

氏名(本籍)	長 屋 幸 助 (北海道)
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 3 2 2 号
学位授与年月日	昭和 4 7 年 3 月 2 4 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 1 項該当
研究科専門課程	東北大学大学院工学研究科 (博士課程)機械工学専攻
学位論文題目	円孔および円形充てん物を有する無限弾性板の 波動における動力学的挙動の研究
論文審査委員	(主査) 教授 斎藤 秀雄 教授 玉手 統 教授 渥美 光 教授 八巻 昇

## 審 査 結 果 の 要 旨

### 第 1 章 序 論

孔あるいは充てん物を有する弾性体，弾性板に引張り，圧縮または曲げ，ねじり変形が加えられる場合，弾性体内の不連続部分に大きな応力集中が生ずることは古くから明らかにされている。一方この種の不連続境界を有する弾性体または弾性板に弾性波が伝ばする場合の動的問題においても波の入，反射により動的応力集中を生ずる。この種の問題に対しては以前にダイナマイトの爆発により生ずる岩盤内の波動状態を解析した例がみられるが最近迄大きな発展はなかった。しかるに工業技術の急速な発展に伴ない，各種機械，構造物に高速作動が要求され，機械，構造物部材の強度設計などにおいても，これらの動力学的挙動の解明が必要となり，多くの研究者の関心を集めるに至った。

この種の問題に関しては，円孔あるいは円形充てん物を有する無限弾性体または弾性板内を弾

性波が伝ばする場合の2次元問題が多く、研究者によって取扱われている。しかるに孔あるいは充てん物を有する弾性板がたわみ波動を受ける場合は、しばしば見受けられる現象にもかかわらずその振動特性を解明したものは少ない。さらに複数個の円孔あるいは充てん物を有する弾性体内の波動問題については、音波または弾性波が伝ばする場合の2次元問題が簡単な境界条件のもとで解析されているが、未だ十分な資料は得られず、とくにたわみ波動問題に関する知見は見受けられない。本報告は、これらの現状に鑑み、孔あるいは充てん物を有する弾性板のたわみ波動問題を取りあげ、その振動特性を解明しようとするものである。問題をふたつに分け、第一に1円孔または1円形充てん物を有する無限薄板が、第二に複数個の円孔または円形充てん物を有する弾性板が曲げおよびねじれ波動を受ける場合を取扱う。とくに後者においては薄板と厚板とのふたつについて解析し、両者の差異を論じている。一方円孔縁に動荷重が作用する場合もしばしば見られる問題である。本問題のひとつとして本報告においては、円孔縁に動荷重を受ける有孔無限板を取扱い、厚板理論を用いてこれら荷重により生ずるたわみ波の特性を明らかにしている。

## 第2章 円孔を有する無限薄板のたわみ波動

1円孔を有する無限薄板が曲げあるいはねじり変形の波動を受ける場合を取扱い、その動的特性を解明しようとするものである。解析にあたっては波長に比べ厚板は小さく、かつ孔径は板厚に比し大として、古典薄板理論を適用する。これより板の任意点における曲げモーメント、せん断力などを与える計算式を導き、円孔の介在による動的応力集中の状態が波長によりいかに変化するかを調べたものである。ねじれ波動の場合は、ふたつの曲げ波動を板の逆対称性を考慮して加え合わせるにより変位を求め、これに境界条件を導入して解を求めた。

波長を無限大とした極限状態では、本解析の結果は静的値を与える。本報告ではこの場合についても検討し、動的結果と静的結果との比較検討も行なっている。

## 第3章 円形充てん物を有する無限薄板のたわみ波動

剛体円板または弾性体円板を有する無限薄板に曲げ、ねじれ波動が伝ばする場合を解析し、振動中における板および充てん物の曲げモーメント、せん断力集中係数を求め、これがたわみ波の波長によりいかに変化するかを調べたものである。解析にあたっては古典薄板理論を適用し、波長を無限大とした極限では、本報の動的結果が既存の静的結果に一致することを示した。

## 第4章 複数個の円孔を有する無限薄板のたわみ波動

複数個の円孔を有する無限薄板に曲げあるいはねじれ波動が伝ばする場合を取扱う。N個の孔

を有する薄板内の任意円孔  $s$  に注目し、その孔に対する他の孔  $s'$  ( $s' = 0, 1, 2, \dots, N-1, s' \neq s$ ) からの干渉を求めようとする場合、孔  $s'$  からの反射波は孔  $s$  に対しては入射波となるから、これらの孔をそれぞれ 1 個有する  $N$  個の薄板の反射波解から円孔間の重複反射波の解を求めることができる。この場合、これら入射波による全変位を求めてから、孔  $s'$  座標を孔  $s$  座標に変換し、これに境界条件を導入して係数比較により未定定数を決定すると取扱いが簡単となる。本報ではこのような手法に基づいて解析を行ない、具体的な数値例として円孔中心が直線上に並ぶ同大 2 円孔および同大 3 円孔を有する場合をとりあげ、入射波の波長および孔相互の干渉がいかにか板の振動特性に影響を与えるかを明らかにする。本解析において円孔相互の間隔を無限大とすると 1 円孔の結果が導かれるが、これらの結果と複数個の円孔の場合の差異をも比較し、検討している。

## 第 5 章 複数個の円孔を有する厚肉無限板のたわみ波動

複数個の円孔を有する無限弾性板に定常たわみ波動が伝ばする場合を、板の回転慣性およびせん断変形の影響をも考慮した厚板理論の運動方程式を用いて解析したものである。数値例としては、同大 2 円孔を有する無限板をとりあげ、孔縁の曲げモーメントが板厚、円孔間隔、入射波の波長などによりいかに変化するかを明らかにした。さらに厚板理論による 1 円孔の結果および第 4 章で解析した古典薄板理論による結果との比較検討を行ない、それらとの差異を明らかにしている。

## 第 6 章 複数個の円形充てん物を有する無限薄板のたわみ波動

複数個の異質円形充てん物を有する無限薄板に曲げあるいはねじれ波動が無限遠方より一方向に伝ばする場合の板の動的特性を解明したものである。薄板内を伝ばするたわみ波の波長は板厚に比べ大でかつ充てん円板の直径は板厚に比し大きく、古典理論の制約に従うものとして解析し、薄板の曲げモーメントおよびせん断力集中係数を与える計算式を導いた。具体的な数値例としては、2 個または 3 個の同大円板を有する場合を取扱い、板と充てん物の接着縁における動的曲げモーメント集中係数を計算し、弾性充てん物の剛性および充てん物相互の干渉がいかにか板の振動特性に影響を与えるかを明らかにしている。また複数個の弾性充てん物を有する薄板の解は、その極限の場合として充てん物相互間の距離を無限大とすれば、1 円形充てん物の場合に一致することを示した。これらの結果を用いて 2 個または 3 個の円形充てん物を有する場合と、1 個の場合との比較検討を行なっている。

## 第 7 章 孔縁に動荷重を受ける厚肉有孔無限板のたわみ波動

任意の時間関数で与えられる動荷重を孔縁に受ける有孔無限板の動的特性を解明したものであ

る。運動方程式には板の回転慣性およびせん断変形の影響を考慮した厚板理論を適用し、孔縁に沿った分布動荷重または集中動荷重が数箇所にもわたり加えられる場合、および軸対称動荷重が加えられる場合の板内の曲げモーメント、せん断力、ねじりモーメントを与える計算式を誘導した。

具体例としては、強制調和振動荷重が孔縁に作用する場合をとりあげ、振動荷重の振動数、孔径と板厚の比などがいかに板の動的特性に影響を与えるかを明らかにしている。また古典理論による解と厚板理論の結果との比較検討を行ない、その差異を明らかにしている。

## 第 8 章 結 論

第 1 章の序論で述べた目的に従い、円孔または円形充てん物を有する無限弾性板の波動問題について解析を行なった。得られた事項をとりまとめて列挙すると次のとおりである。

(1) 1 円孔を有する無限薄板に曲げあるいはねじれ波動が伝ばする場合の板内の動的曲げモーメント、せん断力を求めた。孔縁における動的応力集中の状態は波長とともに複雑に変化するが、これらを多数の図により明らかにした。

(2) 剛体円板または弾性体円板を有する無限薄板に曲げあるいはねじれ波動が伝ばする場合、板と円板の接着縁における動的曲げモーメントおよびせん断力集中係数はある波長で最大となり、その値は静的の場合より大となる。

(3) 複数個の円孔を有する無限薄板に曲げあるいはねじれ波動が伝ばする場合においては、孔縁の曲げモーメント集中係数は波数が零の場合に最大となり、かつその値は 1 円孔の場合より大となる。

(4) 複数個の円孔を有する無限弾性厚板にたわみ波動が伝ばする場合においては、孔縁の曲げモーメント集中係数は薄板の場合より波長依存性が大きいことが明らかにされた。

(5) 複数個の異質円形充てん物を有する無限薄板に曲げあるいはねじれ波動が伝ばする場合の板と円板の接着縁における曲げモーメント集中係数はある波長で最大となり、その最大値は 1 円形充てん物を有する薄板のそれより大となる。

(6) 1 円孔を有する無限弾性厚板の孔縁にせん断動荷重が作用する場合、孔径と板厚の比が大きくなり、振動数が小さくなるほど古典薄板理論の結果に近づく。

本研究の遂行にあたり、終始懇切丁寧なる御指導、御鞭撻を賜りました指導教官齋藤秀雄教授に厚く感謝の意を表します。また本研究にあたり有益な御批判ならびに御助言を賜りました東北大学工学部 佐藤喜一助教授、玉手統教授、瀧美光教授、高速力学研究所 八巻昇教授ならびに機械工学専攻の諸先生方に深く感謝の意を表します。

## 審査結果の要旨

近時工業の発展に伴い、車輛、船舶、航空機などは急速な発展を遂げつつある。これら機械、構造物の性能向上は時代の要望であるが、これに比例して各種構成部材は振動、衝撃などの作用する苛酷な条件のもとで使用され、しかも安全確実に作動することが要求される。このような部材の強度設計には従来の静的応力計算のみでは不十分となり、動特性をでき得る限り把握しなければならない。特に構造上の要求により設けられる部材内の孔、充てん物のため生ずる動応力集中の解明は、弾性体振動学における基礎的問題であるのみならず、強度設計技術者にとっても極めて重要な課題となる。強制振動あるいは衝撃を受け、たわみ振動を行なう平板の挙動はこの種問題のひとつであるが、系統的研究はほとんど行なわれていない。

本論文はこのような孔あるいは充てん物を有する弾性板が曲げあるいはねじり振動、波動を受ける場合の、孔縁、接合面などにおけるモーメント、剪断力集中の様相の解明を目的としたもので、8章よりなる。

第1章は緒論であり、本研究の意義、目的について述べている。

第2章および第3章では、1円孔および1円形充てん物を有する薄板が曲げあるいはねじり波動を受ける場合を、薄板のたわみ運動方程式から出発して解析を進めている。これより波長、板材ポアソン比、板と充てん物の弾性定数の組合せの変化などによる孔縁および接合面曲げモーメント、剪断力の変動の様相を広範囲に亘って明らかにし、強度設計上重要な知見を得ている。

第4章は複数個の円孔を有する薄板がたわみ振動を受ける場合の研究であって、円孔間の重複反射波を考慮して取扱いを進めている。実例として同大2および3円孔が直線上に並ぶ場合を取上げ、円孔距離、波動伝播の方向、波長などの諸要因に伴う孔縁曲げモーメント集中の変化を明らかにしている。

第5章では、第4章の問題を板厚をも考慮し、板内の回転慣性、剪断変形の影響を取り入れて解析を行ない、得られた結果を薄板理論の結果と比較し、その差異を示し、孔縁曲げモーメントに及ぼす板厚の影響を明らかにしている。薄板理論の適用範囲を明確にしておき、有用な成果である。

第6章は複数個の円形充てん物を有する薄板のたわみ波動に関する研究である。

第7章は1円孔を有する無限板の孔縁に動荷重が作用する場合のたわみ波動を一般的に論じている。具体的応用として分布あるいは集中調和振動荷重の場合を考察し、振動数、孔径の大きさなどによる曲げモーメントの変化について貴重な資料を提供している。

第8章は結論である。

以上要するに本論文は、円孔または円形充てん物を有する弾性板の振動特性を明らかにし、機械、構造物要素の強度設計上にも多くの知見を提供している。本研究の弾性体振動学ならびに機械工学への寄与は少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。