

	タッキ シェビヒ ナディア
氏名(本籍)	Takki Chebihi Nadia (モロッコ)
学位の種類	博士 (情報科学)
学位記番号	情博 第 293 号
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科、専攻	東北大学大学院情報科学研究科(博士課程) システム情報科学専攻
学位論文題目	Global Rounding and Its Application to Digital Halftoning (大域丸めとそのデジタルハーフトーンへの応用)
論文審査委員	東北大学教授 徳山 豪(主査) 東北大学教授 西関 隆夫 東北大学教授 静谷 啓樹 東北大学助教授 塩浦 昭義

論文内容要旨

Introduction

The field of digital halftoning is an active area of research in image processing. It is a well-known technique for reproducing gray-level images using binary-level images. So far, a large number of techniques have been presented in this field. In most of the cases, these techniques keep the impression of continuous tone variation of an original image, which is crucially important for devices using black (or base color) dots only, such as printers and fax machines. In the historic evolution of printed images, photographic halftone screens were used to render the illusion of gray color with binary (black ink on white paper) printers. Gray regions were printed as a mosaic of black and white sub-regions, since the properties of the human visual system would tend to create a perception of gray. The history of halftoning technology can be dated back to the 19th century when physical screens and gauzes were used to generate halftone images. These techniques have been translated directly to digital halftoning.

Mathematically, an image or a picture is a function $f(x, y)$ in two variables (coordinates in image plane, corresponding to spatial directions). The function values are called brightness or intensity. In the case of multi-color image the function has k -tuples of brightness values in several spectral bands. In the monochrome case, the values will be called *gray levels*. Halftoning process turns each gray pixel into a black or white pixel. If the resolution of the picture is very high, human eye cannot detect individual dot patterns. Thus black and white dots reproduce the gray illusion of the original image.

Halftoning problem as a rounding problem

As mentioned in the previous section, the digital halftoning problem is to convert a gray-level image into a binary image. The digital halftoning problem is formulated as a matrix rounding problem that converts a real-valued two dimensional $m \times n$ matrix array into an integral-valued array of the same size. We represent the input image by a $[0, 1]$ -valued $m \times n$ matrix $A = (a_{ij})_{i=0, \dots, m-1; j=0, \dots, n-1}$, where each pixel a_{ij} has a gray level given by a real number in the range $[0, 1]$. The desired output is a $\{0, 1\}$ -valued matrix $B = (b_{ij})_{i=0, \dots, m-1; j=0, \dots, n-1}$ of the same size. Therefore, the halftoning problem is in fact a rounding problem.

We need to remind first some notations on rounding of a real number. Let x be a real number. Its rounding is either its floor $\lfloor x \rfloor$, which is the largest integer not exceeding x , or its ceiling $\lceil x \rceil$, the smallest integer more than or equal to x .

In general case there are $2^{m \times n}$ possibilities if we round independently each entry of the input matrix to its ceiling or floor value. Our aim is to select good-quality roundings among them for maintaining the quality of the image.

Rounding each entry of the matrix independently does not guarantee to get a good visual quality. For example, for an input set $\mathbf{a} = \{0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5\}$ its rounding could be the set $\alpha = \{1, 1, 1, 1, 1\}$. The rounding error between the total sums of \mathbf{a} and α is evaluated by $E(\mathbf{a}, \alpha) = |\sum_{a \in \mathbf{a}} a - \sum_{b \in \alpha} b| = 2.5$, which is high and reflected in its visual interpretation; the output α corresponds to uniform white color while the input \mathbf{a} corresponds to uniform medium gray color. In fact, $\alpha = \{1, 0, 1, 0, 1\}$ is a better rounding of \mathbf{a} with the rounding error $E(\mathbf{a}, \alpha) = 0.5$. In general, we need to constrain the rounding to obtain a rounding of a given input matrix A such that the output matrix B is close to A .

Global rounding

We give a concept named *global rounding*. This new concept is designed for considering the rounding of a set of real values whose relation is represented by a graph. In digital halftoning application, each vertex of a graph corresponds to a pixel of an image, the real values corresponds to the gray levels of a pixels, and each edge of a graph represents the adjacency relationship between pixels.

The concept of global rounding associated with a weighted graph is defined as follows: Given a graph $G = (V, E)$, for a function $\mathbf{a} : V \rightarrow [0, 1]$ on the vertex set V , a function $\alpha : V \rightarrow \{0, 1\}$ is called a *global rounding* of \mathbf{a} if $-1 < \sum_{v \in P} (\mathbf{a}(v) - \alpha(v)) < 1$ holds for any shortest path P between any two vertices in G , with respect to given edge weights. This concept comes from discrepancy theory of hypergraphs.

Combinatorial results and enumeration algorithms

We study combinatorial properties and enumeration algorithms of global rounding associated with a graph. If a graph is a path, the problem is known as the sequence rounding problem, and the number of global rounding is at most $|V| + 1$. In this thesis we conjecture that this bound holds for any connected graph, and prove it affirmatively for outerplanar graphs.

Based on combinatorial investigation mentioned above, we design efficient algorithms to enumerate all sequence roundings in polynomial time. If the graph G is a path, global rounding is often called sequence rounding, and we give an $O(n^2)$ -time algorithm to enumerate all the sequence roundings. We provide also an $O(n^2)$ -time algorithm to enumerate all global roundings for a cycle. We further consider an outerplanar graph of n vertices, and give an algorithm which computes all global roundings in $O(n^3)$ -time.

Application of global rounding to digital halftoning

We apply global rounding to digital halftoning. We first investigate sequence rounding along space filling curve that gives sequential ordering of the pixels in two dimensional grid, and develop a halftoning algorithm based on our sequence rounding algorithms. We next add some short-cut edges to transform the space filling curves into outerplanar graphs, and develop halftoning algorithms based on global rounding for outerplanar graphs.

We implement algorithms and evaluate their quantitative quality by using an automatic evaluation system that we have originally developed. Although we cannot declare that our method is visually better than current commercial halftoning algorithms, we can observe some advantageous features of our method.

論文審査の結果の要旨

アナログデータのデジタルデータへの変換は、画像処理等への応用を持つ基本的かつ重要な問題である。特にアナログ的な濃淡ピクセル画像をデジタルな二値画像に変換するデジタルハーフトーン技術は広く利用されており、変換による情報量の減少に伴って生じる画質劣化を最小化する技法の研究開発がされている。著者は、デジタル化の品質に対して、ハイパーグラフのディスクレパンシー尺度を用いた評価手法を提案している。更にこの尺度を用いて、アナログデータの「大域丸め」という概念を導入し、大域丸めを列挙する高速アルゴリズムを開発し、それを用いた新しいデジタル化手法を与えている。本論文はこれらの成果を取りまとめたものであり、全編7章からなる。

第1章は序論である。

第2章では問題の数学的定式化を与え、本研究で用いる関連事項の解説を行っている。

第3章ではハイパーグラフのディスクレパンシー尺度に関する大域丸めの定義を与え、更に、グラフの最短路から生成されるハイパーグラフに関して、与えられたアナログデータの「大域丸め」全体の集合の持つ離散構造の基本性質を明らかにしている。特にグラフが頂点数 n の外平面グラフである場合の大域丸めの総数が $n+1$ 以下である事を示している。この成果は、整数計画問題の解空間の構造への考察として高く評価できる。

第4章では第3章で得られた離散数学的考察を用いて、全ての大域丸めを列挙するアルゴリズムの設計を論じている。特にグラフがパスあるいはサイクルである場合には $O(n^2)$ 時間の最適アルゴリズムを与え、外平面グラフの場合には $O(n^3)$ 時間のアルゴリズムを与えている。後者のアルゴリズムは、ユニモジュラ性を持たない大域丸め問題での列挙アルゴリズムとして、多項式計算時間を持つ最初のアルゴリズムであり、価値の高い成果である。

第5章では画像平面の空間充填曲線及びそれを変形して構成した外平面グラフに関する大域丸めを考察し、それを用いたデジタルハーフトーン手法の提案を行っている。これは、新しいデジタルハーフトーン手法として注目すべきものである。

第6章では提案手法を実装した実験結果を示し、独自に開発した評価システムを用いて提案手法の評価を行っている。

第7章は結論である。

以上要するに本論文は、グラフ及びハイパーグラフを用いたアナログデータの「大域丸め」と、それを利用した新しいデジタル化手法を提案し、その有用性を理論的解析および実験により評価したもので、システム情報科学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は博士(情報科学)の学位論文として合格と認める。