氏名・(本籍)	手塚明則（てづか あきのり）
学位の種類	理学博士
学位記番号	理博第 1153 号
学位授与年月日	平成 2 年 3 月 28 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 1 項該当
研究科専攻	東北大学大学院理学研究科 (博士課程) 原子核理学専攻
学位論文題目	弦理論における高次散乱振幅の構成
論文審査委員	(主査) 教授 板橋清己　教授 吉村太彦 助教授 秋葉巴也

論文目次

論 文 内 容 要 旨

近年，重力を含む統一理論の候補として，超弦理論が精力的に研究されてきた。その最も注目すべき特徴の1つは，1-loop までの範囲で，発散の無い重力理論となっている事であるが，その高次 loop 散乱振幅の性質については，よく分かっていない。そこで，任意の次数の loop 散乱振幅の一般的性質を統一的に調べる事が，超弦理論の有限性，及び無矛盾性を考える上で重要な問題となる。

一方，超弦理論より単純な弦模型として，ボーズ弦理論がある。ボーズ弦模型は，boson 的な自由度だけから成り，取り扱いが容易であるが，そのままでは現実的な理論となり得ない。しかし，ボーズ弦を記述する力学的自由度は，そのまま超弦理論でも現れ，また，その他の多くのボーズ弦の特徴も，超弦理論に引き継がれる。このため，ボーズ弦理論における議論は，比較的容易に超弦理論に拡張可能であり，その解析は，超弦理論に対する有用な示唆を与えると考えられる。

以上の様な見地から，我々は，BRST 不変な演算子形式に基づいて，まずボーズ弦の，次いで超弦の g-loop N-弦散乱振幅を構成し，その一般的性質を調べた。

弦理論は，弦の軌跡の成す2次元面上の座標を用いることによって，2次元の共形不変な場の理論（CFT）と見る事ができる。CFT では，散乱振幅は，より単純な散乱振幅の積に分解されるという性質がある（factorizability）。この性質を基礎として任意の散乱振幅を与える規則を Feynman-like 規則（FLR）という。我々が採用する FLR での基本単位は，3弦vertex $(V^3|$ 及び propagator $|P)$ である。$(V^3|$ では，外線として3本の弦の状態が bra-vector として表され，$|P)$ では，2本の弦の状態が ket-vector で表される。

ボーズ弦の g-loop N-弦散乱振幅 $(V^{g,N}|$ は，これらの積を取る事（sewing）により与えられる。物理的粒子に対する散乱振幅 $A_{g,N}$ は，$(V^{g,N}|$ において，外線を対応する物理的状態に置く事によって与えられる：

$$(V^{g,N}| = \prod_{i=1}^{2g-2+N} \prod_{i=1}^{3g-3+N} (V_i^3 | P_i), \quad A_{g,N} = (V^{g,N}| \prod_{s=1}^{N} |phys>_s$$

Feynman 規則と違い，FLR では各 loop 散乱振幅は1つのグラフだけ計算すれば良く，$A_{g,N}$ はその構成の方法に依らない（双対性）。

BRST 量子化においては，ボーズ弦は，弦の位置座標 X^μ と，fermion 的 ghost b, c によって記述される。bc-ghost 系は，boson 化する事により，背景荷電 $Q=-3$ を持つ1つの boson 場 σ によって記述される。背景荷電は，通常の boson 場に対しては，$Q=0$ で，共形変換に対する変換性の違いを記述する量である。

$(V^3|$ 及び $|P)$ は，これら2つの boson 場の寄与を合わせて，

$$(V^3| = \langle V^3{}_X| \langle V^3{}_\sigma|, \quad |P) = \int \frac{dx}{x(1-x)} \oint_{C_0} \frac{d\zeta}{2\pi i} \zeta(1-\zeta) b(\zeta) |P_X\rangle |P_\sigma\rangle$$

と書かれる。ここで，$b(\xi)$の存在は，BRST 不変な相互作用の記述における，ghost 数の保存則より要求される。ξについての周回積分は，$|P)$が記述する弦の時間発展の結果，生ずる円柱面の周りを回る。$(V^3_f|$ はBAST変換に対して不変，$|P)$ はxの全微分を除いて不変であり，従って，sewing の結果得られる散乱振幅は BRST 不変となる。

$(V^{g,N}|$を構成する過程で，我々は，handle 演算子を導入する。この演算子は，物理的には，1-loop 2-弦散乱について，2本の弦を時刻$+\infty$及び$-\infty$に固定した散乱振幅という意味を持つ。handle 演算子は，2本の外線を1本の弦の時間発展と捉える事によって，単独の弦の理論に loop 効果を取り入れる演算子と考える事が出来，有効理論の構成のためにも有用であると期待されている。

我々は，FLR に基づいて handle 演算子を具体的に構成し，それが種数1の Riemann 面上の幾何学的な諸量によって特徴づけられている事を示した。すなわち，handle 演算子を構成する sewing により，合成関数として1次分数変換 $T(z)$が現れるが，これを生成元とした1次分数変換群で Riemann 球面を類別する事により，商空間として，種数1の Riemann 面が構成できる。これを，Schottky 表示による Riemann 面の表現という。hamdle 演算子は，こうして定義された Riemann 面に関する周期行列，第1 Abel 積分，prime 形式，Riemann のϑ関数，Riemann のΔ定数，及び被覆空間における$\frac{g}{2}$--微分形式（$g=1$）を用いて表される。また，$|P)$に含まれる変数xは，Riemann 面の複素構造を表す moduli 変数となる。我々は，これらの幾何学量を数学的定義に従って求め，それらが handle 演算子に含まれる量と一致することを示した。handle 演算子において，bc-ghost 系からの寄与に特徴的なのは，演算子を引数として含んだϑ-関数が因子として現れる事，背景荷電に比例する形で，Δ定数及び$\frac{g}{2}$--微分形式が現れることである。後者は，物理的には，bc-ghost 系における，共形異常項の存在を反映している。

g-loop handle 演算子は，g個の handle 演算子の積として与えられる。sewing は，boson 場X^μ及びϑに対する Gauss 積分となり，g-loop handle 演算子は，1-loop のそれと同じ形を持つ事が分かる。この時，1-loop handle 演算子を特徴づけていた幾何学的諸量が，それぞれ種数gの Riemann 面上のそれらに置き換わる。

物理的状態に対するg-loop N-点散乱振幅は，以下の様にして構成される。外線を物理的状態に置く事はX^μ場については対応する点粒子の vertex 演算子の挿入，σ場についてはc-ghost の挿入に対応しており，これらの演算子に対する種数gの Riemann 面上の相関関数は，g-loop handle 演算子と各演算子の縮約によって与えられる。一方，$(3g-3+N)$個の$|P)$に由来する，周回積分を伴ったb-ghost の挿入と，moduli 変数xに関する積分が存在する。b-ghost 場に関する周回積分の内，$(N-1)$個の積分は，積分路を変形して，外線のc-ghost による極の留数を拾うことによって実行できる。この結果，$A_{g,N}$は次の4つの部分から成る事になる。すなわち，(1) X^μ場に対する，N個の点粒子の vertex 演算子に対する相関関数，(2)$(3g-2)$個のbと，1個のcに対する相関関数，(3) bの挿入点についての$(3g-2)$個の周回積分，(4)

$(3g-3)$ 個の moduli 変数と，N 個の外線の位置についての積分，である。特に，$g=1$ の場合については，(3)の周回積分は簡単に実行出来，良く知られた1-loop 散乱振幅を与える事が確かめられる。

一方，超弦理論では，ボーズ弦に現れる自由度 X^μ 及び b, c の他に，fermion 的座標 Ψ^μ 及び boson 的 ghostβ, γ が現れる。FLR は，ボーズ弦の場合に対し，Ψ^μ 及び β, γ の自由度に関する部分を付加することによって構成される。sewing は，boson 化を利用することによって，同様に行う事ができる。

この際，問題となるのは，$\beta\gamma$-ghost 場の取り扱いである。BRST 量子化においては，超弦の相互作用の記述の上でも，$\beta\gamma$-ghost 場の boson 化（vertex 演算子による記述）が不可欠である。この時，Hilbert 空間の拡大が行われるため，本来の自由度 β, γ の Hilbert 空間への射影が必要になる。

我々は，g-loop 振幅において，この様な射影の方法を初めて与えた。我々の方法では，各 loop に対して，boson 化に伴って現れる fermion 場の 0 -mode 及び，いわゆる picture 自由度を，同時に固定する。この射影を行う事により，$\beta\gamma$-系の相関関数が与えられる。我々の構成法によって，相関関数における Riemann-Roch 指数定理の見かけ上の異常，非物理的極の存在の理由が明らかになった。

以上の結果を踏まえて，超弦の FLR が定式化される。3 弦 vertex 及び propagator には，場 Ψ^μ 及び β, γ の寄与が加わる。そして，上に述べた射影のために，各 loop ごとに projector の挿入が必要である。また，ボーズ弦の場合の b-ghost の挿入に対応して，picture 変換演算子 Y の挿入が付け加わる。

我々の規則に特徴的なのは，Y の挿入を，各 3 弦 vertex に行う事である。一方，我々の方法では，超弦の散乱振幅における中間状態の構造が，至る所明らかである。Y のこの様な挿入に対し，propagator に流れ得る状態を解析することにより，有限性を初めとする，散乱振幅の様々な性質が明らかになると期待される。

論文審査の結果の要旨

重力も含むすべての基本粒子相互作用の統一理論の有力候補として超弦理論が注目されている。特に，超弦理論は1-loop近似まででは発散のない理論であって，これは重力理論としては他に例のないすぐれた特徴である。従って，この性質が高次近似でも保たれているか否かという「有限性」の問題は超弦理論にとって非常に重要な意味を持つ。しかし，この理論における従来の計算法をそのまま高次まで拡張することは非常に複雑で，その結果を用いて「有限性」等の問題を解析することは極めて困難であった。

手塚明則提出の論文では，任意loop数の，かつ任意個数の弦同士の高次散乱振幅の，演算子形式による新しい明快な構成法を開発し，更にその具体的な表式を与えた。

この論文では，散乱振幅としては，そのN本の外線の各々が弦の全振動モードを総合したヒルベルト空間に相当するものを考えた。これをN「弦」散乱振幅と名づける。これに対して従来のものは，外線が弦の個々の振動モードに対応するN「点」振幅である。N「弦」振幅を考えたことにより，それらを重ね合わせて高次振幅を作ること，及び散乱の中間状態の解析が非常にやりやすくなった。そのため，この結果は「有限性」問題等の解析の有力な武器となることが期待される。

本論文では，まずボーズ弦につき，次いで超弦につき一般の高次散乱振幅の構成法を示した。その表式としては，3弦vertexとpropagatorを用いるもの，及び弦放出演算子を用いるもの，の二通りのものを与えた。途中の議論は非常に複雑であるが，結果はすべて2次元リーマン面の幾何学で知られている諸量に対応のつく形で，逆にそのことがこの結果の正しさを示している。従来の方法でも計算可能だった部分については，本論文の結果は従来のものと完全に一致する。

高次loop振幅の計算では，ゲージ固定に伴うゴースト場の取扱いが重要である。特に超弦の場合には，そのゴースト場の首尾一貫したボゾン化法は本論文で初めて開発された技法であり，その結果一般の高次振幅の計算が達成されることになった。

本論文で得られた知見は，超弦理論の有限性問題への武器となるだけでなく，近年関心の高まっている2次元共形場理論一般への応用の可能性も考えられる。

以上のように，本論文は著者が自立して研究活動を行うに必要な高度の研究能力と学識を有することを示している。よって手塚明則提出の論文は理学博士の学位論文として合格と認める。