

氏 名（本籍）	^{おお} 大 ^{よし} 好 ^{ただし} 直 （茨城県）
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 3 6 9 号
学位授与年月日	昭和 4 8 年 3 月 2 7 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 1 項該当
研究科専門課程	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）機械工学第二専攻
学位論文題目	直交異方性体におけるき裂の動的応力拡大係数に 関する理論的研究
	（主査）
論文審査委員	教授 渥美 光 教授 横堀 武夫 教授 玉手 統 教授 斎藤 秀雄 教授 八巻 昇

論 文 内 容 要 旨

第 1 章 緒 言

機械及び構造物等が一般に巨大化あるいは高性能化されるにつれ、その設計も従来主として用いられた均質等方性材料を対象にするばかりでなく、むしろ各種異方性材料を対象に行なわれることが多くなった。たとえば構造物等の強度向上のために、最近大いに開発研究の進められている複合材料の力学的挙動特性は巨視的に異方性特性を有し、異方性弾性力学等を用いて解明されることはよく知られている。この他多くの微視的、巨視的異方性材料は目的に応じて等方性材料に比べて設計上有利に利用される点が多く、これら実用上の必要性から異方性弾性体に対する力学の研究が大いに要望されて来た。そこで材料の強度及び破壊等の問題に関連して巨視的立場から波動場における直交異方性弾性体のき裂先端の応力拡大係数及び応力特性を明らかにする混合

境界値問題を取扱った。すなわち材料中に含まれている欠陥を「き裂」という概念にモデル化し直交異方性材料の脆性破壊現象に関連する一つの基礎研究を連続体の力学の手法を用いて行ったものである。

き裂先端附近の応力分布は特異性を有し、この特異性の強さを示す工学的量として導入された応力拡大係数の材料破壊問題に関する意義は異方性弾性体に対しても、さらに動的問題に対しても認められている。しかしながら異方性弾性体のき裂問題を扱った従来の研究は、ほとんどが静的な場合に限られ動的問題の研究成果はわずかにき裂の安定性に関連する表面波などの定性的な研究にとどまってお入射波の散乱問題に至っては見当たらないのが現状である。これは主に構成方程式の複雑さによる数理解析の困難さによるものである。

そこで本論文は直交異方性弾性体の動的二次元問題の基礎式を導き無限弾性体中に単一き裂が存在し擾乱波によって生じるき裂先端附近の応力分布の特異性をフーリエ解析を用いて求め動的応力拡大係数及び特異応力を簡潔な式で表わすことを試みた理論研究である。この結果、直交異方性弾性体の波動場における動的応力拡大係数は静的な場合と異なり振動数の関数となるため異方性弾性定数に依存する特性が明らかになった。

第 2 章 直交異方性体における基礎式

構成方程式は二次元直交異方性体に対し面内変形問題の場合、次の形となる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & O_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (2-12)$$

この関係式は直交異方性体に限らず適切な二次元面を選ぶことにより多くの他の異方性体に対しても適用されうる。上式を考慮して運動方程式を変位 u, v で表わし、これをフーリエ解析の手法によって解き、さらにその解をもとにして各応力成分の一般解を得た。具体的に問題を解くにあたってはこれらの一般解の表示を用いることにより解析が容易になる。

次に直交異方性体を伝わる面内変形平面波を論じ、それは位相平面が異方性対称面と平行あるいは直交する特別な場合に、体積要素の運動がいわゆる P 波や S V 波と同様になることを示した。

第 3 章 面内変形問題における調和振動平面波と有限長さのき裂との干渉

P 波及び S V 波がき裂によって散乱される場合を考えている。散乱場の対称性、無限遠の条件、そしてき裂の境界条件等を考慮して双積分方程式を導き、さらに種々の数学的手法によりフレドホルム型の第二種積分方程式を得た。すなわち入射 P 波の場合には、

$$A(\mu) = 1 + \int_0^1 \eta A(\eta) F(\mu, \eta) d\eta \quad 0 \leq \mu < 1 \quad (3-38)$$

$$\text{ここに } F(\mu, \eta) = a^2 \int_0^\infty g(\xi) J_0(a\xi\mu) J_0(a\xi\eta) d\xi \quad (3-39)$$

$$g(\xi) = \xi + \frac{k \sqrt{d_{11}d_{22}}}{(d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21})} \left[-\frac{1}{(\alpha+\beta)\alpha\beta d_{22}} \{ d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21} \} \xi^4 - \frac{1}{d_{66}} \right. \\ \left. (d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21} + d_{22}d_{66}) \omega^2 \xi^2 + \frac{d_{22}}{d_{66}} \omega^4 \right] + \frac{\omega^4}{\alpha+\beta} \quad (3-22)$$

(3-38)式より求まる $A(\mu)$ を用いて一般解の未知関数が定まる。入射SV波に対しても同様の手法で解を求めている。さて積分方程式中の積分核の評価は解の精度に著るしく影響し解の可否につながって来る。そこで(3-39)式の無限積分を有限積分に変換し数値計算をやすくした。すなわち従来の研究では異方性問題であるため解析が複雑になり非常に困難な点であったがリーマン面を作り出すことによって可能にした。

次にき裂先端の特異応力表示式を導いた。結果を記せば入射P波の場合

$$\sigma_x^* \sim \mathbf{K}_1 \frac{1}{\sqrt{2r}} \cdot \frac{\kappa_\alpha \kappa_\beta}{\kappa_\alpha - \kappa_\beta} \{ \kappa_\alpha R_C(\kappa_\alpha, \theta) - \kappa_\beta R_C(\kappa_\beta, \theta) \} \quad (3-121)$$

$$\sigma_y^* \sim \mathbf{K}_1 \frac{1}{\sqrt{2r}} \cdot \frac{1}{\kappa_\alpha - \kappa_\beta} \{ \kappa_\alpha R_C(\kappa_\beta, \theta) - \kappa_\beta R_C(\kappa_\alpha, \theta) \} \quad (3-122)$$

$$\tau_{xy}^* \sim \mathbf{K}_1 \frac{1}{\sqrt{2r}} \cdot \frac{\kappa_\alpha \kappa_\beta}{\kappa_\alpha - \kappa_\beta} \{ R_S(\kappa_\alpha, \theta) - R_S(\kappa_\beta, \theta) \} \quad (3-123)$$

また入射SV波の場合

$$\sigma_x'^* \sim -\mathbf{K}_2 \frac{1}{\sqrt{2r}} \cdot \frac{1}{\kappa_\alpha - \kappa_\beta} \{ \kappa_\alpha^2 R_S(\kappa_\alpha, \theta) - \kappa_\beta^2 R_S(\kappa_\beta, \theta) \} \quad (3-125)$$

$$\sigma_y'^* \sim \mathbf{K}_2 \frac{1}{\sqrt{2r}} \cdot \frac{1}{\kappa_\alpha - \kappa_\beta} \{ R_S(\kappa_\alpha, \theta) - R_S(\kappa_\beta, \theta) \} \quad (3-126)$$

$$\tau_{xy}'^* \sim \mathbf{K}_2 \frac{1}{\sqrt{2r}} \cdot \frac{1}{\kappa_\alpha - \kappa_\beta} \{ \kappa_\alpha R_C(\kappa_\alpha, \theta) - \kappa_\beta R_C(\kappa_\beta, \theta) \} \quad (3-127)$$

ここに \mathbf{K}_1 と \mathbf{K}_2 はそれぞれモードI(開口変形)とモードII(面内剪断形)に対応する動的応力拡大係数で、たとえば \mathbf{K}_1 は Fig. 3 に示す様に異方性弾性定数及び入射波の振動数によって変わる。また、関数 $R_S(\kappa, \theta)$ 、 $R_C(\kappa, \theta)$ はき裂の先端における角度によって変化し、たとえば $R_C(\kappa, \theta)$ は Fig. 4 のごとく特異な挙動を示し異方性の影響が著るしい。 κ_α と κ_β は異方性パラメータで Table 1 に示す様なものである。

これら特異応力表示式は従来見られなかった簡潔な表示式である。弾性定数を等方性の場合に帰着すれば従来の式に一致する。

第4章 縦せん断変形問題における調和振動平面波と有限長さのき裂との干渉

本章では異方性対称面に対して任意の入射角をもつ平面波の散乱場を論じる。結局、この入射

S H波の場合の特異応力表示式は

$$\tau_{yx}^* \sim K_3 \frac{1}{\sqrt{2r}} R_C(\kappa, \theta) \quad (4-64)$$

$$\tau_{yx}^* \sim -\kappa K_3 \frac{1}{\sqrt{2r}} R_S(\kappa, \theta) \quad (4-65)$$

ここに K_3 はモードⅢに対応する動的応力拡大係数であって K_1 、 K_2 と同様、積分方程式の解

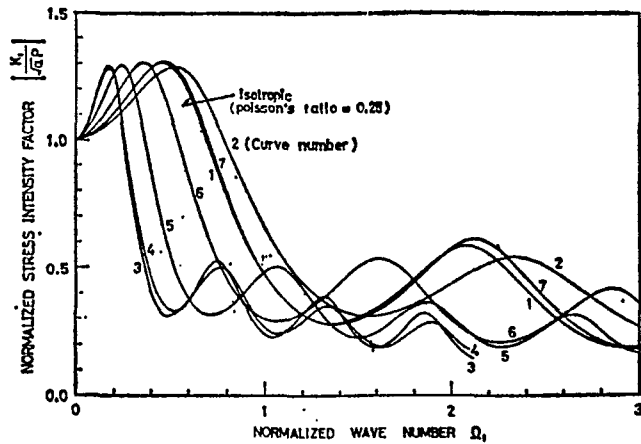


Fig.3 Effect of orthotropy on a dynamic stress-intensity factor for P-waves

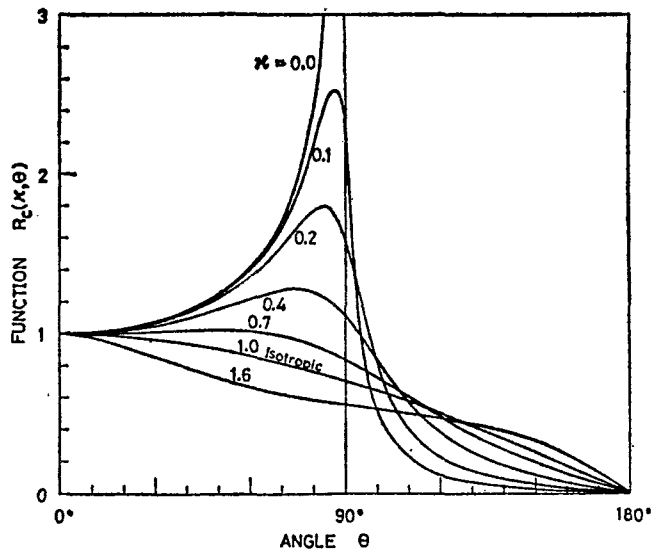


Fig.4 Behavior of the function $R_C(k, \theta)$

Table 1 Data of each curve and corresponding values of k_α and k_β

Curve No.	c_{11}	$c_{12} (= -c_{21})$	c_{22}	c_{66}	χ_α	χ_β
1	1	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	1.0000	1.00000
2	1	$\frac{1}{3}$	10	$\frac{1}{3}$	1.6927	0.1868
3	10	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	5.3527	0.5908
4	1	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{30}$	5.0952	0.1963
5	1	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{15}$	3.5478	0.2819
6	1	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{6}$	2.1075	0.4745
7	1	$\frac{1}{30}$	1	$\frac{1}{3}$	1.5924	0.6280

によって与えられる。前章と同様、積分核の評価に工夫をして従来の数値解より、はるかに多くの結果を得て、入射波の振動数と入射角に対する K_3 の等振幅線図を描くことができた。

第5章 非定常面波と有限長さのき裂との干渉

入射波はS H衝撃波であるとし、その波のき裂による散乱を扱った。基礎式は前章と同じものを用い、入射波は一般に波頭の後方で任意関数として与えて解析した。ラプラス=フーリエの二重積分変換を用いて一般化されたウィーナ・ホッフの方程式を導き、これを解析接続によって解いている。重要な特異応力に寄与する部分のみ考慮して解析を簡潔にしている。

具体的にはステップ応力波が入射するものとして、その波がき裂に当たった時の過渡的な動的応力拡大係数を特定な時間区間において閉じた形で表した。これは大型計算機を必要としない程度のものである。

この様に解析も首尾よくできてラプラス=フーリエの二重積分変換はこの種の問題にも効果的であることを確めた。

第6章 結 言

- ・得られた知見の中から主なるものを掲げれば解析面上の知見として；
- (1)変位の解をもとに変位及び応力成分の一般解を導き異方性の問題の解析を比較的容易にした。
- (2)上記の解を用いて直交異方体中を伝わる平面波のき裂による散乱問題をフレドホルム型の第二種積分方程式によって解いた。その時、積分核の評価を工夫し、比較的高振動数までの動的応力拡大係数が得られる様になった。

(3)関数 R_s, R_c を導入することによって、き裂先端の特異応力を簡潔に表わし直交異方性の特異応力分布に及ぼす影響を明確にした。

(4)非定常波動場におけるき裂先端の動的応力拡大係数の解析にあたっては、ラプラス・フーリエの二重積分変換を用いてウィーナーホッフの方程式を導き、解析接続によって解く方法が効果的であることを確めた。

・数値結果上の知見として動的応力拡大係数に及ぼす直交異方性の影響をまとめると主なものは；

(5)入射 P 波の場合、せん断係数 C_{66} 増大に伴い、より高振動数領域に動的応力拡大係数の最大値が生じ、またき裂面と平行な方向の縦弾性係数が垂直方向のものより大きいほど低振動数領域に最大値が生ずる。

(6) 入射 S V 波の場合 C_{22} を増大するにつれ動的応力拡大係数の最大値が大きくなる。また C_{66} の変化にしたがい最大値及びそれに対応する振動数が変化することを明らかにした。

(7)入射 S H 波の場合、直交異方性弾性定数によらず動的応力拡大係数の最大値は静的な場合の約 1.34 倍である。この時の振動数及び入射角は 1 及び $\arctan(\kappa \tan 12.5^\circ)$ 附近である。なお振動数が約 2.5 より低い所では、入射側のき裂先端におけるよりも反対側のき裂先端における動的応力拡大係数の方が大きいことが分った。

終りに臨み、終始懇切な御指導、御鞭撻を賜りました指導教官東北大学工学部渥美光教授に厚く感謝の意を表します。

審 査 結 果 の 要 旨

機械および構造物の大型化，高性能化に伴い，積層材，複合材等の異方性特性を示す材料を用いての設計が問題となり，同時に設計の信頼性向上のため，破壊現象の解明が一層重要視されてきた。特に材料の不安定破壊に対しては，脆性破壊に対する信頼性の確保が設計の要件となり，巨視的き裂先端の高応力の特性を，連続体力学的手法を用いて明らかにする研究が多数行なわれてきた。しかるに多くは等方性体を対象にしたもので，特に異方性体の動的問題に関する研究は，わずかにき裂の安定性に関連する表面波の研究にとどまる程度である。本論文は直交異方性体を対象に，有限長さのき裂に入射する，波動場のき裂先端の応力の特性を，いわゆる動的応力拡大係数を定義して明らかにし，慣性項と異方性の影響を調べたもので，全文6章よりなる。

第1章は緒言である。第2章は直交異方性体の二次元動弾性問題の変位の基礎式と一般解を導き，P波，SV波，SH波の特性について考察したものである。第3章は直交異方性体のP波，SV波が，異方性対称面に存在する有限長さのき裂に，垂直に入射する場合の面内変形問題を，第4章はSH波が，き裂に任意の傾きで入射する場合の縦せん断変形問題を，それぞれ動的混合境界値問題として扱い，双積分方程式をアーベル問題の形に導き，さらにフレドホルム型第二種積分方程式に変換して解を求めた。この際無限遠で定在波になる解を，第一近似解を選んで解析を進めた手法は，静荷重時の解を第一近似解とするよりも解法上すぐれている。次に本論文では，解の被積分関数中の多価関数を，複素面で一価関数に導き，無限領域積分を有限領域積分に変換した。一般に積分核の評価の可否は，解の精度に著しく影響する。著者の積分核を厳密に評価した解法は，従来等方性体に関して行なわれた，Sih, MaIその他の多数の研究に見られない解法上の成果と思われる。著者はさらに応力の特異成分を，異方性と慣性項の因子を動的応力拡大係数に含めることで，極めて簡潔に表現し，それら因子の応力拡大係数に及ぼす応答特性を詳細に計算した。これらの結果は脆性破壊問題の巨視的研究分野に寄与する貴重な資料と思われる。第5章は前章に述べた定常波の解析をもとに，衝撃波の場合の動的応力拡大係数の挙動特性を明らかにしたものである。すなわちSH衝撃波が有限長さのき裂に，任意の傾きで入射する場合の直交異方性体の解を，ウイーナ・ホッフの方程式に帰し，ラプラス変換と解析接続の方法を用いて求め，応力拡大係数の複雑な過渡応答の現象を，簡明に解析して結果を得た。

以上要するに本研究は，積分方程式の解法と積分核の評価とに種々の創意を加え，従来困難とみなされた，異方性体の波動場における応力拡大係数と特異応力との解析に成功し，材料の強度と破壊に関する連続体力学の研究に，貴重な知見を提供したもので，機械工学への寄与は少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。