

しま だ じゅん じ  
島 田 淳 二

学位の種類 博士(経済学)  
学位記番号 経博第63号  
学位授与年月日 平成13年3月26日  
学位授与の要件 学位規則第4条第1項該当  
研究科・専攻 東北大学大学院経済学研究科(博士課程後期3年の課程)  
経営学専攻  
学位論文題目 ボラティリティ変動モデルの研究  
論文審査委員 (主査)  
教授 佃 良彦 教授 金崎 芳輔

## 論文内容要旨

本論文は、株式収益率の変動の特性を述べ、それらの特性と適合する二つの代表的なボラティリティ変動モデル、条件付き分散不均一 (ARCH) モデルと確率的ボラティリティ (SV) モデルの今日までの研究をサーベイし、それらの成果のいくつかを用いて日本株式市場の株価指数からの日次収益率と取引高を対象に実証分析を行う。本論文は3つの部分から構成される。

第I部では、株式収益率のデータの特徴を述べる。今日までの株式収益率の変動を対象とした研究から、株式日次の収益率の変動には (i) 有意な尖度と歪度、(ii) 収益率と二乗収益率の自己相関、(iii) 現在の収益と将来のボラティリティの負の相関、(iv) 二乗収益率と取引高の間の相関と収益率と取引高の間の比較的弱い相関があることが発見されている。これらの特徴は1977年1月から1998年12月までの日本株式市場の株価指数 TOPIX からの日次収益率にも存在する。

本研究では、これらの現象を説明する可能性を持つ二つのボラティリティ変動モデル、条件付き分散不均一 (ARCH) モデルと確率的ボラティリティ (SV) モデルに注目する。

第II部では、ARCH モデルのモデル化の解説と過去の研究の簡単なサーベイを行った後、TOPIX からの日次収益率を対象に実証分析を行った。ARCH モデルによる実証分析では、収益率の分布の非対称性に焦点を当てた。収益率のボラティリティを表現するモデルには EGARCH モデルを適用し、誤差項の分布にはパラメーターの値に応じて非対称性を許容する Su 分布を適用する。予備的な調査の結果、我々は日本の株式市場が1989年末にいわゆるバブル崩壊と呼ばれる構造

変化を起こしたと考え、標本期間を1977年から1989年までと1990年から1998年までの二つの期間に分け、全期間とあわせて三つの期間でモデルの推定を行った。そして、モデルのパラメーターに関する仮説検定や残差の分析を通して、分布の適合性と収益率の分布の非対称性を検討した。

ARCH モデルによる実証分析の結果は以下の通りである。

(i) パラメーターの推定結果

- 推定結果は、89年以前は収益率の分布は負に歪んでおり、90年以後は正に歪んでいることを示している。
- レバレッジ効果と呼ばれる現在の収益と将来のボラティリティの負の相関があることがわかった。
- ボラティリティの自己回帰に関する特性方程式の最大根は1に近く、過去のショックがかなり長い間持続していることがわかる。

(ii) 分布の対称性に対する仮説検定

- 検定は、89年以前も90年以後も対称性の仮説を5パーセントの有意水準で棄却している。このことは、株式収益率の分布が非対称であることの証拠の一つと考えられる。
- 全期間では、分布の対称性の仮説は棄却されない。このことは、バブル崩壊による株式市場の構造変化があったにも関わらず、負に歪んでいる89年以前と正に歪んでいる90年以後を一纏めにしたため、分布のゆがみが正しくとらえられないことを示唆している。

(iii) 標準化された残差の分析

- パラメーターの最尤推定値から計算されるモーメントと、残差の基本統計量と計算されたモーメントは概ね等しく、Su 分布は実際のデータに十分適合していると言える。

EGARCH モデルの漸近正規性は明らかではないので、モンテカルロシミュレーションによりパラメーターの小標本特性を調べた。その結果、パラメーターの推定値の平均は真の値に近いこと、その標準誤差は概ね最尤法によって計算される標準誤差と等しいことがわかった。我々の実験は限られているが、我々は、漸近理論に基づく t-検定が信頼できると結論づけた。

第Ⅲ部ではSV モデルのモデル化の解説と推定法のサーベイを行った後、1990年以降の TOPIX からの日次収益率と東証一部の取引高を対象に、収益率のボラティリティと取引高の関係分析を行った。実証分析では、SV モデルと SV モデルを含む混合分布モデルの推定を行った。モデルの推定には、マルコフ連鎖モンテカルロシミュレーションによるベイズ推定を利用した。それぞれのモデルの実証分析の結果は、以下の通りである。

(i) SV モデル

- ボラティリティの自己相関は非常に高く、EGARCH モデルの自己相関とほぼ等しい。
- SV モデルのボラティリティの方が、EGARCH のボラティリティ変動よりも大きく変動する。
- 推定されたモデルは、収益率の二乗の自己相関を捉えていた。

(ii) 混合分布モデル

- 混合分布モデルのボラティリティの自己相関は、SV モデルのそれと比べて低い。

- ・推定されたモデルは、収益率の二乗の自己相関をほとんど捉えていない。
- ・推定されたモデルは、取引高の自己相関と二乗収益率と取引高の自己相関を捉えている。

以上の結果から、ボラティリティと取引高の関係を導いた混合分布モデルは、改善の余地が残されているもののある程度の妥当性があることがわかった。

今後の展望としては、収益率の非対称性の分析については、多変量分析への拡張が考えられる。本研究では一変量のモデルを扱ったが、収益率の非対称性をポートフォリオ分析に応用するためには、多変量への拡張が必要であると考えられる。

確率的ボラティリティモデルを利用した収益率と取引高の関係分析では、まだまだ多くのモデル拡張の余地が残されていると考えられる。例えば、SVモデルに過去のショックの項を加えることや、確率変数の間に相関を許容するようなモデル化が考えられる。収益率と取引高の関係を導く他のモデルを調べる可能性もある。これらは、将来の研究の課題としたい。

## 論文審査結果の要旨

本論文は、金融資産価格変動を記述する非線型時系列モデルの中核をなす条件付分散変動自己回帰モデルと確率的誤差分散モデルの特性を理論的に考察し、さらにこれらのモデルを日本の株式市場に適用し、株式投資収益率の変動特性および株式投資収益率と株式取引量との関係を実証的に分析したものである。為替レートや株式価格等の金融資産価格の変動はマクロ経済の実物変数に較べ変動が激しく、さらに情報処理能力の飛躍的發展と相俟って、統計学的分析が有効な研究分野である。この分野の研究は、近年内外の研究者によって著しく発展しつつあるが、未解決の問題も多く残されており一層の進展が待たれる分野でもある。

本論文は第Ⅰ部（第1章）、第Ⅱ部（第2，3章）、第Ⅲ部（第4，5章）の3部から構成されている。第Ⅰ部では、東京証券取引所1部上場銘柄全体の株式価格の加重平均であるTOPIX指数と取引量に関するデータを用いて、株式価格と取引量の変動に関する諸事実を多角的視点から整理する。

第Ⅱ部と第Ⅲ部は本論文の骨格をなす。第Ⅱ部は、第Ⅰ部で確認した諸事実を整合的に説明可能な非線型時系列モデルのうち、条件付分散変動自己回帰モデルに分類される統計モデルの理論的・実証的研究にあてられる。第2章では、条件付分散変動自己回帰モデルに関する文献を統一的視点から手際よくサーベイし、研究の現状と課題を提示する。第3章はNelson, E.の研究に依拠しつつ、彼のモデルを改良した著者独自の統計モデルを提案し、本章で提案するモデルがTOPIX指数の変動をより良く説明することを示した。本章の結果は、日本の株価変動メカニズムの理論的解明に1つの知見を加えるものである。

第Ⅲ部では、条件付分散変動自己回帰モデルと並んで、もう1つの非線型時系列モデルである確率的誤差分散モデルの理論的・実証的研究を行っている。確率的誤差分散モデルは条件付分散変動

自己回帰モデルと異なり、尤度関数を陽表的に表すことが不可能なために、理論的には優れた特性を持ちながらも後者のモデルほどには実証研究に利用されてこなかった。しかし、1990年代以降新たな推定方法が開発され、このモデルの適用範囲が急速に拡大している。

第4章は確率的誤差分散モデルの特性とモデルの推定方法に関する理論的研究である。この章は、研究の現状を展望するとともに、第5章での実証研究のためのモデルと推定方法の枠組を提示する。第5章は Tauchen, G. and Pitt, M. のモデルに依拠しながら TOPIX 指数の変動と取引量の関係を実証分析したものである。株価変動と取引量には一定の関係が存在することが指摘されながら、日本株式市場に関しては、これまで理論的枠組と統計モデルを明示した研究が少なかった。この章の研究はこの間隙を埋めるものとして評価される。

以上のように、本論文は、条件付分散変動モデルと確率的誤差分散モデルの理論的・実証的研究であり、本研究によって得られた知見は金融時系列解析の分野に1つの貢献をなすものである。さらに、本論文の論述に見られる洞察力と煩雑なコンピュータ・プログラムを自ら作成する精緻な研究には説得力がある。

もちろん、本論文に弱点がないわけではない。例えば、TOPIX 指数の変動と取引量の实証分析から得られた日本株式市場に関する結果には、アメリカ株式市場で通常観察される事実と異なるものが幾つか存在するが、本論文ではその原因を深く追求していない。しかし、それらの研究は今後の課題である。

よって、本論文は、博士論文として合格と判定する。