schäfer, “Magnetic domains,” Springer-Verlag, 1998, pp. 427-428.
- (4) A. Notoji, M. Hayakawa, and A. Saito, “Strain-magnetization properties and domain structure change of silicon steel sheets due to plastic stress”, IEEE Trans. Magn., vol. 36, no. 5, pp. 3047–3077, Sep., 2000.
- (5) A. Ferro, G. Montalenti, and G. P. Soardo, “Temperature dependence of power loss anomalies in directional FeSi 3%,” IEEE Trans. Magn., vol. MAG-12, no. 6, pp. 870–872, Nov. 1976.
- (6) K. Foster, “Temperature dependence of loss separation measurements for oriented silicon steels,” IEEE Trans. Magn., vol. MAG-22, no. 1, pp. 49–53, Jan. 1986.
- (7) J. Stöhr, Y. Wu, B. D. Hermsmeier, M. G. Samant, G. R. Harp, S. Koranda, D. Dunham, and B. P. Tonner, “Element-specific magnetic microscopy with circularly polarized X-rays,” Science, vol. 259, pp. 658-661, 1993.
- (8) T. Kinoshita, K. Arai, K. Fukumoto, T. Ohkochi, M. Kotsugi, F. Z. Guo, T. Muro,

- T. Nakamura, H. Osawa, T. Matsushita and T. Okuda, "Observation of micro-magnetic structures by synchrotron radiation photoelectron emission microscope,"
J. Phys. Soc. Jpn. 82, 021005, 2013.
- (9) E. Tatsumoto and T. Okamoto, "Temperature dependence of the magnetostriction constants in iron and silicon iron," *J. Phys. Soc. Jpn.*, vol. 14, no. 11, pp. 1588-1594, Nov. 1959.
- (1 0) U. Atxitia, O. Chubykalo-Fesenko, N. Kazantseva, D. Hinzke, U. Nowak, and R. W. Chantrell, "Micromagnetic modeling of laser-induced magnetization dynamics using the Landau-Lifshitz-Bloch equation," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 91, p. 232507, 2007.
- (1 1) W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery," Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, Third Edition," Cambridge University Press, 2007.
- (1 2) T. Yamamoto, S. Taguchi, A. Sakakura, and T. Nozawa, "Magnetic properties of grain-oriented silicon steel with high permeability orientcore HI-B," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 8, no. 3, pp. 677-681, Mar. 1972.
- (1 3) T. Nozawa, T. Yamamoto, Y. Matsuo, and Y. Ohya, "Relationship between total losses under tensile stress in 3 percent Si-Fe single crystals and their orientations near (110) [001]," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 14, no. 4, pp. 252-257, Feb. 1978.
- (1 4) T. Sato, K. Kuroki, O. Tanaka, "Approaches to the lowest core loss in grain-oriented 3% silicon steel with high permeability," *IEEE Trans. Magn.* vol. 14, no. 5, pp.350-352, 1978.

第7章 結論

トランスやモータ等の鉄芯として不可欠なバルク軟質磁性材料は、近年の省エネルギー化や地球温暖化の防止の対策のため、更なる磁気特性の改善が強く求められている。バルク軟質磁性材料の代表の一つであり、本研究の適用例として取り上げた珪素鋼板は、古くから鉄芯として使われており、現在においてもなお工業的に極めて重要な材料である。第1章で論じたように方向性珪素鋼板の圧延方向の鉄損は先人達の努力により近年大幅に改善され、今日ではその改善率が飽和傾向になりつつある。一方、世の中の全消費電力に占める鉄損の割合が未だ3%程度もあり、バルク軟質磁性材料の数%の改善でも省エネルギーへの貢献は極めて大きい。しかしながら、この更なる改善を行うには、従来の実験先導型の開発手法ではもはや限界になりつつある。これは、磁気特性に影響を及ぼす磁性制御因子が多いので、設計指針を見出すには数多くのサンプルを製造準備しなければならない等の問題があったからである。従来技術思想に無い新しい知見を効率的に見出す手段が必要である。

本研究では、現在の計算機性能の飛躍的な向上によって実用可能になった計算解析手段に着目し、これを用いてバルク軟質磁性材料の設計指針を見出すことを究極的な目標として掲げた。そして、その第一段階として、バルク軟質磁性材料の代表の一つである方向性珪素鋼板を適用例として選び、バルク軟質磁性材料の磁性制御因子、例えば、板厚、結晶方位、表面性状、応力、温度、等によって変化する磁区構造を精度良くかつ効率的に計算予測する手法、すなわち、磁性制御因子に依存する自由エネルギーを多変数最適化計算によってバルク軟質磁性材料に発生する磁区の三次元構造を予測する新たな手法を提案した。そして本研究では、この提案手法を各種珪素鋼板の磁区構造計算に適用し実験検証を行った。さらにこの提案手法を用いて、磁区発生機構の定量的な解明や磁区構造に基づく特性改善の指針についての考察も行った。各章の結論は以下の通りである。

第2章では、バルク軟質磁性材料の一つである方向性珪素鋼板の三次元磁区構造を予測するために、磁区の物理現象を損なうことなくかつ現実的な時間内で計算が可能となる新たな近似法を導入した自由エネルギーの多変数最適化計算手法を提案した。これにより従来のストライプ状の180度磁区だけでなく、表面性状の影響や張力の影響及び局所圧

縮応力の影響で変化する磁区構造がはじめて予測可能になった。詳細をまとめると以下の通りである。

(1) 任意の表面性状を持つ鋼板の磁区構造を予測するためには、静磁エネルギーをゲージ不変なベクトル補間関数で近似した磁気ベクトルポテンシャルを用いて表現し有限要素法に基づき磁区の自由エネルギーを離散化した。そして、この自由エネルギーをニュートンラフソン法と不完全コレスキー前処理付共役勾配法を用いて多変数最適化計算を行い磁区構造を予測する手法の定式化を示した。

(2) 張力に依存した磁区構造を予測するためには、ランセット磁区の発生によって減少する表面磁極の効果を自発磁化に繰り込み、磁区の自由エネルギーを多変数最適化計算する手法の定式化を示した。

(3) 局所圧縮応力分布下の磁区構造を予測するために、座標分布関数を持った三軸応力に対応した三次元還流磁区の自由エネルギーを定式化しこれを多変数最適化計算することにより磁区構造を予測する手法の定式化を示した。

以下の第3章から第6章においては、本提案手法を各種方向性珪素鋼板の磁区構造計算に適用し、本手法の検証と考察を行った。

第3章では、第2章で提案した手法を用いて、表面が平滑でない実用鋼の一例である溝加工された表面を持つ方向性珪素鋼板の磁区構造計算を行い磁区観察との比較から本提案手法の検証と考察を行った。得られた知見をまとめると以下の通りである。

(1) 第2章で提案したベクトルポテンシャルを用いた多変数自由エネルギーの最適化計算に、溝近傍で発生する補助磁区の効果も採り入れ 180 度磁区幅の計算を行った。算出された計算磁区幅は磁区観察から得られた実測値と良好に一致し、本提案手法の有効性が実証された。

(2) また、本提案手法は、溝断面に発生する磁極ばかりでなく表面磁極も考慮しているので、従来の計算法では不可能であった Fe-3%Si の[001]と鋼板表面とのずれ角 β の依存性も計算予測できることを示した。

(3) 本提案手法による溝入り珪素鋼板の磁区構造計算から、各 β における 180 度磁区幅は溝深さの増加とともに減少し飽和値に近づくことを定量的に示した。

(4) β が約 1.5°よりも小さい溝入り鋼板は、溝深さの増加に伴い 180 度磁区幅の細分が劇的に促進した。一方、 β が約 1.5°よりも大きい場合は、表面磁極の影響もあり、溝深

さの増加による磁区細分化への寄与は小さいことを定量的に示した。このことから、将来、方向性珪素鋼板の方位集積度がより高くなった場合、異常渦電流損を下げるためには溝加工のような磁区細分化処理が不可欠であることを定量的に予測した。

(5) 溝近傍の補助磁区の発生を防げば、溝加工による方向性 Fe-3%Si 鋼における 180 度磁区幅の最小限界値は約 20 μm になると予測した。

第 4 章では、第 2 章で提案した手法を用いて、張力に依存した方向性珪素鋼板の 180 度磁区幅の計算を行い磁区観察との比較から提案手法の検証と考察を行った。提案手法では張力効果を予測するために、ランセット磁区の発生による表面磁極の減少分を自発磁化に繰り込み、自由エネルギーを多変数最適化計算することにより磁区構造を予測している。得られた知見をまとめると以下の通りである。

(1) 本提案手法を 14.7 MPa の圧延方向に張力を印加した場合の磁区構造計算に適用した。ずれ角 β に対する 180 度磁区幅の従来法による計算値は、 $\beta \geq 3^\circ$ の領域において実測と大きな隔たりがあったが、本提案手法による計算値は実測値と良好に一致し大きな改善が得られた。

(2) また、従来法では珪素鋼板の張力依存性を全く予測出来なかったが、本提案手法による 180 度磁区幅の計算値は張力の増加とともに減少し、磁区観察による実験傾向と一致した。

(3) $\beta < \text{約 } 1.7^\circ$ の領域では、本提案手法による 180 度磁区幅の計算値は実測値よりも大きくなった。これは計算モデルを平滑な表面を持つ無限平板で近似したのが原因であり、端の効果や表面凹凸効果等の考慮により改善できると考察した。

(4) ランセット磁区が消滅した場合の 180 度磁区幅の計算値は、張力による磁区細分化効果の理論限界値であることを定量的に示した。例えば、 $\beta = 2^\circ \sim 3^\circ$ の場合、Fe-3%Si 方向性珪素鋼板の磁区細分化の理論限界値は約 200 μm ~ 100 μm と予測した。

(5) 本提案手法によって得られる 180 度磁区幅の計算値と磁束密度を使えば、張力印加時の方向性珪素鋼板の渦電流損を予測できることを示した。例えば、張力 14.7 MPa 印加時の、ずれ角 β に対する渦電流損 W_e の $B_m = 1.7 \text{ T}$ 、 $f = 50 \text{ Hz}$ 時の予測値は、 $\beta = \text{約 } 2^\circ$ で最小値を持ち実測と良好に一致した。

第 5 章では、第 2 章で提案した手法を圧縮応力下における三次元還流磁区の構造計算に

適用し本手法の検証と考察を XMCD-PEEM による磁区観察や高エネルギーX線による内部応力測定を活用して行った。得られた知見をまとめると以下の通りである。

(1) 一様圧縮応力下の還流磁区構造の 90 度磁区幅が本提案手法により計算され、50 MPa よりも小さい圧縮応力下では、90 度磁区幅は急激に増大することを予測した。また、この圧縮応力が小さい領域における 90 度磁区幅の計算値は磁区観察による実測値と良好に一致することを示した。

(2) 更なる検証として、レーザ照射珪素鋼板のレーザスポット近傍に発生している還流磁区構造の焼鈍による変化を XMCD-PEEM を用いてその場観察を行った。焼鈍により応力が解放されると還流磁区の 90 度磁区幅が急激に増大し計算傾向と一致することを示した。

(3) また、焼鈍による応力緩和過程におけるレーザ照射珪素鋼板の渦電流損の変化も実測したところ、焼鈍温度の増加に伴い渦電流損も増大し、90 度磁区幅の計算と同じ傾向を示した。

(4) Fe-3%Si 方向性珪素鋼板において還流磁区発生に必要な臨界圧縮応力は、板厚が薄くなるほど大きくなることが予測された。これは鋼板の板厚が薄くなるほど、180 度磁区を細分化するために必要な、例えば、レーザ照射によって導入される圧縮応力をより高める必要があることを示唆した。

(5) 実用鋼の一つであるレーザ照射した Fe-3%Si 方向性珪素鋼板の内部応力分布を調べるために、高エネルギーX線を用いて三軸応力測定を行ったところ、レーザ照射スポット直下には圧延方向に最大約 90 MPa の圧縮応力が存在することが示された。この圧縮応力は、圧延方向に垂直な面を磁化容易面にするので、三次元還流磁区を生み出す原因の一つであると考察した。

(6) 実測で得られた鋼板内部の局所応力分布を用いて本提案手法による還流磁区の安定性を検証した。本提案手法による還流磁区の自由エネルギーと還流磁区が発生していない主磁区のエネルギーとを比較したところ、レーザ照射スポットから約 0.19 mm 以内の領域では提案した還流磁区構造がエネルギー的に安定して存在することが示された。この計算結果はレーザ照射スポット近傍の磁区観察結果とほぼ同じ傾向を示し、本提案手法が局所応力分布下でも有効であることが示された。

第 6 章では、室温以上におけるランセット磁区の構造変化を予測するために、第 2 章で提案した自由エネルギーの物理定数に温度依存性を与えて多変数最適化計算を行い、

XMCD-PEEM による磁区観察との比較から提案手法の検証を行った。また提案手法を用いて、室温以上の電気機器駆動温度下における材料条件について予測した。得られた知見をまとめると以下の通りである。

(1) XMCD-PEEM による昇温過程の磁区観察によれば、ランセット磁区は Fe-3%Si のキュリー温度 (740 °C) よりも低い温度で消滅することが見出された。

(2) ランセット磁区の自由エネルギーに温度を関数とした自発磁化、結晶磁気異方性定数、磁歪定数、交換スティフネス定数を導入し最適化計算を実行したところ、計算で得られたランセット磁区構造の温度変化は、ランセット磁区がキュリー温度よりも低い温度で消滅するなど、磁区観察の結果と良好に一致し、本提案手法の有効性が示された。

(3) 本提案手法の計算によれば、ランセット磁区がキュリー温度よりも低い温度で消滅する原因は Fe-3%Si の結晶磁気異方性定数の温度変化が大きく関係していることが示された。

(4) 提案手法を用いて電気機器の駆動温度が 200 °C の場合の、方向性珪素鋼板に発生しているランセット磁区を消滅させるための材料条件について考察した。ずれ角 β の最小化 (高方位化)、薄板化、張力強化は、いずれもランセット磁区が消滅し始める温度を低温化させることが予測された。

(5) ずれ角 β と板厚に関しては、ランセット磁区を消滅させるための材料条件は、室温と電気機器の駆動温度 200°C で大きな違いはないことが予測された。

(6) 張力に関しては、電気機器の駆動温度が 200 °C の場合、その温度環境下で板厚 0.2 mm の方向性珪素鋼板に発生しているランセット磁区を消すためには、室温でランセット磁区を消すために必要な張力に比べて約半分が良いことが予測された。

以上本研究により、これまで予測が難しかったバルク軟質磁性材料の表面性状や応力分布そして温度によって変化する磁区構造を精度良く予測することが出来るようになった。これにより、世の中が求めるバルク軟質磁性材料の設計指針を迅速にかつ正確に提案できる可能性が大いに高まった。

最後に今後について述べる。本研究では、バルク軟質磁性材料の代表として Fe-3%Si の方向性珪素鋼板に提案の磁区構造予測手法を適用してきた。今後、本提案手法は、Fe-3%Si 方向性珪素鋼板以外の例えば、合金成分が異なる鋼板や非晶質合金等への展開も大いに期待できる。また、本研究では消磁状態の磁区構造予測を主に検討してきたが、本提案手法

に外部磁場によるゼーマン項を入れて計算を行うことにより BH 曲線の予測にも展開が可能と考える。更に、本研究を基盤に、材料の粗大粒から多結晶体、そして鋼板を積層した状態での磁区構造の予測への展開も可能になり、最終製品である電気機器自体が最適となる磁性材料の姿も世の中に提案することができると期待される。

本研究に関連した論文リスト

- K. Iwata, M. Fujikura, S. Arai, and K. Ishiyama, “Prediction method of basic domain structure in Fe3%Si(110) single crystal with grooved surface,” J. Appl. Phys., vol. 115, 17A341, 2014.
(第 2 章、第 3 章)

- K. Iwata, S. Arai, and K. Ishiyama, “Calculation of basic domain width considering lancet domains in (110)[001]Fe3%Si,” IEEE Trans. Magn., vol. 50, no. 2, 7008604, 2014.
(第 2 章、第 4 章)

- K. Iwata, K. Ishiyama, M. Suzuki, M. Hashimoto, M. Ueda, Y. Matuoka, T. Yasue, T. Koshikawa, M. Kotsugi, T. Ohkochi, T. Kinoshita, and Y. Watanabe, “Quantitative analysis of 90° closure domains occurring by compressive stress in Fe3%Si(110) steels,” IEEE Trans. Magn., vol. 51, no. 11, 2007004, 2014.
(第 2 章、第 5 章)

- K. Iwata, M. Imafuku, T. Suzuki, T. Shobu, H. Orihara, Y. Sakai, K. Akita, S. Ohya, and K. Ishiyama, “Internal stress distribution for generating closure domains in laser-irradiated Fe-3%Si(110) steels,” J. Appl. Phys., vol. 117, 17A910, 2015.
(第 2 章、第 5 章)

- K. Iwata, M. Suzuki, M. Hashimoto, M. Ueda, Y. Matuoka, T. Yasue, T. Koshikawa, M. Kotsugi, T. Ohkochi, T. Kinoshita, Y. Watanabe, and K. Ishiyama, “Temperature dependence of lancet domains in grain-oriented Fe-3%Si steels,” IEEE Trans. Magn., vol. 51, no. 11, 2002504, 2015.
(第 2 章、第 6 章)

謝 辞

本研究を遂行しまとめるにあたり、多くのご支援とご指導そして励ましを賜りました、東北大学電気通信研究所 石山和志教授に深く感謝の意を表します。本論文をまとめるにあたり、副査として有益なご助言とご指導を賜りました、東北大学電気通信研究所 村岡裕明教授、東北大学大学院工学研究科 齊藤伸教授、東北大学電気通信研究所 柁修一郎准教授に深く感謝の意を表します。

社会人博士課程への進学にご理解とご支援を頂きました新日鐵住金先端技術研究所 前所長 橋本操博士（現新日鐵住金マテリアルズ常務取締役）、同 所長 五十嵐正晃博士、ならびに同研究所の皆様にご心より感謝申し上げます。社会人博士課程入学の際にご助言と励ましを頂きました新日鐵住金鉄鋼研究所電磁材料研究部 前部長 黒崎洋介博士（現日鉄住金総研東日本知的財産推進部長）にご心より感謝申し上げます。本研究を遂行するにあたり、多くの有益なご助言とご指導を頂きました新日鐵住金鉄鋼研究所電磁材料研究部 上席主幹研究員 新井聡氏、八幡技術研究所主幹研究員 藤倉昌浩博士、ならびに電磁鋼板の研究開発に関わる皆様にご心より感謝申し上げます。また、計算実行に多大なるご協力を頂きました新日鐵住金ソリューションズ 福田由佳氏、中尾裕也氏にご心より感謝申し上げます。さらに、実験遂行に多大なるご協力を頂きました日鉄住金テクノロジー 菊地安広氏にご心より感謝申し上げます。

XMCD-PREM による実験は、大阪電気通信大学 越川孝範教授、安江常夫教授、鈴木雅彦博士、橋本道廣氏および研究室の学生の皆様、高輝度光科学研究センター 小嗣真人博士（現東京理科大学）、大河内拓雄博士、木下豊彦博士、渡辺義夫博士（現あいちシンクロトロン光センター）との共同研究によるものであります。ここに深く感謝申し上げます。また、X線応力測定の実験は、前新日鐵 今福宗行博士（現東京都市大学教授）、新日鐵住金解析科学研究部主幹研究員 鈴木環輝氏、東京都市大学 秋田貢一教授（現日本原子力研究開発機構グループリーダー）、同 大谷眞一教授、同 秋田研の学生の皆様、日本原子力研究開発機構 菖蒲敬久博士との共同研究によるものであります。ここに深く感謝申し上げます。

筆者の会社入社当時、全くの専門外であった磁性材料の基礎をご教授頂き、励まし続けて頂きました、元新日鐵、前東京工業大学教授 佐藤駿博士に深く感謝申し上げます。

また、筆者の研究の礎となっている物理学をご教授頂きました前電気通信大学教授 故品田正樹博士に深く感謝申し上げます。そして、本研究にご支援頂いた多くの皆様に心より御礼申し上げます。

2016年2月

岩田圭司