氏名・(本籍)	山岸賢吾（やまぎし けんご）
学位の種類	理学博士
学位記番号	理博第 757 号
学位授与年月日	昭和57年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科専攻	東北大学大学院理学研究科 （博士課程）原子核理学専攻
学位論文題目	CP_2^{N-1}模型における位相特異点の輻射補正
論文審査委員	（主査） 教授 武田 暁　教授 佐藤岩男 助教授 板橋清己

論文目次

§1 序

§2 CP_2^{N-1}模型

2—1 1/N 展開

2—2 位相的励起

§3 位相特異点

§4 輻射補正

4—1 1/N 展開

4—2 赤外領域

4—3 紫外領域

§5 有効 Lagrangian

§6 結論

謝辞

補遺 massive Schwinger 模型

参考文献

論 文 内 容 要 旨

非可換ゲージ理論に於て，位相的性質或いは位相的励起が重要な役割を果すことは良く知られている。本論文では特異ゲージ変換で代表されるはだかの渦糸様の位相特異点を，汎函数積分の積分変数の変換の形で導入し，その輻射補正を評価した。従来この様な位相の導入の仕方は，その特異性のために発散が生じ充分な評価はなされていなかった。しかし，ここでは CP^{N-1} 模型において輻射補正を正しく考慮した場合には，位相特異点が有限の寄与をし得ることを初めと示した。この結果はハドロン物理学におけるクォークの閉じ込めの問題と関係し重要である。

我々は本来の loop 積分の紫外発散と，位相特異点の特異性に基づく発散とを分離し，前者は位相特異点の群論的性質によって，また後者は特異点に付随する δ—函数を精密に扱うこと，及び ∂^2を $4\partial_z\bar{\partial}_z$と置き換えて消去できることを示した。$\partial^2$と $4\partial_z\bar{\partial}_z$との置き換えは位相特異点間の長距離相関に位相的な起源を与える意味においても重要である。

この結果はまた，現時点で信頼性の高い近似計算法である 1/N 展開で残る。位相的励起は通常 1/N 展開で残らないとされていたが，我々の導入した位相特異的はSU(N)対称性の root diagram で特徴づけられるために寄与が残る。特に，CP^1模型の場合には長距離での有効作用が instanton 計算と一致し，興味深い。

現在ハドロンの力学(強い相互作用の理論)は SU(3)の非可換ゲージ理論と，それに minimal に結合したクォーク場からなる量子色力学(QCD)で記述されると云う考え方が一般的である。その理由は非可換ゲージ理論のもつ漸近的自由性と，くり込み可能性による。前者は Bjorken—scaling 則の理論的根拠と考えられており，また後者は理論内部の無矛盾性(計算可能性)と関係する。

QCD を解くことは非常に困難で，我々はしばしば簡単な模型を利用して，QCD のより詳しい性質を理解しようと努めている。CP^{N-1}模型はその様なモデルの一つで，複素射影空間内を運動する場の理論である。

$$L=\frac{N}{2f}\sum_{\alpha=1}^{N}|(\partial_\mu-iA_\mu)W^\alpha|^2,\quad \sum_{\alpha=1}^{N}|W^\alpha|^2=1$$

この模型は漸近的自由性，くり込み可能性，scale 不変性など，QCD と共通の多くの性質を持つ。しかし，扱う時空の次元が 2 次元であるため QCD よりは簡単である。そのため QCD を理解するために考察される様々な近似法はこのモデルでも試みられることが多い。それらのうち§2では A. D'Adda 等に従ってこの模型の 1/N 展開での性質を，また B. Bery 等に従って instanton 近似を読明し，以下の章への準備としている。

我々がこの論文で扱った問題は QCD に於ける，quark，色の閉じ込めの問題と関係する。閉じ込めの機構は未だ正確には判っていないが，現在最も有力なものは dual—Meissner 効果で

ある。Meissner 効果は超伝導状態に於ける金属には磁場Bが浸入しないという事実であった。従って，(type IIの)超伝導体中に仮想的に正，負の magnetic monopole を置けば，磁束は拡がらず，(全体の自由エネルギーが極小になる)monopole 間の最小の領域で超伝導状態がこわされ，そこを通るひも状の磁束で monopoles が結びつけられると予想される。dual—Meissner 効果では，ここで電気的なものと磁気的なものを入れ換えて得られる(であろう)状態を想定する。超伝導状態は金属中の伝導電子が Cooper pair をつくり，Bose—Einstein 凝縮した状態と理解されている。従ってハドロンの真空は恐らく monopole pair)が凝縮した状態である。その状態中に quark を入れゝば, quark 間はひも状の色電場で結ばれる。これは(例えば meson の)現象論的なモデルに非常に近い。また，電場が拡がらないため quark 間の potential はそれらの距離に比例し，quark は閉じ込められる。[この様な描像をとる一つの理由は，非可換ゲージ系には monopole 等が(古典解として)存在しうることによる。]

この描像で真空状態を扱う場合最も問題になるのは，monopole 等の凝縮の記述の仕方である。超伝導の場合には，これは電子の波動函数の二次形式からつくられる局所的な order parameter の真空期待値$\neq 0$で書かれる。しかし，monopoles には電子の場合の様な対応する場の変数がなく，集団的な励起としてのみ存在する。order parameter も局所的な演算子でない。そこで普通これは次の様に定式化される。系の分配函数は exp[−(作用函数)]を weight とする，場の様々の配位に関する汎函数積分の形に書くことができるから，その積分を計算する時に monopole の古典解を鞍点とした積分評価を行なう。若し，多くの monopole を含む解が判れば，それらを鞍点として評価した分配函数はハドロンの真空をも記述していると期待される。しかし，この方法は当然ながら，(i)古典解が判らなければ利用できない，(ii)古典解が判ったとしても，その構造は多くの場合非常に複雑で計算が困難，(iii)解が特異性を持つ場合には評価できない等々の困難がある。特に(iii)は深刻で SU(3)非可換ゲージ理論の monopole 解の場合に相当している。

我々は，特に(iii)に関連した問題の解決の方法を考察するために，§3において CP^{N-1}模型に位相特異点を導入した。monopole は位相的という特徴的な性質を持っており，monopole 強度は解の原点近傍の性質とは無関係に漸近形だけによって決まる。ハドロンの真空を考察する場合，本当に重要なのはこの位相的性質だけである。[しかし　この性質を受け持つ解の漸近形を原点に内挿した結果は必ず特異性を持ったものになるため，普通は原点付近の構造が正則化されている古典解を使う。]ここでの位相特異点は，2次元の典型的な位相的励起の漸近形だけを取り出して原点まで内挿し CP^{N-1}模型に場の位相の変換の形で導入したものである。[そのため naive には(iii)と同じ困難を伴っている。]

$$W_{\alpha}=\exp[i\sum q_{i}^{\alpha}\varphi(a_i)]W_{\alpha}^{res}$$

位相特異点は CP^{N-1}模型の SU(N)対称性の root 格子で特徴づけられる。root 格子は，root diagram を単位とする格子で，位相特異点の位相 charge q_i^{α} はこの格子上の値をとる。そのた

め，汎函数積分中の weight factor は $\exp[-k(\mathrm{const})]$ となり，$1/N$ 展開で残る。$1/N$ 展開は N が充分大きいと仮定して $1/N$ のべきで摂動計算を行なう方法で，現在（結合定数のべきによる摂動でない）非摂動論的な効果をとり入れ得る最も信頼性の高い近似計算法である。我々は，その展開の非自明な最初の寄与を評価した。

位相特異点の導入は，直観的には空間に小さな気泡の様な defect があった場合，その topology を場が読み取る効果をとり入れたものである。その効果は純古典的には全く無視できる。正確には，その古典的な（Euclid）action $\int L$ が $+\infty$ に発散するために，分配函数中の weight factor が充分小さくなり効かない。しかし，量子論的にはその気泡が非常に小さいために，fluctuation の自由度（～点の配位の自由度 $\propto \exp[\mathrm{entropy}]$）が非常に大きくなって，action の効果をうち消し，全体として有限の効果が残る可能性が常に存在する。

§4以下は，その可能性について実際に計算を行ない有限な効果が残るか否かを調べたものである。量子力学的な計算には多くの場合発散が伴なうが，その発散（loop 積分の発散）自体は特異点の特異性にはよらないので別に扱った。これは proper time 正則化の方法で分離することが可能で，計算の結果実際には位相 charge q_i^a が root 格子上にあるという理由で loop 積分の発散は存在しないことが判った。従って，発散は総て特異性に起因する。これらの発散を精密に評価するために，我々は超函数的に特異点を丁寧に扱い，結局 entropy との寄与と正確に打ち消し合うことを示すのに成功した。
得られた有効 Lagrangian は large distance では，（原点付近の構造をもつ）正確な古典解を用いた場合と CP^1 模型の場合は一致した。これは，位相的励起で本質的に重要な部分が（漸近形で与えられる）位相的な構造だけで，原点付近の構造にはよらないという認識を（a posterioriに）支持する結果である。

特異点のある位相的励起を精密に正則化して評価した論文は，これが初めてで，またここでの計算方法は QCD に於ける前記（iii）の困難を回避するための重要な提案になり得ると考えられる。

論文審査の結果の要旨

本論文は1＋1次元のCP^{N-1}模型に位相特異点を導入し，1/N展開の方法によりその輻射補正を求め，その特異性にも拘らず特異点の物理的効果は有限に求まることを示した。

論文は6章よりなり序論に次いで第2章ではCP_2^{N-1}模型における1/N展開と位相的励起について述べ，第3章では位相特異点の具体的な扱い方を論じている。第4章は本論文の主目的である輻射補正を扱っており，第5章は補正の結果得られた有効Lagrangianにつき論じている。第6章は論文のまとめである。

特異点の効果が有限な値に求まった理由は，(1)特異点の特異性に起因しない紫外発散は特異点がSU(N)root格子上の点で特徴づけられることにより消去される，(2)特異点に起因する発散は特異点に付随するδ関数，および演算子$\partial\mu^2$等を正しく数学的に扱うことにより消去されることによる。ここで用いた発散回避の方法は他の模型にも応用可能と考えられ，特にQCDにおけるクオークの閉じこめの問題等に有用であることが期待される。

本論文は場の理論における位相特異点の効果が有限になりうることを示した始めての論文であり，博士論文として充分な内容をもって判断する。

また，著者が自立して研究活動を行うに必要な高度の研究能力と学識を有することを示している。よって山岸賢吾提出の論文は理学博士の学位論文として合格と認める。