

氏名・（本籍）	いし　　かわ　　けん　　そう 石　川　健　三
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	理博第　4　6　8　号
学位授与年月日	昭和5　1　年　　3　月　2　5　日
学位授与の要件	学位規則第5　条第1　項該当
研究科専攻	東北大学大学院理学研究科 （博士課程）原子核理学専攻
学位論文題目	Extended Objects in Quantum Field Theory （量子場の理論における拡張された対象物）
論文審査委員	（主査） 教　授　佐　藤　岩　男　　教　授　武　田　　暁 助　教　授　板　橋　清　己

論　文　目　次

第1章 序　　論

第2章 コヒーレント状態による広がった粒子の記述

2-1 序

2-2 コヒーレント状態

2-3 モデル

2-4 安定性

2-5 ヒルベルト空間の直交性

第3章 相対論的に共変な集団座標

3-1 スカラーモデル

3-2 フェルミ場を含むモデル

第4章 広がった粒子と局所場との相互作用

4-1 スカラーモデル

4-2 フェルミ場を含むモデル

第5章 ゲージ場理論における集団座標と広がった粒子

5-1 時空3.4次元における集団座標

5-2 ゲージ場理論の補助条件

5-3 集団座標の導入

第6章 結 び

論 文 内 容 要 旨

第 1 章 序 論

素粒子の中でハドロンは拡がりを持った粒子であることが、次にあげるいくつかの事実にもとづいて多くの人に認められつつある。

- (1) ハドロンは多数、ほとんど無限個存在し、スピンと質量の2乗が線型軌跡を作るような相関関係をもったグループに分かれる。拡がりを持った粒子は、振動モードとか回転モードとかの集団運動により、多くの状態を持つことが古典的物体及び半古典的物体（原子核）から予想されるからである。
- (2) 双対性の成立。双対性とは散乱振幅の高エネルギーでの Regge 的振る舞いと低エネルギーでの共鳴部分とが平均として同じものを表わすということであり、また s-channel 共鳴と t-channel 共鳴とが全体として同じものであるともいえ、弦模型で双対性をみたく振幅が作られるごとく、ハドロンが拡がっていることをしさする。
- (3) 素粒子の多重発生現象で2次粒子の P_{\perp} 分布で P_{\perp} の小さいところに集中していること。これは、不確定性関係からみて、空間的に有限の大きさの中から2次粒子が出てきたと解釈される。

次のものはよりあいまいではあるが、素粒子に拡がりがあれば容易に理解しうるものである。

- (4) 衝突係数表示したとき、散乱振幅が衝突パラメータの 1 fm 程度以内のところに値をもつこと。
- (5) 素粒子の中で最もよくその性質が知られている核子の電磁形状因子が存在すること。それは 2重極である。

以上の点で素粒子の拡がり注目されているのだが、一方我々の持っている道具（理論形式）で因果律をみたく、相対論的に不変なほとんど唯一なものは、quantum electrodynamicsで確かめられているように、局所的場の理論である。局所的場の理論のわく組みで拡がった粒子についての研究、これがこの論文の目的である。

このようなころみは、Nielsen Olesen の第2種超伝導体での Vortex line を Dual string にみなすという仕事が大きな刺激となり、多くの人達が研究し、その中で崎田らは場の理論における集団運動の問題として議論を展開した。しかし彼らの議論では、相対論的共変性がそれほど明白ではない。我々の議論の一部は、相対論的に共変な集団座標の取り扱いにあてられる。

第 2 章 コヒーレント状態による拡がった粒子の記述

局所的場の理論における拡がりを持った粒子をボース凝縮した状態、即ちコヒーレント状態で

記述する。時間に対して定常的なコヒーレント状態の性質、安定性及びヒルベルト空間の直交性について調べる。安定なコヒーレント状態であるためには、空間依存性をもった凝縮度を表わす関数もとの場の理論の古典的（即ちC-数）なオイラーラグランジ方程式の解であることが必要である。さらに安定性が保証されるためには、ある2次偏微分方程式の固有値の位置が問題になり、これは一般的な方法で論じられ、いくつかの具体的なモデルで調べられた。またヒルベルト空間の直交性、これは場の理論の自由度が無限大であることによる、表現に関する面倒な問題であるが、物理的には重要である。コヒーレント状態であらわされる状態がある場合には運動不可能であったりもし、また、トポロジカルな保存則と呼ばれているものが、量子論では空間の直交性によるものとして理解される。荒船らによるトポロジカルな保存則は、時空空間から波動関数のもつ内部空間への写像のBrouer degreeがトポロジカルな保存量であるというものであるが、これはヒルベルト空間を区別する時の指標である。

第3章 相対論的に共変な集団座標

我々の世界ではPoincare不変性が成り立っているかに見えるので、広がった粒子の記述のさいにも相対論的に不変な形式をとる必要がある。そのために次式で定義される共変な集団座標 $a_\mu(\tau)$, $b_\mu^r(\tau)$ を導入して議論を展開する。この変数については、Diracにより議論され、後藤によってBagモデルに応用されている。

$$X_\mu = a_\mu(\tau) + b_\mu^r(\tau) \sigma_r, \quad b_\mu^r b_\mu^s = \delta^{rs}$$

ここで x_μ は通常空間に固定された座標軸での座標であり、 (τ, σ_r) は新しく導入された座標軸での座標である。 $(a_\mu(\tau), b_\mu^r(\tau))$ は新しい座標軸を決定する変数であり、これらを力学変数とみなすことにより、ポアンカレ不変性に付随した集団運動が明白になる。 x_μ の積分として書かれた作用積分を (τ, σ_r) の積分に書きかえる。 $\tilde{\varphi}(\tau, \sigma) = \varphi(x)$ なる $\tilde{\varphi}$ を導入して、

$$\begin{aligned} S &= \int dx_0 d\vec{x} \mathcal{L}(\varphi, \partial\varphi) \\ &= \int d\tau d\vec{\sigma} \frac{\partial(x_0, \vec{x})}{\partial(\tau, \vec{\sigma})} \mathcal{L}'(\tilde{\varphi}, \partial\tilde{\varphi}) \\ &= \int d\tau \mathcal{L}(a_\mu, b_\mu^r, \dot{a}_\mu, \dot{b}_\mu^r; \tilde{\varphi}, \partial\tilde{\varphi}) \end{aligned}$$

となる。ここで $a_\mu, b_\mu^r, \tilde{\varphi}$ に対応する正準変数を定義すると、出発点となっている場の理論と比較して、 a_μ, b_μ^r で表わされる自由度を増やしているの、自動的に補助条件が導びかれ、補助条件を持った力学系の運動を調べねばならなくなる。補助条件についての議論はDiracによりされていて、またFaddeevがpath integrationでの定式化を行っている。我々はFaddeevによる定式化を使う。補助条件は互いに交換し、即ち第一種のものであるので対応するゲージ条件を決定せねばならない。その際、body fixed frameをとれることがわかり、このために具体的な計算が物理的にも見通しよくなされる。時空2次元の場の理論を例にとり、スカラー場モデルとフェルミ場モデルで質量スペクトルが計算される。粒子の広がりの結果として、いくつもの励起状態が存在する。励起状態もちろん高次

量子効果を考慮しても質量の良い状態である。

第4章 拡がった粒子と局所場との相互作用

前章で議論された集団座標を使い、拡がった粒子の一つの特徴を表わすと思われる形状因子を求める。次のラグランジアンで表わされる二つの場 $\varphi(x)$ と $A(x)$ が相互作用している系について議論すると、

$$L = -\frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 + \frac{\mu^2}{2} \varphi^2 - \lambda \varphi^4 - \frac{1}{2} (\partial_\mu A)^2 - \frac{m^2}{2} A^2(x) + e(\varphi^2 - c)A$$

場 φ がボース凝縮して作られた拡がった粒子状態を場 $A(x)$ から見たとき、いかに見えるかを考える。場 $\varphi(x)$ のもつ自由度から集団座標の自由度をあからさまにひき出し、path integrationの方法で計算する。結果は古典解 $\frac{\mu}{\sqrt{2}} \tanh(\frac{\mu}{\sqrt{2}} x)$ に対する拡がった粒子の弾性散乱振幅は λ が小さいときの $\frac{1}{\lambda}$ の Order 項をとると、

$$-e \frac{\mu^2}{4\lambda} g \left(\frac{1}{M} \epsilon_{\mu\nu} P_1^\mu P_2^\nu \right), \quad g(k) = \frac{\sqrt{2} k}{4\mu} \operatorname{cosech} \frac{\pi k}{\mu\sqrt{2}}$$

となる。もちろんローレンツ不変な量の関数である。場 $A(\lambda)$ によって拡がった粒子が励起される時の形状因子及びフェルミオンを含む拡がった粒子に対する形状因子も求められ、すべてスカラ一量の関数であり相対論と無矛盾であることが明白である。

第5章 ゲージ場理論における集団座標と拡がった粒子

5章では、時空3, 4次元の場合にも安定な拡がった粒子が存在可能であるゲージ場理論について議論する。集団座標の導入に伴う補助条件以外に、ゲージ場のもつ補助条件がつけ過るので、両条件の取り扱いに注意を要する。ここでは、ゲージ場のもつ補助条件に対して、ゲージ条件を付加して解いてしまっ、その後、集団運動の補助条件についてしらべる。即ちあとの場合には、Dirac括弧で条件の consistency をしらべる。するとやはり第一種のものであることがわかり、Faddeevの方法にのって議論できる。この場合にも相対論的に共変な取り扱いが可能である。

第6章 結 び

局所場の理論のわく組みのもとに拡がった粒子の問題を相対論と矛盾なく取り扱う定式化が示され、また量子力学の表現の問題との関連なども議論された。そしてこれからの問題点が指摘される。

論文審査の結果の要旨

ハドロンは拡がりをもつ事が知られているが、励起状態の質量スペクトルやquarkの密封等に関連して、ハドロンを局所的量子場の理論の拡がった解として記述しようとする試みが、最近数多くなされている。石川健三提出の論文は、この種の試みについての報告である。第2章では、ハドロンをcoherent stateとして表わし、これがエネルギーを最低にするという条件から非線型な古典場の方程式を導びき、いくつかの典型的なLagrangianについて、まず解の空間的振舞いをしらべた。次に解の安定性を判定する巧みな方法を見出し、これを使ってこれらの解の安定性をしらべ、いくつかの場合に安定な解が存在する事を示した。更にcoherent statesの間の直交性によってHilbert空間がLagrangianの不変性と起原を異にする一種の量子数をもつに到る事に着目して、上記の解がどのような量子数によって特徴づけられるかをしらべた。このような古典解に基づく理論は廻転及び並進に対する不変性を破るので、そのままでは運動する粒子を記述する事ができない。この欠陥を克服する試みが種々なされていたが、相対論的な定式化はなされていなかった。石川は第3章以下でこの問題を扱っている。第3章では、時空2次元の場合に対して相対論的に共変な集団座標を導入し、これを余分な力学変数とみなすと共に、この余分性に対応する補助条件を課する事によって、相対論的な定式化に成功し、スカラー場の場合と、スカラー場とスピノル場が共存する場合とに対して拡がった粒子の質量演算子を求めている。第4章では、第3章の結果を用いて拡がった粒子の外場による散乱を扱い、形状因子と散乱振幅を求める事に成功している。第5章では、ゲージの任意性による補助条件をもつHiggsのゲージ場モデルに対して、4次元時空の場合に上記の定式化を拡張している。以上の研究は素粒子論において、現在広く関心を集めている問題に相当程度の解答を与えたものであって、その寄与は大きい。著者が自立して研究活動を行うに必要な高度の研究能力と学識を有する事は十分示されている。よって石川健三提出の論文は、理学博士の学位論文として合格と認める。