

氏名(本籍)	五十嵐 三武郎(千葉県)
学位の種類	工学博士
学位記番号	工博第265号
学位授与年月日	昭和46年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科専門課程	東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 機械工学専攻
学位論文題目	極超音速低密度流に関する研究
(主査)	
論文審査委員	教授 本田 瞳 教授 渕沢 定敏 教授 村井 等 教授 斎藤 清一 教授 西山 哲男

論文内容要旨

第1章 緒言

希薄な上層大気中を極超音速で飛行する飛しょう体まわりの流れは気体運動論的取扱いに基づく自由分子流から、ナビエ・ストークス式に基づく連続流の広範囲にまたがっている。本研究は、連続流の立場すなわちナビエ・ストークス式に基づいて衝撃層内の流れにおける低密度効果を解析する。

従来のナビエ・ストークス式に基づく鈍頭物体まわりの流れの解析は、主として淀み点近傍に限られており、また下流まで解析が行なわれたものでも淀み点から離れるにつれて境界層排除厚効果に関して正しい評価を得ることが困難となったり、あるいは漸近展開が正しく行なわれない。

本研究は基礎式を流れ関数座標によって記述し、衝撃層内、二次効果まで考慮した層流境界層の発達を解析する一方法を提示する。本解析では従来近似的に取り扱われた排除厚効果は物理面における物体形状のずれとして理解される。そして回転放物面衝撲波背後の層流境界層流に及ぼす二次効果、外部渦度、流れ方向曲率、周方向曲率効果が数値的に解析され、プラントル数、粘性係数の温度依存性、壁面条件の相違による表面摩擦および熱流束分布に及ぼす影響などが具体的に示される。

第2章 基 础 式

定常、圧縮性流体の軸対称流に対するナビエ・ストークス式およびエネルギー式を子午面(x , r)面内の流線に沿って s 、それに直角に n を採る流線座標(s , n)によって表現する。気体は比熱一定の完全気体とし、粘性係数はエンタルピーのみの関数とする。流線座標(s , n)から流れ関数座標、すなわち流れ関数 ψ とそれに直交する関数 θ からなる座標へ変換、まず非粘性近似としてオイラー型の方程式を得る。しかしこの近似は物体表面近くの境界層内では成立しない。ついでこの層内で成立する境界層近似をプラントルの境界層理論と同じように $\epsilon_\infty = Re_\infty^{-1/2}$ (Re_∞ はレイノルズ数)の精度で求める。すなわち流れ関数の尺度をかえる($\psi/\epsilon_\infty \rightarrow \psi^*$)。そして境界層内で成立する方程式を(ϕ , ψ^*)で表現すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{2} q^2 \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \phi} &= -e^{-\Omega} \frac{\partial}{\partial \psi^*} (r \mu \zeta^*) + \epsilon_\infty^2 r q^2 \frac{d\theta_0}{d\phi} \frac{\partial \mu}{\partial \psi^*}, \\ \frac{\partial}{\partial \psi^*} \left(\frac{1}{2} q^2 \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \psi^*} &= -\frac{\zeta^*}{\rho r}, \\ \frac{\partial h}{\partial \phi} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \phi} &= \frac{1}{\sigma} \frac{e^{-\Omega}}{q} \frac{\partial}{\partial \psi^*} [r^2 (\rho \mu) q \frac{\partial h}{\partial \psi^*}] + r^2 (\rho \mu) e^{-\Omega} \left(\frac{\partial q}{\partial \psi^*} \right)^2 \\ - \frac{\epsilon_\infty}{\sigma} r \mu \frac{d\theta_0}{d\phi} \frac{\partial h}{\partial \psi^*} + \epsilon_\infty^2 2 r \mu q \frac{d\theta_0}{d\phi} \frac{\partial q}{\partial \psi^*} \end{aligned}$$

ここで q =速度の大きさ、 θ =流線と対称軸とのなす角、 p =圧力、 ρ =密度、 h =エンタルピー、 μ =粘性係数、 σ =プラントル数である。

流れ関数座標(ϕ , ψ)と物理面(x , r)座標の局所的な関係は

$$dx + i dr = \frac{e^{i\theta}}{q} (e^{-\Omega} d\phi + i \frac{1}{\rho r} d\psi)$$

第3章 (ϕ, ψ^*) 面での inverse problem

(ϕ, ψ) 面の非粘性流の解があらかじめ与えられたときに (ϕ, ψ^*) 面の粘性流の解を求める問題を考える。この場合、内側粘性流の解を求めるにあたって外側非粘性流の解との接合は matched asymptotic expansions 法によって行なわれる。

非粘性流において、その解は η の級数に展開できるものとして、物体表面 $\eta = 0$ 近くのその挙動は非粘性近似式より求められる。そして速度、圧力等が、粘性流 $\eta^* \rightarrow \infty$ の解と ϵ_∞ の精度で接合される。

二次効果まで考慮した境界層方程式においては、従属変数として速度の二乗と結びついた量 Y と全エンタルピー Π に関係した量 F が採用され、運動量式およびエネルギー式はプラントル数 σ 、 $\mu \propto h^\omega$ そして二次効果として外部渦度、曲率（流れ方向、周方向）の影響を含む放物型偏微分方程式へ変換される。境界層外側の条件は上記の非粘性流との接合により得られる。他方物体表面においては速度の滑り、温度の跳びは考えない通常の境界条件が適用される。

また物理面における物体形状は物理面と流れ関数座標面との対応式より求められる。そして境界層排除厚効果が非粘性物体形状からのずれとして把握される。

第4章 数 値 解 法

二次効果まで考慮した境界層方程式は通常の境界層方程式と同じ型、すなわち放物型であるので簡単のため後者の場合、 $\sigma = 1$ 、 $\omega = 1$ そして壁面温度が与えられたときの数値解法を述べる。

まず独立変数 η を $\eta \rightarrow \frac{1}{2} \eta^2$ に変換して物体表面近傍の特異性を除去する。流れ方向の微係数は差分

$$\frac{\partial G}{\partial \phi} = \frac{1}{\Delta \phi} [G(\phi) - G(\phi - \Delta \phi)]$$

でおきかえる。すると運動量式、エネルギー式は η に関する連立微分方程式となるが、2点境界値問題であることに従して差分方程式で近似する方法を採用する。すなわち η に関する微分係数をラグランジュの5点微分公式で近似すれば、連立方程式を解くことに帰着される。しかし運動量式は非線型であるため連立方程式は繰返し法によって解かれる。淀み点では7回、以後下流の各点では4回の繰返しを行なう。

第5章 Second-order 境界層の解析

二次効果、すなわち外部渦度、曲率（流れ方向、周方向）は $R_e^{-1/2}$ (R_e はレイノルズ数) に關

して線型であるので重ね合わせることができる。本章においてはこれらの効果の解析上の表現について述べる。まず二次効果を考慮しない通常の境界層の場合について、ついで外部渦度効果、流れ方向曲率効果および周方向曲率効果の解析を示す。またこれら二次効果を考慮した場合の表面摩擦および熱流束の表現も示される。

第6章 外側非粘性流の解

外側非粘性流の解を与えて内側粘性流の解を求めるいわゆる逆法においては、非粘性流の解が与えられなければならない。ここでは回転放物面衝撃波形状が与えられた場合、一様流のマッハ数 $M_\infty = \infty$ 、気体の比熱比 $\gamma = 7/5$ の非粘性流の解は数値計算に都合のよいように最小自乗法によって多項式で近似された。

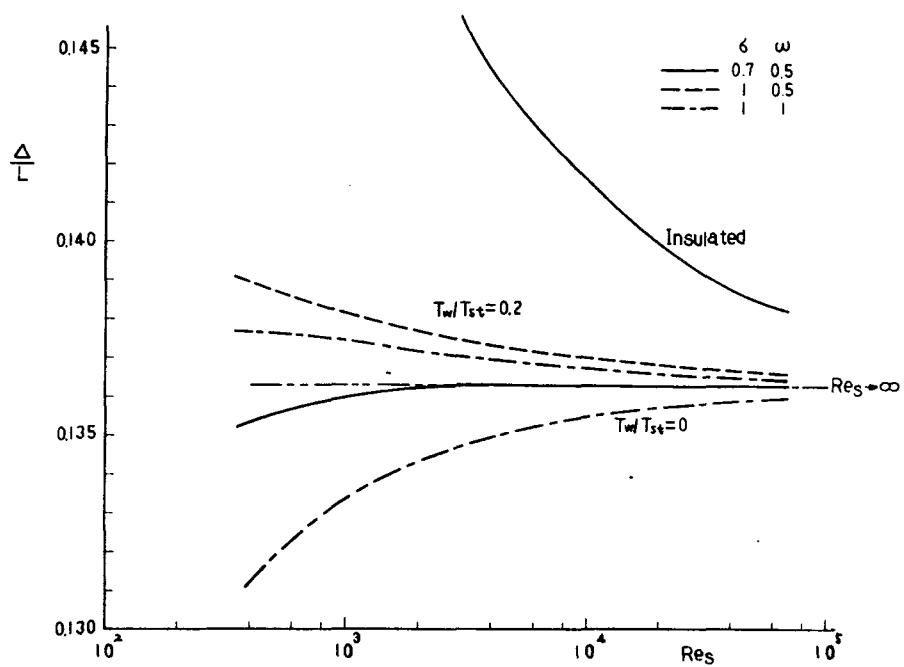
第7章 計算結果および考察

物体表面に沿う表面摩擦分布および熱流束分布に及ぼす二次効果を調べるためにプラントル数 σ については $\sigma = 0.7$ と 1.0 、粘性係数についてはエンタルピーのべき乗（指数 ω ）を仮定し、 $\omega = 0.5$ と 1.0 を採用した。また壁面条件に関しては cold wall の代表として $T_w/T_{st} = 0$ と 0.2 、および断熱壁の場合を仮想した。これらのパラメータの組み合わせは次の通りである。

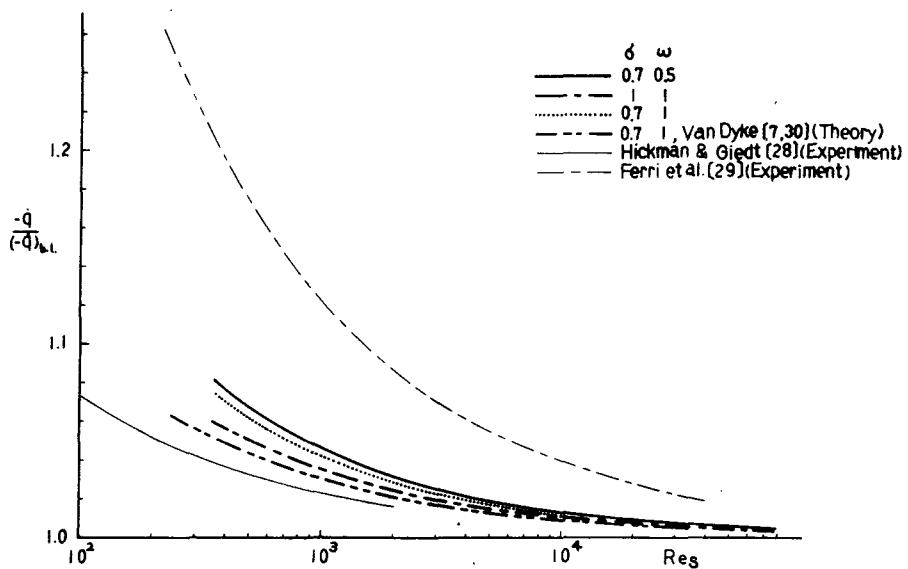
σ	ω	壁面条件
0.7	0.5	$T_w/T_{st} = 0.2$ ，断熱壁
1.0	0.5	$T_w/T_{st} = 0.2$ ，断熱壁
1.0	1.0	$T_w/T_{st} = 0.02$ ，断熱壁

代表レイノルズ数として $R_e = \rho_{st} U_\infty R_b / \mu_{st}$ を採用して数値計算を実行した。ここに添字 st は非粘性淀み点状態、 μ_{st} は温度 T_{st} に対応する粘性係数、 U_∞ は一様流の速度、 R_b は非粘性物体の先端曲率半径である。また上記の数値計算結果より、一般のレイノルズ数に使用できるようないくつかの表現が示される。

表面摩擦分布、熱流束分布に及ぼす二次効果、淀み点における衝撃波離脱距離に及ぼすレイノルズ数効果（第1図）、淀み点における熱流束を Hickman ら、Ferri らの実験結果および壁面における速度の滑り、温度の跳びをも考慮した Van Dyke の理論結果と比較した（第2図）。横軸 Re_s は Hickman らによって定義された レイノルズ数 $Re_s = \rho_s U_s D / \mu_s$ で衝撃波背後の量 ρ_s 、 μ_s 、 U_s と物体直径 D から作られる。第2図から本理論結果は Hickman らの実験結果および Van Dyke の理論結果におおむね一致する。

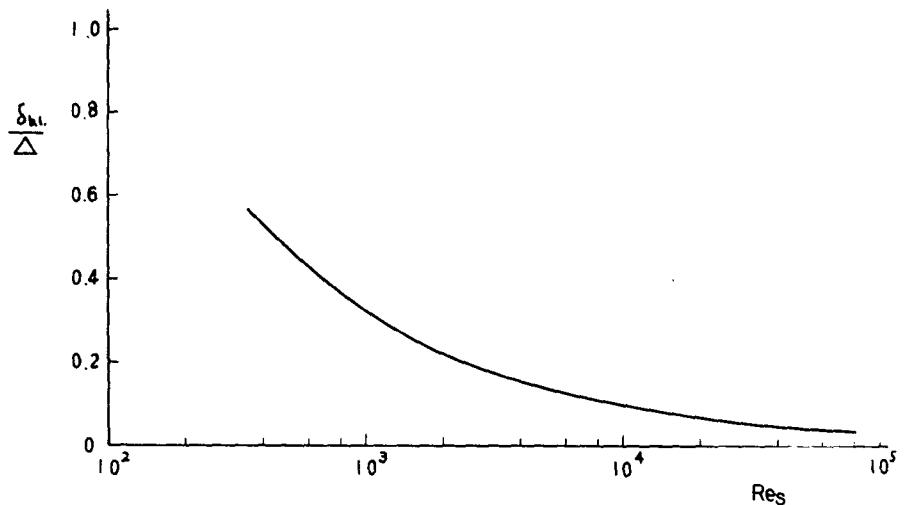


第 1 図



第 2 図

さて極超音速低密度流に対する二次効果を考慮した境界層理論による方法の妥当性を調べるために、一つの目安として衝撃層内に占める境界層厚のレイノルズによる変化を考えると $\sigma=0.7$, $\omega=0.5$, $T_w/T_{st}=0.2$ の場合、第3図のようになる。ここに境界層厚は外側速度の 99% の位置を採用している。レイノルズ数が小さくなるにつれて、衝撃層内における粘性域は増大し、本解析法はあやしくなるが、衝撃層は全域粘性の viscous shock layer へ移行することを示している。



第 3 図

結 論

極超音速低密度流について、高次の境界層理論の立場から、衝撃層内、二次効果まで考慮した層流境界層の発達を流れ関数座標によって解析する一方法を提示した。

本解析法により回転放物面衝撃波背後の層流境界層流が具体的に数値解析され、物体表面に沿う表面摩擦分布、熱流束分布に及ぼす二次効果、衝撃波離脱距離に及ぼすレイノルズ数効果等が数量的に示された。

終りに、本研究に対し終始御懇切なる御指導を賜わりました指導教官本田睦教授に深く感謝の意を表します。また本研究に対して有益なる助言を載きました高速力学研究所斎藤清一教授、村井等教授、機械工学科淵沢定敏教授、西山哲男教授に感謝の意を表します。

審　查　結　果　の　要　旨

近年，高速飛しょう体の超高層飛行に伴い，極超音速低密度流中におかれた鈍頭物体まわりの流れに関する諸問題は高速空気力学における最も重要な研究課題の一つになっている。この問題の解決のために，一方には希薄気体流に主眼をおく気体運動論的取扱い，他方にはナビエ・ストークス式およびエネルギー式を適當な近似のもとに解くという連続流的取扱いによって，数多くの理論的研究が行なわれてきたが，解析上の困難さのために，それらは主として淀み点近傍の流れに限られている。

本論文は連続流的取扱いの立場から，軸対称物体まわり，広い範囲にわたる衝撃層内の流れを解析する方法を提示すること，ならびにその流れに及ぼす低密度効果，言い換えるとレイノルズ数効果を詳細な数値計算に基づいて解明することを目的としたもので，全篇7章よりなる。

第1章は緒言である。第2章においては，まずナビエ・ストークス式およびエネルギー式を流れ関数座標により表示し，それらの式に対する非粘性近似と境界層近似について述べている。ついで第3章においては，それぞれの近似式に対する解の接合に基づいて，当面する問題が流れ関数座標面における一つの *inverse problem* として構成されている。この取扱いにより，従来の解析では不明解であった境界層排除厚効果の評価が明解に把握されている。

第4章は境界層運動量式およびエネルギー式を連立して解く数値解法，第5章は層流境界層流れに及ぼす二次効果，すなわち外部渦度，流れ方向曲率および周方向曲率の三つの効果の解析上の表現について述べたものである。

第6章および第7章は，一つの代表的な例として，衝撃波形が回転放物面として与えられている場合の非粘性解に接合される層流境界層解に関する詳細な数値計算結果とその考察である。すなわち，淀み点近傍の流れはもちろん，その下流の広い範囲にわたっての境界層内速度分布，壁面摩擦および熱流束分布に及ぼす二次効果，あるいは衝撃波離脱距離に及ぼすレイノルズ数効果等を数量的に明白にしている。これらは重要な知見と言える。

以上要するに本論文は極超音速低密度流に関し，衝撃層内の流れを非粘性近似と二次効果まで考慮した境界層近似の二つの式の解の接合という立場から解析する方法を展開，詳細な数値計算を遂行して，その流れに及ぼすレイノルズ数効果を明白にしたもので，高速空気力学の進展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。