

氏名・(本籍)	おおにしこうじ 大西浩次
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	理博第1284号
学位授与年月日	平成4年11月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科専攻	東北大学大学院理学研究科 (博士課程)物理学第二専攻
学位論文題目	一様加速度系から見た真空雑音の熱的性質と境界効果
論文審査委員	(主査) 教授 立木 昌 教授 都築 俊夫 助教授 高木 伸

論 文 目 次

- 1 序論
 1. 1 Rindler 観測者
 1. 2 Rindler 雑音
 1. 3 熱化定理
 1. 4 本論文の動機, 目的そして成果, 及び構成
- 2 Rindler 雑音と熱化定理
 2. 1 Rindler 雑音の熱的性質
 2. 1. 1 Minkowski モードによる量子論
 2. 1. 2 真空雑音と Rindler 雑音の定義
 2. 2 一様加速系での場の量子論
 2. 1. 1 Rindler 座標系と一様加速系
 2. 2. 2 Rindler Hamiltonian の定義
 2. 3. 3 Rindler モードと Rindler Hamiltonian の対角化
 3. 3 Minkowski Bessel (MB) モードの性質

- 2. 3. 1 MBモードの定義
- 2. 3. 2 MB粒子とMinkowski粒子
- 2. 3. 3 MBモードとRindler Hamiltonian
- 2. 4 熱化定理
- 2. 5 Rindler雑音と熱化定理の関係
- 3 Rindler 雑音に対する境界効果
 - 3. 1 境界のある時空での Rindler 雑音
 - 3. 1. 1 境界のある時空での Wightman 関数
 - 3. 1. 2 Rindler 雑音に対する境界効果
 - 3. 2 境界効果の物理的描像
 - 3. 2. 1 モードごとの Rindler 雑音への寄与
 - 3. 2. 2 Minkowski モードによる物理的解釈
 - 3. 3 第3章のまとめと議論
- 4 境界がある時空での「熱的量子相関」
 - 4. 1 境界のある時空での MB モード
 - 4. 1. 1 空間の並進対称性について
 - 4. 1. 2 境界がある場合の MB モード
 - 4. 1. 3 MMB 粒子
 - 4. 2 境界のある時空での「熱的量子相関」の変更
 - 4. 2. 1 MMB 粒子と Rindler 粒子
 - 4. 2. 2 慣性真空期待値
 - 4. 3 原点に境界がある時の「拡張された熱化定理」
 - 4. 3. 1 原点に境界がある時のMMBモードと Rindler モード間の Bogoliubov 係数
 - 4. 3. 2 原点に境界がある時の「熱的量子相関」の変更
 - 4. 4 「熱的量子相関」と Rindler 雑音
 - 4. 5 第4章のまとめ
- 5 境界効果の観測可能性
 - 5. 1 単位時間あたりの Rindler 雑音
 - 5. 2 有限時間効果
 - 5. 3 境界効果
 - 5. 4 Rindler 雑音に対する境界効果の観測可能性
 - 5. 5 第5章のまとめ
- 6 2次元ゼロ質量場における Rindler 雑音と境界のある時空での「熱的量子相関」
 - 6. 1 2次元ゼロ質量スカラー場での Rindler 雑音
 - 6. 1. 1 Wightman 関数を使った方法による Rindler 雑音

- 6. 1. 2 2次元に於けるモードごとの方法による Rindler 雑音 (その1)
- 6. 1. 3 2次元に於けるモードごとの方法による Rindler 雑音 (その2)
- 6. 2 2次元ゼロ質量場に於ける熱化定理
 - 6. 2. 1 MM モードの定義
 - 6. 2. 2 MM 粒子と Minkowski 粒子
 - 6. 2. 3 2次元ゼロ質量場の Rindler モード
 - 6. 2. 4 MM モードと Rindler モード
- 6. 3 境界がある時空での「変更された熱的量子相関」
 - (2次元ゼロ質量場の場合)
 - 6. 3. 1 境界がある時空での MM モード
 - 6. 3. 2 MMM モード
 - 6. 3. 3 MMM 粒子モードと Rindler 粒子
 - 6. 3. 4 慣性真空期待値
- 6. 4 原点に境界がある時の「拡張された熱化定理」
 - 6. 4. 1 原点に境界がある時の MMM モード
 - 6. 4. 2 原点に境界がある時の「拡張された熱化定理」
- 6. 5 「変更された熱的量子相関」と Rindler 雑音

7 終章 まとめ, 論議とこれからの展望

謝辞

Appendix 2 A 熱雑音について

Appendix 2 B Rindler モードの正規直交性について

Appendix 2 C MB モードの性質

Appendix 2 D MBモードと Rindler モード

Appendix 2 E MBモードの物理的意味

Appendix 3 A 変形 Bessel 関数の性質

Appendix 4 A MMB モードの正規直交性について

Appendix 4 B 慣性真空期待値の計算

Appendix 4 C 原点に境界がある時の MMB モードと Rindler Hamiltonian

Appendix 4 D モードごとの方法による Rindler 雑音

Appendix 6 A MM モードの性質

Appendix 6 B MMM モードの正規直交性

Appendix 6 C 慣性真空期待値

Appendix 6 D Rindler Hamiltonian

Appendix 6 E モードごとの方法による Rindler 雑音

参考文献

論 文 内 容 要 旨

「Minkowski 時空 (t, x) を一様加速運動している観測者 (Rindler 観測者) の見る量子場の真空雑音 (Rindler 雑音) は, 有限温度の熱浴中の慣性運動観測者の見る熱雑音と同じである。」 (Hawking-Unruh 効果) ということが知られている (1. 1)。(以下 () は, 博士論文の章・節を表す事にする。) ここで, 真空雑音とは, 慣性真空における量子場の 2 点相関関数であり, Rindler 雑音とは, 一様加速度運動の世界線に沿った真空雑音の強度スペクトルで定義される。この Rindler 雑音は, 量子場と線形に相互作用している内部自由度を持つ系 (測定装置) の内部準位間の遷移確率に直接関係づけられる物理量である。

この Rindler 雑音の「熱的性質」(2. 1) をより深く理解するために, 熱化定理 (2. 4) の内容にその理由を求めてみる。すなわち, 「量子場を考えると, その真空 (慣性真空) 状態は, Rindler 観測者側からみると, (Thermo-Friend Dynamics で云う) 熱真空状態に等しい。これは領域 R_+ (i. e. $x > |t|$) の Rindler 粒子と領域 R_- (i. e. $x < -|t|$) の Rindler 粒子の特殊な量子相関 (本論文では, 「熱的量子相関」と呼ぶ) の結果である。」と云う熱化定理の主張から, 「領域 R_- の Rindler 粒子が TFD に於けるチルド自由度 (熱浴的自由度) の役割をしている。」ということがわかる。

そこで, Rindler 雑音が「熱的性質」を持つ事と Minkowski 真空状態が領域 $R_+ - R_-$ の Rindler 粒子間の特殊な量子相関状態であるとの事との関係をより明確に理解するために, 領域 R_- の場の (物理的) 自由度を境界 (条件) を置くことで物理的に消去したとき, Rindler 雑音がどの様に振舞うか調べた。(図参照)

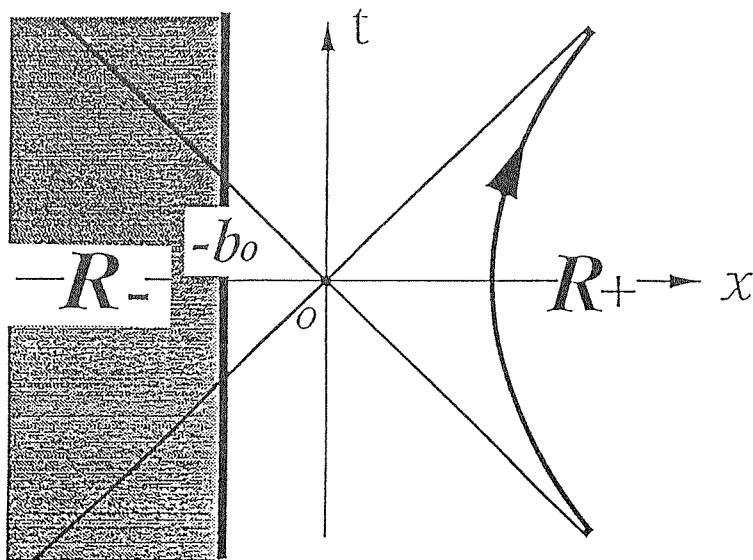


図 Rindler 観測者と静的境界のある時空

具体的には、静的境界のある平坦時空での Rindler 雑音に対する境界効果を次の方法で調べた。

- (i) Rindler 観測者の世界線に沿った 2 点相関関数を求め、その強度スペクトルとして Rindler 雑音を直接計算すること (3. 1)
- (i) Minkowski モード間の干渉が分かるような定式化をして、Rindler 雑音を (直接) 計算すること (3. 2)
- (ii) 境界のある時空での「熱的量子相関」の変更を調べ (4. 2)
- (ii) 「変更された熱的量子相関」を使って、Rindler 雑音を計算し Rindler 粒子の量子相関の効果を明らかにする (4. 4)

最初の段階として、(i)の方法にて、Rindler 雑音に対する境界効果を調べた (3. 1)。ここで、Rindler 雑音を境界が無いときの熱的性質の項 (「熱的項」) と境界効果を表わす「境界効果項」に分けて見ると、この境界効果項は、予想された性質「境界の位置を遠ざけるにつれて小さくなり、無限に遠くの極限で、完全に消える。」以外に、意外とも云える特異的性質「境界の位置を原点に近づけるにつれ、完全に消える。」を持っていることを見つけた。ここで、意外と云うわけは、「領域 R_- の自由度を消去するために静的境界を置く」という本研究の動機からみると、境界を原点におくことは、 R_- の自由度をちょうどすべて消去した事に対応するため、「熱浴的自由度」が全く無く、Rindler 雑音は「熱的」とは全く異なるであろうと予想されるからである。この境界効果項の特異な性質を理解するために、(i)の方法にて境界効果を項を調べた (3. 2)。すなわち、 n -次元有限質量カラー場での Rindler 雑音を、Minkowski モードの各波数ごとの Rindler 雑音への寄与の仕方を計算することで調べた。その結果、境界があることに依って生じた Minkowski モードの (加速度方向成分) 波数 k と $-k$ の対の干渉から来ていることが分かった。特に、この境界効果項の特異な性質は、相関を持っているいろんな波数 ($|k|$) 対による寄与の特殊な形の干渉ということで説明できた。

ところで、境界を原点に置き R_- の自由度を完全に消去したにも関わらず、Rindler 雑音が「熱的」になることの理由を、(ii)の方法、すなわち、Rindler 粒子間のどのような相関が Rindler 雑音に寄与しているかという観点から調べてみた (4. 2)。まず、境界があるとき「熱的量子相関」がどのように変更を受けるか、すなわち、慣性真空状態が Rindler のどの様な量子相関状態であるかを調べた。ここで、Rindler 粒子は、Rindler 観測者群の固有時に関して単振動的な Rindler モード (2. 2) によって定義されている。いま、境界がある時空での慣性モードと Rindler モード間の Bogoliubov 係数の計算の困難を、Minkowski-Bessel モード (Bessel 関数の Lorentz 時空版) (2. 3) を境界のある場合に拡張したモードを導入 (4. 1) する事によって克服し、その結果、任意の境界位置 (ただし $x = -b_0 < 0$) の場合の Rindler 粒子数等の慣性真空期待値の表式を得た (4. 2)。

n -次元有限質量スカラー場を考え、境界が $x = -b_0$ にある時の慣性真空状態を $|O_B\rangle$ 、領域 R_+ の Rindler 粒子を b_q ($q = (\nu, k)$) とすれば、Rindler 粒子数演算子の慣性真空期待値は、 $\langle O_B | b_q^+ b_q | O_B \rangle = \langle O_B | b_q^+ b_q | O_B \rangle_M + \langle O_B | b_q^+ b_q | O_B \rangle_B$ 、ここで、 $\langle O_B | b_q^+ b_q | O_B \rangle_M$

は Minkowski 真空期待値 $\langle O_M | b^+_{q'} b_{q'} | O_M \rangle$ と一致する部分であり、境界による補正項を $\langle O_B | b^+_{q'} b_{q'} | O_B \rangle_B$ と表した。この補正項は、境界の位置を原点にすると消えてしまう。さらに $\langle O_B | b^+_{q'} b_{q'} | O_B \rangle_B$ は、ゼロではなく、境界を原点におくと $\langle O_M | b^{(+)}_{q'} b^{(-)}_{q'} | O_M \rangle$ に一致する。ここで、 $b^{(+)}$ 、 $b^{(-)}$ は、境界が無いときの領域 R_+ 、 R_- に局在している Rindler 粒子である。

これらの慣性真空期待値は、慣性真空状態がいろんな Rindler 粒子の相関状態である事を反映している。これを「変更された熱的量子相関」と呼んだ。特に境界の位置が原点 ($b_0=0$) の時に、慣性真空状態がどのような量子相関状態であるか判った (4. 3)。これは、境界の無いときの熱化定理と同じ数学的構造を持っているので、特に、「拡張された熱化定理」と呼んだ。すなわち、Rindler 粒子 b_q ($q = (\nu, k)$) に対して、 $b_q(\nu, -k)$ が熱浴的自由度に (逆に、 b_q に対して、 b_q が熱浴的自由度) 対応し、従って、観測する自由度を制限 (例えば b_q のみに着目) すれば、TFD と同じ構造となる。すなわち、上述の相関の構造を境界の無いときの熱化定理と対応づけると、 $b^{(+)}_{q'}$ を b_q と対応させれば、 $b^{(-)}_{q'}$ は b_q に対応していることが判る。

次に、これら「変更された熱的量子相関」を使って、Rindler 雑音を求め (4. 4)、Minkowski モードより求めた (方法(i)) 結果と一致することを示した。すなわち、境界効果項は、Rindler 粒子数演算子の真空期待値 $\langle O_B | b^+_{q'} b_{q'} | O_B \rangle$ の補正項の寄与から来ていることが分かった。一般に b_a と b_q は Rindler 雑音に独立するので、特に境界が原点の場合は、上の TFD 的構造を反映して、Rindler 雑音は「熱的性質」を持つ。

ところで、2次元ゼロ質量スカラー場の取扱い方は特殊なため、改めて調べ直し、Rindler 雑音の境界効果項の持つ特異な性質が、この場合にも成立すること (6. 1) を示した。また、この場合の「変更された熱的量子相関」を明らかにし (6. 3)、Rindler 雑音の境界効果項との対応を明らかにした (6. 5)。以上により、境界効果項の性質が、考えている時空の次元や場の質量の有無に関わらない性質である事を示すことができた。

補足として、原理的観測との関係を考察した(5)。境界がある場合、一様加速度運動の世界線に沿った場の2点相関関数は定常的ではない。そのため、単位時間あたりの Rindler 雑音を定義し直す必要がある。まず、5章で、測定装置のスカラー場との相互作用のスイッチング係数を導入した。このとき、エネルギーと観測時間の不確定性のため境界が無いときでも単位時間あたりの熱的項に対する補正項があり、これを有限時間効果項と呼んだ。次に、原点に境界があるときについて、単位時間あたりの Rindler 雑音への境界効果項の寄与を、有限時間効果に注意しながら調べた。そして、境界効果項を有限時間効果項と充分分離して原理的には観測できることを示した。

論文審査の結果の要旨

「一様加速度運動をする物理系，例えば原子，にとって，真空は熱浴に見える，その温度は固有加速度の大きさのプランク定数倍に比例する」という理論的予測がある。つまり，原子が各エネルギー準位に見いだされる確率は上述の温度に対応するボルツマン因子で決定されることになる。真空中といえども電磁場の零点揺らぎが原子に対して一種の雑音として働くが，特に一様加速度系から見た場合のそれはリンドラー雑音と称され，これが上述の意味での熱的性質を持つ訳である。この性質は，Thermo-Field Dynamics (TFD) に類似の見方で以下のように解釈できる。正の一様加速度の世界線群に共通な固有時に関して一定の周波数で振動する電磁波モードが考えられる。これに付随する「光子」は正リンドラー粒子と呼ばれる。同様に，負の一様加速度に対応する負リンドラー粒子が定義される。通常の真空状態は，正負のリンドラー粒子が対ごとに相関した状態になっており，正の一様加速度で運動する原子は正リンドラー粒子を吸収して励起される。実は，負リンドラー粒子は因果的に離れた領域に局在しているので，その自由度をあらかじめ消去してよく，その結果，真空状態が正準母集団に還元されるという訳である。

本論文は，空間に静止した「壁」の存在する状況を設定し，場の零点揺らぎの変化が，上述の熱的性質およびTFD的解釈に如何なる変更をもたらすか，という問題を研究した。但し，本質を損なわぬ単純化として，電磁場をスカラー場で置き換えた。まず，壁の存在によってリンドラー雑音の被る変化高，即ち「境界効果項」の解析的表式を閉じた形で導出した。そして，壁を無限遠方に遠ざけた極限では境界効果項が消える，という予想を確認した。一方，加速度の大きさで決まる特別の位置（以下これを原点と呼ぶ）に壁を置いた場合にも境界効果項が事実上消失すること，即ち，エネルギー差が零でない準位間の遷移を問題にする限り，冒頭に述べた温度での詳細約合が成立すること，を見いだした。次に，この意外な結果を理解すべく，上とは別の計算方法により，境界効果項を場の各固有モードの寄与の和として表現し直した。つまり，各寄与が壁での反射による干渉の特徴を表す二つの位相因子に比例すること，第一の因子は壁の位置に依存し，第二の因子は原子が当該モードの波に追いつく時刻に依存する，を示した。そして，一様加速度運動の世界線の対称性を反映して，壁を原点に置いた場合そしてその場合に限り，位相因子が特別な対称性を持ち，すべてのモードについて積分すると零になることを明らかにした。更に，TFD的構造が壁の存在によってどのように変更されるかを論じた。この問題は，通常的光子とリンドラー粒子との間のボゴリュウボフ変換の問題に帰着されるが，複雑なため，見通しを良くすべく数学的道具立てを整備した。これを用いて正リンドラー粒子数の真空期待値の一般的表式を導いた。そして，リンドラー雑音の上述の性質をリンドラー粒子という描像に基づいて再導出した。特に壁に原点を置いた場合には，真空状態をリンドラー粒子で表現することにも成功した。即ち「真空は，運動量の壁面に平行な成分が正のリンドラー粒子と負のそれとが，境界のない場合と同じ形式で相関している状態である」ことを示した。リンドラー雑音に対しては，これらの正負の運動量のリンドラー粒子が独立に寄与するので，結局，「詳細約合の成立という意

味での熱的性質は、この場合にも TFD 的観点から保証される」ということが示された訳である。

本論文は、その著者が自立して研究活動を行うに必要な高度の研究能力と学識を有することを示している。よって、大西浩次提出の論文は博士（理学）の学位論文として合格と認める。