氏　　　名	藤(ふじ)　田(た)　憲(けん)　悦(えつ)
授与学位	工　学　博　士
学位授与年月日	平成2年7月11日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第1項
研究科,専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）情報工学専攻
学位論文題目	A Study on Logic and Type System （論理とタイプシステムに関する研究）
指導教官	東北大学教授　野口　正一
論文審査委員	東北大学教授　野口　正一　　東北大学教授　伊藤　貴康 東北大学教授　佐藤　雅彦　　東北大学助教授　白鳥　則郎

論文内容要旨

タイプシステム（Type system）は，論理体系を定義するためのシステム（メタ言語）として（I），また，与えられた（定理の）証明よりプログラムを抽出するための体系として（II），大変重要でありその研究は近年益々盛んに行われている。本論文では，この二つのタイプシステムの意義および有効性を念頭において，論理体系とタイプシステムとの関係を明らかにするための研究を論理式（Formulae）を型（Types）と解釈する概念（Foemulae-as-types notion）を用いて行った。本論文は全編7章，および，付録A，B，および，Cより構成されている。

第1章は序論である。

第2章では，高階直観主義多ソート述語論理（Higher order intuitionisitc mamy sorted predicate logic）の定義を与えている。また，付録Aにおいてはその他のいくつかの既存の直観主義の論理体系（二階直観主義命題論理，高階直観主義命題論理，二階直観主義多ソート述語論理，等）の定義を与えている。

第3章第1節では，チャーチ流の型付きラムダ計算（Church's typed lambda calculus）に対する新しい表現方法（Baredregt's presentation）とそれに関連する結果を引用している。

次の第2節では，第2章の高階直観主義多ソート述語論理を忠実に表現するために，既存のタイプシステム（第3章第1節におけるタイプシステム $\lambda PK2$，あるいは，Coquand-Huet's Calculus of Constructions）の型を，論理式に対応する型とソート（Sort）に対応する型の二種類に分割するという制限（Restriction）を付加したタイプシステムを提案し，その性質を明らかにしている。

さらに第3節では，タイプシステム $\lambda PK2$ と前節の制限を付加したタイプシステムとの間の簡単な比較を与え，それらの相違について論じている。例えば，制限を付加したタイプシステムでは，述語の引数と証明（Proof objects）とは厳密に区別される。また，種（Kinds）は構成子Πの省略形である→を用いて単純に構成されるだけで，構成子Πにより束縛される項（Terms）または型を含まない。言いかえると，多相型（Polymorphic types）および依存積（Dependent function types，あるいは，Dependent product types）に対応するような，多相種あるいは依存種は存在しない（種は型および項に依存することはない)。

付録Cにおいては，付録Aに引用された論理体系を忠実に表現するために，付録Bにおけるタイプシステムに本章第2節と同様な制限を付加したタイプシステムが与えられている。

第4章第1節では，第2章で与えた論理体系から第3章第2節で提案されたタイプシステムへの変速規則を論理式を型と解釈する概念に基づいて定義し，その健全性（Soundness）の証明を与えている。すなわち，第2章の論理体系である論理式が証明できるならば，第3章第2節のタイプシステムで型と解釈されたその論理式は要素を持つ（Inhabited），ということである。この変換規則の特徴は，論理体系での証明図（Proof figure）からタイプシステムでの対応する判断(Judgment）が構成できる点にある。従って，論理体系での証明図が，論理式を解釈した型の要素（Inhabitants）として，タイプシステムの中で形式的に取り扱われている。

次の第2節では，タイプシステムから論理体系への逆の変換規則を定義し，完全性（Completeness）について証明を与えている。すなわち，第3章第2節のタイプシステムで制限された種に属する型が要素を持つならば，第2章の論理体系で論理式と解釈されたその型は証明できる，ということである。また，タイプシステムでの導出（Derivation）から論理体系での対応する証明図を構成できるのがこの逆の変換規則の特徴となっている。本章ではさらに，健全性と完全性の結果より得られる，論理体系での推論規則とタイプシステムでの構成規則との対応，論理体系での演繹(Deduction）およびタイプシステムでの導出と変換規則および逆の変換規則との可換性，等の性質から第3章第2節で提案されたタイプシステムが第2章の論理体系を自然に表現していることについて論じている。

第3節では，関連研究との簡単な比較が与えられている。ここで強調されている点は，本研究では論理体系全体をタイプシステムの中で忠実に表現するという立場を採用したため，本論文で提案した制限を付加したタイプシステムはソートに関する構成規則も自然に含むという特徴を持つ，ということである。

第5章では，付録Bにまとめられているタイプシステムの直観主義論理に対する保守的拡大性(Conservativity）について研究している。第1節では，保守的拡大性に関してこれまでに既に得られている結果を簡単にまとめて，次節への導入としている。

第2，3，および，第4節では，タイプシステム $\lambda P2$ の多相型の出現に制限を付加したタイプシステム $\lambda P2^-$ から高階関数を持つ二階直観主義多ソート述語論理への二つの変換規則を定義することにより，タイプシステム $\lambda P2^-$ が高階関数を持つ二階直観主義多ソート述語論理の保守的拡大（Conservative extension）であることの証明を与えている。すなわち，高階関数を持つ二階

直観主義多ソート述語論理の論理式を解釈した型が要素を持つとタイプシステム $\lambda P2^{-}$で言えるならば，その論理式は高階関数を持つ二階直観主義多ソート述語論理で証明できる，ということである。ここでの二つの変換規則の振る舞いとは，一つの変換規則により型に対して論理式が構成され，もう一方の変換規則により型に対して依存積を除去してソートが生成される，ということである。しかし，タイプシステム $\lambda P2$が二階直観主義多ソート述語論理の保守的拡大であるかどうかの問題は未解決のまま残ったが，この未解決問題を解くための方針を与えている。

第6章第1節では，第3章第1節で紹介されたタイプシステムに対する新しい表現方法をさらに洗練した，タイプシステムに対する一般的枠組み（Barendregt-Berardi's GTS: *Generalised type system*）を引用している。これに基づいて二つのタイプシステムの間で構成規則の組み合せを考えることにより，二つのタイプシステムから新しいタイプシステムを構成する方法（Merging）を提案している。タイプシステム $\lambda PK2$とタイプシステム λPKより，この方法を用いて得られるある一つのタイプシステムは第3章第2節で提案されたタイプシステムに一致することが示された。さらに，論理式を型と解釈する概念を用いると，付録Aに引用された既存の論理体系は全て本節で提案された方法により構成されるタイプシステムの一つと見なせることを論じている。そこでは，二つのタイプシステムより述語論理に対応るタイプシステムを構成するには，一方のタイプシステムが λP(*Logical Framework*) の一定であり，他方のタイプシステムは構成されるシステムに従って変わるという興味深い結果が得られた。また，この場合，二つのタイプシステムの間の構成規則の組み合せが本質的な意味を持つことが見い出された。さらに，高階の関数を含まない論理体系に対応するタイプシステムを構成する時にも，構成規則を組み合せに関してある共通の性質があった。次に，命題論理に対応するタイプシステムを構成するには，一方のタイプシステムが $\lambda\to$(Chirch's *simply typed lambda calculus*) の一定であり，他方のタイプシステムは構成されるシステムに従って変わり，二つのタイプシステムの間の構成規則の組み合せがおこらないこと，等が見い出された。

第2節では，項，型，および，種と三つの階層を持つタイプシステム $\lambda PK2$ が無限の階層を持つように一般化されたタイプシステムが提案されている。付録Bにまとめられているタイプシステムはその一般化されたタイプシステムの特別な場合として取り扱えること，等が論じられている。

第7章は結論である。

以上のように本論文では，論理体系全体を自然に表現するためのタイプシステムを構成する二つの方法，すなわち，制限（Restriction）と組み合せ（Merging），を提案することにより，論理体系とタイプシステムとの関係を明らかにする研究を行った。第6章第1節の結果は，論理式の演繹に関する体系と算術の計算に関する体系との組み合せより一つのシステムを構成する方法を与えている，と直観的に述べることができる。また，述語論理に対応するタイプシステムを構成するには，一方のタイプシステムが λPの一定であったということは，算術の計算に関する部分体系が有限型理論（Finite type theory）と関係していたことを意味している。そこでは，得られたタイプシステムは異なる二種類の種を含むことになる。この点のタイプシステムの意義および有効性の（Ⅱ）に対する効果については，今後，深い考察を行わなければならない。次に，第3章および第4章の結果である，論理体系全体を自然に表現しているタイプシステムについては，タイプシステムの意義および有効性（Ⅰ）を満足させ得るものと考えられる。

審 査 結 果 の 要 旨

情報化社会の急速な発展に伴い，信頼性の高いソフトウェアの生産技術に関する基礎研究が強く望まれている。タイプ理論は，仕様に対する論理的な証明からその仕様を満たすプログラムを構成したり，プログラムの正当性を検証するための基礎的枠組みを与えるのに使えることが知られるようになり，計算機ソフトウェアの新しい基礎理論として近年大きく注目されるようになった。このような背景から，本論文の著者は，論理とタイプシステムの関係を明らかにする研究を行なった。本論文はその成果をまとめたもので，全編７章より成る。

第１章は序論である。

第２章では，高階直観主義多ソート述語論理の定義を与えている。

第３章では，論理体系を自然に表現するために，既存のタイプシステムに，ある制限を付加したタイプシステムを提案し，導入したシステムの性質を明らかにしている。

第４章では，前半で，第２章で与えた論理体系から第３章で提案したタイプシステムへの変換規則を構成し，その健全性の証明を与えている。後半では，タイプシステムから論理体系への逆の変換規則を示し，完全性について証明を与えている。これは，興味ある結果である。

第５章では，タイプシステムの直観主義論理に対する保守的拡大について研究し，論理式をタイプと解釈すると，多相タイプにある制限を付加したタイプシステムは，高階関数を持つ二階直観主義多ソート述語論理の保守的拡大となることを導いている。

第６章では，まず二つのタイプシステムから新しいタイプシステムを構成する方法を与え，この方法により，第３章で提案したタイプシステムが導出できることを示している。さらに，５章と同じ解釈を取ると，第２章で与えた体系以外の他の論理体系に対応するタイプシステムも，同様にして導出できることを示している。

第７章は結論である。

以上要するに本論文は，今後の計算機ソフトウェアの基礎理論における重要な分野であるタイプ理論について研究を行い，論理とタイプシステムの関係を明らかにしたもので，ソフトウェア工学および情報工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。