氏　名（本籍）	今宮淳美（いまみやあつみ）（福島県）
学位の種類	工学博士
学位記番号	工博第377号
学位授与年月日	昭和48年3月27日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科専門課程	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）電気及通信工学専攻
学位論文題目	**しきい値回路網に関する研究**
論文審査委員	（主査） 教授　大泉　充郎　教授　本多　波雄 教授　木村　正行　教授　野口　正一

論文内容要旨

近年電子計算機の急速な発展にともない，ハードウェア，ソフトウェアの両面にわたって様々な研究がなされている。ハードウェアの分野において，論理素子やそれらの効率のよい組織化の数学的理論をスイッチング理論と云い，その中で1950年代末より，しきい値論理があらわれる。その基本的原理であるしきい値効果は，神経細胞動作の最も顕著な特徴のひとつである。しきい値素子は従来のAND，OR，NOR，NAND素子をその特別な場合として含む点にその一般性があり，また各パラメータ（各おもみおよびしきい値）の可変性に特徴がある。

しきい値素子からなる回路網によって論理関数を実現する従来からの研究の結果をみると，一応論理関数実現は種々の方法でなされているが，しきい値回路網に関する統一的議論，それに附随する論理関数実現能力に関する考察が不充分である。

本論文は従来の研究とは異なり，論理関数をいくつかのしきい値を有する〝多重しきい値関

数″としてとらえ，それを実現する回路網について統一して議論するものである。本論文の内容は５章に分けられる。第１章では，しきい値回路網の一般的構成条件，論理関数実現のアルゴリズムを示す。第２章では，多重しきい値関数の性質について議論する。第３章，第４章では多重しきい値論理にもとづいてしきい値回路網を構成する場合（発生するしきい値を可変にする意味での）可変しきい値回路網について考察する。第４章では，第３章の拡張および，しきい値回路網の一般化として各素子が複数個のしきい値を有する多重しきい値素子回路網について考察する。第５章では，３値論理関数をあらたに３値多重しきい値関数と解釈して，それを実現する３値しきい値素子回路網の性質，構成アルゴリズムおよび任意の３値論理関数を実現するしきい値回路網について議論する。

本論文で主にとり扱う回路網は，〔Ａ〕カスケード，〔Ｂ〕二層，〔Ｃ〕フィードフォワード，である。（図１）

以下において，各章のおもな結果を示すことにする。

第１章では，まずカスケード，二層，フィードフォワード回路網による論理関数実現が如何に式で記述されるかを示した。（性質1.1〜1.3）次にカスケード回路網について，逐次素子を加えて任意の論理関数を実現するアルゴリズムを示した。（1.3.1節）またカスケード回路網の各段での評価関数となる汎関数J_jを導入し，その汎関数の性質を示した。（1.3.2節）汎関数J_jを用いた任意の論理関数実現問題は未解決である。

第２章では，多重しきい値関数の範囲および性質について考察した。まずあるｋに対するｋ－ＭＴＦの個数の上限を示した。（定理2.1）この結果は従来のしきい値関数（ｋ＝１）の場合を当然含む。次にｋ－ＭＴＦが許容変換，変数（一般に複数個）との論理和および積について閉じていることが示された。（性質2.5，定理2.2）また奇関数，偶関数を多重しきい値関数として表現した場合の性質および周期関数との関連について考察した。（性質2.11〜2.17）

第３章では，カスケード，二層，フィードフォワードの各回路網について，おもみベクトルが異なる場合の出力関数形，〝多重しきい値論理″にもとづく回路網（おもみベクトルが同一）の性質および論理関数実現能力を示した。（3.2節〜3.4節）

各回路網について，各素子が同一おもみベクトルを有する場合，最大個数のしきい値を有する多重しきい値関数を実現するための構成条件および発生するしきい値の個数にもとづいて，各回路網の素子数と実現される論理関数の数との関係式が得られた。（定理3.1，3.3，3.5）その結果，同一おもみベクトルのカスケードおよび二層回路網でも最大個数（２Ｋ－１）の互に独立な値をとりうるしきい値を発生することから，素子数Ｋを適当にとれば任意の論理関数が実現されることを示した。（定理3.2）

フィードバックのない最も一般的なフィードフォワード回路網について最大個数のしきい値

（ $2^{K}-1$ ）を発生する手順を詳しく考察した。（性質3.3） 各素子のしきい値と結合度を可変にすることにより減少（発生するしきい値間の従属性が関係）する〝発生するしきい値〟の個数を求める式が得られた。{式（3.20），（3.23）}

その結果，〝発生するしきい値〟の個数を1から $2^{K}-1$ までのすべての奇数個にできることが示された。（定理3.4） またパラメータを可変としない場合に実現される出力関数の形についても考察した。関数展開および多重しきい値論理にもとづいて任意の論理関数を実現する回路網の素子数の上限も示した。（性質3.5）

第4章では，第3章の拡張およびしきい値回路網の一般化について考察した。すなわち各素子が複数個のしきい値を有するカスケード，二層，フィードフオワード回路網についての考察である。まず各素子のおもみベクトルが同一の回路網について第3章の拡張となる各性質を示した。（4.1節） 次に一般に各素子のおもみベクトルが異なるP－MTEカスケード回路網について，任意の論理関数を実現するアルゴリズム（4.2.1節）および2値論理関数を拡張した任意の〝R－論理関数〟実現を示した。（補題4.1，定理4.6） また一般に各素子のおもみベクトルが異なる各P－MTE回路網が任意の論理関数を実現するのに必要とする素子数の下限を示した。（4.3節 定理4.7，4.8，4.9）

第5章では，三値論理関数のしきい値回路網による実現について，多重しきい値論理の立場から考察した。まず三値多重しきい値関数の2種類の定義を示し，それらを実現するフィードフォワード，二層，カスケード回路網について発生するしきい値の個数，パラメータの大小関係および出力関数形を示した。（5.2節） またフィードフォワード回路網について，各素子のしきい値と結合度を可変にすることにより減少する〝発生するしきい値〟の個数を求める式が得られた。（5.2.2節，性質5.2） 次に任意の三値論理関数を多重しきい値関数として実現する場合のおもみベクトルの決定を，二値の場合のD．R．Haringらの手法の拡張として示した。（5.3.1節，性質5.5） 5.2節で考察した各回路網によって発生されるしきい値は，すべてが独立ではないので，任意の値をそれらに割り当てることはできない。従って独立なしきい値のみを有する（1，0）一型，多重しきい値関数を出力関数とする〔A〕3層3値しきい値回路網および〔B〕複合三値しきい値回路網を示し，それらが任意の3値論理関数を実現することも示した。（定理5.1，5.2）

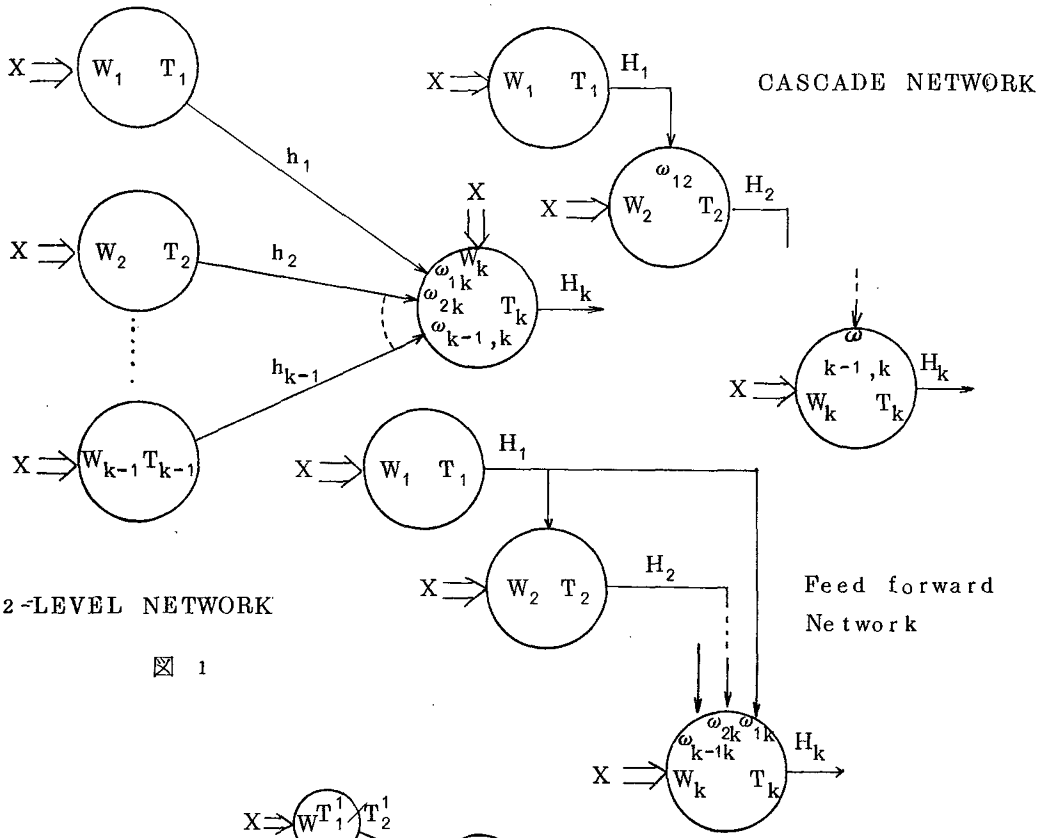
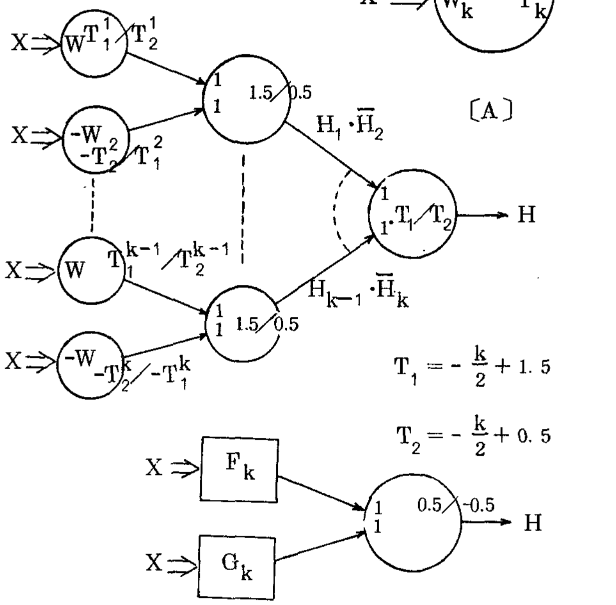


図 1



$$T_1 = -\frac{k}{2} + 1.5$$

$$T_2 = -\frac{k}{2} + 0.5$$

図 2

審査結果の要旨

近年における電子計算機の急速な発達に伴い，ハードウェア・ソフトウェア両面にわたる研究はきわめて重要であるが，特にハードウェアの分野において，数多くの論理素子を能率よく結合し，必要とする論理回路を統一的に構成する数学的理論の研究は不可欠のものである。

論理素子の中で神経細胞動作のモデルとして考えられるしきい値素子は，従来論理素子として用いられてきたＡＮＤ，ＯＲ，ＮＯＲ，ＮＡＮＤ素子を特殊な場合として含む一般的な素子である。このしきい値回路により論理関数を実現するためには，その性質を詳細に調べることがきわめて重要である。このため従来よりこの方面の研究は数多く行なわれているが，そのほとんどは一個の素子のもつ性質を解明するものに限られ，回路網としての性質の究明は未だ十分行なわれていない。著者はこの点に着目し，しきい値回路網の性質を統一的に研究し，任意の二値および三値関数をしきい値回路網によって実現する方法を与えるとともに，回路網のもつ多くの興味ある性質を導いた。本論文はこれらの研究成果をまとめたもので，本文５章と序文および結論よりなる。

第１章ではまず基本的な回路構成として，カスケード，二層およびフィードフォワード各回路網を与え，これらの回路網で論理関数を実現するための条件を導き，つぎにカスケード回路網により任意の論理関数を実現するためのアルゴリズムを与えている。

第２章ではしきい値関数を一般化した多重しきい値関数について研究している。この結果，多重しきい値関数の個数の上限が通常のしきい値関数の場合の結果を含む形で与えられ，また多重しきい値関数がもつ種々の興味ある性質，例えばこの関数族は許容変換，変数との論理和および論理積の演算のもとで閉じているという性質などを導いている。

第３章では特に同一の重みベクトルをもつ素子のみを用いて構成される回路網の性質について論じ，多くの重要な性質を導いている。すなわち，カスケード，および二層各回路網ではＫ個の素子により，最大（$2K-1$）個の互いに独立なしきい値が発生することを示し，このことから任意の論理関数をこれらの回路網により実現する方法を導いている。またフィードフォワード回路網ではＫ個の素子により，最大（2^K-1）個のしきい値が発生しうるが，各しきい値は独立ではないこと，またしきい値と結合度を可変にすることにより，１～（2^K-1）個迄のすべての奇数個のしきい値が発生しうることを明らかにしている。これらは，きわめて重要な知見である。

第４章では第３章の研究をさらに多重しきい値回路網の立場から論じ，第３章で導かれた性質を一般化した形で与えている。

第５章では多重しきい値回路網を用いて，三値論理関数を実現する方法を述べている。まず多重しきい値関数として二つの型を与え，これらの関数を実現するカスケード，二層，フィードフォワード各回路網について，その発生するしきい値の個数，しきい値間の関係等を導き，これらの結果を用いて任意の三値論理関数を実現する方法を与えている。さらに各素子に与える重みベクトルの決定法についても能率のよい構成法を与えている。

以上要するに本論文は，しきい値回路網がもつ多くの重要な性質を明らかにし，この性質を用いて任意の二値および三値の論理関数を実現するための基本的な構成法を与えるなど，しきい値回路網の研究に多くの知見を加えたもので情報工学の発展に寄与するところ少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。