

氏名・(本籍)	しずめこうすけ 鎮目浩輔
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	理博第 1096 号
学位授与年月日	昭 和 63 年 6 月 29 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 1 項該当
研究科専攻	東北大学大学院理学研究科 (博士課程) 物理学第二専攻
学位論文題目	ブラックホールを含む二次元時空における Hawking 輻射
論文審査委員	(主査) 教 授 都 築 俊 夫      教 授 糟 谷 忠 雄 助 教 授 高 木      伸 助 教 授 柳 田      勉

## 論 文 目 次

第1章	序 論
第2章	曲がった時空上の場の量子論
第3章	Oppenheimer-Snyder モデルにおける Hawking 輻射のストレステンソル
第4章	シェルにより生成される Hawking 輻射
第5章	まとめ・今後の課題
	謝 辞
	付 録

## 論文審査の結果の要旨

ブラックホール (BH) は非常に強い重力場を持つため古典物理学の範囲ではものを吸い込むだけで出すことはありえない。ところが1974年に Hawking は重力崩壊をする星を含む曲がった時空上の輻射場に場の量子論を適用し、重力崩壊後充分時間が経つと BH の遠方に熱的なスペクトルを持つ定常的な粒子の流れが現れることを示した。これは Hawking 輻射と呼ばれ、量子効果が本質的な役割をする興味深い現象であり、また、本研究では直接には触れないが BH の熱力学の基礎になっているという点からも重要である。

これは非常に非直観的な現象であり、BH 周辺でどのようなことが起きて遠方へ粒子、即ち、エネルギーが出されるのかということや、遠方からみた輻射が、崩壊が進むに連れどの様に増加し熱的な値へ近づくのかということに興味をもたれる。これらを見るには量子場のストレステンソルの期待値を調べるのがよい。Dewitt は粒子生成が調べられたのと同じ領域、即ち遠方であつ崩壊後十分時間がたった領域での輻射のエネルギーフラックスを調べ、Hawking の結果と一致する熱的なフラックスが存在するという結果を得た (Dewitt 1975)。しかし上記の領域以外におけるストレステンソルは計算が困難なため、未だ成されていない。一方二次元に目を転じ、特にメトリックとして四次元球対称重力崩壊時空から角度の自由度を除いたものを持つ二次元時空をみるとやはり上記の領域で熱的な輻射、即ち Hawking 輻射が存在する。しかも二次元時空ではストレステンソルの計算法が Davies, Fulling, Unruh 等により与えられている。二次元と四次元の関係で現在分かっているのはどちらでも Hawking 輻射が存在するということだけである。しかしたとえ非現実的ではあっても厳密に解ける二次元モデルで詳しく調べることは、Hawking 輻射という現象を理解する上で有益と考えられる。そこで本論文では四次元の重力崩壊を記述するモデルを取りそこから角度の自由度を除去したメトリックを持つ二次元時空において、時空の全域に渡り、量子場のストレステンソルの期待値を Davies 等の公式を用いて計算した。そして特に遠方へのフラックスの時間変化、星の周辺のエネルギーの流れ等を調べた。用いたモデルは次のものである。

- (a) Oppenheimer-Snyder (O-S) モデル：球対称・一様密度・静的な星 (質量  $M$ , 半径  $R_i$ ) がある時刻から内部圧力が 0 になり自由落下崩壊するというもの。厳密に解ける重力崩壊の最も基本的なモデルである。メトリックは、星の外部は Schwarzschild 時空の一部、星の内部は、崩壊開始前の静的な領域では Schwarzschild 内部解、開始後の動的な領域では閉じた Friedmann 宇宙の一部と同じもの。
- (b) 崩壊するシェル：球対称のシェル (表面にのみ質量が集中し、内部は中空である星) が崩壊して BH を形成するもの。内部構造が O-S モデルと対照的なので表面の世界線を O-S モデルのものと同じに採って輻射を比較し、内部構造の違いがいかに現れるかを調べる為に採った。また重力場が動的な領域が星の表面のみに集中するため、解析し易いという利点もある。メトリックは、星の外はやはり Schwarzschild 時空、内部は重力場がない

め、Minkowski 時空の一部と同じ。

(c) BH に落下するシェル：これは球対称なシェルが半径  $R_i$  で静止した状態から内側にある Schwarzschild BH に落ち込むもの。BH の周りに物質が存在する場合の Hawking 輻射の様子を調べる為、最も簡単なモデルとして採った。

なお、(b), (c) の計算を行うため、一般的な二次元時空でシェルが Hawking 輻射に与える効果も調べた。

結果は次の通りである。

## 1) 遠方へのエネルギーフラックスの振舞

(a) O-S モデル：フラックスは崩壊が進むとともに 0 から単調に増加して定常値へ下から漸近していくという、素朴な直観と一致した振舞をする。特にフラックスが定常値の 1 割程度の大きさになってから、9 割程度の大きさになるまでの、過渡的な時間領域における振舞を見るとそれは星の初期半径  $R_i$  に殆ど依らない。詳しくいうと輻射が出たときの星の半径 (即ち遠方に輻射が到達したときの遅延時間における星の半径) の関数としてフラックスを見ると、その形は、 $R_i$  を変えても殆ど変わらない。これは O-S モデルではある程度崩壊すると星の表面の世界線が  $R_i$  を変えてもあまり変わらなくなることを反映していると考えられる。この過渡的領域の長さは 20 M 程度 (ここでは  $G=c=\hbar=1$  の単位系を用いている) で BH の特性時間  $2M$  に較べてかなり長い時間になっている。また崩壊開始から、エネルギー密度が定常値の半分になるまでの時間は自由落下の時間スケール  $\pi(R_i^3/2M)^{1/2}/2$  程度で、このときの (遅延時間における) 星の半径は 3 M 程度になっている。

(b) 崩壊するシェル：フラックスは(a)と非常によく似た振舞をする。

(c) BH に落ち込むシェル：シェルが落下を開始する前は、フラックスは内部の BH からの輻射にシェルによるレッドシフトがかかった値になっている。また落下して充分時間が経った後は一般論に従い定常値 (シェルが落ち込んだ分だけ質量が増えた BH からの熱輻射) に漸近していく。興味があるのはその中間の振舞であるが、落下開始とともに定常値より大きい値に不連続に増加し、その後は単調に減少して漸近していくことが分かった。

以上により、遠方へのフラックスの、定常値へいたるまでの振舞の全体像が得られた。また (b) の結果から、フラックスの振舞は内部構造のある程度の変化に対し鈍感であることが期待される。ある程度というのは、例えば O-S モデルとシェルの間にあるような構造、即ち O-S モデルで星の中心の密度を小さく、表面近くを大きくしたようなものであるが、その詳細は今後の課題である。

## 2) 星の周辺のスเตรステンソル

(a) O-S モデル

① エネルギーの流れ

星の内部：崩壊を開始する前は量子場は静的な“分極”エネルギー（重力場と同じ対称性を持つことから直観的には重力場による場の零点振動の片寄りを表すと考えられる）を持つ。開始した後はストレステンソルは，“分極”を表す部分に加え，右向き，及び左向きの輻射の存在を表す“輻射”部分を持つ。“分極”部分によるエネルギー密度は崩壊開始時には0になっている。

これより，崩壊開始時におけるエネルギー密度の連続性から星が静的なときにあった場の“分極”エネルギーは崩壊開始と共に総て“輻射”部分のエネルギーに変わると考えられる。また崩壊開始後の分極部分のエネルギー密度を見ると，崩壊が進むにつれて0から負の方向へ増大していく。これは星が場から負の圧力を受けながら収縮していくため起こると解釈される。

星の外部：外部はDaviesらにより一般的に調べられており，やはりストレステンソルは，静的な“分極”部分（それによるエネルギー密度は負。負のエネルギー密度は星の内部でも現れたが，古典物理では起こり得ない，量子効果の特徴である）と“輻射”部分（重力崩壊により生成された粒子の流れを表す）に分けられる。内部の様子と星の表面でのフラックスの連続性を考え合わせると次のことがいえる。崩壊が進むに連れ表面に“分極”部分の負のエネルギーが現れエネルギーが下がるが，下がった分のエネルギーの一部は星の内部の内向きの輻射のエネルギーに変わり，残りの部分と星の内部から出てきたエネルギーが遠方への輻射になる（星の内部から出てきたエネルギーの一部は崩壊開始前にあった静的なエネルギーが輻射のエネルギーに変わったものである）。星から出入りするエネルギーを比べると入っていく方が大きく，全体としては吸収している。吸収する量は最終的には無視できるがその前の過渡的な領域では最終値の一割程度に達している。

## ② 特異点近傍におけるエネルギー密度

星の内部：観測者が特異点に近づくにつれエネルギー密度は負で発散する。これは“分極”部分の発散による。但し表面に沿って近づく場合に限り正で発散する。これは“輻射”部分がこの場合にのみ正で発散するためである。

星の外部：特異点に近づくときやはり“分極”部分の為に負で発散する。表面に沿って近づくとき“輻射”部分の発散が起きるが，この場合は負で発散するため，全体の発散の係数は負の方向に大きくなる。

### (b) 崩壊するシェル

① エネルギーの流れ：O-Sモデルと同様の見方もできるが，より簡単に，表面を構成する左右のシェルが各々輻射を出し，両者の和が遠方へ到達すると言う，単純な描像が成り立つ事が分かった。

② 星の内部のエネルギー密度：左右のシェルが内側に出すフラックスは負になっている。このため内部におけるエネルギー密度は負。

### 3) 一般の二次元時空におけるシエルの効果

シエル上においてはエネルギーフラックスが不連続になるが、そのとびの大きさをシエルの加速度、時空のスカラー曲率等を用いて具体的に表した。また静的な時空においてはシエルが Hawking 輻射に及ぼす効果は輻射にレッドシフトを掛けることと、それ自身が輻射を出すことになるが、特に輻射の大きさを幾何学的な量で簡潔に表した。これより、シエルの場合に Hawking 輻射の見通しのよい計算法と描像を得た事になる。

## 論文審査の結果の要旨

本論文は Hawking 輻射の全体像の解明を目指したものである。重力崩壊に伴う動的重力場に起因する量子輻射 (Hawking 輻射と呼ばれる) に関する従来の研究の殆どは、崩壊末期の定常熱輻射についてのものであり、その発生から定常状態に至る全容を把握しようとする研究は、必要な計算技術が未開発のために未だ実行されていない。この方向への研究の第一歩として球対称重力崩壊を記述する四次元時空から角度方向の自由度を除いて得られる二次元時空を考え、この模型によって二次元時空における Hawking 輻射を詳細に解析した。この模型を採用する理由は、崩壊末期には四次元時空の場合と同じ温度の定常熱輻射が出ることが知られていること、および解析的に厳密な計算が可能なことである。

以下具体的内容について述べる。

まず曲がった時空上の場の量子論のレビューを行った。そのうち、本論文の計算に用いた二次元時空に於ける量子場のストレス・テンソル演算子の期待値を与える公式を公理論的に導出した部分は、論理の筋道を見通しよくし、公理と結論の関係を明確にした優れたものである。論文提出者の学力の高さを示す一例である。

本論では、重力崩壊の標準模型である Oppen Heimer-Snyder の一様密度の塵球崩壊模型および、これと崩壊物質の内部構造が対照的な球殻崩壊の場合のそれぞれについて時空全域にわたって輻射のストレス・テンソルを解析的に計算した。

まず、遠方に達する輻射については、崩壊物質の半径がその重力半径  $r_g$  の数倍になるまでほとんど存在せず、その後単調に増加し、約  $10 r_g/c$  の時間の後に定常に達することを計算によって初めて示した。Davies の先駆的仕事により、過渡輻射は  $r_g/c$  の時定数で定常値に漸近することは知られていたが、本研究でその比例定数の符号と絶対値が与えられ、かつ、この漸近領域は過渡領域のごく一部でしかないことが明らかにされた。

崩壊物質の近傍と内部のストレス・テンソルについては、その局所ローレンツ系での成分を調べ、保存則を書き下すことにより、輻射の発生機構を論じた。物質の収縮に伴い、物質表面に強い負のエネルギー領域が生じ、その分だけ解放されたエネルギーが遠方への輻射の大部分を担う。また物質内部に崩壊開始前から存在していた静的エネルギーは、崩壊開始と同時にすべて輻射に転化し、崩壊中に物質内部で発生した輻射と合わせて過渡輻射の約 10 % に寄与することを示した。ただし、内部に起因する輻射はその符号は全体として負であり、崩壊物質自体はエネルギーを吸収する。これらの事項も本論文で初めて指摘されたことである。

球殻崩壊模型を論ずる際に、その準備として、球殻を含む一般の二次元時空における輻射の理論が展開され、球殻の固有加速度や時空曲率等の幾何学量によって表された球殻による輻射の簡潔な表式を導いた。この式は平坦時空中を動く鏡による輻射の公式に似ており、Hawking 輻射をドップラー効果や重力赤外偏移動の平易な考察と合わせて表現することを可能にし、物理的直観を養う上で有用な結果であろう。この表式は球殻崩壊の他にも種々な応用の可能性を

もつが、そのひとつとして、予め存在するブラックホールに球殻が落下する場合に遠方で観測される輻射についての計算を行った。これは未だ予備的なものであるが興味深い結果を得ており、更に詳しい研究をするに値しよう。

本研究に対しては、その二次元時空模型の設定や、四次元時空における Hawking 輻射との関連など論争となる点はいくつかあるが、この分野自体が新しく開かれつつある研究分野であり、本研究の如き勇敢な試みが新しい地平線を切り開いてゆくものである。しっかりしたレビューに立脚して、二次元時空模型についての詳細な研究をした本論文は、冒頭に掲げた目標への第一歩として評価できる。

本研究は論文提出者が主体的に行ったものであり、自立して研究活動を行うに必要な高度の研究能力と学識を有することを示している。よって、鎮目浩輔提出の論文は理学博士の学位論文として合格と認める。