

おお さわ ひろ のり
大 澤 弘 典

学位の種類 博士（教育学）
学位記番号 教博 第 79 号
学位授与年月日 平成 18 年 3 月 24 日
学位授与の要件 学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻 東北大学大学院教育学研究科（博士課程後期 3 年の課程）
総合教育科学専攻
学位論文題目 数学教育における「現実世界の問題の教材化」に関する
実践的研究
論文審査委員 (主査)
教授 小野寺 淑 行 教授 宇 野 忍
助教授 谷 口 和 也
講師 深 谷 優 子

論文内容の要旨

本論文は、数学教育における「現実世界の問題の教材化」の意義を考究し、その有効性について実践的に検証することを目的としている。具体的には、「現実世界の問題の教材化」に際して、学習者によるテクノロジー利用と、学習者内に生じる認知的ギャップとを考慮に入れることの意義とその効果についての詳細な考究と実践的検証を企図したものである。

本論文は、序章、第 1 章～第 8 章、および終章により構成される。序章～第 3 章は理論編であり、第 4 章～第 8 章は実践編である。さらに実践編は、第 4 章～第 6 章で関数分野に関わる教材化、第 7 章～第 8 章で関数以外の分野に関わる教材化を取り上げている。終章は研究のまとめである。

序章では、国際的な学力調査における情意項目での生徒の回答傾向や中央教育審議会で最近の動向等を踏まえた上で、中学校での数学教育の問題点として「学習内容が現実世界から遊離し、生徒が数学の有用性を感得できないでいる」ことを指摘した。この問題点を打開する方策として「現実世界の問題の教材化」に着目し、アクションリサーチの手法により研究を進める旨を表明している。

第1章では、現実世界の問題を教材化する際の困難点として、「定式化の難しさによって授業や試験内容を複雑にしてしまう」可能性を指摘している。また、「開発された教材数の不足」の現状も併せて指摘している。

第2章では、現実世界の問題の解決におけるテクノロジー(主にグラフ電卓)利用について Demana & Waits (1994 他)らの先行研究をもとに考察し、その利点として、「グラフ表示により数学的現象を視覚化する」、「実験により法則や性質を見出すといった実験的なアプローチを可能にする」という2点を指摘し、さらに「それらの利点を生かすことによって、現実世界を教材化する際の困難点：定式化の難しさによる授業内容の複雑化を解消しうる」という仮説を提示している。

第3章では、現実世界の問題の解決過程を学習心理的な視点から捉えるべく、認知的な葛藤や知的好奇心について、Berlyne (1970)らの先行研究をもとに分析・考察し、現実世界の問題の解決過程を捉える新たな枠組みとして、「認知的ギャップを利用した教材化の枠組み」を提案した。

第4章では、第2章で述べた現実世界の問題の解決におけるグラフ電卓利用の有効性を検証している。関数分野の教材例として、研究Ⅰ(リレーの問題、その1を)取り上げた。リレーにおいて次走者は前走者がどの位置に来たときスタートすればよいか、その最適なバトンパスの位置を中学校3年生(1クラス28名)に求めさせた。そこでは、微分法等の数学的処理の代わりに、グラフ電卓が提示するグラフにより視覚的に情報処理することによって、中学生でもこの課題に十分対処可能であることを明らかにした。すなわち、現実世界の問題の解決過程にテクノロジーを利用する手法により、現実世界の問題を教材化する際の困難点(定式化の難しさによる授業内容の複雑化)を、少なからず解消できることを明らかにした。

第5章では、第4章での学習活動に対してありうる批判：「グラフ電卓利用は、生徒にとって単なるボタン押しではないのか」の当否について詳細に検証した。研究Ⅱ(リレーの問題、その2)で、生徒がグラフ電卓利用の可能な状況でどのように振る舞っていたのか、彼らの発言・活動記録をもとに詳細に分析した結果、例えば最適なバトンパスの状況を、生徒は平均変化率(変化の割合)の考えを基に捉えていることなどが確認され、かれらは機械的にグラフ電卓を操作したのではなく、かれらの数学的な知識や考え方を駆使した能動的な情報処理を十分に行なっていたことを明らかにした。

第6章は、第3章で提案した「認知的ギャップを利用した教材化の枠組み」の妥当性の検証に当てられている。中学校3年生3名を対象に、関数分野の教材例として研究Ⅲ(卵の問題)すなわち卵の採卵時の重量を推定する問題を取り上げた。この問題については「卵の重量は時間経過に伴い1次関数的に減少する」という客観的事実と、「卵の重量は不変である」という生徒の心理的な実感との間にギャップがある。研究Ⅲを通して、客観的事実(測定結果)と心理的な実感とのギャップが、授業において生徒を探求活動へと駆り立てる推進力として機能することを確認した。

認知的ギャップの発生は教材提示による操作も可能なことから、「認知的ギャップを利用した教材化の枠組み」は、現実世界の問題の教材化とそれに基づく授業実践に際して有効な手法の一つとなりうるとの示唆が得られた。

以上の第4章～第6章（研究Ⅰ～研究Ⅲ）では、関数分野に関わる新たな現実世界の問題の教材化の例示となっている。7章、8章では関数分野以外での「現実世界の問題の教材化」とその有効性の検証を行っている。

第7章では、中学校2年生（1クラス32名）を対象に、統計分野に関わる教材例として研究Ⅳ（肥満度の問題）を取り上げた。既成の体格指数を分析し、オリジナルな指数を生成する問題である。既成の体格指数を分析する活動は、分析的アプローチ（現実世界で既に活用されている数学的モデルを分析する活動）と捉えられ、オリジナルな指数を生成する活動は構成的アプローチ（現実世界から数学的モデルを生成する活動）という観点で捉えられる。それらの二つのアプローチは背反するものでなく、同じ授業の中で相補的に展開されうることを指摘した。むしろ、これらの二つのアプローチによる活動を同時に視野に入れることで、現実世界の問題の教材化の可能性がより広がりうることを明らかにした。

第8章では、中学校2年生2名を対象に、代数分野（整数論）に関わる教材例として研究Ⅴ（RSA暗号の問題）を取り上げた。RSA暗号の仕組みを分析的アプローチによって数学的に理解する問題である。非連続である離散的な情報を教材化する観点として、情報の安全性・認証性、情報の共有性、情報の効率性、情報の復元性といった観点からの教材化が可能であることを明らかにした。また、当面する現在の問題ばかりでなく、将来、現実世界で生じうる問題も含めて、現実世界の問題の教材になりうることを示唆された。

終章では、研究を通して得られた成果として、①現実世界の問題の解決過程にグラフ電卓の利用を図る手法は、これまで中学校の数学の授業で扱いづらかった現実世界の問題をも教材化する可能性をもつこと、②認知的ギャップを利用した教材化の枠組みは、現実世界の問題の教材化や授業実践をより計画的なものにするための一つの指針となりうること、かつ、「グラフ電卓の利用」と「認知的ギャップを利用した教材化の枠組み」の相乗的効果も期待できるという知見を得たこと、さらに、③現実世界の場面から教材化された具体的な教材例として、研究Ⅰ～Ⅴで示されたような生徒にとっての具体的な探究課題を創出・提示できたことを挙げた。以上により、本論文の成果として、「学習内容が現実世界から離れ、生徒にとって数学の有用性が十分に感得されていない」という数学教育上の問題点、及び現実世界の問題を教材化する際の困難点（授業内容が複雑化しがちである）の解消に一定の貢献をなしたこと、さらに、実践可能な新たな教材の創出にも貢献しえたことを確認している。

論文審査の結果の要旨

本論文の主題として取り上げられた「現実世界の問題の教材化」は、数学教育における教材開発の重要な方向性の一つとして、長年にわたり数学教師や数学教育研究者により志向されたものである。しかしながら、現実世界の問題を教材化し授業に導入することは、授業内容を複雑なものにし、より高度な計算技能や数学外の知識を学習者に要求することにつながりかねず、むしろ学習意欲の阻喪を招来するのではないか、という懸念が一方で存在し続けてきたこともまた事実である。「現実世界の問題の教材化」を志向した先行研究・実践の多くも、この懸念を十分に払拭するまでには至っていないといわざるを得ない。本論文は、このような研究・実践の現状と最近の国際学力調査の結果（特に情意領域に関する諸項目への生徒の回答傾向）等を踏まえて、わが国における数学教育上の現下の問題点として、学習内容が現実世界から離れ生徒が数学の有用性を十分に感得できないことを挙げ、あらためて「現実世界の問題の教材化」の重要性を強調する。そして、この方向での教材開発についての上述の懸念を払拭しうる新たな枠組みとして、テクノロジー（特にグラフ電卓）の利用と認知的葛藤の枠組みによる内発的動機づけ喚起の手法に着目し、その可能性について考究するとともに、その有効性について実践的に検証することを研究の主たる目的に据えている。

まず、現実世界の問題の数学的解決の活動を、円環的な下位過程からなる「数学的モデリング」の枠組みで捉え、この数学的モデリングの活動を始動させ、ひいては数学の有用性を感得させるために「現実世界の問題の教材化」が必要であるとしている。その上で、諸要素間の関係（『現実的モデル』）構築に学習者の意識を向かわせるのに「認知的ギャップを利用した教材化の枠組み」による支援が、また高度で複雑なものになりがちな、『数学的モデル』の構築とそれに基づく演算には「電卓の利用」による情報処理の視覚化・高速化が有効でありうるとの仮説を設定している。これらの仮説は、「リレーの問題Ⅰ・Ⅱ」「卵の問題」（第4～6章；関数的分野）、「肥満度の問題」（第7章；統計分野）、及び「RSA暗号の問題」（第8章；以上、代数分野）を教材とし中学生を対象とした著者自らの授業計画・実践および生徒の発言・活動記録に基づく事後の省察の結果から概ね支持されているといえる。特に電卓の利用による情報処理の視覚化・高速化が、本来の公的教育課程ではより上学年に配当されている学習内容を、複雑な計算作業に陥ることを回避しながら、中学生が直観的レベルにおいて理解することに大いに寄与しうるものであることは、本論文の巻末資料「研究Ⅱ-5（リレー問題）のプロトコール」を一読すれば了解できるところであり、『リレーの問題』を取り上げた実践的研究（研究Ⅱ）が、国内のそして国際的な数学教育関連学会で高い評価を受けていることも首肯しうるところである。

本論文の問題点として、「学習者」の概念規定や数学教育におけるグラフの取り扱いについての史的考察、それに実践的研究の方法の理解にやや綿密さを欠くきらいがあることを指摘することもできよう。しかし、それらはいずれも研究成果の信頼性を損ねるほどのものではない。むしろ本論文が、たとえば、第16期中央教育審議会（算数・数学部会）での「数学の重要性の一つは、数学的モデルを考えられるようにするところにある」「（前略）実生活と関連付け、ある問題を解くためにいろいろな知識を総合し活用するといった本来の活動ができるような内容の示し方（後略）」「数値を検証したり活用したりするために（中略）電卓やコンピュータを活用するなど、実生活向け、日常生活向けの数学を扱ってはどうか」といった識者の意見に真正面から答えるものとなっているなど、今後の中学校段階での数学教育に与えうる本論文の潜在的な影響力の大きさこそ正當に評価すべきである。

よって、本論文は博士（教育学）の学位論文として合格と認める。