

氏 名	おお ば り きぶろう 大 場 利 三 郎
授 与 学 位	工 学 博 士
学位授与年月日	昭和 34 年 3 月 25 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 1 項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 機械工学専攻
学 位 論 文 題 目	反り及び厚みの大きな翼型 の翼列に関する理論
指 導 教 官	東北大学教授 沼 知 福 三 郎
論 文 審 査 委 員	東北大学教授 沼 知 福 三 郎 東北大学教授 淵 沢 定 敏 東北大学教授 齋 藤 清 一

論文内容要旨

緒言

軸流機械の高速強力化に伴い、その羽根車導羽根等の翼素は反りも厚みも小さくない翼型となり、その直線軸翼列の節弦比は漸次小になる傾向にある。特に、ガスタービン等において然りである。この様な直線軸翼列を通る流れに関する理論的研究には W.H.Isay〔1〕白倉氏〔2〕村井氏〔3〕等〔4〕の論文がある。然し、前二者は数値計算が極めて困難であり、後者の計算も簡単とはいえないと思う。

次に、カプラン水車等で使用されている程度に節弦比は小であるが、反りも厚みも余り大きくない翼型から成る翼列に関する従来の諸理論〔5〕においては使用している級数の収束性〔6〕等に問題がある。この様な翼列に対し、翼型の反り及び厚みが小であり節弦比の大であることを前提としている諸理論〔6〕〔7〕〔8〕〔9〕〔10〕〔11〕が適用出来ぬことは周知の通りである。

依って、本報においては、節弦比の小なる直線軸翼列を通る流れに関し、翼型の反り及び厚みの大なる場合（ガスタービンの如く）のみならず、また、余り大ならざる場合（軸流水車或はポンプ、軸流圧縮機）にも数値計算が比較的簡単になる厳密な解析を提唱した¹⁾。

所で、等角写像によって直線軸翼列のまわりのポテンシャル流れを求めるのは、慣用される方法によれば、所定の翼列を一個或は二個以上の円に写像する事に帰着する。この際、計算の簡易化の為に一個の円に写像しようとする時、白倉氏〔2〕が指摘している様に、節弦比が小で反りも厚みも大きい翼列状態の場合は、相隣る二つの翼型の間中の点が無限遠点に写像される事と翼列の面の無限遠点が写像面の円に接近してくる為に計算の精度が悪くなる難点がある。村井氏〔3〕は、これを巧妙な方法によってさけておる。

本報においては、更に計算を簡易化する為に Howell の変換〔11〕とその逆変換とも組合せて、所定の翼列を反りの小さい翼型から成る翼列に写像し、しかも、次の変換によって出来るだけ円に近い図形に写像する事を可能にし、上記の難点をさける事が出来た。しかもこの解析によって種々の翼列状態に対して、数値計算が非常に簡易となる。更に、既に発表された理論の一部〔6〕〔7〕〔11〕はこの理論の特殊の場合と観るべき事も明らかにした。

数値計算例として、翼型の反り及び厚みの大なる場合に対しては、沼知・黒川〔12〕、H. Hausenblas〔13〕並びに N.Scholz〔17〕のガスタービン翼列の、翼型の反り及び厚みの余り大ならざる場合に対しては N.Scholz の実験した NACA8410の翼列〔15〕の翼型表面の圧力分布等の計算を行い、それぞれ実験値と満足すべき一致を与える事を明らかにした。尚、その際、解析の為の数値計算が容易である事、特に、翼型の反り及び厚みが余り大ならざる場合或は節弦比が余り小でない場合には非常に数値計算が簡易となる事を確認している。

〔1〕は末尾の文献参照。以下同様。

1) 上記〔1〕〔2〕〔3〕の文献を反り及び厚みの余り大きくない翼型の翼列の解析に適用した場合には、数値計算は必ずしも簡易ではない。

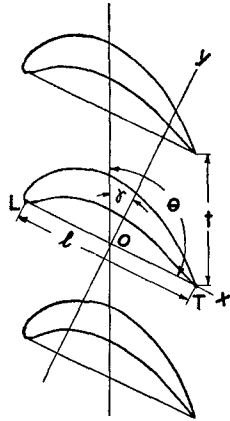
第 I 章 反り及び厚みの大なる翼型の節弦比小なる直線軸翼列の理論

1. 等角写像とその関数

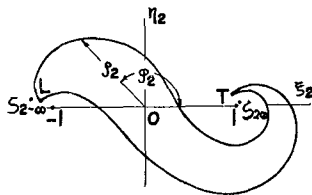
第 1 図の翼列は、反りも厚みも大なる翼型より成り節弦比は小なる任意の翼列²⁾とする。この翼列を周知の写像関数〔11〕によって ζ_1 -面³⁾の単一図形に写像し、次に、 ζ_2 -面に座標変換し、更に、 ζ_3 -面に変換する。

$$\zeta_1 = \tanh\left(\frac{\pi e^{-i\tau}}{t} Z - Z_0\right) \quad (1)$$

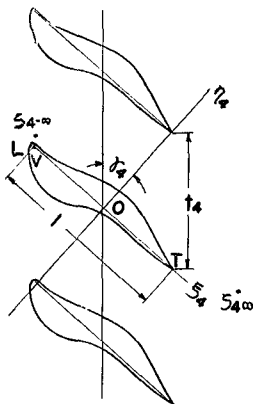
$$\zeta_2 = D_1 \zeta_1 + D_0 \quad (2)$$



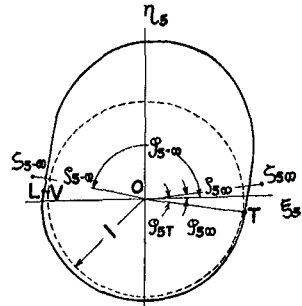
第 1 図 Z-面



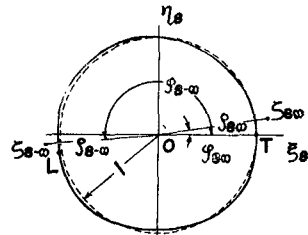
第 2 図 ζ_2 -面



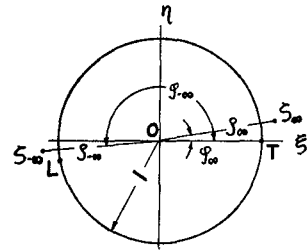
第 3 図 ζ_4 -面



第 4 図 ζ_5 -面



第 5 図 ζ_3 -面



第 6 図 ζ_1 -面

第 1 ~ 6 図 翼列面と写像面

- 2) もしも、反り及び厚みが余り大でなく、節弦比も余り小でないならば、R.A.Howell〔11〕の方法に依ることが出来る。
- 3) 以下の添字の数字は各写像面の番号を示し、 $-\infty, \infty$ 、は翼列の面の無限遠前方、後方を示す。

$$\zeta_3 = \tanh^{-1} \zeta_2 \quad (3)$$

ここに $Z_0, D_0, D_1 = k_1 e^{i\sigma_1}$ は複素常数

これらの写像の際に D_0, D_1 を適当に定めると、 ζ_3 -面の翼列は翼型の反りが小さく節弦比も余りで小でない翼列になる。ここで、以後の取扱を容易にする為に、第3図に示した様に増速翼列の場合には翼型の前部背面と後部腹面（減速翼列の場合には前部腹面と後部背面）は下記(4)式で定める翼弦から余り離れない様に、又、 $\zeta_{3\infty}, \zeta_{3-\infty}$ が出来るだけ前記の部分に近すぎ且つ翼型から離れる様に留意する。

この翼列を、次の写像関数〔6〕によって ζ_5 -面の単一図形に写像する。

$$\zeta_4 = D_3 \zeta_3 + D_2 \quad (D_2, D_3 = k_1 e^{i\sigma_3} \text{ 複素常数}) \quad (4)$$

$$\zeta_4 = \frac{t_4}{2\pi} \left(e^{i\tau_4} \log \frac{\zeta_5 + m}{\zeta_5 - m} + e^{-i\tau_4} \log \frac{1 + m\zeta_5}{1 - m\zeta_5} \right) \quad (5)$$

ここで、 D_2, D_3 は ζ_4 -面の翼型の一つが前縁曲率の midpoint V を前縁とし、翼弦が ζ_4 -面の原点を midpoint に持ち且つ ξ_4 -軸上に乗る、翼弦長が 1 になる様に定める。所で、タービン翼列の様なものでも反り曲線に風板状の肉付けをした様な形式の翼型が多いから、(5)式の変換における点の対応の第1近似として次の関係をとると、前縁の極く近傍を除けば可成り節弦比が小となっても良い近似値を与える。

$$\xi'_4 = \frac{t_4}{\pi} \left(\cos \tau_4 \tanh^{-1} \frac{2m \cos \varphi'_5}{1 + m^2} + \sin \tau_4 \tan^{-1} \frac{2m \sin \varphi'_5}{1 - m^2} \right) + n t_4 \sin \tau_4 \quad (6_1)$$

$$\eta'_4 = \frac{2m S t_4}{\pi} \log \rho'_5 \cdot \sin(\varphi'_5 - \varphi_{5T}) + n t_4 \cos \tau_4 \quad (6_2)$$

ここで $S = \sqrt{1 + m^4 + 2m^2 \cos 2\tau_4}$, $f = 1 + m^4 - 2m^2 \cos 2\varphi'_5$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

尚、前縁曲率半径を δ とすると、前縁に極めて近い点の第1近似値は次式で与えられる。

$$(\rho'_{5L} - 1)^2 = \frac{\pi \delta (1 - m^4)^2}{2m t_4 \sqrt{S^3}} \quad (7)$$

ここで、上式中のパラメータ m , φ_{5T} は次の二つの関係式から決定すべきものである。

$$\tan \varphi_{5T} = \frac{1 - m^2}{1 + m^2} \tan \tau_4 \quad (8_1)$$

$$\frac{1}{t_4} = \frac{2}{\pi} \left(\cos \tau_4 \tanh^{-1} \frac{2m \cos \varphi_{5T}}{1 + m^2} + \sin \tau_4 \tan^{-1} \frac{2m \sin \varphi_{5T}}{1 - m^2} \right) \quad (8_2)$$

更に、(5)式を解いた次式に前の第1近似の ρ'_5, φ'_5 を代入して、これに対応した ξ_4, η_4 の値 ξ'_4, η'_4 を計算し、所定の ξ_4, η_4 との差 $\Delta \xi_4, \Delta \eta_4$ を求める。

$$\xi_4 = \frac{t_4}{2\pi} \left\{ (T_1 + T_2) \cos \tau_4 + (T_3 + T_4) \sin \tau_4 \right\} + n t_4 \sin \tau_4 \quad (9_1)$$

$$\eta_4 = \frac{t_4}{2\pi} \left\{ (T_1 - T_2) \sin \tau_4 + (T_3 - T_4) \cos \tau_4 \right\} + n t_4 \cos \tau_4 \quad (9_2)$$

$$\text{ここに } T_1 = \tanh^{-1} \frac{2\rho_5 m \cos \varphi_5}{\rho_5^2 + m^2} \quad T_3 = \tanh^{-1} \frac{2\rho_5 m \cos \varphi_5}{1 + m^2 \rho_5^2}$$

$$T_2 = \tan^{-1} \frac{2\rho_5 m \sin \varphi_5}{1 - m^2 \rho_5^2} \quad T_4 = \tan^{-1} \frac{2\rho_5 m \sin \varphi_5}{\rho_5^2 - m^2}$$

然して ρ'_5, φ'_5 の補正項 $\Delta \rho_5, \Delta \varphi_5$ は次式から求まる。

$$\Delta \rho_5 = \frac{1}{\Delta} (N_1 \Delta \xi_4 - N_2 \Delta \eta_4), \quad \rho'_5 \Delta \varphi_5 = \frac{1}{\Delta} (N_1 \Delta \eta_4 + N_2 \Delta \xi_4) \quad (10)$$

ここに

$$N_1 = \frac{m t_4}{\pi} \left\{ \cos \tau_4 \cos \varphi'_5 \left(\frac{1 - m^2 \rho'^2_5}{f'} - \frac{\rho'^2_5 - m^2}{f''} \right) + \sin \tau_4 \sin \varphi'_5 \left(\frac{1 + m^2 \rho'^2_5}{f'} - \frac{\rho'^2_5 + m^2}{f''} \right) \right\}$$

$$N_2 = \frac{m t_4}{\pi} \left\{ \sin \tau_4 \cos \varphi'_5 \left(\frac{1 - m^2 \rho'^2_5}{f'} - \frac{\rho'^2_5 - m^2}{f''} \right) - \cos \tau_4 \sin \varphi'_5 \left(\frac{1 + m^2 \rho'^2_5}{f'} - \frac{\rho'^2_5 + m^2}{f''} \right) \right\}$$

$$f' = (\rho'^2_5 + m^2)^2 - (2m\rho'_5 \cos\varphi'_5)^2, f'' = (1 + m^2\rho'^2_5)^2 - (2m\rho'_5 \cos\varphi'_5)^2$$

$$\Delta = N_1^2 + N_2^2$$

以下同様にして逐次近似の計算を進める事が出来るが、大低の場合は、前縁に極めて近い点を除いては、この第2近似で充分である。

かくて得られた ζ_5 -面の図形が未だ充分に円に似ていないならば、次式の変換〔3〕を一回或は二回以上行って充分に円に似た図形に写像にする（第5図参照）。

$$\zeta_6 = D_5 S_5 + D_4 \quad (D_4, D_5 = k_5 e^{i\alpha_5}, \text{複素常数}) \quad (11)$$

$$\frac{\zeta_7 - 1}{\zeta_7 + 1} = \left(\frac{\zeta_6 - 1}{\zeta_6 + 1} \right)^\tau \quad (\tau, \text{実の常数}) \quad (12)$$

最後に、この閉曲線を次の変換〔14〕によって ζ -面の原点を中心とした単位円に写像する。

$$\zeta_8 = D_7 \zeta_7 + D_6 \quad (D_6, D_7 = k_7 e^{i\alpha_7}, \text{複素常数}) \quad (13)$$

$$\zeta_8 = \zeta \exp \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n}{\zeta^n} \quad (C_n = A_n + iB_n; A_n, B_n, \text{実の常数}) \quad (14)$$

2. 複素ポテンシャルと流体力学的諸性能

Z-面に対応し ζ -面の単位円を流線とする複素ポテンシャルは一般に次式で与えられる。

$$W = \frac{M}{2\pi} \left\{ \log \frac{\zeta - \zeta_{-\infty}}{\zeta - \zeta_{\infty}} + \log \frac{\zeta - 1/\zeta_{-\infty}}{\zeta - 1/\zeta_{\infty}} \right\} - \frac{i\Gamma_{-\infty}}{2\pi} \log \frac{\zeta - \zeta_{-\infty}}{\zeta - 1/\zeta_{-\infty}} - \frac{i\Gamma_{\infty}}{2\pi} \log \frac{\zeta - \zeta_{\infty}}{\zeta - 1/\zeta_{\infty}} \quad (15)$$

ここに、Mは吹出して、 $\Gamma_{-\infty}$ 、 Γ_{∞} は循環である。所で、(15)式は単位円内部の循環と翼型の呈する循環 Γ とが一致するという条件と翼列の面の無限遠の流れの条件とから次式を満足すべきである。

$$\Gamma = \Gamma_{-\infty} + \Gamma_{\infty} \quad (16) \quad \frac{dW}{dZ} \Big|_{Z=\pm\infty} = V e^{-i\alpha} \pm \frac{i\Gamma}{2t} e^{i\tau} \quad (17)$$

ここで、V、 α は翼列の面の無限遠前方、後方の速度の幾何学的平均の速度とそれが翼弦となす角度である。結局、求める複素ポテンシャルは次の様に与えられる。

$$W = \frac{tV}{2\pi} \left\{ e^{-i(\alpha+\tau)} \log \frac{\zeta - \zeta_{-\infty}}{\zeta - \zeta_{\infty}} + e^{i(\alpha+\tau)} \log \frac{\zeta - 1/\zeta_{-\infty}}{\zeta - 1/\zeta_{\infty}} \right\} - \frac{i\Gamma}{4\pi} \log \frac{(\zeta - \zeta_{-\infty})(\zeta - \zeta_{\infty})}{(\zeta - 1/\zeta_{-\infty})(\zeta - 1/\zeta_{\infty})} \quad (18)$$

ここに未定常数として残った循環 Γ は Kutta-Joukowski の仮説によって決定する。この場合、後縁に丸味があって尖っていない場合でも、 $\varphi = \varphi_T$ で $\frac{dW}{d\zeta} = 0$ になるものとして Γ を計算する。そうすると、 Γ は次の様に求まる。

$$\frac{\Gamma}{2tV} = \frac{K_{-\infty} \sin(\alpha + \gamma + \kappa_{-\infty}) - K_{\infty} \sin(\alpha + \gamma + \kappa_{\infty})}{K_{-\infty} K_{\infty} + \bar{K}_{-\infty} \cos \kappa_{\infty} + K_{\infty} \cos \kappa_{-\infty}} \quad (19)$$

$$\text{ここに } K_{-\infty} \exp i\kappa_{-\infty} = \zeta_{-\infty} - \zeta_T, K_{\infty} \exp i\kappa_{\infty} = \zeta_{\infty} - \zeta_T$$

従って、翼列のまわりの流れは直ちに計算出来る。すなわち、揚力係数 C_a 、揚力傾斜 I 及び零揚力角 α_n は次の様に決定する。

$$C_a = \frac{2\Gamma}{tV} = I \sin(\alpha - \alpha_n) \quad (20)$$

$$I = \frac{4t}{l} \frac{\sqrt{K_{\infty}^2 + K_{-\infty}^2 - 2K_{\infty}K_{-\infty} \cos(\kappa_{\infty} - \kappa_{-\infty})}}{K_{\infty}K_{-\infty} + K_{-\infty} \cos \kappa_{\infty} + K_{\infty} \cos \kappa_{-\infty}} \quad (21)$$

$$\alpha_n = -\gamma - \tan^{-1} \frac{K_{-\infty} \sin \kappa_{\infty} - K_{\infty} \sin \kappa_{-\infty}}{K_{-\infty} \cos \kappa_{\infty} - K_{\infty} \cos \kappa_{-\infty}} \quad (22)$$

又、翼列の面 Z 上の速度は $\frac{dW}{dZ} = \frac{dW}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dZ}$ で与えられる。特に、翼型表面の速度を求めると、

次の様になる。

$$\frac{v}{V} = Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 \cdot Q_4 \cdot Q_5 \quad (23)$$

ここに

$$Q = \frac{2\{F_1 \sin(\alpha + \gamma) + F_2 \cos(\alpha + \gamma)\} + \Gamma F_3 / tV}{F_4}$$

$$F_1 = -\frac{\rho_{-\infty}}{\rho_{\infty}} + \frac{\rho_{\infty}}{\rho_{-\infty}} + \frac{\rho_{-\infty}^2 - 1}{\rho_{-\infty}} \cos(\varphi - \varphi_{\infty}) - \frac{\rho_{\infty}^2 - 1}{\rho_{\infty}} \cos(\varphi - \varphi_{-\infty})$$

$$F_2 = 2 \sin(\varphi_{-\infty} - \varphi_{\infty}) - \frac{\rho_{-\infty}^2 + 1}{\rho_{-\infty}} \sin(\varphi - \varphi_{\infty}) - \frac{\rho_{\infty}^2 + 1}{\rho_{\infty}} \sin(\varphi - \varphi_{-\infty})$$

$$F_3 = -\rho_{-\infty} \rho_{\infty} + \frac{1}{\rho_{-\infty} \rho_{\infty}} + \frac{\rho_{-\infty}^2 - 1}{\rho_{-\infty}} \cos(\varphi - \varphi_{\infty}) - \frac{\rho_{\infty}^2 - 1}{\rho_{\infty}} \cos(\varphi - \varphi_{-\infty})$$

$$F_4 = \left\{ \frac{\rho_{-\infty}^2 + 1}{\rho_{-\infty}} - 2 \cos(\varphi - \varphi_{-\infty}) \right\} \left\{ \frac{\rho_{\infty}^2 + 1}{\rho_{\infty}} - 2 \cos(\varphi - \varphi_{\infty}) \right\}$$

$$Q_2 = \frac{k_7}{\rho_8} \left\{ \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} (nA_n \cos n\varphi + nB_n \sin n\varphi) \right]^2 + \left[\sum_{n=1}^{\infty} (nA_n \sin n\varphi - nB_n \cos n\varphi) \right]^2 \right\}^{-1/2}$$

$$Q_3 = \tau k_8 \left\{ \frac{1 + \rho_7^4 - 2\rho_7^2 \cos 2\varphi_7}{1 + \rho_6^4 - 2\rho_6^2 \cos 2\varphi_6} \right\}^{1/2}, \quad Q_5 = k_1 \left\{ \frac{1 + \rho_1^4 - 2\rho_1^2 \cos 2\varphi_1}{1 + \rho_2^4 - 2\rho_2^2 \cos 2\varphi_2} \right\}^{1/2}$$

$$Q_4 = \frac{\pi k_3 \sqrt{f^i \cdot f^o}}{2mSt_4} \{1 + \rho_5^4 - 2\rho_5^2 \cos 2(\varphi_5 - \varphi_{5T})\}^{-1/2}$$

3. 本理論の使用限界

一般に、かかる理論の使用限界を決定する主なるものは、使用する級数の収束性と翼列の面 Z の無限遠点に対応した写像面 ζ の点 ζ_{∞} , $\zeta_{-\infty}$ の単位円に近寄る程度⁴⁾ とである。

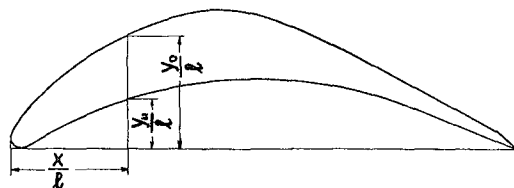
著者の理論においては、(12)式の変換を行うことによって級数の収束性を良くしているし、又、 ζ -面の点の密集した ζ_{∞} , $\zeta_{-\infty}$ の近傍だけでフーリエ級数の精度が良ければよいという点に着目して、その近傍だけで充分に良く合う様に補正を行っている。よって、著者の理論の使用限界は実用上有意義な節弦比の小なる方面に可成り拡大されているはずである。

後記の数値計算例においては、可成り反り及び厚みが大きく節弦比が 0.6 程度でも、36 点総和法で求めたフーリエ係数を上記の様に補正を行えば、充分な精度の計算が出来た。

4. 数値計算例

[1] 沼知・黒川の実験の翼型

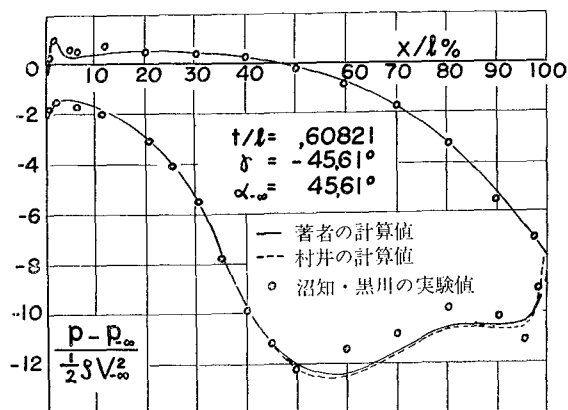
沼知・黒川〔12〕が実験したガスタービン静翼列（翼型形状は第 7 図に示す）の内で、既に村井氏が同氏の理論〔3〕の数値計算例として採り上げておられる $\gamma = 45.61^\circ$, $\alpha_{-\infty} = 45.61^\circ$ の場合の揚力係数並びに翼型表面の圧力分布を算出した。



第 7 図 沼知・黒川が実験した翼型

- 4) 節弦比が小さくなり、 $\zeta_{-\infty}$, ζ_{∞} が ζ -面の単位円に近づくにつれて、翼型上に等間隔にとられた点に対応した ζ -面の単位円上の点が狭い範囲に密集してくる。一方、計算の精度の上からは、(14)式の変換におけるフーリエ級数はこの密集した点の近傍では少くとも充分に精度よく求められる必要がある。

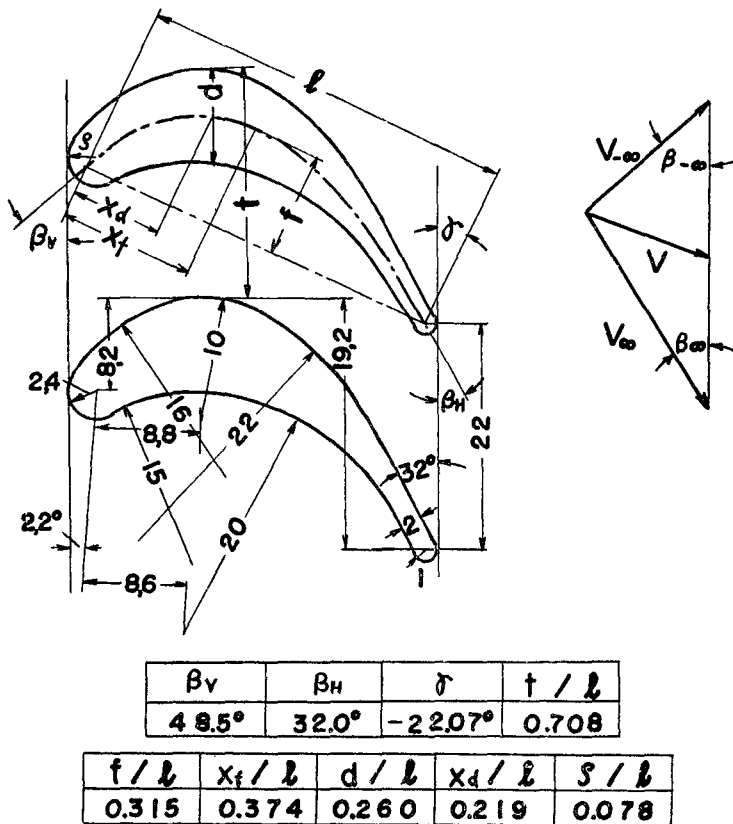
算出した揚力係数 2.08 は実験値 2.02 とは +3% の差があるが、村井氏の算出した値 2.10 とは一致しているといえる。圧力分布の計算値と実験値とを対比したのが第 8 図である。第 8 図で、著者と村井氏の計算値は良く一致しており、しかも、実験値とも合っているといえる。



第 8 図 圧力分布の計算値と実験値の比較

[2] H. Hausenblas の実験の翼型

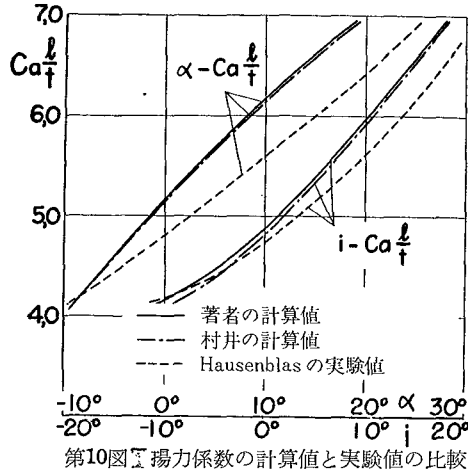
Hausenblas [13] が実験したタービン動翼列の内の翼列 B_{2a}⁵⁾ (翼型形状、翼列配置は第 9 図に示す) に関し、揚力係数 (第 10 図) 圧力分布 (第 11 図) を計算した。但し、圧力分布は実験で



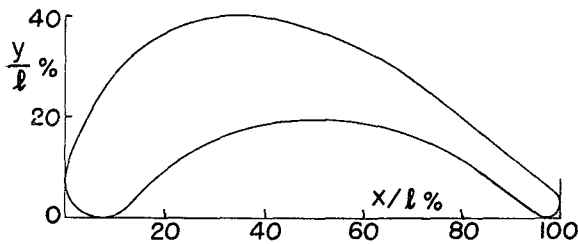
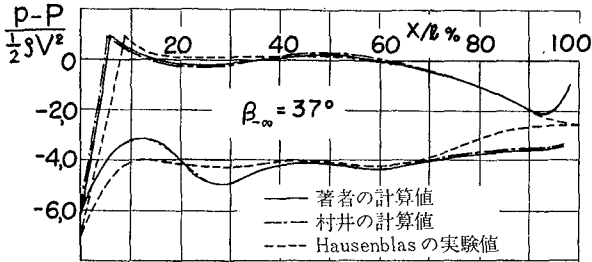
第 9 図 Hausenblas が実験した翼型 B_{2a} の形状と翼列配置

5) 既に、村井氏[3] が同氏の理論の数値計算例として採り上げている。

抗揚比が最小であった $\beta_{-\infty} = 37^\circ$ の場合を計算した。



第10図 揚力係数の計算値と実験値の比較



第11図 圧力分布の計算値と実験値の比較

第10図、第11図のいずれの場合も、著者と村井氏の計算値は良く一致しているし Hausenblas の実験値とも合っているといえる。

尚、数値計算例[1][2]のいずれの場合でも、(5)式の変換は一応第3近似迄計算したが、前縁の極く近傍の点を除くと、第2近似で既に有効数字4桁迄正確であった。従って、大抵の場合には、この計算は第2近似で打切って充分であらうと推察される。

第II章 種々なる翼列に対する簡易化せる理論の提唱

1. 反り及び厚みが余り大きくない翼型より成る翼列の場合

(1) 解析方法

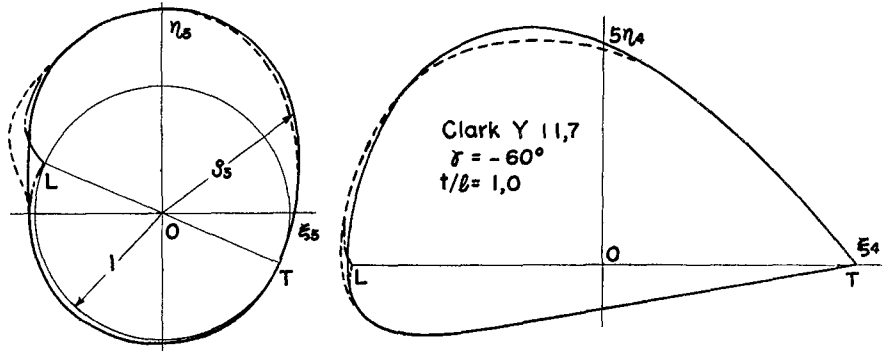
この様な場合には、第1章で述べた解析において(1)(2)(3)式の変換を、時には(11)(12)式の変換も省略して計算を簡易化する事が出来る。

先ず、特別な場合である翼型の反り及び厚みが充分に小で節弦比も大きい場合には、二次以上の微小量を省略した近似計算をすると、完全に神元氏の理論[7]と、或は安倍氏の理論[6]と一致する⁶⁾。しかも、著者の解析計算の内では最も手数のかかる(5)式の点の対応の計算をして神元氏 安倍氏のそれと比較して図示した第12図(翼型の反り及び厚みの小さい場合、特に、減速翼列の

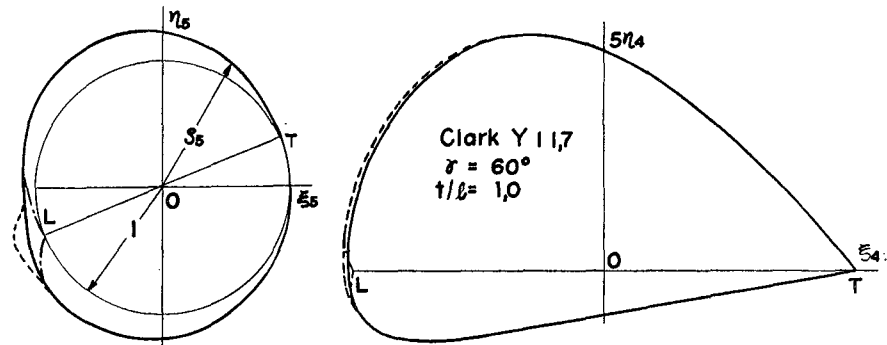
6) この様な場合における、文献[6][7]の理論の優秀性は既に証明されている[6]。

場合— r が正—は然りであろう)を見れば了解出来る様に、前縁の近傍を除けば、この著者(第1近似)・神元氏、或は、安倍氏の理論によって計算した値は非常に精度がよい。従って、著者の方法により前縁近傍の点を正確に計算しさえすれば、(14)式の変換に際してのフーリエ級数の収束性もよくなり充分な精度の計算が出来る、かくして、翼型の抗力、失速特性等に対して重要な影響を与える翼型前縁附近の流れの解折の精度が悪いという上記両氏の理論の難点を容易に是正する事が出来る。

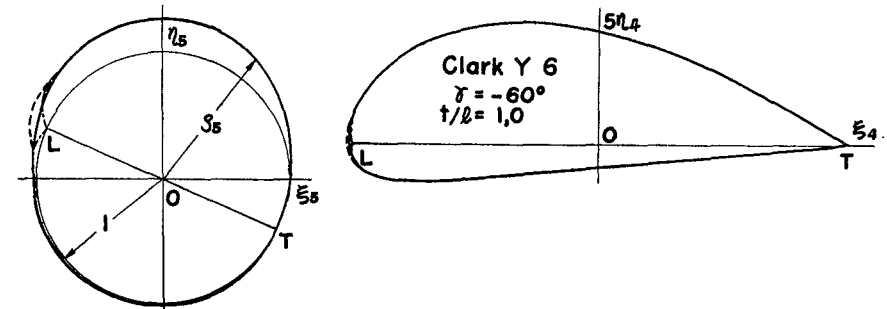
所で、第12図でも明らかな様に、神元氏安倍氏の理論は、翼型の反り及び厚みがやや大きく(Clark Y 11.7 程度)なるか節弦比がやや小($t/l=1.0$)程度となると、両氏が仮定している所の著者の $\log \rho_5$ に相当したものが一次の微小量であるという条件が満足されなくなり、解折の精



第12図 (a)



第12図 (b)



第12図 (c)

——著者(厳密値)
著者(第1近似値), 神元氏
 ---安倍氏

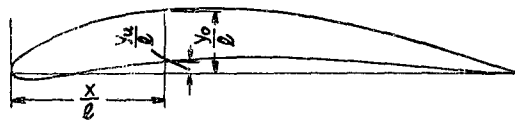
第12図 (a)(b)(c) (5)式の点の対応の計算における著者, 神元氏, 安倍氏の三方法の比較(著者の方法では(1)(2)(3)(4)式の変換を省略している)

度が著しく低下する。しかも亦、著者が本節で取扱っている様な場合を対照としていると思われる諸理論〔5〕は級数の収束性が悪いという欠点がある。

所で、第12図からも明らかな様に、翼型の反り及び厚みが多少大きくなっても、この著者の第1近似値は逐次近似の計算の出発点とするには先ず十分に満足すべきものである。従って、この〔5〕式の計算は第2近似で非常に正確なものとなるはずである（第1章、第4節参照）。この様にして得られた ζ_5 -面の閉曲線を非常に簡易な〔12〕式の変換⁷⁾により円に近い図形に写像し、同時に、この図形を非常に滑らかにすることが出来る。この様にすることによって〔14〕式の変換の際のフーリエ級数の収束性をよくしこの解折の精度を十分に向上させることが出来る⁸⁾。

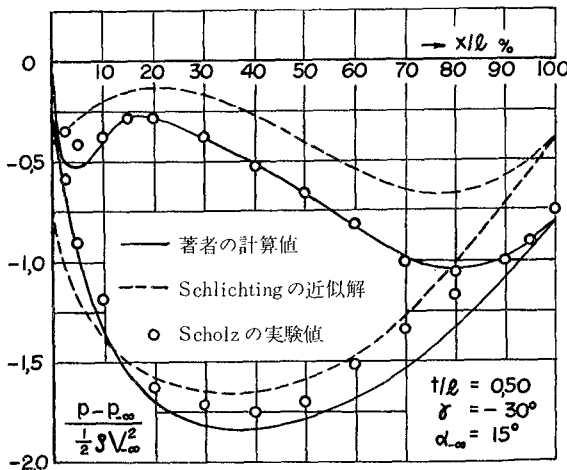
〔2〕 数値計算例

本節の簡易化せる理論の使用限界の目安を与える為に、N.Scholz〔15〕が実験に採用し H. Schlichting が近似理論〔16〕の数値計算例に採用した翼列（翼型形状は NACA8410 に非常に近いもので、これを第13図に示す）を採り上げて、 $t/l=0.5$, $\gamma=30^\circ$, $\alpha_\infty=15^\circ$ の場合の翼型表面の圧力分布を計算して実験値と対比してみたのが第14図である。



第13図 Scholz が実験した翼型

この第14図において、著者の簡易化された理論による厳密解は実験値と良く一致しているといえよう。



第14図 圧力分布の計算値と実験値の対比

又、この数値計算はそれ程困難ではなかったから、この簡易化せる理論はこの程度の翼列、従って、現在の軸流水車軸流ポンプ軸流圧縮機の羽根車導羽根等で使用されている大抵の翼列、の取扱には充分適用可能であると考えられる。

尚、第14図には、本節で対照としている様な翼列にも適用出来るとされており然も、数値計算が可成り簡易な Schlichting の近似理論〔16〕に依った計算結果も示してあるが、これは著者の計算値とも Scholz の実験値とも余り良く合っていない。

2. 翼型の反り及び厚みは大であるが節弦比が余り小でない翼列の場合

〔1〕 解析方法

この様な場合には、前章で述べた解析において、節弦比が余り小でないために非常に簡易とな

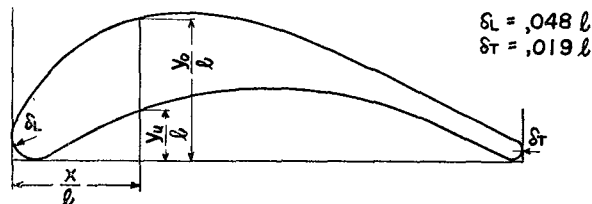
7) 唯今の場合には、 $\tau = \frac{1}{2}$ 或は 2 において計算を簡易化することが出来る。

8) この様な方法を節弦比が無限大の特別な場合（単独翼型）に適用すれば、Theodorsen-Garrick の理論〔14〕を改良することが出来る。

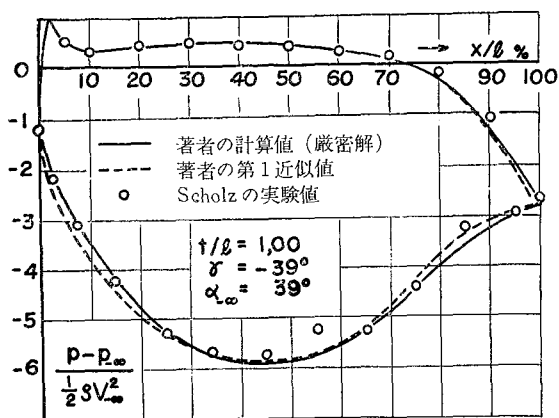
る(1)(2)(3)(4)式の変換によって、所与の翼列を反りの小さい翼型の翼列に写像することが出来る。ここで、ガスタービンの様なものの羽根でも、反り曲線の上に風板状の肉付けをした形式のものが多から、翼型の厚みを小とすれば、我々の所与の問題を前節の特殊な場合で数値計算の非常に簡易な反り及び厚みが小さい翼型の節弦比も余り小さくない翼列のまわりの流れの解法に帰せしめることが出来て、この問題は極めて容易に解決する。たとえ、翼型の厚みが多少大きくとも(2)式の変換において、増速翼列の場合には翼型の前部背面と後部腹面(減速翼列の場合には前部腹面と後部背面)を(4)式で定める翼弦から出来るだけ離れない様に留意すれば、 c_s -面の閉曲線は円に非常に近いものとなり、この変換の第1近似値の精度が良くなる。従って、以下の処理は前記の反り及び厚みが小さい翼型の節弦比の余り小でない翼列の処理と全く同様にしてよいからこの問題も容易に解決する。以上に述べた様に厳密解を求めることは比較的容易である。更に、第1近似の解で満足することにすれば、例えば安陪氏の理論の様な薄翼の翼列の理論[6]と同程度の計算労力で翼型のまわりのポテンシャル流れを求めることが出来る。

〔2〕 数値計算例

本節の場合に対する数値計算例として、N.Scholz[17]が実験した翼列(翼型形状は第15図に示す)を採り上げて、 $t/l=1.0$, $\gamma=-39^\circ$, $\alpha_\infty=39^\circ$ の場合について、翼型表面の圧力分布を計算しそれと実験値とを対比したのが第16図である。



第15図 Scholz が実験した翼型



第16図 圧力分布の計算値と実験値の対比

この第16図から判る様に、簡易な数値計算で求まる著者の厳密解が Scholz の実験値と良く一致している。更に、薄翼に準じた取扱をして更に数値計算を簡易化した著者の第1近似値も実用上満足すべき結果を与えていることは注目に価する。

以上のことから、節弦比が1程度ならば可成り厚みの大きい⁹⁾この程度の翼型の翼列の場合でも(従って先ず大低の翼型の翼列の場合でも)、翼型の反り及び厚みの余り大でない翼型で節弦比が余り小でない翼列の解析と大差ない計算労力で翼列のまわりのポテンシャル流れの解析が出来るといえるであろう。

3. 喰違い角の絶対値が小さい翼列の場合

この様な特殊な場合には第1章で述べた解析において(2)(3)(4)(5)式の変換を省略出来て、最も容易に厳密解を求めることが出来る。この様な場合で、特に、(12)式で $\tau = \frac{1}{2}$ とおいたのが Howell

9) この場合、翼型の反りは問題にならない。

の理論〔11〕であるが、一般に任意の翼型では後縁は Joukowski 翼型の様に尖点をもたないで或る有限の角度をもっているし、又、尖っていないで丸味のついた後縁の場合もあるからこの様な場合には、Howell の理論による取扱いは或程度面倒になる。しかしながら、この様な場合でも、著者の解析の様に $\tau \approx 2$ (特に、 $\tau = 2$ は計算が非常に容易である) とおけば計算がはるかに簡易となるから問題はない。

結 論

〔1〕 反り及び厚みが大なる翼型から成り節弦比も小なる直線軸翼列のまわりのポテンシャル流れを、特に、翼型表面の圧力分布並びに揚力曲線を比較的簡易な数値計算で求め得る厳密なる解折法を提示した。更に、数値計算例として、沼知・黒川並びに Hausenblas が実験したガスタービン翼列を採り上げて計算し、その圧力分布並びに揚力係数の計算値が上記三氏の実験値並びに村井氏の計算値〔3〕に良く一致することを確かめた。尚、この解折の為の数値計算は村井氏のそれより可成り簡易であった。

〔2〕 軸流水車軸流ポンプ軸流圧縮機の羽根車導羽根等の如く、節弦比は比較的小であるが翼型の反り及び厚みが余り大でない翼列の場合について、

(a) 特に、翼型の反り及び厚みが充分に小で節弦比も大なる翼列の場合には(特に、通常の翼型では、減速翼列の場合には然りであるが)、神元氏〔7〕安陪氏〔6〕の理論において翼型前縁附近の処理に僅小の改良を加えるだけで実用上充分に満足すべき解が得られることを明らかにした。

(b) 上記(a)の場合は勿論のこと、反り及び厚みの或程度大きい翼型から成り節弦比も比較的小さい翼列の場合にも適用出来て、しかも、数値計算の簡易な厳密解法を提示した。更に、N.Scholz〔15〕の実験した翼列(NACA8410, $t/l=0.5$, $\gamma=-30^\circ$)について数値計算を行いこの程度の翼列でも比較的簡易に流れの解析が出来て、然も、この計算値が実験値と合うことを確かめた。又、ここで対照としている様な翼列にも適用出来るとされており、然も、数値計算の簡易な Schlichting の近似理論〔16〕の精度が甚だ不十分であることも明らかにした。

〔3〕 翼型の反り及び厚みは大きいが節弦比は余り小でない ($t/l=1.0$) 翼列のまわりの流れの解析の比較的簡易に出来る方法を示した。そして更に、薄翼の翼列のまわりの流れを安陪氏〔6〕神元氏〔7〕の理論によって解折した場合と殆んど同程度の計算労力で実用上満足すべき精度で計算することの出来る近似的な方法を提示した。

終りに臨み、本研究に終始御懇切なる御指導を賜りました東北大学工学部の沼知教授に深く感謝の意を表します。又、数値計算に際して種々の資料を提供され、その上、有意義なる助言を与えられた東北大学高速力学研究所の村井助教授に感謝の意を表します。

参 照 文 献

- 〔1〕 W.H.Isay : ZAMM, Bd.33 (1953), S. 397.
- 〔2〕 白倉 : 日本機械学会論文集, 18巻(1952), 69号, 16頁. 及び, 同論文集, 21巻(1955), 577頁.
- 〔3〕 H.Murai : ZAMM, Bd.35 (1955), S.48.
- 〔4〕 G.S.Samoilovich : Prikladnaya Matematika i Mekhanika, Tom XIV, 1950.
C.H.Wu & C.A.Brown : Jour. Aero. Sci., Vol.19 (1952), No. 3, p. 183.
- 〔5〕 笠原 : 日本機械学会論文集, 20巻 (1954), 577頁.
河崎 : 応用力学, 5巻(1952), 3頁.

- 菊池：東北大学高速力学研究所報告，5巻(1951)，108頁。
- [6] 安倍：東北大学高速力学研究所報告，2巻(1950)，95頁。及び，日本機械学会論文集，17巻(1951)，58号，57頁。
- [7] 神元：日本機械学会論文集，17巻(1951)，60号，58頁。
- [8] 村井：東北大学高速力学研究所報告，2巻(1950)，83頁。及び，日本機械学会論文集，17巻(1951)，58号，52頁。
- [9] 菊池：東北大学高速力学研究所報告，10巻(1953)，85頁。
- [10] B.Fujimoto & K.Hirose：Memoris of Faculty of Engineering Kyôto Univ.，Vol.XII (1950)，p.20.
- [11] R.A. Howell：Phil. Mag.，Vol.39 (1948)，p.913.
- [12] 沼知・黒川：東北大学高速力学研究所報告，5巻(1951)，39頁。及び，日本機械学会論文集，15巻(1950)，51号，46頁。
- [13] H.Hausenblas：Ing.-Arch.，Bd.19 (1951)，S.75.
- [14] T.Theodorsen & T.E.Garrick：NACA Report，No.452 (1933).
- [15] N.Scholz：Habilitationsschrift der Technischen Hochschule Braunschweig 1955.
- [16] H. Schlichting：VDI-Forsch-Heft. 447，Düsseldorf 1955.
- [17] N.Scholz：VDI-Eorsch-Heft.442，Düsseldorf 1954.

参 考 論 文

管内オリフィスのキャビテーションが発する超音波*

要 旨

キャビテーションによる壊触機構の究明と，超音波によるキャビテーション発生の検出方途の確立とを目標とし，種々なるキャビテーション係数，静圧ならびに水温において，規格管内オリフィスのキャビテーションが発する超音波の周波数スペクトラムならびに個々の超音波の頻度分布などを明らかにした。

* 本報は，沼知教授並びに元東北大学工学部助手山部正博氏との共同研究である。又，本報の内容を日本機械学会第35期定時総会講演会（昭和33年4月2日）において講演した。
東北大学高速力学研究所報告，14巻（1959），137号に掲載。

又，本実験における，増幅器の改造等に関しては，東北大学高速力学研究所田中栄教授の助言を得た。また瞬間写真の撮影に際しては，本研究所助手武内平八郎君の助力を得た。ここにそれぞれ感謝の意を表す。

審 査 結 果 要 旨

ガスタービンの翼素のように反り及び厚みの大なる翼型よりなり節弦比の極めて小なる翼列に関する理論的研究としては Samoilovich, Isay, 白倉, 村井等の論文がある。これらにより翼型の性能を求めるにはその数値計算が極めて困難であり、村井による計算も簡単とは言えない。これらに対して本研究においては、数値計算が一段と簡単になる厳密な解析を展開した。従来、直線軸翼列を通るポテンシャル流れの解析においては、問題の翼列を円に写像することが慣用されている。その際相隣る二つの翼型の中間の点が無限遠に写像されることと、翼列の面の無限遠点が写像面の円に接近して来るために計算の精度が悪くなる難点がある。村井氏は、円の代りに円に近似した閉曲線に写像する方法によりこの困難をさげ得たわけである。

本研究においては、翼列を一応反りの小さい翼型からなる翼列に写像し、次の写像において、円に近い閉曲線に写像することを可能にした。そのためには従来の解析法に対比して、更に三つの写像と坐標変換とを介在せしめたわけであるが、これにより上記の難点をさげ得たのみでなく数値計算を著しく簡易化することが出来た。

数値計算例としては、沼知, 黒川の実験並に Hausenblas の実験における翼型の表面圧力分布を採り上げ、実験値と満足すべき一致を示している。

更に従来、軸流圧縮機、軸流ポンプ及びカプラン水車等における翼素のように反り及び厚みが余り大でなく、しかし節弦比は比較的小なる場合の翼列に関しては、従来、安陪或は神元等の理論があるが、その数値計算において級数の収束性に問題があり、その計算の手数とその精度とは不満足な点が多かった。本研究においては、前記一般翼列の理論の特殊の場合として、この翼列に関する理論を展開し従来の理論に対比して、数値計算の簡易化と精度との点で遙かに優れた理論を提唱することができた。更に反り及び厚みが大であるが節弦比が余り小でない場合或は食い違い角の絶対値が小さい翼列の場合等に関しても、夫々同様に、解析法を提唱し、数値計算例において諸家の実験と夫々満足すべき一致を示している。この際、従来種々なる状態の翼列の夫々に対し諸家が夫々解析法を異にしていたのに対し、問題の所在を類別的に明確にして解析を簡易精密にしている。

以上要するに本論文は、理論的手法において独自の着想に立脚しており、流体力学の理論的研究として一応の興味を引くものがある。更に任意翼列の翼型性能の計算法は実験と一致する確証を与えて実用の価値が十分であり、工学上有益な貢献と見られる。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。