

氏名(本籍)	橋本弘之(富山県)
学位の種類	工学博士
学位記番号	工博第84号
学位授与年月日	昭和41年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科専門課程	東北大学大学院工学研究科 (博士課程)機械工学専攻
学位論文題目	円管内における空洞を伴う流れに関する研究

(主査)

論文審査委員	教授 斎藤清一	教授 淵沢定敏
	教授 村井 等	教授 伊藤英覚

## 論文内容要旨

### 緒 論

周知の如く、一般水力機械の円管内における水の旋回運動はしばしば振動、騒音、効率の低下等の悪影響を及ぼすが中でも振動による障害は著しい。さらに近年一般流体機械の旋回流において Vortex breakdown 現象が起ることが注目されてきたが、この Vortex breakdown によつて Breakdown 後方の流れは乱され、諸機械の性能、あるいは運転に大きな影響を及ぼすことが知られている。

従来この種の水の旋回運動に関する研究は旋回運動が強制渦と自然渦とから成るとして取扱っているが水力機械の高速化に伴い、しばしば強制渦の中心部にキャビテーションが発生する。これは周知の事実であるが、この空洞を有する円管内旋回運動における振動問題及び Vortex

breakdown 現象に関する明確な流体力学的解明を与えたものは未だ知見しない。即ち上述の空洞を有する振動問題に対する従来の研究としてはわずかに軸対称ポテンシャル理論<sup>1)</sup>があるにすぎないが、これは空洞がほぼ軸対称で水流は自然渦から成ると仮定したもので、実際には本実験結果からも明らかな如く空洞は helical 形状になる場合もあり、また一般に空洞外側の水流は強制渦と自然渦とからなり、前記の仮定は実在のそれとははなはだ異なる。したがってその振動数は実際の値と異なり実用に供しない。

次に Vortex breakdown 現象に関する研究は若干〔2～6〕知見するが、これらの研究は全て空洞がない場合であつて、キャビテーションが発生する場合の流れにおける Vortex breakdown 現象に対するその発生条件乃至この現象による空洞及び水流の変化の様相等の諸問題は未だ解明されていない。

よつてまず本論文第1編においては円管内の空洞を伴う流れの振動問題に関して空洞が軸対称及び helical 形状の場合の理論解を求め振動数、空洞形状、水流速度分布等の関係を明らかにした。またこの空洞の安定性についても吟味した。さらに実際の流れに近い速度分布曲線を仮定した場合の振動理論を展開し、振動数、空洞の大きさ、水流速度分布等の諸量の関係を導く理論式を誘導した。またこの場合の理論値を実験結果と対比し、ほぼ満足すべき結果を得た。

次に第2編において円管内の空洞を伴う流れにおける Vortex breakdown 現象の発生条件、乃至 breakdown による水流変化の様相等を確立し、さらに実験観察により円管内旋回流の中心部にキャビテーションが発生した流れにおいても明確な Vortex breakdown 現象がみられることを確認し、そしてさきの理論の妥当性を実験的に検証し従来未知であつたこの現象に明確な解明を与えることができた。

第1編 円管内の空洞を伴う流れの  
振動に関する研究

第1章 ポテンシャル理論

省 略

第2章 実在の流れに近い  
速度分布曲線を仮定した場合の理論

第1.1図に示す如き円筒座標  $(r, \theta, z)$  にお  
いてモード0の振動を考え流線函数  $\psi$  を

$$\psi = \bar{\Psi} + i\hat{\Gamma}(r) \exp(i\sigma t + imz) \quad (1)$$

と置く。こゝに  $\bar{\Psi}$  は一様流の速度成分  $(V, W)$   
の流線函数で第二項に比して充分大きいとする。

$$x = \frac{r}{r_0}, \quad t = rX, \quad \alpha = \frac{mW}{\sigma}$$

$$k = \frac{\sigma^2 r_0}{W}, \quad S = \frac{\hat{\Gamma}(r)}{\sqrt{t}}$$

と置き、一様流の速度成分を

$$\frac{V}{W} = C_2 X^2 + C_1 X + C_0, \quad W = \text{Const.}$$

と置くと、この場合の運動方程式は微小項の二次

の項を省略することにより、

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + \left( -\frac{1}{4} + \frac{\alpha/\nu}{t} - \frac{m^2 - 1/4}{t^2} \right) S = 0 \quad (2)$$

ここに

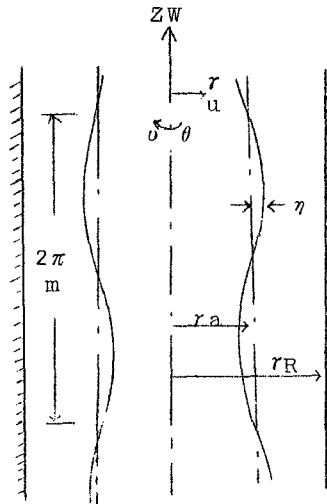
$$\nu^2 = -4\alpha^2 \left\{ \frac{4C_2 - k^2(1+\alpha)^2}{(1+\alpha)^2} \right\}, \quad \alpha = \frac{3\alpha^3 C_1}{(1+\alpha)^2}$$

$$m^2 = 1 - \frac{2\alpha^2 C_0}{(1+\alpha)^2}$$

(2)式の解は次式の如く Whitticker の函数で示される。

$$S = A M_{\alpha/\nu, m(t)} + B M_{\alpha/\nu, -m(t)}$$

また境界条件は円筒壁面で半径方向速度が0、及び空洞表面で静圧一定であるから円筒軸から  
の空洞の偏心量が微小であるとする結論(3)式が誘導される。



第1.1図 円筒座標系

$$\left(\frac{1+\alpha}{\alpha}\right)^2 = \frac{1}{Q+1} \left\{ \left(\frac{r_a}{r_R}\right)^2 C_2 + \left(\frac{r_i}{r_R}\right) C_1 + C_0 \right\} \quad (3)$$

ここに

$$Q = \nu \frac{r_a}{r_R} \left[ \frac{1}{2} + \frac{a/\nu}{t} + \frac{1}{2t} + \frac{1}{t} \frac{\frac{A}{B} \left( m + \frac{a}{\nu} + \frac{1}{2} \right) M a / \nu + 1, m(t)}{\frac{A}{B} M a / \nu, m(t)} \right. \\ \left. + \frac{(-m + \frac{a}{\nu} + \frac{1}{2}) M \frac{a}{\nu} + 1, -m(t)}{M a / \nu, -m(t)} \right]$$

$$\frac{A}{B} = \frac{\nu^{-2m} F\left(\frac{1}{2} - m - a/\nu; -2m + 1/\nu\right)}{F\left(\frac{1}{2} + m - a/\nu; 2m + 1/\nu\right)}$$

次に未知定数  $C_2$ 、 $C_1$ 、 $C_0$  を実験結果より次の如くに置く。

$$C_2 = \frac{V_R^2}{X_V (1 - X_V)} \quad , \quad C_1 = \frac{2 V_R^2}{1 - X_V} \quad , \quad C_0 = \frac{(1 - X_V - X_V^2) V_R^2}{X_V (1 - X_V)}$$

ここに  $X_V = \frac{r_R}{r_a}$  は自然渦と強制渦の境界を示し、 $V_R$  は円管壁での周方向速度成分である。結局  $r_a$ 、 $r_i$ 、 $m$ 、 $W$ 、 $V$  が既知であれば(3)式より  $\alpha$  (即ち振動数) を求めることができる。

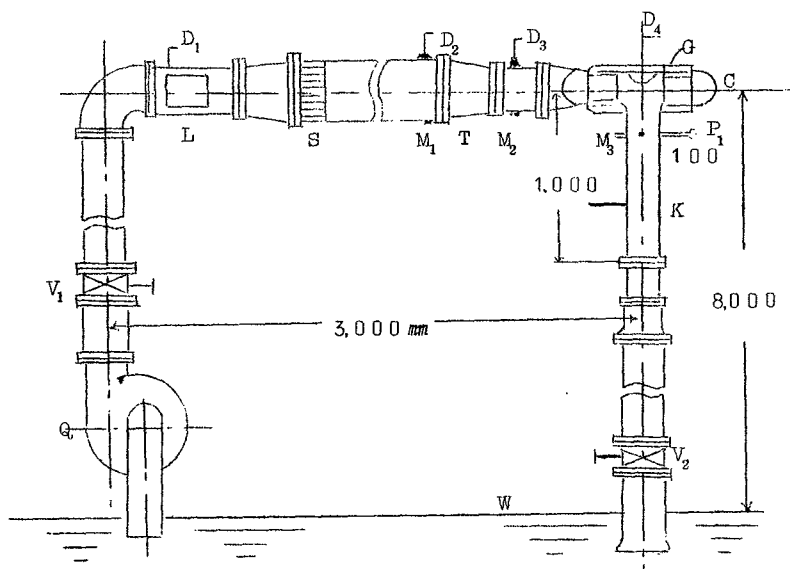
### 第3章 実験的研究

第1.2図は実験装置の概略図である。

ポンプ  $Q$  で吸い上げられた水は流量測定用絞り管 (予備実験として充分正確に検定した三角堰で流量と差圧の関係が予め求めている) を通り渦巻ケーシング内の案内羽根によつて旋回成分を与えられ測定部である透明円管を通り鉛直に貯水池まで落下する。また空洞の振動の様相は高速度映画で撮影し、水流の速度分布は二孔円筒型ピトー管で測定した。

第1.3図は実際の周速度分布と上記した  $C_2$ 、 $C_1$ 、 $C_0$  の値を用いた近似曲線と対比したものである。尚破線は水流をポテンシャル流れと仮定した場合の値である。

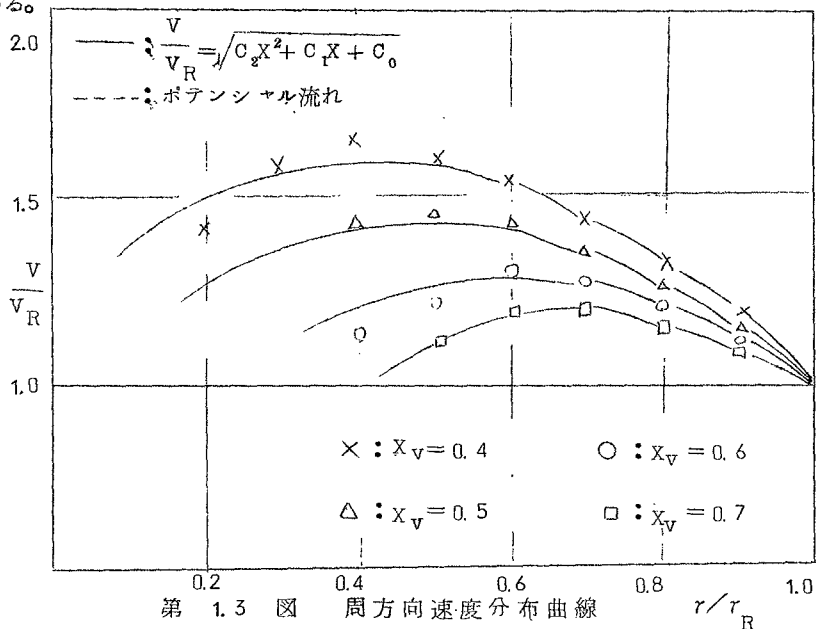
第1.4図は空洞の写真で(a)は空洞がほぼ軸対称の場合、(b)は旋形状の場合、(c)は表面波形である。



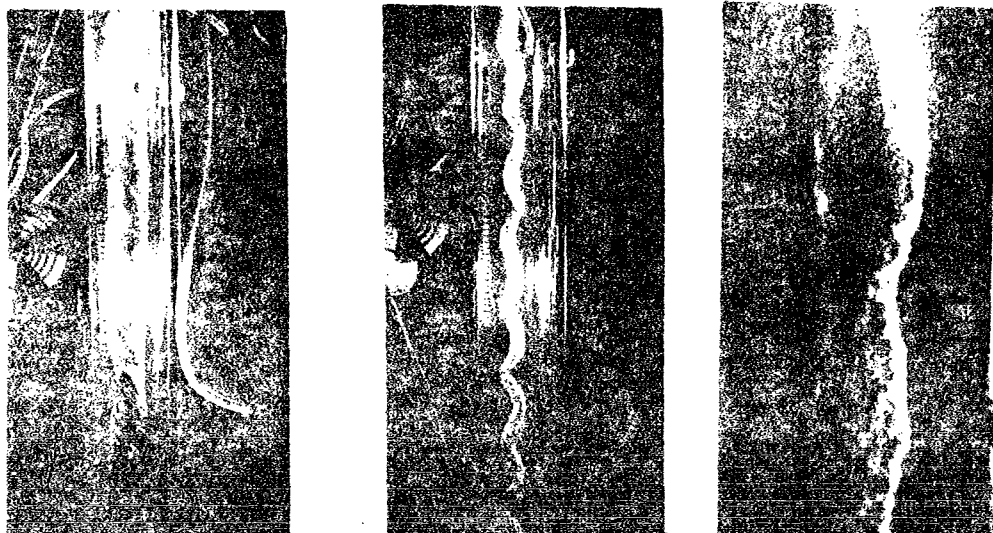
- |           |            |             |
|-----------|------------|-------------|
| Q : 渦巻ポンプ | S : 整流格子   | C : 渦巻ケーシング |
| V : 弁     | M : マノメーター | P : ビト管     |
| L : 覗き窓   | T : 絞り管    | K : 透明円管    |
| D : 排水孔   | G : 案内羽根   | W : 水面      |

第 1.2 図 実験装置概略図

第 1.5 図は  $\alpha = \frac{mW}{\sigma}$  に関してさきに求めた理論値と実験値を対比したものである。即ち第 2 章の理論式を用いることにより従来のに比してかなり実際の値に近い振動数が得られることがわかる。



第 1.3 図 周方向速度分布曲線

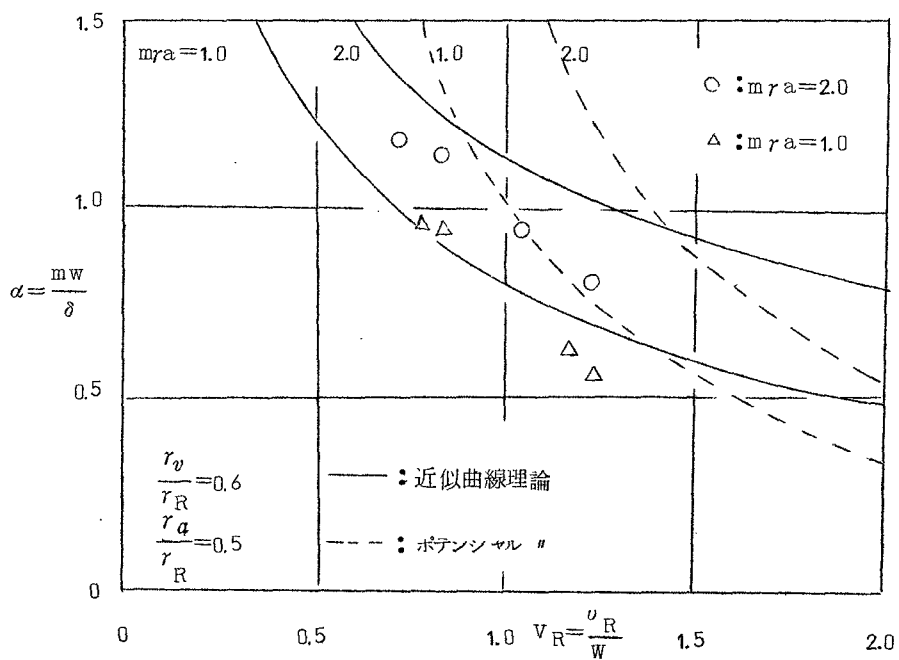


(a)

(b)

(c)

第 1.4 図 空 洞 の 写 真

第 1.5 図  $\alpha$  と  $V_R$  の 関 係

第2編 空洞を伴う円管内旋回流における  
Vortex Breakdown 現象に関する研究

第1章 基礎理論

実験観察によれば Vortex breakdown 現象はそれが比較的なめらかに起る場合には第2.1図に示す如くはじめ、なめらかであつた流れが突然その様相を変化せしめ、breakdown 後方に軸対称の standing Wave が発生する。

今流線函数を(1)式の如くに一様流の項と微小擾乱の項との和からなると考える。

$$\psi = \bar{\psi}(r) + \hat{\psi}(r) e^{imz} \quad (1)$$

次に

$$t = \frac{1}{2} r^2, \quad I = \frac{r^2 v^2}{2}, \quad H = \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} W^2 + \frac{1}{2} v^2$$

と置くと  $\hat{\psi}$  の満足する運動方程式は微小項の二次の項を省略すると

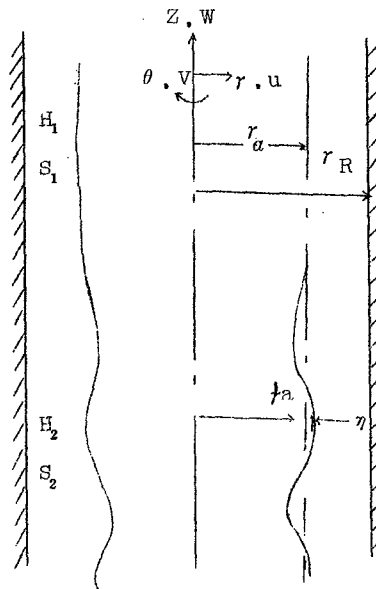
$$\frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial t^2} + \frac{(im)^2}{2t} \hat{\psi} = \left( \frac{d^2 H}{d\psi^2} - \frac{1}{2t} \frac{d^2 I}{d\psi^2} \right) \hat{\psi} \quad (2)$$

また境界条件は円筒壁面で半径方向速度が0、空洞表面で静圧一定であるから結局(2)式は変分学上スツルム-リウビレ系と呼ばれる標準形に変形されることがわかる。

次に flow force S をる量を次式で定義する

$$S = 2\pi \rho \int_{\frac{1}{2} r_a^2}^{\frac{1}{2} r_R^2} r (\rho W^2 + p) dr = 2\pi \rho \int_{\frac{1}{2} r_a^2}^{\frac{1}{2} r_R^2} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{d\hat{\psi}}{dt} \right)^2 + H - \frac{1}{2t} I \right\} dt$$

今この S の変化をスツルム-リウビレ系に関する変分原理を用いて、Vortex breakdown 現象が発生した旋回流に対応させると Vortex breakdown 現象は S が最小値をとる流 (Supercritical flow) からこれと力学的に共役な流 (Subcritical flow) への S の増加を伴つた遷移として説明される。そしてまたこの遷移は実験結果からして次の二つの場合に大別される。(a)弱遷移：遷移は比較的滑らかに行なわれ breakdown 下流側に



第2.1図 円周座標系

軸対称の Standing wave が発生する。(b)強遷移：遷移は急激に行なわれた空洞は急激に縮小し、遷移附近で渦が発生し渦損失を伴う。

## 第2章 水流が複合渦の場合の理論

### (a) 弱 遷 移

$$X = \frac{r}{r_R}, \quad V = \frac{V}{W}, \quad W = \frac{W}{W} = 1$$

なる無次元表示を行い、breakdown の上流側の水流速度分布が領域 I で  $V = K_1 X$ 、 $W = 1$ 、領域 II で  $V = K_1' / X$ 、 $W = 1$  なる流れについて第1章の結果を用いると流線函数は(2)式の運動方程式を境界条件(管壁で  $u = 0$ 、空洞表面で静圧一定)のもとに解くことにより breakdown の下流側の値が求まる。また  $C_+$ 、 $C_-$  を夫々一様流と同方向及び逆方向に伝播する擾乱流の絶対速度として次式を定義する。  $N \equiv \frac{C_+ + C_-}{C_+ - C_-}$

そして上述の例題においては  $N = \frac{K_1 c}{K_1}$  となり第1章の変分原理の結果より  $N > 1$  は Supercritical flow、 $N < 1$  は subcritical flow に対応する。また  $X\xi / Xv \equiv K_1 c / K_1$  であるから一般には breakdown によって  $X\xi > Xv$  となる。また  $N = 1$  (臨界点)の条件は  $X_r = X\xi$ 、 $X_a = Xa'$  となるから結局このときの  $K_1$  を  $K_1 c$  とすると

$$\frac{J_1(2K_1 c X_a) N_0(2K_1 c X_u) - N_1(2K_1 c X_a) J_0(2K_1 c X_u)}{J_1(2K_1 c X_a) N_1(2K_1 c X_v) - N_1(2K_1 c X_a) J_1(2K_1 c X_v)} = \frac{X_v}{K_1 c (X_r^2 - 1)}$$

### (b) 強 遷 移

この場合は Z 方向の運動量、角運動量、連続の式が成立し  $N$  と空洞の縮小率  $r_a'' / r$  の関係が求まる。計算の簡単化の為にを行った近似の結果は

$$X^2 \xi = X^2 v + \pi \{ J_1(2K_1 X a) N_1(2K_1 X v) - N_1(2K_1 X' a) J_1(2K_1 X v) \} (2$$

$$- \left( \frac{X a}{X v} \right)^2 + \frac{1}{X v} - \frac{2}{X v}$$

$$\frac{2K_1 X v \{ J_1(2K_1 X' a) N_0(2K_1 X v) - N_1(2K_1 X a) J_0(2K_1 X v) \}}{J_1(2K_1 X a) N_1(2K_1 X v) - N_1(2K_1 X a) J_1(2K_1 X v)} = 2 - \frac{2}{1 - X^2 \xi}$$



### 第3章 実験的研究

実験装置は第1綿のものと同じであり、こゝでは省略する。第2.2図は breakdown による空洞の変化の様相を示す写真である。そして第2.3図はこの遷移の上流側及び下流側の速度分布の測定値である。

また第2.4図及び第2.5図は夫々臨界点（弱遷移）及び強遷移における第2章の理論値と実験値を対比したものである。

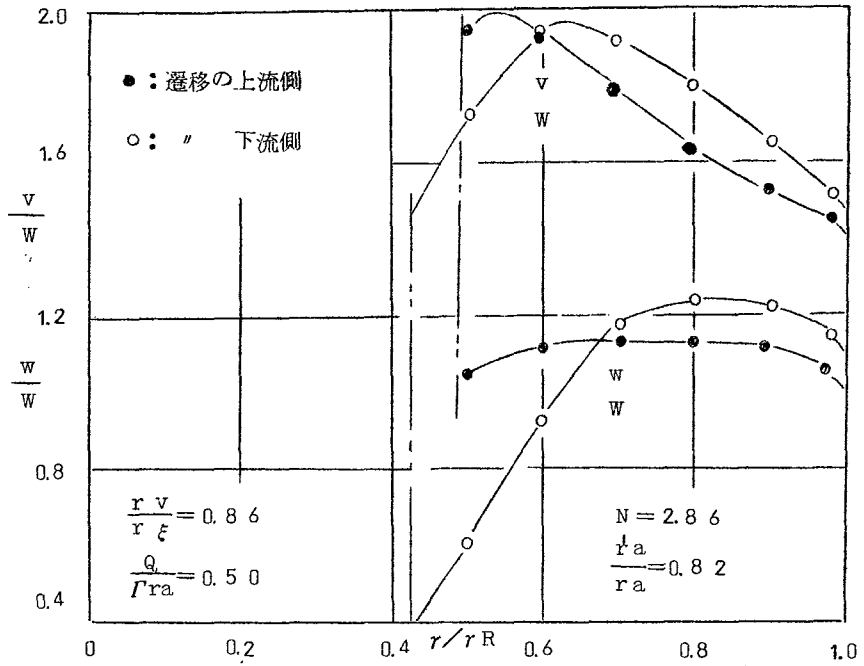


(a) 弱遷移

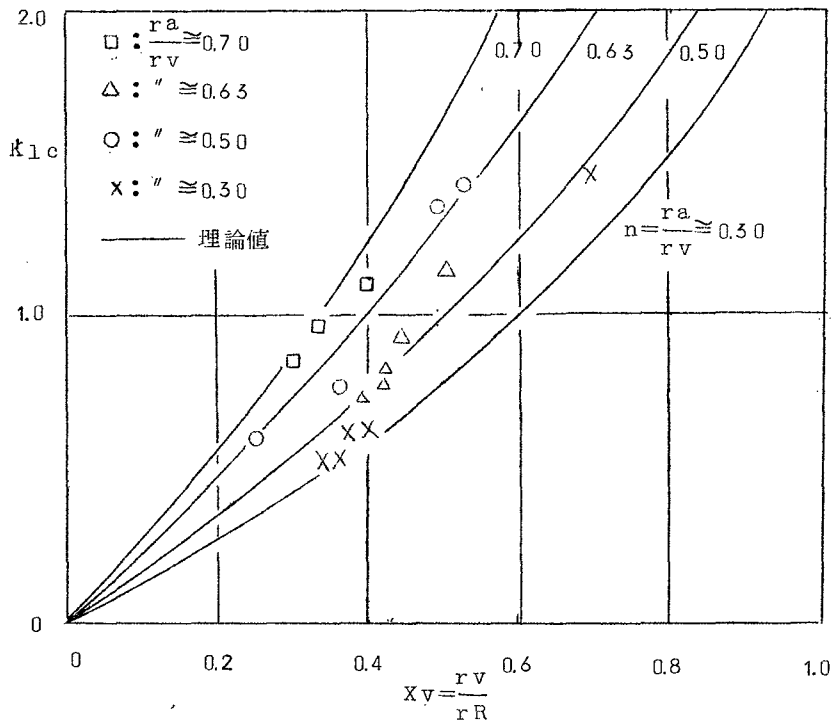


(b) 強遷移

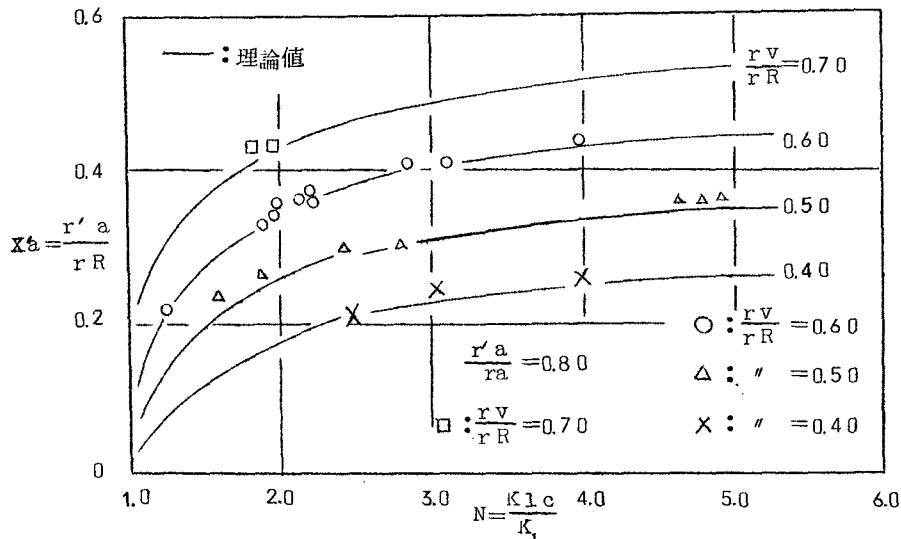
第 2.2 図 breakdown 現象の写真



第 2.3 図 遷移の上流側と下流側の速度分布



第 2.4 図  $N=1$  における  $k_1 c$  と  $Xv$  の関係



第 2.5 図  $N > 1$  における  $X'a$  と  $N$  の関係

## 結 論

円管内における空洞を伴う流れに関して得たる結果の概要を述べるならばまず第 1 編においては空洞がほぼ軸対称及び螺旋形状の場合の振動問題に関して振動数、波形、空洞の大きさ或は水流速度分布等の諸量の関係を導びく理論式を誘導した。また実験により空洞の形状は一般に軸対称であるが、空洞の大きさが比較的小さい範囲 ( $r_a/r_R < 0.3$ ) でその形状は螺旋状になる。そして螺旋形状の場合、その鉛直方向ピッチが小さくなると振動 (モード I) は起らず安定な空洞となることを理論及び実験によって解明した。さらに空洞の大きさが比較的大きい場合において水流速度分布を実際の流れに近い曲線で置代えて、このときの振動数を半理論的に求め実験値と対比してほぼ満足すべき一致を得た。

第 2 編においては Vortex breakdown 現象に関する理論的及び実験的研究を行い、この現象の発生条件、及び遷移の様相を定量的に一層明確にした。

即ち円管内の空洞を伴う旋回流においても明確な breakdown 現象が認められ、この結果空洞は縮小し、強制渦領域は広がり軸流速度は空洞近くで減少し、管壁近くで増加する。

またこの現象を変分原理を用いて解析し、その結果を実験値と対比し、ほぼ満足すべき一致を得た。即ち管内における空洞を伴う breakdown 現象に理論的根拠を与えた。

## 参 考 文 献

- [1] A . M . Binnie, Proc. Roy. Soc. London, Series A, vol. 205 (1951).
- [2] J. K. Harvey, J. Fluid Mech, vol. 14 (1962)
- [3] R. C. Chanaud, J. Fluid Mech, vol. 21 (1965)
- [4] M. G. Hall, J. Fluid Mech, vol. 11 (1961)
- [5] T. B. Benjamin, J. Fluid Mech, vol. 14 (1962)
- [6] T. B. Benjamin, Trans. ASME, J. Basic Engg, vol. 87 (1965)

## 審 査 結 果 の 要 旨

発電用の反動水車特にフランス水車においては、規定外の負荷においてその吸出管内の水の旋回運動が生ずることは現在のところ避け得られない。その際、吸出管内の流水は低圧に曝されるため中心に空洞が発生し、その為激振を起し重大事故を起す場合もある。かような事は大小の差はあるが、ポンプ及び水の旋回運動を利用した遠心分離機においても経験される。

従つて、かような弊害の除去対策の一つとして空洞を伴う流れに依る振動問題を究明する必要が生ずる。しかるに、これに関する従来の研究は、振動の原因を水の強制渦に帰着しているため実際の現象の解明に程遠い。

また、空洞を伴う breakdown に関する研究は未だ知見しない。

本論文においては、上述の諸点に着目し、第1編においては標記流れの振動、第2編においては breakdown 現象を理論的並びに実験的に解明している。

第1編第1章は諸言であり、第2章前半においては空洞外側の流れをポテンシャル流れと仮定し、空洞内の気体の運動をも併せ考慮して空洞の振動数及び安定性に関する厳密解を誘導している。これは従来の理論を数段前進させたものと見做すことができる。後半は空洞が螺旋状を呈する際の理論であり、その振動数、空洞の大きさ、偏心率および水流速度の諸量の関係を明確にしている。これらは新しい知見と云える。

第3章においては、空洞の外側の流れはポテンシャル流れと著しく相違する場合が多いので、実在の流れに近い速度分布を仮定して理論解を求めている。その結果、一層実在の値に近い振動数の算出に成功している。

第4章は実験的研究である。空洞を伴う流れの様相を明確にするとともに第3章の理論の妥当性を確認している。

第5章は結言である。

第2編第1章は諸言であり、第2章においては、円管内の空洞を伴う vortex breakdown 現象に理論的根拠を与えたとともにその発生条件、空洞の大きさあるいは水流速度分布等の変化の様相を定量的に明確にしている。これは空洞のある旋回流については著者の新しい知見であり、重要な貢献である。

第3章は実験的研究である。円管内の空洞を伴う流れにおいても明確な breakdown 現象が発生することを始めて見出し、さらに、詳細な測定により、第2章の理論の妥当性を確認している。第4章は結言である。

以上要するに本論文は、円管内の空洞を伴う旋回流の振動問題およびbreakdown現象に関して厳密な理論を展開し、充分適用性のある理論式を誘導し、また、実験的研究によって理論の妥当性を立証したもので、流体力学上寄与するところ少くない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。