氏　名（本籍）	長　南　征　二（山形県）
学位の種類	工　学　博　士
学位記番号	工　博　第　２６７号
学位授与年月日	昭和４６年３月２５日
学位授与の要件	学位規則第５条第１項該当
研究科専門課程	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）機械工学専攻
学位論文題目	弾性床と結合されたはりおよび板の振動に関する研究
論文審査委員	（主査） 教授　斎藤　秀雄　教授　玉手　統 教授　八巻　昇　教授　渥美　光

論　文　内　容　要　旨

弾性床とはりあるいは板の結合系は機械，構造物にしばしば用いられ，その動力学的諸問題は古くから研究されている。これらの系における弾性床は連続弾性体を始めとしてばねその他各種のものが存在するが，その力学的解析を容易にするためそれらについて種々のモデルが考えられてきた。その中で最も簡単でかつ良く用いられるものはE. Winklerによって提案されたモデルで，上記弾性床を一括して一連の密におかれた質量を持たないばねでおきかえ，はりあるいは板が弾性床より受ける反力はその点の変位に比例すると仮定するものである。このモデルを用いた解析は非常に多く，最近のものとしてはW. H. Hoppmann, Ⅱの研究，移動荷重による弾性床上のはりの応答に関するC. R. Steeleの研究等があげられる。この種のモデルを用いた場合解析は非常に容易と

なるが，弾性床の慣性力は考慮されておらず，それらの質量が系の動的特性に如何に影響するかは不明である。

特に，工業技術の急速な発展に伴い，機械および構造物に高速作動がしばしば要求される現在，弾性床の慣性力を無視して系の特性，挙動を論じることは十分でないと思われる。

上記の現状により最近，弾性床の質量を解析上において考慮することが行なわれ，半無限連続弾性体，あるいは半無限圧縮性流体上にあるはりあるいは板の自由波伝播や移動荷重に対する応答の研究がJ.D.AchenbachとS.P.Keshava，J.D.Achenbach，S.P.KeshavaとG.Herrmann，J.P.Jones 等により示された。また質量を持ちかつ密におかれた有限長ばね上にあるはりの振動解析が斎藤，斎藤と村上によりなされている。しかしWinkler 形弾性床と実際の弾性床との関連は上記諸研究をもってしても未だ十分解明されてはいない。

本研究はこれらの現状に鑑み，第一にWinkler 形弾性床に慣性項を考慮した場合を，弾性床で結合された二つの有限長はりの自由および強制振動，移動荷重を受ける弾性床上のはりの応答に適用して，その特性を明らかにし，かつWinkler 形弾性床との差異を論じた。第二に有限深さ連続弾性体床上にあるはりの振動を解析し，かつ有限深さばね床およびWinkler 形弾性床上にあるはりとの差異を検討した。更に有限深さ流体上にある弾性板の振動をも論じ，固体弾性床の場合と比較し，かつ静的問題においてはWinkler 形弾性床と流体床は一致するというA.D.Kerr の示した事実が動的な場合にも適用されるか否かを検討した。以下その内容を概説しよう。

第2章においては，二つの平行なはりが密におかれた平行なばねで結合された連結系の振動について，はりにはBernoulli-Euler のたわみ振動式，ばねには縦振動式を用いて取扱い，特に二つのはりが同質，同形の場合についてその振動特性を明らかにした。自由振動解析においては両はりが両端単純支持，両端自由，一端固定他端自由の3例について振動数方程式，振動形を算出し，諸パラメータの変化による自由振動数の変化を求めた。この場合系の振動形ははりは同振幅で逆位相，ばねは奇数個の節断面を持つ振動形と，はりは同振幅で同位相，ばねは偶数個の節断面を持つ振動形の二種類にわけられる。強制振動解析においてはひとつのはりが集中周期力を受ける場合の系の応答をフーリエ解析により求め，上下はり両端単純支持および自由の場合について下はりが受けるばね反力の振動数による変化を，数値例として計算した。この場合ばね質量の存在のため特定の強制振動数の近傍で共振が無数におきばね反力はその都度無限大となる。更に質量を考慮したばね弾性床上のはりの振動は本解析の特例として導くことができることを示し，本例についてもはりが集中周期力を受ける場合の系の応答をもとめ，はりが両端単純支持および自由の場合について基礎が受けるばね反力の外力振動数による変化を求めた。

第3章においては密におかれた平行なばね弾性床の無限長はりが，集中移動荷重により加振され

る場合の連結系の応答を，はりには回転慣性およびせん断変形の影響を考慮したTimoshenkoのたわみ振動式を適用し，ばねにはその質量を考慮した縦振動式を用いて取扱い，フーリエ交換法により系の応答を求めた。数値例は種々の移動荷重速度についてはりの応答を求め，その動的特性を明らかにし，かつ弾性床にWinkler 形モデルを仮定した場合のはりの応答と比較，検討した。これによると弾性床の質量の影響は荷重速度の増大と共に著しくなり，荷重近傍のはりの変位は低荷重速度では弾性床の密度の増加と共に大きくなるが，高荷重速度では逆に減小する。系の外部粘性力ははりの変位を減少させる上で有効であり，その特性はWinkler 形弾性床の場合と良く似ている。

第4章においては剛体基礎に固着された有限深さ連続弾性体床上の無限長はりの自由振動および強制振動を，はりにはTimoshenko のたわみ振動式を，弾性床には二次元弾性運動方程式を用いて解析するもので，はりと弾性床が滑らかに接触している場合と固着している場合の二例を扱った。自由振動解析においては振動数方程式を求め，波数と振動数の関係を示す振動数スペクトラムを数例について求めた。振動数スペクトラムはWinkler 形弾性床の場合に得られる二分枝と性質類似の二分枝と，弾性床により支配される多数の分枝よりなることがわかる。またはりの密度が弾性床の密度に比して大きい場合，両材が滑らかに接触している場合の前者二分枝はWinkler形の場合の分枝で近似できる。慣性を有するばね床上のはりのスペクトラムは部分的に本例の場合と良く一致するところもあるが，全体としてはかなり様相が異なり，その振動特性は異質のものであることが言える。強制振動解析においてははりが集中周期力を受ける場合のはりのモーメント，床内の垂直応力，せん断応力をフーリエ変換法により求め，それらが外力の振動数の値により如何に変化するかを数値計算により示した。これによると振動数の値により系内に非減衰進行波が現われることがあり，その場合は外力作用点より十分離れても系内の諸量の大いさは零とならず有限値をとる。一般にはりと弾性床が滑らかに接触している場合，および固着している場合共，はりのモーメントは外力の振動数の値によらず外力作用点で最大となる。床内の応力分布の様相は滑らかに接触している場合と固着している場合でかなり異なり，また床内の諸応力最大点は振動数の値により移動する。はりと弾性床の厚さ比の変化により系内の諸量分布の様相が変化するが，系内に非減衰進行波が存在しない場合，外力作用点からの距離による諸量の減衰の度合は，厚さ比の小さい場合は大きい場合に較べて著しい。

第5章においては剛体基礎上の有限深さ流体上にある無限長弾性板の自由振動および強制振動を，板にはTimoshenko のたわみ振動式を，流体には二次元運動方程式を用いてその動的特性を明らかにした。自由振動解析においては振動数方程式を求め，振動数スペクトラムを二例について求めた。静的な場合Winkler 形弾性床と流体床は一致するが，Winkler 形弾性床上のはりの

スペクトラムは本例の場合とかなり様相が異なり，動的特性は異質のものであることが言える。強制振動解析においては板が集中周期力を受ける場合の板の変位，回転角，モーメントおよび流体圧をフーリエ交換法により求め，それらが外力の振動数の値により如何に変化するかを数値計算により示した。これによると振動数の値によらず系内に非減衰進行波が常に存在するため，諸量の大いさは外力作用点より十分離れていても零にならず有限値をとる。諸量の分布の様相は振動数の値により変化するが，板のモーメントは固体床の場合と同じく外力作用点で常に最大である。一方，板の変位および流体圧は外力作用点で最大となるとは限らないことが明らかとなった。

以上より系の特性は床の種類により種々異なり又床にWinkler 形モデルを用いた場合の特性も一般にそれらの特性と異なることが明らかとなった。従って床を一括してWinkler 形弾性床でおきかえその特性を論じることは適切でないと言える。

審 査 結 果 の 要 旨

機械，構造物に広く使用される弾性床とはりあるいは板の結合系の動力学的挙動については，弾性床に対し従来各種の等価モデルが導入され，解析が行なわれてきた。しかし，近時機械の急激な高速化に伴い，それらによって生ずる結合系の動的挙動を従来使用されている等価モデルを用いて十分に説明することは困難となり，これらに対処する理論の展開が要求される現状に至っている。

著者はこのようなはり，板と弾性床の結合系の振動に対処するため，従来取扱いが困難のため十分に明らかにされていない弾性床の慣性の影響を考慮して解析を行ない，その基本的特性を解明した。本論文はそれらの結果をまとめたもので全篇6章よりなる。

第1章は序論であり，従来の研究を概括し，本研究の目的を明らかにしている。

第2章では多数の弾性ばねで結合された二つのはりの振動を，ばね自身の質量をも考慮して厳密に解析し，結合系の自由振動特性を明らかにしている。さらにはりに周期外力が作用する場合の強制振動問題をフーリエ解析により，各種条件下に解き，振動数による伝達係数の変化を広範囲にわたって究明している。多数のばねよりなる弾性床上のはりの振動は本例の特例として求められており，従来の等価モデルによっては見られぬ知見を提供している。

第3章では集中移動荷重による有限深さ弾性ばね床上のはりの応答を減衰をも考慮して求めている。移動速度が増大して亜音速度，超音速度の領域に至ると，振動に及ぼす弾性ばね床の質量の影響は大きく，得られるはりの変位はWinkler 型弾性床についてのものとは異なることを明らかにしている。本章は従来の理論の拡張であり，移動荷重による波動速度について興味ある成果を提供している。

第4章では最も一般的な有限深さ連続弾性床上にあるはり，板の振動を取り扱い，両者接触面が滑らかに接触している場合と固着している場合の2例につき，多数の振動数スペクトラムを求めその特性を解明している。さらにはり，板の表面に集中周期外力が作用する場合，振動数によるはり，板のモーメントの変化，床内の応力の分布を求め，外力振動数がある一定値ではり，板の長さ方向に進行する非減衰波が存在することを指摘している。

第5章では一定深さの流体上にある無限長弾性板の自由および強性たわみ振動を解析し，固体弾性床との関連性を明らかにしている。

第６章は結言である。

以上要するに本研究は弾性床と結合されたはりあるいは板の振動問題に，従来殆んど明らかにされていなかった弾性床の質量の影響をも考慮して，多くの知見を与え，かつ強度設計上にも有用な基礎資料を提供した。本研究の振動工学に寄与する所は少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。