| | |
|---|---|
| 氏名・(本籍) | 太田琢也(おおた たくや) |
| 学位の種類 | 理学博士 |
| 学位記番号 | 理博第1189号 |
| 学位授与年月日 | 平成2年11月28日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第5条第1項該当 |
| 研究科専攻 | 東北大学大学院理学研究科<br>(博士課程) 数学専攻 |
| 学位論文題目 | Nilpotent orbits of the classical symmetric pairs<br>(古典的対称対の巾零軌道) |
| 論文審査委員 | (主査)<br>教授 堀田良之　教授 加藤順二<br>教授 小田忠雄 |

# 論文目次


序

第1章　ある種の対称対における巾零軌道の閉包の特異点

第2章　古典型実リー環の可容巾零軌道の分類

第3章　古典型対称対の巾零軌道の閉包とその特異点

# 論 文 内 容 要 旨

## 前書き

複素単純リー環の巾零多様体の生成的特異点は，ブリスコーン・スロードウィにより決定され，単純リー環と，有理二重点との間の見事な対応があることが指摘された。次いで，クラフト・プロツェジは，古典的リー環の巾零軌道の閉包の生成的特異点を決定した。その手段として，彼らは巾零軌道の閉包のそれに含まれる軌道における特異点は，本質的に対応するヤング図形の退化の最も簡約化された退化によって決定されることを示した。

一方，コスタント・ラリスは，対称対に付随するベクトル空間の軌道構造に関するいくつかの結果を得ている。関口はブリスコーン・スロードウィの理論の対称対への一般化を試み，「対称対の巾零多様体の生成的特異点を決定せよ」と云う問題を提出している。

生成的特異点を決定するためには，先ず，巾零軌道の分類及びその閉包の包含関係を決定することが必要となる。本論文の第一の目的は，このことを古典型対称対に対して実行し，これを用いて，クラフト・プロツェジの結果の一般化を与えることである。

又対称対と実リー環の間には自然な対応があり，関口によって，１つの対称対の巾零軌道の集合と対応する実リー環の巾零軌道の集合の間には自然な全単射があることが知られている(以下，この全単射を関口の全単射と呼ぶ)。関口，ボーガン等によりこの全単射は閉包の包含関係を保存するであろうと予想されている。

本論文の第二の目的は，この予想が古典型対称対については正しいことを示すことである。

一方，デュフロにより，実リー環上の線形形式が可容であると云う概念が導入されている。ボーガンは，可容巾零軌道が実リー群のユニタリ表現を分類する上で重要であろうことを指摘している。

本論文の第三の目的は，古典型実リー環の可容巾零軌道を分類することである。

## 第一章　ある種の対称対における巾零軌道の閉包の特異点

この章では (AI), (AII) 型対称対を扱う。

この場合，付随するベクトル空間の巾零軌道は古典型リー環の場合と同様にヤング図形を用いて分類される。又，巾零軌道の閉包の包含関係は，これも古典型リー環の場合と同様のヤング図形の順序を用いて記述される。更にクラフト・プロツェジの結果の類似が，この２つの型の対称対についても成り立ち，巾零軌道の閉包の生成的特異点が決定される。又，クラフト・プロツェジの方法を用いて，(AII) 型対称対のすべての巾零軌道の閉包が正規代数多様体であることも判る。

## 第二章　古典型実リー環の可容巾零軌道の分類

この章では，古典型実リー環の可容巾零軌道を決定する。

シュワルツにより，実リー環の巾零軌道が，可容であるための必要十分条件が，関口の全単射を通じて，対応する対称対の巾零軌道の言葉で記述されている。従って，対称対の可容巾零軌道を決定すればよいことになる。

(AI), (AII) 型対称対についは，比較的簡単にすべての巾零軌道が可容であることが判る。それ以外の古典型対称対の可容巾零軌道を決定するために，先ず巾零軌道の分類が必要になる。これはab-図形と云う図形を用いて成される。ここでab-図形とは，ヤンズ図形の各ブロックを，横にはaとbが交互に並ぶように置き換えた図形のことである。これを用いて，巾零軌道が可容であるための必要十分条件がab-図形の言葉で記述される。

## 第三章　古典型対称対の巾零軌道の閉包とその特異点

この章では，(AIII), (BDI), (DIII), (CI) 及び (CII) 型対称対を扱う。これらの対称対の巾零軌道は，第二章により，ab-図形を用いて分類される。ab-図形の集合には自然な順序を入れることができ，この順序によって巾零軌道の閉包の包含関係が記述される。古典型実リー環の巾零軌道の閉包の包含関係は，ジオコビッチにより決定されている。関口の全単射を具体的に調べることにより，ジオコビッチの結果と合わせて，古典型の場合，関口の全単射は閉包の包含関係を保存することが判る。

又，関口の結果と合わせて，古典型対称対の巾零多様体の生成的特異点はアーノルドの単純特異点であることが判る。

一方，クラフト・プロツェジの古典型リー環に対する巾零軌道の特異点の簡約化定理，及びその (AI), (AII) 型対称対への拡張（第一章の結果）は，ヤング図形の退化の簡約化によって特異点が決定されることを主張しているが，この結果は，巾零軌道がab-図形により分類される対称対 (AIII)-(CII) についても自然に拡張されることが判る。

# 論文審査の結果の要旨

1970年前後，グロタンディークの問題を受けてブリスコーンは複素単純リー環の巾零多様体と有理２重点との美しい対応を発見した。

一方，70年代には，代数群ないしリー環（およびその展開環）の表現論において，巾零軌道の代数幾何学的構造,特にその閉包の特異点の構造が強く興味をひき,その詳細な研究が始まった（スプリンガー，スロードウィ，ジョゼフ，ルスティーク，プロツェジ，クラフト，ヴォーガン，関口，堀田)。

本論文は，その流れの延長上にあって，古典的対称対における巾零軌道に関する様様の問題を解決したものである。

対称対と実半単純リー環は自然に対応しており，実リー環の種々の問題は対称対のそれに置き換えられる。従って，本論文は古典型実半単純リー環の対応する問題についても数多くの知見を与えている。

本論文において，太田はまず巾零軌道をab図形という組合せ論的なオブジェクトで分類し，その閉包の特異点の決定を行っている。これは先に掲げたクラフト・プロツェジの結果の拡張を与えている。特に，その生成的特異点がアーノルドのＡ型，Ｄ型単純特異点に限るという結果は興味深い。

次に，ユニタリ表現論におけるヴォーガンの問題を古典型リー環に対して解決した。これは，巾単表現の決定（未解決）にあたって，可容巾零軌道という概念が基礎的であるとするヴォーガンのプログラムがあり，本論文は古典型の場合この可容軌道を分類している。この結果は将来重要な応用を生み出すものと期待される。

最後に，先に触れたように対称対と実半単純リー環は自然に対応しているが，また，それぞれの巾零軌道も１対１対応をもっている(関口の対応)。本論文は，古典型の場合，この対応が閉包関係という順序を保っていることを証明した(関口の予想)。この結果は，既約表現の随伴多様体の決定に重要である。

以上の如く，本論文は既に内外の強い注目を浴びており，その著者が自立して高度な研究を行う能力を十分示している。よって，太田琢也提出の論文は理学博士の学位論文として合格と認める。