

氏 名	もり 守	とき 時	ひとし 一
授 与 学 位	工	学	博 士
学位授与年月日	昭 和 3 9 年 3 月 2 5 日		
学位授与の根拠法規	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項		
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 ( 博士課程 ) 精密工学専攻		
学 位 論 文 題 目	球形ポンチによる深絞り加工に関する 研究		
指 導 教 官	東北大学教授	竹	山 寿 夫
論 文 審 査 委 員	東北大学教授	竹	山 寿 夫
	東北大学教授	田	中 英 八 郎
	東北大学教授	佐	藤 健 児
	東北大学助教授	戸	部 俊 美

# 論文内容要旨

## 緒言

従来深絞り加工に関する理論解析はいろいろ取扱われているが、その解析の多くはフランジ部の変形抵抗のみを考慮して側壁部の絞り応力が抗張力になった場合を加工の限界とみなして絞り限界などの成形性を議論している。実際の球形ポンチによる深絞り加工においては破断はポンチ先端部で発生するので、ポンチ先端部の二軸引張り領域の変形も成形性に大いに影響をもたらすと考えられるが、深絞り試料の全領域の変形を考慮した成形性についてその系統的な研究の報告は知られていないと思われる。

そこで本研究においては加工硬化を考慮し、曲げ剛性を省略した膜理論で、全ひずみ説に基づいて試料の全域にわたって変形を解析し、これらの結果を総括することによつて、実際の深絞り加工に関する諸量を求め、アルミニウムを用いた実験値と比較した。これらの結果から全ひずみ説に基づく解析によつても深絞り加工に関する性質を相当詳細に表明しうることがわかり、従来求めることが困難であつたポンチ力、ポンチ行程線図も負荷過程で描くことができ、ポンチ先端部における変形も加味して限界絞り比を求めえた。そしてポンチ先端部の潤滑性の良い場合にはそれらの値は実験値のよい近似を示した。

計算はアルミニウムを対象とし、平面ダイスも円すいダイスも同時に取扱えるように、試料の中心から周辺に向つておこなつた。計算の大部分はSENAC-1電子計算機を用いた。

## 第1章 解析

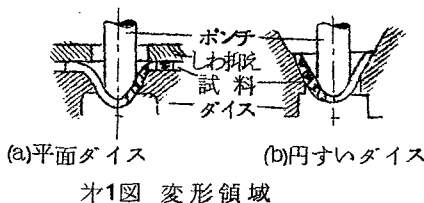
### 1.1 まえがき

深絞り加工には平底ポンチ、球底ポンチが用いられるが、ここではエリクセン試験との類似性、また解析の便宜性を増すことから、ポンチ先端部領域で充分張り出し変形を起しうる球底ポンチを用いた場合に限定する。成形過程で試料を $\times 1$ 図に示すごとく四つの領域、すなわち試料とポンチとの接触を保っているポンチ先端部、試料表面が工具で拘束されていない側壁部ダイスの曲率部分と接触しているダイス曲率部、ダイス面上にあるダイス部に分割する。平面ダイスと円すいダイスで異なるのはダイス部のみで他の領域は全く共通している。

塑性理論を深絞り加工に適用する場合、ひずみ増分説、あるいは全ひずみ説のいづれかに従つて解析を進めるのであるが、深絞り加工のように試料要素が加工につれてその変形領域を変える場合にはひずみ増分説の適用は非常に困難となる。

そこで試料の全域の解析には全ひずみ説に基づいて、曲げ剛性を省略した膜理論で最大ポンチ力を与える行程迄を取扱う。この場合弾性域における応力ひずみ関係は省略し、塑性曲線はべき関数で表示した。試料と工具間の摩擦はクーロン摩擦であると仮定した。成形限界には破断による限界と、しわによる限界があるが、ここでは前者による限界を推定することを目的としているので、平面ダイスの場合のしわ抑え圧力は破断による限界に到る前にしわによる限界

の発生しない最低しわ抑え圧力を選んだ。



- I ポンチ先端部
- II 側壁部
- III ダイス曲率部
- IV ダイス部(平面部, 円すい部)

方程式の表示法および解析は回転円板の塑性変形<sup>(1)(2)</sup>に従って進めている。側壁部以外では従来解析されている部分もあり、ダイス部では応力の関係式で解かれた例<sup>(3)</sup>がある。

## 1.2 解 析

材料には異方性はないと仮定すると軸対称な成形となるので、半径方向、円周方向、板厚方向がそれぞれ主方向となる。膜理論に基づく歪による解析には筆者<sup>(4)</sup>、山田<sup>(5)</sup>の研究がある。ここでは各領域に共通な関係とそれぞれの領域における関係を示す。

### 1.2.1 一般的な関係

塑性曲線は有効応力 $\sigma_g$ と有効ひずみ $\varepsilon_g$ の間で $\sigma_g = \sigma^* \varepsilon_g^n$ を満足すると考える。全ひずみ説に従って平面応力状態にあると仮定すると、半径、円周方向ひずみ $\varepsilon_r, \varepsilon_t$ と、半径円周方向応力 $\sigma_r, \sigma_t$ の間の関係は

$$\sigma_r = \frac{2}{3} \sigma^* \varepsilon_g^{n-1} (2\varepsilon_r + \varepsilon_t), \quad \sigma_t = \frac{2}{3} \sigma^* \varepsilon_g^{n-1} (\varepsilon_r + 2\varepsilon_t) \quad (1.2.1)$$

となる。円周方向ひずみの定義から試料要素の変形前後の座標 $r, \rho$ の間には

$$\xi = \zeta e^{\varepsilon_t}, \quad \zeta = \xi e^{-\varepsilon_t} \quad (1.2.2)$$

の関係がある。ここで $\xi = \rho/r_p, \zeta = r/r_p$ で $r_p$ はポンチ先端部の曲率半径である。ひずみと変位との関係から変位を消去すると、適合条件式は

$$d\varepsilon_t/d\xi = (1 - e^{\varepsilon_t - \varepsilon_r} / \cos\theta) / \xi \quad (1.2.3)$$

となる。ここで $\theta$ は試料要素の法線とポンチ軸のなす角度である。

### 1.2.2 ポンチ先端部

ポンチ先端部球面に試料要素が拘束されているので、幾何学的関係から $\xi = \sin\theta$ となり、適合条件式は(1.2.3)式から

$$d\varepsilon_t/d\theta = \cot\theta - e^{\varepsilon_t - \varepsilon_r} / \sin\theta \quad (1.2.4)$$

板厚方向の応力の釣合いから、試料工具間の接触圧力 $p$ は

$$p = t(\sigma_r + \sigma_t) / r_p \quad (1.2.5)$$

となる。ここで $t$ は板厚を示す。半径方向の応力の釣合いをひずみ成分に変換すると、

$$A d\varepsilon_r/d\theta + B d\varepsilon_t/d\theta + C = 0 \quad (1.2.6)$$

$$A = 2 - (2\varepsilon_r + \varepsilon_t) - \nu(2\varepsilon_r + \varepsilon_t)^2 / (\varepsilon_r^2 + \varepsilon_r\varepsilon_t + \varepsilon_t^2)$$

$$B = 1 - (2\varepsilon_r + \varepsilon_t) - \nu(2\varepsilon_r + \varepsilon_t)(\varepsilon_r + 2\varepsilon_t) / (\varepsilon_r^2 + \varepsilon_r\varepsilon_t + \varepsilon_t^2) \quad (1.2.7)$$

$$G = (\varepsilon_r - \varepsilon_t) \cot\theta - 3\mu_p(\varepsilon_r + \varepsilon_t)$$

となる。ここで $\mu_p$ はポンチ試料間の摩擦係数であり、 $\nu = \frac{1-n}{2}$ である。

### 1.2.3 側 壁 部

側壁部では他の領域におけるごとく幾何学的形状が工具によつて一義的に決定されるのではなく、試料要素の応力状態で自由に形を変える。それゆえここではポンチ軸を含む平面と側壁部曲面との交線(たわみ曲線と名付ける)の方向 $\gamma$ に沿つて変形状態を考える。

幾何学的関係から

$$d\gamma = d\xi / \cos\theta = R d\theta / r_p \quad (1.2.8)$$

となる。ここで  $R$  は考えている点におけるたわみ曲線の曲率半径である。適合条件式は (1.2.3) 式から

$$d\varepsilon_t / d\gamma = (\cos\theta - e^{\varepsilon_t - \varepsilon_r}) / \xi \quad (1.2.9)$$

半径方向の応力の釣合いをひずみ成分に変換すると、

$$A d\varepsilon_r / d\gamma + B d\varepsilon_t / d\gamma + C_{II} = 0 \quad (1.2.10)$$

$$C_{II} = (\varepsilon_r - \varepsilon_t) \cos\theta / \xi \quad (1.2.11)$$

となり、ここで  $A, B$  は (1.2.7) 式と同様である。

#### 1.2.4 ダイス曲率部

$r_i$  をダイス内半径、 $r_d$  をダイス曲率半径とすると、幾何学的関係から

$\xi = C_i + C_d(1 - \sin\theta)$  となる。ここで  $C_i = r_i / r_p$ ,  $C_d = r_d / r_p$  である。

適合条件式は (1.2.3) 式から

$$d\varepsilon_t / d\theta = \frac{-C_d}{C_i + C_d(1 - \sin\theta)} (\cos\theta - e^{\varepsilon_t - \varepsilon_r}) \quad (1.2.12)$$

半径方向の応力の釣合いをひずみ成分に変換すると、

$$A d\varepsilon_r / d\theta + B d\varepsilon_t / d\theta + C_{III} = 0 \quad (1.2.13)$$

$$C_{III} = \frac{C_d \cos\theta}{C_i + C_d(1 - \sin\theta)} (e^{\varepsilon_t - \varepsilon_r}) - \frac{\mu_d}{C_i + C_d(1 - \sin\theta)} \{ (C_i + C_d)(2\varepsilon_r + \varepsilon_t) - 3C_d(\varepsilon_r + \varepsilon_t) \} \sin\theta \quad (1.2.14)$$

となり、 $A, B$  は (1.2.7) 式と同様である。

ここで  $\mu_d$  はダイス試料間の摩擦係数である。

#### 1.2.5 ダイス部

1. ダイス平面部 フランジ部に変形を生ずると試料周辺部で板厚増大が一番大きくなるため、しわ抑え力は試料周辺部に作用すると考えられるので、この条件で解析する。

適合条件式は (1.2.3) 式で  $\theta = 0$  とすることにより

$$d\varepsilon_t / d\xi = (1 - e^{\varepsilon_t - \varepsilon_r}) / \xi \quad (1.2.15)$$

半径方向の応力の釣合いをひずみ成分に変換すると、

$$A d\varepsilon_r / d\xi + B d\varepsilon_t / d\xi + C_{IV} = 0 \quad (1.2.16)$$

$$C_{IV} = (\varepsilon_r - \varepsilon_t) / \xi \quad (1.2.17)$$

となり、ここで  $A, B$  は (1.2.7) 式と同様である。

2. ダイス円すい部 ダイス円すい部の円すい半頂角を  $\alpha$  とすると、 $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$  の関係にあるので、適合条件式は

$$d\varepsilon_t / d\xi = (1 - e^{\varepsilon_t - \varepsilon_r} / \sin\alpha) / \xi \quad (1.2.18)$$

半径方向の応力の釣合いをひずみ成分に変換すると

$$A d\varepsilon_r / d\xi + B d\varepsilon_t / d\xi + C'_{IV} = 0 \quad (1.2.19)$$

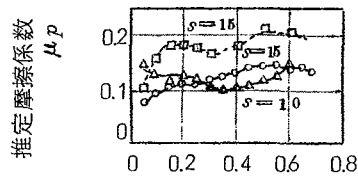
$$C_N' = \{(\epsilon_r - \epsilon_t) - \mu d(\epsilon_r + \epsilon_t) \cot \alpha\} / \epsilon \quad (1.2.20)$$

となり、ここで  $A$ ,  $B$  は (1.2.7) 式と同様である。計算では  $\alpha = \pi/6$  としている。

### 1.3 解析条件の考察

#### 1.3.1 摩擦係数

現在塑性加工面の摩擦に関してその潤滑条件が明らかでないことがその考察を非常に困難なものにしている。薄板の深絞り加工面における摩擦係数は試料としわ押え面の間で全体として測定されている程度で、部分的な摩擦特性を知ることは困難である。さらに深絞り加工面における摩擦特性もダイス部とポンチ先端部で相当その特性を異にしていると考えられ、特に後者は普通の摩擦現象から前者以上にかき離れていると推察される。ここでポンチ先端部の摩擦係数  $\mu_p$  を理論的解析 (1.2.4) 式, (1.2.6) 式に基づいて推定する。この場合実験からひずみとひずみ勾配を測定し、それらをもとに  $\mu_p$  を求めるのであるが、求められた  $\mu_p$  の値は実際の摩擦係数というよりも、理論値と実験値を類似させる上に必要な未定因子の採りうる合理的な値を示していると考えられる。これらの値はテフロン潤滑では才 2 図の破線のごとくなる。さらに潤滑性を高めるためにポンチに回転揺動を与えた場合には才 2 図の実線のごとくなり、潤滑性のはなはだしく悪くない場合には摩擦係数として  $\mu_p = 0.1 \sim 0.2$  の値を用いて計算を進めると実験値との類似性が期待される。しかし潤滑が悪い場合には加工行程の進行とともに推定摩擦係数は全体として小さくなる傾向にある。



試料要素の位置

才 2 図 推定摩擦係数

#### 1.3.2 塑性曲線

丸棒引張試験片の場合には局部収縮発生後の応力とひずみの関係を外力と最小断面全体の変形の平均値から求める補正の方法がほぼ確立されているが、薄板引張試験片の場合にはそれに相当する適当なものが知られていない。ここでは局部収縮後も局部収縮最小断面における応力、変形を一様とみなし、アルミニウムの塑性曲線を求めると、ひずみが 5% 以上のところでは十分にべき関数で表示することが可能であつた。計算では  $n = 0.27$ ,  $\sigma^* = 16.1 \text{ kg/mm}^2$  を用いた。

#### 1.3.3 しわ抑え圧力

Siebel の半理論式<sup>(6)</sup>, 福井等の実験式<sup>(7)</sup>を用いるとアルミニウムの場合最低しわ抑え圧力

は  $h_{l_0} = 0.27 \sim 0.33 \text{ kg/mm}$  となるので、計算では  $h_{l_0} = 0.3 \text{ kg/mm}$  を用いた。ここで  $h_{l_0}$  はしわ抑え力が試料周辺にのみ作用していると考えた場合の加工開始時における試料周辺単位長さあたりの線圧力である。

## 第 2 章 数値解析

### 2.1 数値計算法

深絞り加工段階では第 1 章で示したごとく試料を四つの領域に分割した。この場合境界条件はダイス部で与えられる。このことから境界条件を規定して、それを満足するようにダイス部から試料中心に向つて計算を進めるのが一見合理的に思われるが、ダイス接触角度と境界条件とが独立ではなく、その間の関係を満足しているか否かは試料中心まで計算を進めてはじめて明らかになるので、この方法ではダイス接触角度の決定が非常に困難である。これに対して試料中心から計算を進める場合、中心部ひずみ（中心における半径方向ひずみ）を指定することは境界条件の一部を規定しているのみであるので、ポンチ接触角度はある範囲内で自由に選択することができ、前者における接触角度決定といつた煩雑さは生じない。さらに試料中心から計算を進めるとダイス曲率部まで平面ダイス、円すいダイス共通に取扱うことができる。以上の考察から数値解析では試料中心から周辺に向つて計算を進めた。計算では工具寸法をそれぞれ、 $C_i = 1.1$ ,  $C_d = 0.4$  とした。

ポンチ先端部、ダイス曲率部で試料と工具間の圧力によるひずみ成分を省略しているので、各領域の接続点では、試料要素の傾きとひずみ値を連続にした。

ダイス曲率部までは平面ダイス、円すいダイスとも、区別なく計算される。図 3 でポンチ接触角度  $\theta_p$  を任意に与えると、P 点から側壁部となり、側壁部とダイスとの接点 D からダイス接触角度  $\theta_d$  が決定される。平面ダイスの場合には  $\theta_d$  から  $\theta = 0$  までダイス曲率部を計算し、ダイス平面部に接続される。これに対して円すいダイスでは  $\theta_d > \frac{\pi}{2} - \alpha$  ( $\alpha$  はダイス円すい面の半頂角) の場合には  $\theta_d$  から  $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$  までダイス曲率部を計算し、ダイス円すい部に接続するが、図 3 で  $\theta_d < \frac{\pi}{2} - \alpha$  となつている場合には円すいダイスではこれに相当するダイス曲率部が存在しないので、側壁部をさらに計算し、試料要素の傾きが  $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$  となる点でダイス円すい部に接続する。

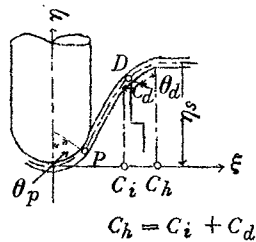


図 3 図 接 続 点

試料周辺では平面ダイスの場合しわ抑え力が作用して、それによる摩擦力と境界における絞り応力が釣り合っているため、 $\sigma_r = \frac{\mu d}{t_0} \epsilon_r h_0$  を満足している点が境界となる。ここで  $t_0$  は変形前の板厚で、計算では  $t_0 = 1\text{mm}$  としている。これに対して円すいダイスの場合には  $\sigma_r = 0$  が境界の条件となる。

## 2.2 ポンチ先端部

実験条件によつてポンチ先端部の変形は大きく左右され、そしてこの領域の変形が深絞り性、張り出し性を大いに特徴づけている。ここではこの領域の変形と、微分方程式の限界について考察する。

### 2.2.1 変形状態

ポンチ先端部ひずみ分布の一例をFig. 4に示す。これはポンチ先端部摩擦係数が  $\mu_p = 0.1$  の場合であるが、 $\mu_p = 0.2$  と大きくすれば、半径方向ひずみ  $\epsilon_r$  の極大値を示す点は  $\zeta$  の大きい方に移動し、中心から離れる。

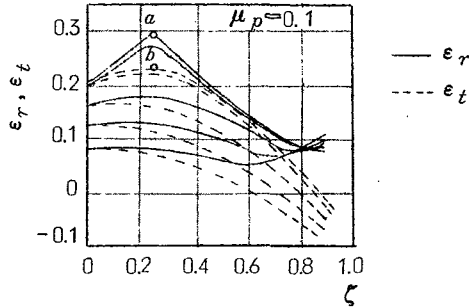


Fig. 4 ポンチ先端部ひずみ分布

Fig. 4に示す変形で  $\zeta$  が大きくなり、中心から非常に離れると ( $\theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲)、試料とポンチ間の接触圧力は正から負に変化し正常な状態では接触を保ちえなくなる。この境界の位置をFig. 5に示す。これより大きな  $\zeta$  (あるいは  $\theta$ ) の位置で深絞り加工についての変形を考察することは意味がない。

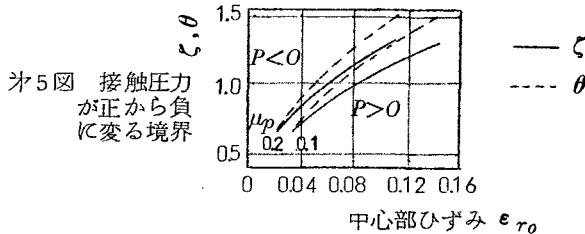


Fig. 5 接触圧力が正から負に変わる境界

### 2.2.2 解析の限界

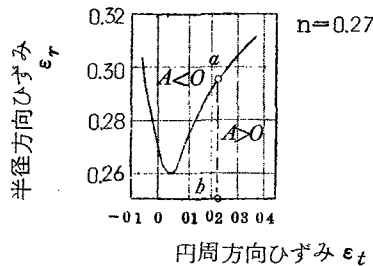
Fig. 4では中心部ひずみ  $\epsilon_{r0} = 0.2026$  までひずみ分布を求めているが、それ以上については考えていない。ここでは解として中心部ひずみの採りうる限界について考える。

代数曲線の特異点とは微係数が0/0となる点を一般に指しているのであるが、ここでは微係数が無限大になる点も微分方程式を数値的に解析する際特別な注意を払わねばならないので、これも特異点と呼ぶ。数値計算の過程で前者の特異点は $\theta = 0$ に現われるが、これは級数展開することによつて解決される。ここでは微係数が無限大になる特異性について考える。深絞りと同様な薄板のこの種の特異性については、回転円板で竹山<sup>(2)</sup>、張り出し加工で加藤<sup>(8)(9)</sup>の研究がある。

適合条件式(1.2.4)式でひずみ勾配が無限大となる点はひずみの適合性から物理的にありえない。それゆえここで対象となるのは $d\epsilon_r/d\theta$ が無限大となる点である。これは(1.2.6)式で $A=0$ 、すなわち

$$2 - (2\epsilon_r + \epsilon_t) - \nu(2\epsilon_r + \epsilon_t)^2 / (\epsilon_r^2 + \epsilon_r\epsilon_t + \epsilon_t^2) = 0 \quad (2.2.1)$$

を満足する点であり、この点におけるひずみ間の関係は才6図に示すとくとなる。ここで $a$ 、 $b$ は才4図のそれぞれに対応している。中心部ひずみ $\epsilon_{r0}$ が小さい場合には全領域で $A > 0$ であり、(2.2.1)式を満足するような変形状態は現われぬが、中心部ひずみがある程度大きくなると、ポンチ先端部のある点で $A=0$ となり、 $d\epsilon_r/d\theta$ は無限大となる。この点の接触角度を $\theta_s$ とす。計算の途中で $A=0$ とならないような中心部ひずみの上限を $\epsilon_{r0c}$ (限界中心部ひずみ)とすると、 $\mu_p = 0.1$ では $\epsilon_{r0c} = 0.2026$ 、 $\mu_p = 0.2$ では $\epsilon_{r0c} = 0.1348$ となりポンチ先端部の潤滑性が悪くなると、 $\epsilon_{r0c}$ は小さくなる傾向にある。

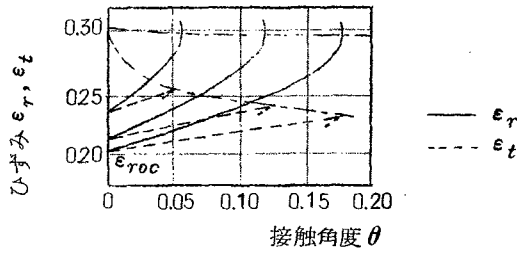


才6図 特異点におけるひずみの関係

$\epsilon_{r0} \leq \epsilon_{r0c}$ の範囲ではポンチ先端部の全領域で計算が可能であるが、 $\epsilon_{r0} > \epsilon_{r0c}$ となると接触角度のある点 $\theta_s$ から先では解を求めることができなくなる。この点について山田<sup>(5)</sup>は $\theta_s$ を中心に級数展開することによつて $\theta_s$ より先に解の接続が可能であると考えているが、(1.2.4)式(1.2.6)式の独立変数を $\epsilon_r$ にして積分すれば、才7図のごとくなり、型張り出し加工の場合と同様ひずみ値が $\theta_s$ より先に存在しないことが推察される。

結局数値解析の途中で $A=0$ となる点が現われると、そこで尖点のごとくくびれ、(1.2.4)式(1.2.6)式の方程式を用いる限り、この点より先に解を接続することができないので、数値解析の途中で $A=0$ とならないような上限の変形を解析における限界とする。





※7図  $\epsilon_{r0} > \epsilon_{ro}$  の場合のひずみ分布

中心部ひずみを増してゆくと、例えば  $\mu_p = 0.1$  の場合、 $\epsilon_{r0} = 0.14$  程度から、ポンチ先端部領域で部分的に圧力減少を生ずる点が現われるが、変形前単位表面を持つていた試料要素に作用する外力は上記の解析における限界まで増加しているので、このような圧力減少と除荷発生とは直接関係はないといえる。

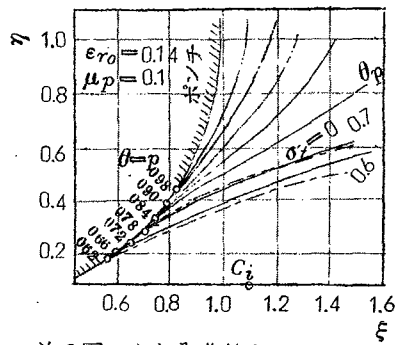
### 2.3 側壁部

ダイス部、ポンチ先端部は張り出し性、絞り性の判定のため、種々数値解析されているが、側壁部についての研究は従来ほとんどなされていないようである。この領域の変形抵抗は深絞り性の判定にとつては特に重要でないので、ここではポンチ行程に関係するたわみ曲面の形と、ポンチ、ダイス接触角度の間の関係について考察する。

この領域の板厚方向の応力の釣合いは

$$d\theta/d\gamma = -\sigma_t \sin\theta / \xi \sigma_r \quad (2.3.1)$$

となり、 $\sigma_t$  の正、負でたわみ曲線の形は大きく影響を受ける。※8図にたわみ曲線の一例を示す。 $\sigma_t = 0$  (図中破線で示す)の点がたわみ曲線の変曲点となっている。 $\sigma_t = 0$  の破



※8図 たわみ曲線の一例

線より下にあるたわみ曲線では側壁部全領域で二軸引張り変形となる。このように  $\sigma_t = 0$  の位置を知ることにより、たわみ曲線の大体の形を推察することができる。※9図に各変形段階における  $\sigma_t = 0$  の位置の一例を示しておく。ここで破線はポンチ先端部で二軸引張りの限界

となる  $\sigma_t = 0$  の位置を示している。側壁部の近似解析で板厚変化を省略し、釣合い式に二軸引張り状態を仮定して *Tresca* の条件を用いるとたわみ曲線は<sup>(4)</sup>

$$\eta = 1 - \cos \theta_p + \sin^2 \theta_p \left[ 1 + n \left( \xi + \sqrt{\xi^2 - \sin^4 \theta_p} \right) - 1 + n \left\{ \sin \theta_p (1 + \cos \theta_p) \right\} \right] \quad (2.3.2)$$

で表わされる。これは第8図の一点鎖線のごとくなり、 $\theta_p$  の小さい二軸張り出しのところでは解析値のよい近似を示している。

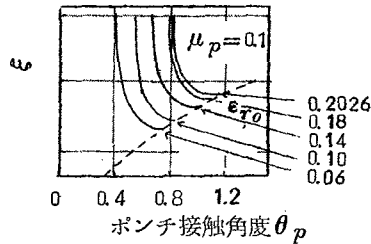


図9図 ポンチ接触角度と  $\sigma_t = 0$  の位置

ポンチ接触角度  $\theta_p$  の選択範囲は加工条件によつて規定される。中心部ひずみ一定でポンチ接触角度を大きくすると、たわみ曲線は図8図に示したごとく徐々に傾斜を大きくし、ついにはダイスに接触しえなくなる。それゆえダイスに接触しうる限界の値がポンチ接触角度の上限となり、これを  $\theta_{pu}$  とする。逆にポンチ接触角度を小さくしてゆくと、ダイス面で  $\epsilon_t > 0$  となり、絞り状態でありえなくなる。それゆえダイス面で絞り状態を与えうる限界の値がポンチ接触角度の下限となり、これを  $\theta_{pl}$  とする。これらの条件からポンチ接触角度として選択できるのは  $\theta_{pu}$  と  $\theta_{pl}$  の間の値である。このような範囲のポンチ接触角度  $\theta_p$  を選んだ場合、それに相当するダイス接触角度  $\theta_d$  の一例を図10図に示す。 $\theta_{du}$ 、 $\theta_{dl}$  はそれぞれ  $\theta_{pu}$ 、 $\theta_{pl}$  に対応している。たわみ曲面を円すい面と仮定すると、 $\theta_p = \theta_d$  から図の一点鎖線に、(2.3.2)式の *Tresca* の条件の場合には二点鎖線になる。このことから側壁部のたわみ曲面を円すい面と仮定することはあまり合理的でないことがわかる。また *Tresca* の条件に従うたわみ曲線は周辺固定の張り出しのような場合には解析値のよい近似を与えるといえよう。

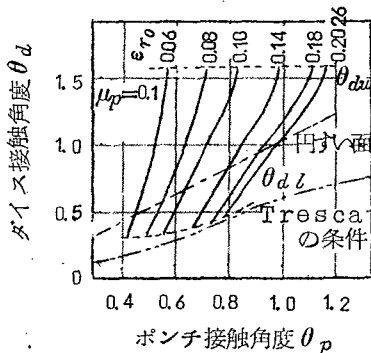
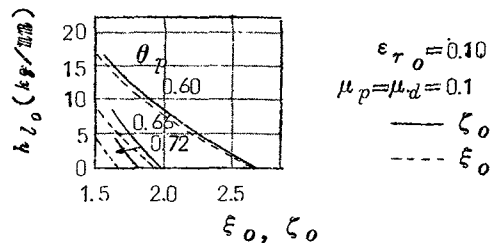


図10図 ポンチ接触角度  $\theta_p$  とダイス接触角度  $\theta_d$  の関係

## 2.4 その他の領域

(9)  
 ダイス曲率部、ダイス部など従来解析された例もあり、深絞り加工を解析する上に特筆すべき点はなかつた。ただ平面ダイスの場合にはダイス平面部に到つても自由に与えうるしわ抑え条件が残っているので、試料境界はしわ抑え圧力の関数として与えられる。その一例を才11図に示す。これは中心部ひずみが10%の場合であるが、ポンチ接触角度 $\theta_p$ としわ抑え圧力 $h_{l0}$ を規定することによつて変形前後の絞り比 $\zeta_0$ 、 $\xi_0$ がわかる。このことは規定のしわ抑え圧力 $h_{l0}$ で $\zeta_0$ の試料を深絞り加工した場合、 $\varepsilon_{r0}=0.10$ となつた時にポンチ接触角度は上記の $\theta_p$ となり、 $\xi_0$ の位置まで絞り込まれたことを示している。円すいダイスの場合にはダイス部の計算から一義的に試料外径が決まる。



才11図 絞り比としわ抑え圧力の関係

## 第3章 理論的特性

深絞り試験をおこなつて求めたいのは中心部ひずみでもポンチ接触角度でもなく、試料工具寸法、材料、実験条件が規定された場合最大ポンチ力ほどの程度になり、そして試料は破断することなく絞りうるかといった事柄である。ここでは前章で説明した各領域の計算結果を総括し、深絞り試験で表に現われる諸量を求める。

前章におけるポンチ先端部の解析で限界中心部ひずみ $\varepsilon_{r0c}$ になると、この領域上で解の存在しない部分が現われ、解析上の限界となつたので、ここではこれを理論上変形の限界と仮定し、実験における破断と対比して考える。

摩擦係数はポンチ先端部、ダイス部でそれぞれ0.1、0.2と選び、計算条件はそれらを組み合わせ四種類とした。塑性曲線の定数はアルミニウムを対象とし、 $n=0.27$ 、 $\sigma^* = 16.1 \text{ kg/mm}^2$ とした。

変形前後の試料外径 $D_0$ 、 $D$ 、ポンチ行程 $S$ 、ポンチ力 $P$ といった諸量は無次元数としてそれぞれ

$$\zeta_0 = D_0 / 2 r_p, \quad \xi_0 = D / 2 r_p, \quad \eta_s = S / r_p, \quad P_0 = P / r_p t_0 \sigma^*$$

を用いる。

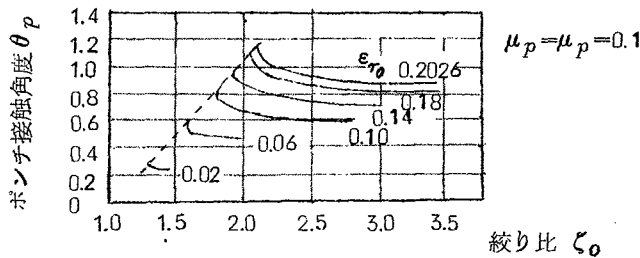
### 3.1 平面ダイス

しわ抑え圧力をいろいろ変えることは才11図などから可能であるが、非常に煩雑になるの

で、ここではしわ抑え圧力は  $h_{l0} = 0.3 \text{ kg/mm}$  とする。

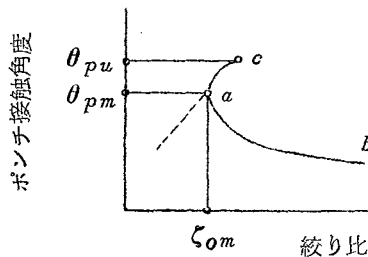
### 3.1.1 準備

オ11図とこれと類似な線図を用いることによつて、中心部ひずみ  $\epsilon_{r0}$  とポンチ接触角度  $\theta_p$  をきめることによつて試料外径（絞り比） $\zeta_0$  が求められる。これらの関係の一例をオ12図に示す。中心部ひずみ一定の曲線はその変形状態できりうる最小の  $\zeta_0$  を規定する。



オ12図 絞り比とポンチ接触角度の関係

$\epsilon_{r0}$  を変えることによつて求まるそれらの点を破線で示す。オ12図を模型的にオ13図に示す。ここで  $a$  点は絞り比  $\zeta_0$  の最小値  $\zeta_{0m}$  をあたえる状態である。 $c$  点は工具寸法から規定されるポンチ接触角度  $\theta_p$  の上限  $\theta_{pu}$  における状態であるが、曲線  $ac$  では  $\zeta_0$  に対して  $\theta_p$  が二価となり、加工の対象にはできないので、実際の加工では  $a$  点における  $\theta_{pm}$  が指定された  $\epsilon_{r0}$  についての  $\theta_p$  の上限となる。それゆゑ  $\zeta_0$  と  $\theta_p$  の関係は曲線  $ab$  で対応させられる。 $\zeta_0$  値が  $a$  点より小さい所では指定された中心部ひずみ  $\epsilon_{r0}$  になる変形を生ずる前に破線と交差し、除荷過程に入る。オ12図で  $\epsilon_{r0} = 0.2026$  は計算における限界であつてこの曲線と破線との交点が限界絞り比を与える。



オ13図 絞り比とポンチ接触角度の関係

変形量とポンチ力  $P_0$  の関係はポンチ接触角度  $\theta_p$  の点における絞り応力のポンチ軸方向成分の合力として求まり、一例としてオ14図のごとくなる。次に側壁部のたわみ曲線とポンチ、ダイスの幾何学的関係から、それぞれの変形に対するポンチ行程  $\eta_s$  が一例としてオ15図のごとく求められる。ここで  $\eta_{su}$ ,  $\eta_{sl}$  はそれぞれ  $\theta_{pu}$ ,  $\theta_{pl}$  に対応する値である。

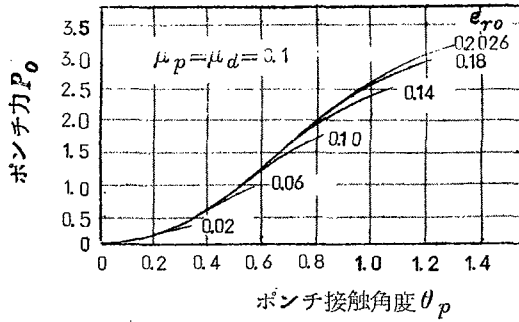


Fig. 14 Relationship between punch contact angle and punch force

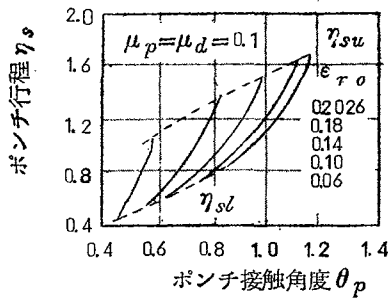


Fig. 15 Relationship between punch contact angle and punch stroke

### 3.1.2. Deep drawing characteristics

1. Deformation process and drawing limit: Using the above graphs, punch force and punch stroke curves can be determined. First,  $\zeta_o$  is determined,  $\epsilon_{ro}$  is sequentially specified, and from Fig. 12,  $\theta_p$  is determined for each  $\epsilon_{ro}$ . Then, from Fig. 14,  $P_o$  is determined, and from Fig. 15,  $\eta_s$  is determined. By such operations, punch force and punch stroke for each center thickness can be known. An example of punch force and punch stroke curves is shown in Fig. 16. As the drawing ratio  $\zeta_o$  increases, the slope of the curves increases, and the punch force increases for a certain punch stroke.

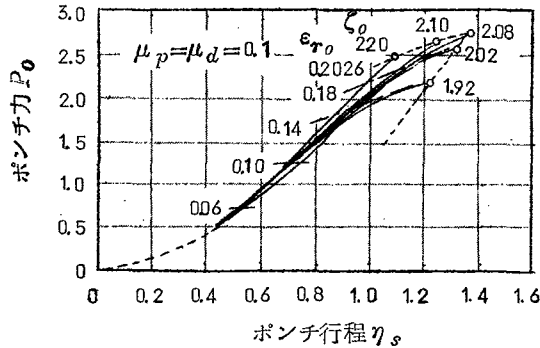
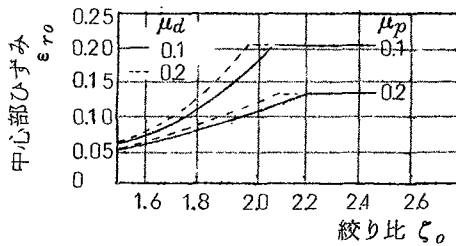


Fig. 16 Punch force and punch stroke curves

している。破線は最大ポンチ力時あるいは加工限界時を示す。図で $\zeta_0 = 2.08$ は限界絞り比である。オ12図とこれと類似な図を用いて、破線と限界中心部ひずみ(図では $\epsilon_{r0} = 0.2026$ )の曲線の交点から限界絞り比 $\zeta_{0max}$ が求められる。それをオ1表に示す。絞り比 $\zeta_0$ と最大ポンチ力時あるいは限界ポンチ力時における中心部ひずみの関係をオ17図に示す。絞り限界以降では中心部ひずみは一定の $\epsilon_{r0c}$ をとる。

オ1表 限界絞り比 $\zeta_{0max}$ (平面ダイス)

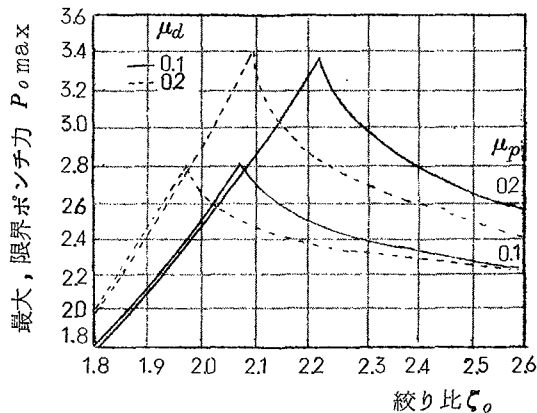
$\mu_p$	0.1		0.2	
$\mu_d$	0.1	0.2	0.1	0.2
$\zeta_{0max}$	2.08	1.97	2.22	2.10



オ17図 絞り比と中心部ひずみ(平面ダイス)

2. 最大ポンチ力, 限界ポンチ力 $P_{0max}$  オ12図で $\zeta_0$ を指定し, その $\zeta_0$ に対して破線あるいは $\epsilon_{r0c}$ の曲線から $\theta_p$ を求め, それをオ14図に適用して絞り比 $\zeta_0$ と最大ポンチ力, 限界ポンチ力(加工限界時のポンチ力) $P_{0max}$ への関係を求めるとオ18図のごとくなる。

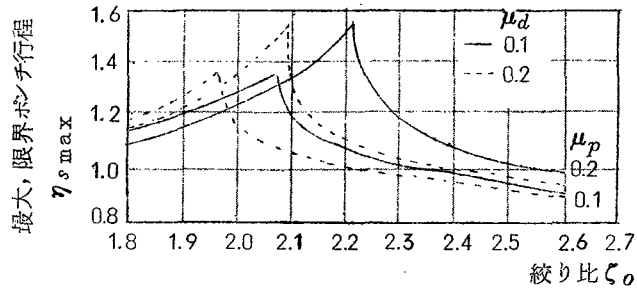
最大ポンチ力は限界絞り比 $\zeta_{0max}$ までほぼ直線的に増大し, 限界絞り比で最大となる。



オ18図 最大, 限界ポンチ力(平面ダイス)

さらに絞り比を大きくすると限界ポンチ力は低下をきたす。これはフランジ部の変形抵抗が $\zeta_0$ と共に大きくなり、限界ポンチ力時のポンチ接触角度が減少するためである。絞り限界における最大ポンチ力はポンチ先端部の摩擦係数 $\mu_p$ とともに大きくなる傾向にある。ダイス部摩擦係数 $\mu_d$ の増加によつて線図は左に平行移動される。

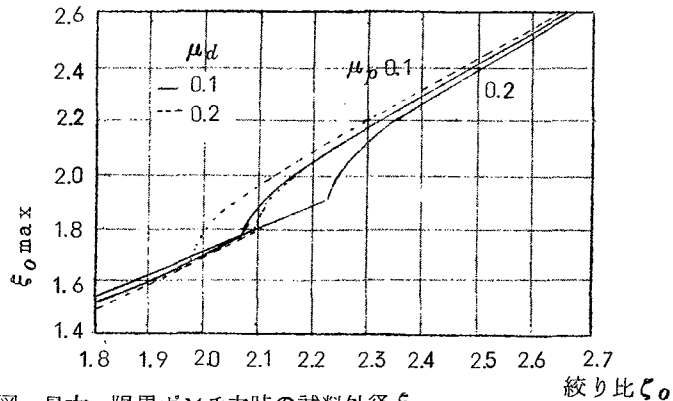
3. 最大ポンチ行程，限界ポンチ行程 $\eta_{smax}$  ㉑12図で $\zeta_0$ を指定し，その $\zeta_0$ に対して破線あるいは $\epsilon_{roc}$ の曲線の交点から $\theta_p$ をよみ，それを㉑15図に適用して絞り比 $\zeta_0$ と最大ポンチ力時，限界ポンチ力時におけるポンチ行程 $\eta_{smax}$ の関係を求めると，㉑19図のごとくなる。



㉑19図 最大，限界ポンチ行程（平面ダイス）

絞り限界で最大ポンチ行程は最大となり，この値はポンチ先端部摩擦係数 $\mu_p$ が大きい程大きい。これは $\mu_p$ の増加でポンチ力の伝達能力が増加されるので，このため限界における絞り込み量の増加がもたらされる。限界絞り比以降の $\eta_{smax}$ の減少は $P_{0max}$ の減少に関係している。ダイス部摩擦係数 $\mu_d$ の増加によつて線図は左に平行移動される。

4. 最大ポンチ力時，限界ポンチ力時の試料外径 $\xi_{0max}$  ㉑12図の破線あるいは $\epsilon_{roc}$ の曲線から指定した $\zeta_0$ に対する $\epsilon_{r0}$ と $\theta_p$ の関係を知り，それを㉑11図とそれに類似する線図に適用することによつて最大ポンチ力時，限界ポンチ力時の試料外径 $\xi_{0max}$ を求めることができる。これを㉑20図に示す。限界絞り比を境にして曲線の傾向は大き



㉑20図 最大，限界ポンチ力時の試料外径 $\xi_{0max}$ （平面ダイス）

く変化している。

### 5. むすび

以上の深絞り特性は定性的にはダイス部における縮み変形抵抗とポンチ先端部の張り出し変形による力の伝達能力に関係づけて説明しうる。そしてダイス部摩擦は絞り変形抵抗の増大を、ポンチ先端部摩擦は力の伝達能力の増大をもたらすことによつて深絞り特性に影響している。

これらの結果の大きな特徴は従来の解析ではポンチ先端部の変形性がどのように深絞り性に影響を及ぼすかを表わすことが困難であつたが、この解析で全領域の変形を取扱つた結果ポンチ先端部の力の伝達性とダイス部での縮み変形抵抗性を比較しながら限界絞り比等を議論することが可能となり、ポンチ力、ポンチ行程線図を求めることができたことである。最大ポンチ力時の  $\epsilon_{ro}$ ,  $P_{o\max}$ ,  $\eta_{s\max}$ ,  $\xi_{o\max}$  の線図はそれぞれ限界絞り比  $\zeta_{o\max}$  の位置で曲線の傾向を大きく変えるので、この性質をもとに実験ではこれらの線図を描くことにより、曲線の傾向を変える点を求めて限界絞り比  $\zeta_{o\max}$  を比較的正確に推定することが可能である。

## 3.2 円すいダイス

円すいダイスの場合も平面ダイスと全く同様な方法で深絞り特性を求めることができる。ここでは平面ダイスと特に異つている点についてのみ説明する。

### 3.2.1 準備

絞り比  $\zeta_o$  とポンチ接触角度  $\theta_p$  の関係は  $\text{Fig. 12}$  と全く類似しており、幾分線図は右に移動した形となつている。 $\text{Fig. 14}$  のポンチ力  $P_o$  とポンチ接触角度  $\theta_p$  の関係は平面ダイスと共通である。平面ダイスの  $\text{Fig. 15}$  図に相当するポンチ行程  $\eta_s$  とポンチ接触角度  $\theta_p$  の関係は円すいダイスの場合相当異つており、その一例を  $\text{Fig. 21}$  図に示す。中心部ひずみ一定の場合ポンチ接触角度  $\theta_p$  の小さいところでポンチ行程  $\eta_s$  が大きくなつているのは、一般に  $\theta_p$  の減少が試料外径の増大に関係しているの、このために生ずる曲げ行程の増大に原因している。

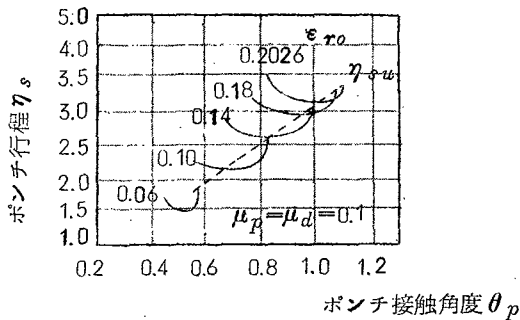
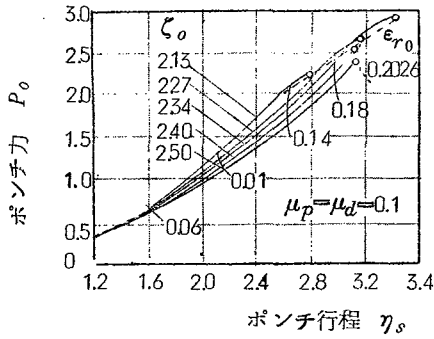


Fig. 21 図 ポンチ接触角度とポンチ行程の関係





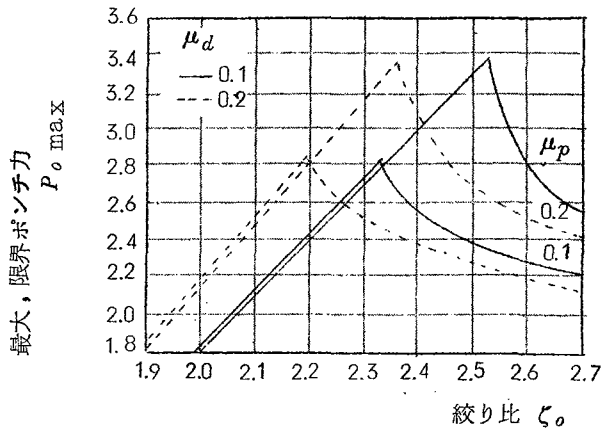
オ22図 ポンチ力、ポンチ行程線図

オ2表 限界絞り比  $\zeta_{0,max}$  (円すいダイス)

$\mu_p$	0.1		0.2	
$\mu_d$	0.1	0.2	0.1	0.2
$\zeta_{0,max}$	2.34	2.20	2.53	2.36

### 2. その他の深絞り特性

絞り比  $\zeta_0$  と最大ポンチ力、限界ポンチ力  $P_{0,max}$  の関係をオ24図に、その時のポンチ行程  $\eta_{s,max}$  をオ25図に、試料外径  $\xi_{0,max}$  をオ26図に示す。定性的にはほとんど平面ダイスの場合と同様であるが、オ25図のポンチ行程線図で絞り比が大きくなると  $\eta_{s,max}$  の増大がうながされている。



オ24図 最大、限界ポンチ力(円すいダイス)

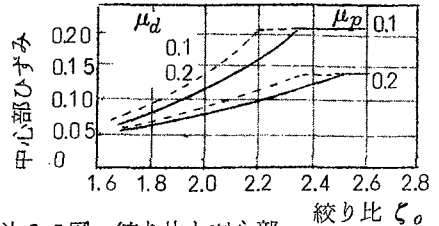
### 3.2.2 深絞り特性

平面ダイスと同様な手順でそれぞれの線図が求められる。

#### 1. 変形過程と絞り限界

ポンチ力、ポンチ行程線図の一例をオ22図に示す。一般に絞り比  $\zeta_0$  が大きくなると曲線の傾斜はゆるやかになり、平面ダイスの場合と逆である。

限界絞り比  $\zeta_{0,max}$  をオ2表に示し、絞り比と最大ポンチ力時、あるいは限界ポンチ力時における中心部ひずみの関係をオ23図に示す。



オ23図 絞り比と中心部ひずみ(円すいダイス)

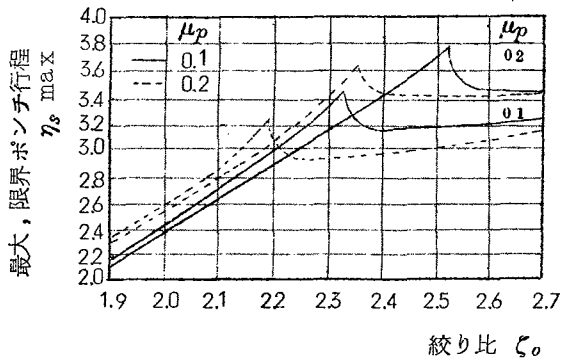


図 25 最大，限界ポンチ行程  
(円すいダイス)

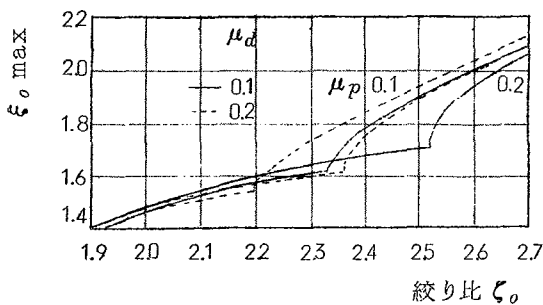


図 26 最大，限界ポンチ力時の試料  
外径  $\xi_{0 \max}$  (円すいダイス)

先端部に別々に使用した。工具寸法は  $r_p = 1.0 \text{ mm}$ ,  $C_i = 1.1$ ,  $C_d = 0.4$  とし，平面ダイスの場合しわ抑え圧力は  $h_{l0} = 0.3 \text{ kg/mm}$  とした。

#### 4.1.2 実験材料

古河アルミニウム工業株式会社から購入したアルミニウム (2S, H/2,  $t_0 = 1.0 \text{ mm}$ ) を用いた。

材料の熱処理条件と機械的性質を表 3 に示す。

表 3 試料の熱処理と機械的性質

焼鈍温度 ( $^{\circ}\text{C}$ )	焼鈍時間 (hr)	硬 度 ( $m.V.H.N$ )	塑性定数		抗張力 ( $\text{kg/mm}^2$ )	伸 率 (%)
			$n$	$\sigma^*$ ( $\text{kg/mm}^2$ )		
350	1	233	0.274	13.4	7.3	44

#### 4.2 平面ダイス

##### 4.2.1 実験結果

解析値と対応しうる結果を一連の線図で示す (表 27 図から表 30 図までと表 4)。

### 3. むすび

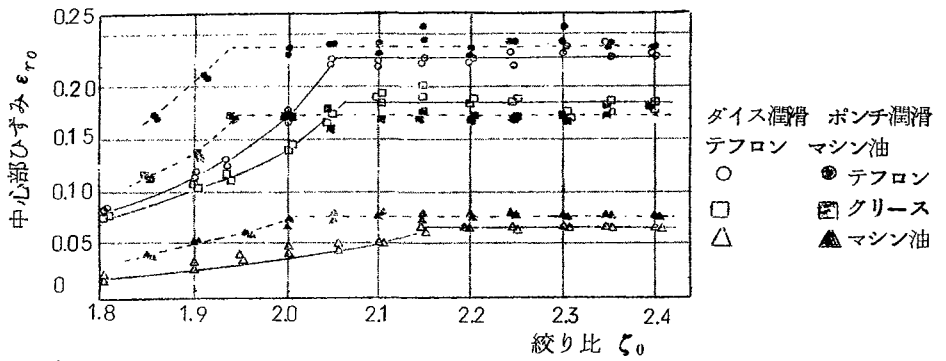
一般に限界絞り比は平面ダイスの場合より大きくなる。平面ダイスと円すいダイスの間で定性的な傾向に差異を生じている場合はほとんど円すいダイスにおける加工初期の曲げ行程に原因していると考えられる。

## 第 4 章 実験と理論の比較

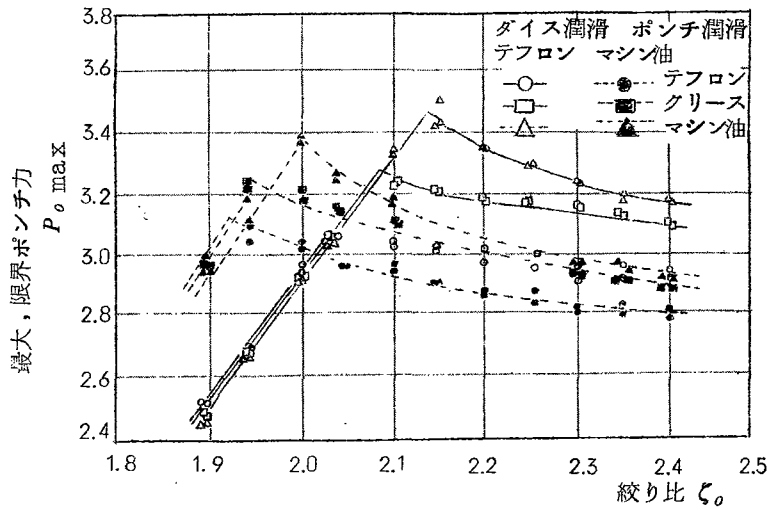
### 4.1 実験条件と材料

#### 4.1.1 実験条件

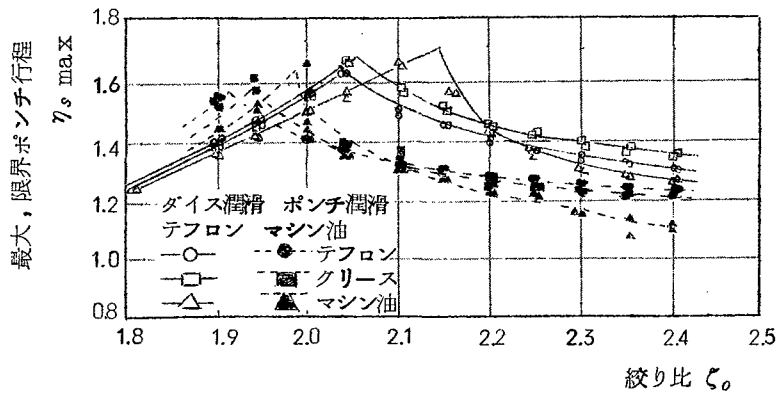
アムスラー型で万能試験機を用い，絞り速度は平面ダイスで約  $0.04 \text{ mm/sec}$ ，円すいダイスで  $0.10 \text{ mm/sec}$  とした。潤滑はテフロン，グリース，マシン油をそれぞれダイス部，ポンチ



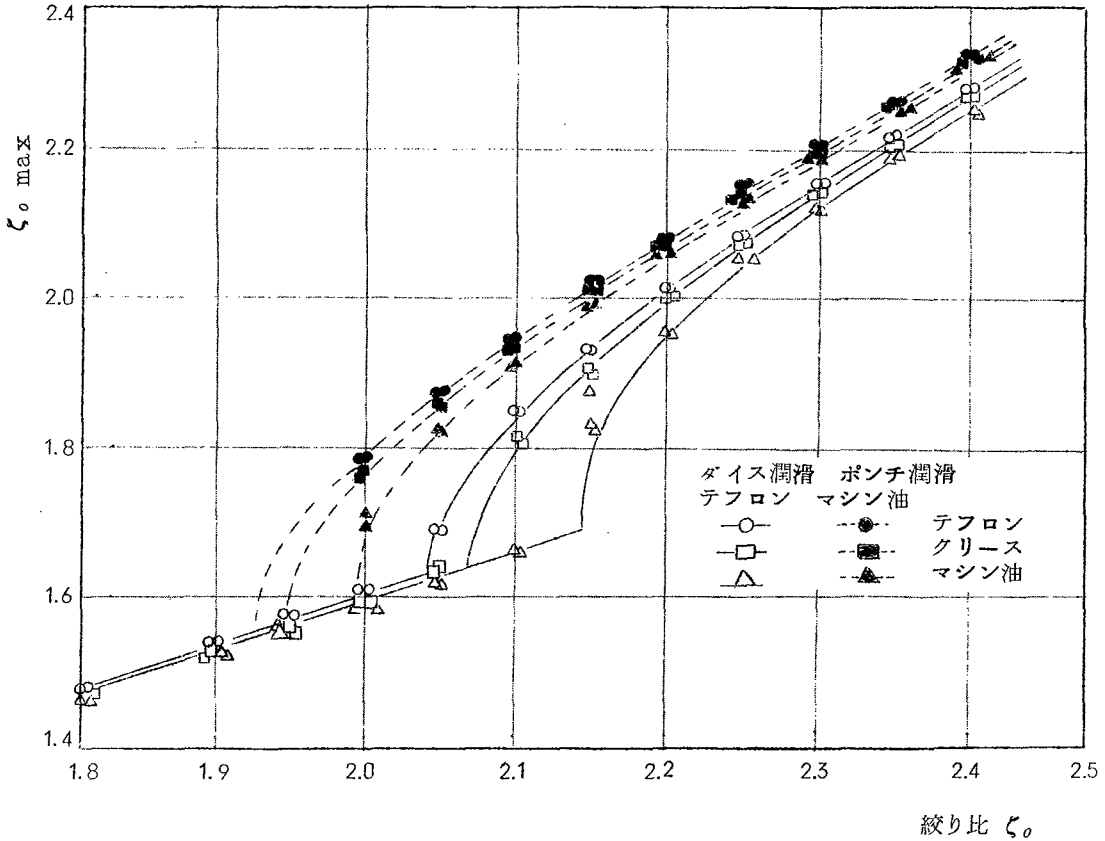
才 2 7 図 絞り比と中心部ひずみ (平面ダイス)  
 註: 解析値は才 1 7 図



才 2 8 図 最大, 限界ポンチ力 (平面ダイス)  
 註: 解析値は才 1 8 図



才 2 9 図 最大, 限界ポンチ行程 (平面ダイス)  
 註: 解析値は才 1 9 図



オ30図 最大、限界ポンチ力時の試料外径  $\zeta_{o, max}$  (平面ダイス)

註：解析値はオ20図

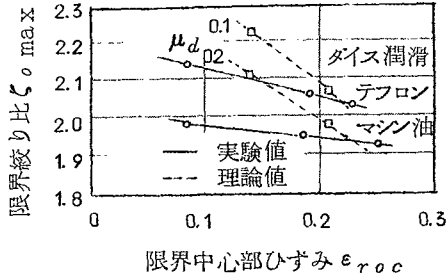
オ4表 限界絞り比  $\zeta_{o, max}$   
(平面ダイス)

ポンチ潤滑	ダイス潤滑	
	テフロン	マシン油
テフロン	2.04	1.93
グリース	2.07	1.95
マシン油	2.15	1.99

#### 4.2.2 解析値との比較

解析値、実験値の定性的な傾向は全般的によく類似しており、例えば絞り限界以上では破断ポンチ力時に中心部ひずみがほとんど一定になっている。これらは解析における限界が破断に近い状態を表わしていることを示すものと考えることができる。

ポンチ先端部の潤滑性は実験の場合には破断中心部ひずみで、計算の場合には限界中心部ひずみで特徴づけられるので、ここではこの破断、限界中心部ひずみに対して限界絞り比を比較する。これをオ31図に示す。潤滑がよく限界中心部ひずみの大きい場合には解析値は実験値のよい近似を示している。

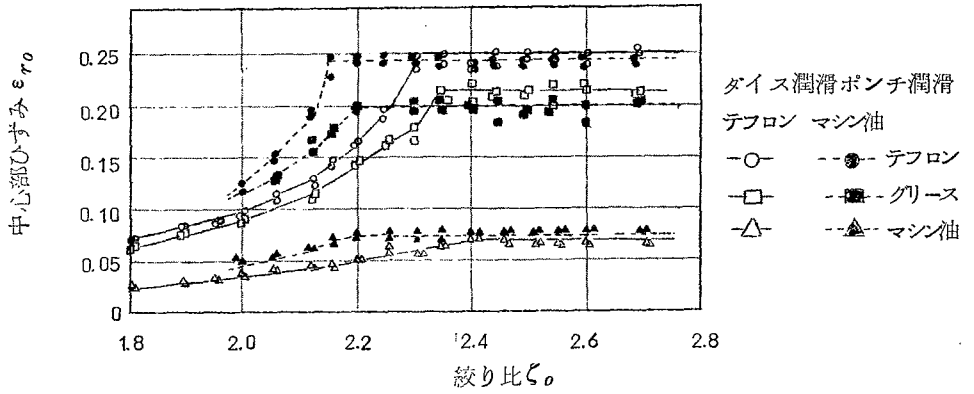


オ31図 限界絞り比の比較 (平面ダイス)

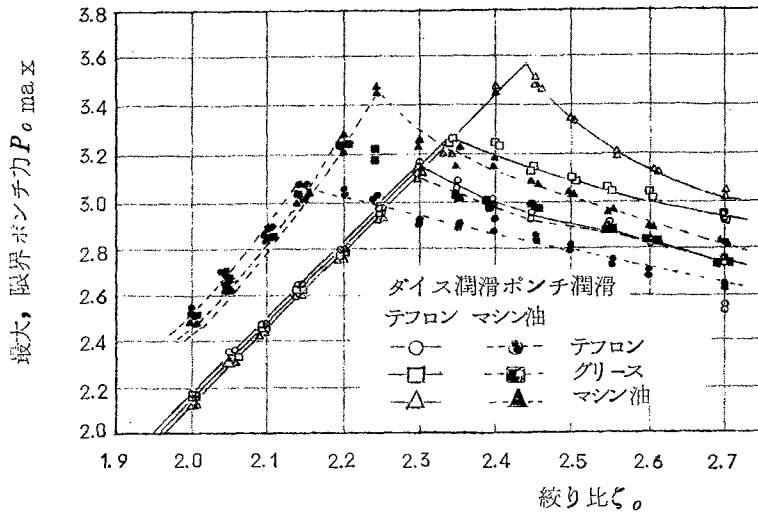
#### 4.3 円すいダイス

##### 4.3.1 実験結果

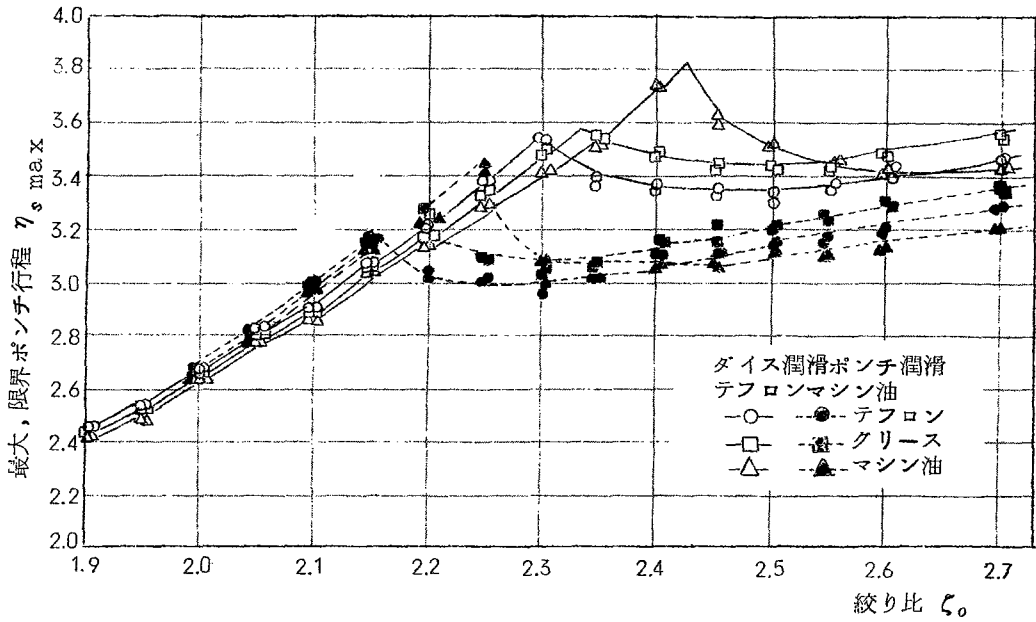
平面ダイスの場合と同様，解析値と対応しうる結果を一連の線図で示す (オ32図からオ35図までとオ5表)



オ32図 絞り比と中心部ひずみ (円すいダイス)  
註：解析値はオ23図

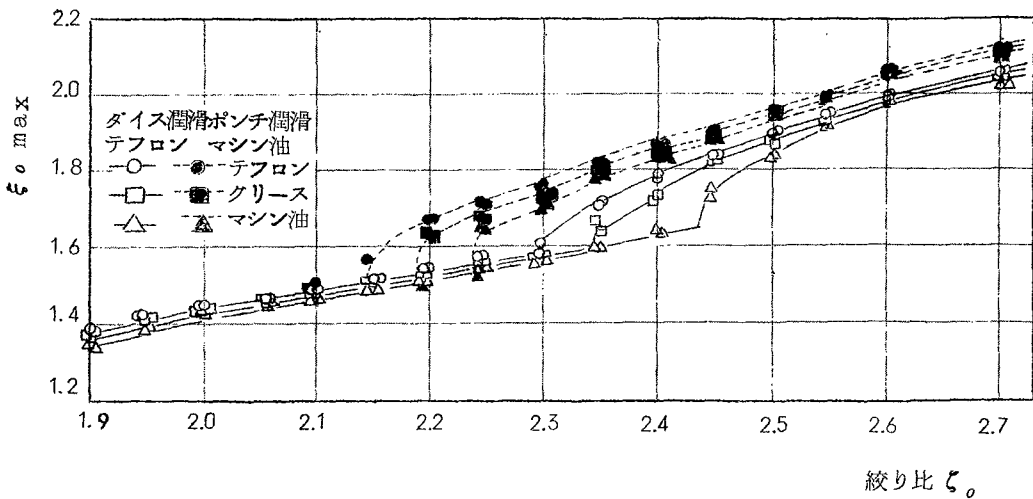


オ33図 最大，限界ポンチ力 (円すいダイス)  
註：解析値はオ24図



ホ34図 最大, 限界ポンチ行程 (円すいダイス)

註: 解析値はホ25図



ホ35図 最大, 限界ポンチ力時の試料外径  $\zeta_o \text{ max}$  (円すいダイス)

註: 解析値はホ26図

表5 限界絞り比  $\zeta_{o,max}$   
(円すいダイス)

ポンチ潤滑	ダイス潤滑	
	テフロン	マシン油
テフロン	2.30	2.15
グリース	2.35	2.19
マシン油	2.44	2.25

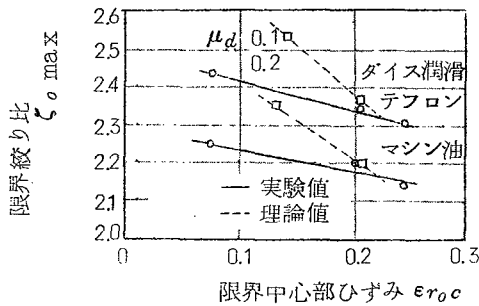


表3 6図 限界絞り比の比較  
(円すいダイス)

#### 4.3.2 解析値との比較

平面ダイスの場合と同様、実験値、解析値の定性的な傾向は全般的によく類似している。ここでは特に限界絞り比について平面ダイスの場合と同様な方法で比較する。これを表3 6図に示す。ポンチ先端部の潤滑のよい場合には、解析値は実験値のよい近似を示している。

#### 4.4 総括

従来の近似解析ではダイス部のみを解析の対象としているので、深絞りに影響をおよぼすいろいろな因子について系統的に考察することが困難であった。この研究において全ひずみ説を用いた膜理論により解析をおこなった結果、この加工の種々の特性これに対する上記諸因子の影響などをかなりの程度明らかにすることができた。主なる結果を列挙すると

1. 絞り限界で最大ポンチ力は最高値をとり、この場合に最大ポンチ行程等も一番大きくなる。
2. 破断中心部ひずみは、ダイス部潤滑絞り比のいかんにかかわらずほぼ一定で、ポンチ先端部の潤滑のみに関係している。
3. 絞り限界における最大ポンチ力はほとんどダイスの潤滑状態には影響されず、ポンチ先端部の潤滑のみ左右される。そしてダイス部潤滑を一定にしてポンチ先端部摩擦を大きくするとその値は大きくなり、それにつれて限界絞り比も増大している。
4. 円すいダイスと平面ダイスとの機構的な大きな相異は前者には加工初期に相当の曲げ行程が存在していることにあり、これが両者の深絞り現象を大きく左右していると考えられる。
5. ポンチ先端部摩擦係数が小さく、すなわち限界中心部ひずみの大きい場合には理論的に求める限界絞り比は実験値に対するよい推定値を与える。

## 結 論

全ひずみ説に基づいて深絞り加工を全領域にわたって解析することによつて、実験結果を定性的には十分説明できる解析結果をえた。さらにこのような解析から深絞り全体としての諸量を求めうるという可能性を示すことができ、成形性を総括的に議論しえるようになった。

1. ポンチ先端部で中心部ひずみのある値以上にすると、ポンチ先端部のある点で半径方向ひずみの勾配が無限大になり、この点より先には解が存在しないことが判明した。

2. 側壁部のたわみ曲線の形を大きく支配しているのは円周方向応力 $\sigma_t$ で、 $\sigma_t = 0$ の点がたわみ曲線の変曲点となる。そして一般に側壁部を円すい面で近似することは合理的でない。
3. 深絞り加工によつて指定された中心部ひずみ以上に變形できる試料の大きさには下限があつて、その下限となつてゐる試料で深絞り加工をした場合、指定された中心部ひずみに變形した時に最大ポンチ力になると考えられる。このようにして絞り限界以下の試料について最大ポンチ力まで、ポンチ力、ポンチ行程線図を求めた。
4. ポンチ先端部で解が部分的に存在しなくなる限界を解析上の限界として絞り限界以上の試料についても限界値まで、ポンチ力、ポンチ行程線図を求めた。
5. 全ひずみ説を基に求められた限界絞り比の解析値はポンチ先端部の潤滑の良い場合には実験値のよい近似を示した。

本研究にあたり、終始御指導を賜つた東北大学竹山寿夫教授に深甚なる謝意を表する。

### 参 考 文 献

1. 竹山寿夫：回転円板の塑性變形(序)，精機学会，東北地方講演会(昭30.10)
2. 竹山寿夫：回転円板の破断回転数に関する一考察，精機学会，日本機械学会，仙台地方講演会(昭37.11)前刷
3. 福井伸二，由利裕三，吉田清太：薄板の円筒深絞り加工の全歪説による解析，東京大学理工学研究所報告8-4(1954)179
4. 守時一：球形ポンチによる深絞り加工に関する研究，東北大学修士学位論文1961
5. 山田嘉昭：金属板材の成形性に関する研究，生産研究11-5(1961.12)242
6. E.Sibel: Der Niederhalterdruck beim Tiefziehen Stahl u. Eisen 74-3(1954)155
7. 福井伸二，吉田清太，阿部邦雄：円筒容器の深絞り加工における寸法効果(才2報) 東京大学理工学研究所報告8-1(1954)23
8. 加藤正名：型張出し加工に関する研究，東北大学修士学位論文1961
9. 竹山寿夫，加藤正名：くさび型工具による型張出し加工に関する研究，塑性と加工，3-15(1962.4)261



## 審 査 結 果 要 旨

金属材料の塑性加工は多量生産方式の加工法として著しい発展を遂げつつあり、プレス加工はその中の一つの大きな分野を占めるに至った。一方、その解析的理論は塑性力学として独立した体系を形成するに至り、その基礎はほぼ完成した。しかし、なお展開ないし説明すべき部分を多く残している。これらの理論の実際への応用もまた行なわれているが、取り扱いの対象が、加工硬化を省略した簡単な変形が多く、また実用的加工の問題においても単純化した取り扱いが可能な場合に限られている。

深絞り加工はやや複雑な加工に属するが、これに関する従来の理論的研究は部分的考察に限られていた。本論文では加工全体の理論的把握を目的とし、全歪説を採用し、加工硬化関数としては異関数を用いてアルミニウムに相当する場合について解析を進めた。そして加工の理論的説明と加工結果の予測とを試み、かつその結果を実験と対比している。このような解析は、また全歪説による理論が複雑な加工に対して実際の価値を有するか否かを判定する資料を与えるものとして有益であると考えられる。

この研究においては、実験との対比を容易にするためポンチ先端は球面とした。加工の途中において試片を、(Ⅰ)ポンチ先端部に接触する部分、(Ⅱ)側壁部、(Ⅲ)ダイス入口曲率部に接触する部分、(Ⅳ)ダイス平面部の四部分に分け、まず中心歪を与えたのち、上の順序に歪、応力分布等を定め、それらの結果を相互に結合し、ポンチ力、ポンチ行程、試料外径等と変形の進捗との間の関係を求め、いわゆる深絞り加工の諸特性を明らかにした。この解析の結果の中心点の**一つはポンチ面摩擦係数**に關係して定まる中心歪の上限があるということである。すなわち、中心歪がこの上限以下では常に対応する変形過程があり、この値を越える時は解が存在しない。著者はこの上限をもつて加工限界と定義し、理論的絞り限界を提案している。これは型張り出し加工の理論的加工限と同様の考え方であるが、深絞り加工においても同様の現象が現われることを明らかにした。円錐ダイスの場合についても同様の解析を行なつた。行程初期において曲げによる撓みが大きくそれらがポンチ力・ストローク線図に影響を及ぼす以外、ほぼ平面ダイスの場合と同様の結果を得た。限界絞り比は円錐ダイスの方が約20%大きい。さらに板厚1mmのアルミニウム板について潤滑剤を種々変えて実験を行ない限界絞り比を決定し、また最大ポンチ力時試料外径と絞り比、最大ポンチ行程と絞り比等の関係を求めた。これらは解析の結果と傾向がよく一致している。特に破断時の中心歪が一定となつている点、中心歪の限界値をもつて破断歪とするとの仮定が実験的な支持を得たものとみることが出来る。

要するに本論文は、材料の基本となる機械的性質を基礎として塑性理論による解析が深絞り加工全般をよく覆い得ることを明らかにしたものであり、見方を変えるならば全歪説による解析がよく加工の本質を表現しうることを示したものである。したがって、工学上有益な貢献を行なつたものといふことができる。

よつて、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。