氏　　　　名	橋口攻三郎（はしぐち こうざぶろう）
授与学位	工学博士
学位授与年月日	昭和50年3月25日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第1項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）電気及通信工学専攻
学位論文題目	**正規事象の写像に関する研究**
指導教官	東北大学教授　本多　波雄
論文審査委員	東北大学教授　本多　波雄　東北大学教授　野口　正一 東北大学教授　木村　正行　東北大学助教授　那須　正和

論文内容要旨

1. あらまし

$(W_1 \cup \cdots\cdots \cup W_n)^*$，ここで各$W_i$は語，の形の正規事象はコード事象と呼ばれる。本研究において最初にコード事象がノンカウンテング（n.c.），パワーセパレイテング（p.s.），ストリクトリローカリテスタブル（s.l.t.）そしてローカリテスタブル（l.t.）であるための条件をそれぞれ求める：これらの結果は，McNaughton－Papert（1971）が提起したコード事象に関する問題に対する一つの解を与える。つぎにこの問題に関連して，準同型 $f: \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ が正規事象の部分族Cを保存するための条件は，fが単射であり，かつ $f(\Sigma_1^*) \in C$ が成立することであることを，Cがn.c.事象，p.s.事象，s.l.t.事象，そしてl.t.事象のそれぞれ族である場合に対して証明する。

つぎに準同型 $f: \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ が正規事象のスターハイトを保存するかどうかを決定するための

アルゴリズムを求める。最後に準リセットフリーオートマトンにより受理される正規事象のスターハイトを決定するためのアルゴリズムを求める

2. 記法と定義

Σ を有限アルファベットとする。Σ^* は Σ の上のすべての語の集合を表わす。λ は空語を Σ^+ は $\Sigma^* - \{\lambda\}$ を表わす。ϕ は空事象を表わす。$w \in \Sigma^*$ に対して $l(w)$ は w の長さを表わし，集合 Q に対して，$\#(Q)$ は Q の濃度を表わす。$A = \langle \Sigma, Q, M, S, F \rangle$ は（有限決定性）オートマトンを表わす，ここで Q は状態の有限集合，M は推移関数 $M: Q \times \Sigma \to Q$，$S \leq Q$ は初期状態の集合，そして $F \leq Q$ は最終状態の集合である。M はつぎのように $M: Q \times \Sigma^* \to Q$ へ拡張される：すべての $q \in Q$，$a \in \Sigma$ と $x \in \Sigma^*$ に対して $M(q, \lambda) = q$，$M(q, xa) = M(M(q, x), a)$。$Ac(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid$ ある $q \in S$ に対して $M(q, w) \in F \}$ を，A により受理される事象という。$x \in \Sigma^*$ と $R_1, R_2 \leq \Sigma^*$ に対して，$x \backslash R_1$，$R_1 \backslash R_2$ そして R_1 / R_2 はそれぞれ事象 $\{ y \mid xy \in R_1 \}$，$\{ y \mid$ ある $x \in R_1$ に対して $xy \in R_2 \}$ と $\{ x \mid$ ある $y \in R_2$ に対して $xy \in R_1 \}$ を表わす。二つの準同型 $f_1: \Sigma_0^* \to \Sigma_1^*$ と $f_2: \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ に対して，f_1 と f_2 の合成はつぎの準同型 $f_3: \Sigma_0^* \to \Sigma_2^*$ である：すべての $w \in \Sigma_0^*$ に対して，$f_3(w) = f_2(f_1(w))$。

正規事象 $R \leq \Sigma^*$ は，ある $k \geq 0$ が存在して，すべての x，y，$z \in \Sigma^*$ に対して $xy^k z \in R \Leftrightarrow xy^{k+1} z \in R$ が成立するとき，n.c. である。n.c. 事象の族を NC で表わす。

$k \geq 1$ とする。k 以上の長さの $w \in \Sigma^*$ に対して，$L_k(w)$，$R_k(w)$ と $I_k(w)$ は，それぞれ，w の左端の長さ k の部分語，w の右端の長さ k の部分語，そして $\{ y \mid l(y) = k$ かつある x，$z\ (\neq \lambda)$ に対して $w = xyz \}$ を表わす。また $T_k(w)$ はベクトル $\langle L_k(w), I_k(w), R_k(w) \rangle$ を表わす。$R \leq \Sigma^*$ に対して，$L_k(R) = \{ L_k(w) \mid w \in R \cap \Sigma^k \Sigma^* \}$，$R_k(R) = \{ R_k(w) \mid w \in R \cap \Sigma^k \Sigma^* \}$，$I_k(R) = \{ x \mid$ ある $w \in R \cap \Sigma^k \Sigma^*$ に対して $x \in I_k(w) \}$，そして $T_k(R) = \{ T_k(w) \mid w \in R \cap \Sigma^k \Sigma^* \}$ とおく。$R \leq \Sigma^*$ は，ある $k \geq 1$ が存在して，長さ k 以上のすべての $w \in \Sigma^*$ に対して，$w \in R \Leftrightarrow T_k(w) \in T_k(R)$ が成立するとき，k－テスタブル（$k-t$）である。$R \leq \Sigma^*$ はある $k \geq 1$ に対して $k-t$ であるとき，l.t. である。l.t. 事象の族を LT で表わす。$R \leq \Sigma^*$ は，ある $k \geq 1$ が存在して長さ k 以上のすべての $w \in \Sigma^*$ に対して，$w \in R \Leftrightarrow (L_k(w) \in L_k(R)$，$I_k(w) \leq I_k(R)$ かつ $R_k(w) \in R_k(R))$ が成立するとき，ストリクトリ k－テスタブル（k－s.t.）である。$R \leq \Sigma^*$ はある $k \geq 1$ に対して k－s.t. であるとき，s.l.t. である。s.l.t. 事象の族を SLT で表わす。

正規事象 $R \leq \Sigma^*$ は，ある $k \geq 0$ が存在してすべての $x \in \Sigma^*$ に対して，$x^k \in R \Leftrightarrow x^{k+1} \in R$，が成立するとき，p.s. である。p.s. 事象の族を PS で表わす。

3. コード事象の分類

McNaughton－Papert（1969）はコード事象に関するいくつかの定理を与えた。ここでは彼らの定理の一つの一般化を求めた。

定義． コード事象$R=(W_1\cup\cdots\cdots\cup W_n)^*$は，すべての$w\in R$に対して$w=w_{i_1}w_{i_2}\cdots\cdots w_{i_s}=w_{j_1}\cdots\cdots w_{j_t}$ならば$S=t$かつ各$k$，$1\leqq k\leqq s$，に対して$i_k=j_k$が成立するとき単義である。単義でないとき多義である。

定義． $k\geqq 1$とする。$w\in\Sigma^*$に対して，$P_k(w)$と$S_k(w)$は，$l(w)\geqq k$のとき$L_k(w)$と$R_k(w)$をそれぞれ表わし，$l(w)<k$のときwを表わす。コード事象Rは，$w\in R$かつ$w=xy$であるすべてのw，x，$y\in\Sigma^*$に対して，$S_k(x)$と$P_k(y)$を知ることにより，x，$y\in R$が成立するかどうかを決定できるとき，k－パーザブル（k－p.）である。ある$k\geqq 1$に対してk－p.であるとき l.p. である。

〔定理3.1〕 $R\leqq\Sigma^*$がコード事象であるための条件は，$R=R^*$かつ$R-(R-\lambda)^2$が有限であることである。

定理3.1は正規事象がコード事象であるかどうかを決定するためのアルゴリズムを与える。

〔定理3.2〕 コード事象Rが単義であるための条件は，すべてのx，y，$z\in\Sigma^*$に対してx，xy，yz，$z\in R$ならば$y\in R$が成立することである。

定理3.2はつぎのアルゴリズムを与える：コード事象Rに対して，Rは単義である$\Leftrightarrow$ $R\backslash R\ R/R\cap\overline{R}=\phi$，が成立する。

〔定理3.3〕 正規事象Rがn.c.でないための条件は，x，y，$z\in\Sigma^*$と$m\geqq 2$が存在して，$x(y^m)^*z\leqq R$かつ$x(y^m)^*yz\cap R=\phi$が成立することである。

定義． 正規事象Rは，$x\in\Sigma^+$，$l\geqq 0$と$m\geqq 2$が存在してすべての$i\geqq l$に対して，$x^i\in R\Leftrightarrow i\equiv 0\pmod m$，が成立するとき，一般巡回語をもつといわれる。さらに$l=0$のとき，巡回語をもつといわれる。また，正規事象Rは，$x\in\Sigma^*$と$m\geqq 2$が存在して$x\notin R$かつ$x^m\in R$が成立するとき，擬巡回語をもつといわれる。

〔定理3.4〕 コード事象Rに関してつぎの命題は等価である：(1) Rはn.c.である。(2) Rはp.s.である。(3) Rは一般巡回語をもたない。

例． 一般巡回語をもたず，かつn.c.でない正規事象が存在する：$(00)^*\cup(000)^*$，$(1\cup 00)^*(000)^*$。

〔定理3.5〕 単義コード事象Rに関してつぎの命題は等価である：(1) Rはn.c.である。(2) Rはp.s.である。(3) Rは一般巡回語をもたない。(4) Rは巡回語をもたない。(5) Rは擬巡回語をもたない

例． $R_1=(010\cup 101)^*$，$R_2=(01\cup 10\cup 11)^*$，$R_3=(01\cup 10)^*$とおく。

$01 \notin R_1$, $010101 \in R_1$, $01011 \notin R_2$, $(01011)^2 \in R_2$, R_3は凝巡回語をもたず，かつこれらは単義である。よってR_1, $R_2 \notin NC$かつ$R_3 \in NC$。

（注意） n.c. であるが凝巡回語をもつ多義コード事象が存在する：$(00 \cup 000)^*$。

〔定理3.6〕 コード事象Rに関してつぎの命題は等価である：(1) Rはs.l.t.である。 (2) Rはl.p.である。 (3) x，$y \in \Sigma^*$が存在してxy，$yx \in R$かつ$x(yx)^* \cap R = \phi$，が成立する。

〔定理3.7〕 単義コード事象Rに関してつぎの命題は等価である：(1) Rはl.t.である。 (2) Rはs.l.t.である。 (3) Rはl.p.である。

〔定理3.8〕 コード事象Rがl.t.でないための条件は，x，y，$z \in \Sigma^*$とv，$w \in R$が存在して，つぎの命題の一つが成立することである：(1) xy，$yx \in R$かつ$(xy)^* vy(xy)^* v(yx)^* \cap R = \phi$。つぎの(2)〜(5)においてxyz，yzx，$zxy \in R$である：(2) $(xyz)^* v(yzx)^* yzvy(zxy)^* \leq R$かつ$(xyz)^* vy(zxy)^* \cap R = \phi$。 (3) $(xyz)^* v(zxy)^* zvzx(yzx)^* \leq R$かつ$(xyz)^* vzx(yzx)^* \cap R = \phi$。 (4) $(xyz)^* xv(zxy)^* zw(yzx)^* y \cap R = \phi$。 (5) $(xyz)^* xyv(yzx)^* yzw(zxy)^* zx \cap R = \phi$。

4. NC，LT，PS，SLTをそれぞれ保存する準同型

この節を通してfによって準同型$f : \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$を表わす。次節においても同様に略記する。

定義． 準同型fは，つぎの(1)，(2)，(3)と(4)をそれぞれ満たすとき，PS，NC，LTそしてSLTをそれぞれ保存するといわれる：(1) すべての$R \leq \Sigma_1^*$に対して，$R \in PS \Leftrightarrow f(R) \in PS$。 (2) すべての$R \leq \Sigma_1^*$に対して，$R \in NC \Leftrightarrow f(R) \in NC$。 (3) すべての$R \leq \Sigma_1^*$に対して，$R \in LT \Leftrightarrow f(R) \in LT$。 (4) すべての$R \leq \Sigma_1^*$に対して，$R \in SLT \Leftrightarrow f(R) \in SLT$。

定義． 準同型fは，つぎの(1)，(2)，(3)と(4)をそれぞれ満たすとき，PS，NC，LTそしてSLTをそれぞれ弱く保存するという：(1) すべての$R \leq \Sigma_1^*$に対して，$R \in PS \Rightarrow f(R) \in PS$。 (2) すべての$R \leq \Sigma_1^*$に対して，$R \in NC \Rightarrow f(R) \in NC$。 (3) すべての$R \leq \Sigma_1^*$に対して，$R \in LT \Rightarrow f(R) \in LT$。 (4) すべての$R \leq \Sigma_1^*$に対して，$R \in SLT \Rightarrow f(R) \in SLT$。

〔定理4.1〕 準同型fと$C \in \{PS, NC, LT, SLT\}$に対してつぎの命題は等価である：(1) fはCを保存する。 (2) fは単射かつ$f(\Sigma_1^*) \in C$である。

ある$a \in \Sigma_1$に対して$f(a) \neq \lambda$であるとき，準同型fは自明でないという。

〔定理4.2〕 自明でない準同型fと$C \in \{PS, NC, LT, SLT\}$に対してつぎの命題は等価である：(1) fはCを保存する。 (2) fはCを弱く保存する。 (3) fは単射かつ$f(\Sigma_1^*) \in C$である。

5. 正規事象のスターハイトを保存する準同型

McNaughton (1 9 6 9) はスターハイト n のすべての正規事象を二文字のアルファベットの上のスターハイト n をもつ正規事象へ写す単射準同型の族を示した。ここでは準同型 f がスターハイトを保存する，すなわちすべての正規事象 $R \leq \Sigma_1^*$ に対して $h(R) = h(f(R))$ であるための条件（アルゴリズムとして）を求める，ここで正規事象 R と正規表現 E のスターハイトを，それぞれ $h(R)$ と $R_2(E)$ で表わす。

定義． $R_1, R_2 \leq \Sigma_2^*$ を $R_1 R_2 \leq f(\Sigma_1^*)$ を満たす事象とする。順序対 (R_1, R_2) はつぎの(1)または(2)を満たすときタッグをもつという：(1) $x \in \Sigma_2^*$ が存在してある $R_1' \leq f(\Sigma_1^*)$ に対して $R_1 = R_1' x$ かつ $x R_2 \leq f(\Sigma_2^*)$。 (2) $y \in \Sigma_2^*$ が存在してある $R_2' \leq f(\Sigma_1^*)$ に対して $R_2 = y R_2'$ かつ $R_1 y \leq f(\Sigma_1^*)$。準同型 f はすべての $x, x', y, y' \in \Sigma_2^*$ に対して $(x \cup x')(y \cup y') \leq f(\Sigma_1^*)$ ならば $(x \cup x', y \cup y')$ がタッグをもつときタッグ性をもつという。

〔定理 5. 1〕 準同型 f がスターハイトを保存するための条件は，f が単射であり，かつタッグをもつことである。

6. 準リセットフリー事象のスターハイト

McNaughton (1 9 6 7) は，構語半群が群である正規事象のスターハイトを決定するためのアルゴリズムを求めた。ここでは準リセットフリー事象のスターハイトを決定するためのアルゴリズムを求めた：これは McNaughton (1 9 6 7) のそれを包含し実行手続は一般により容易である。

定義． オートマトン $\mathbf{A} = \langle \Sigma, Q, M_0, q_1, F \rangle$ はある $t \geqq 1$ が存在してすべての $q \in Q$ と $w \in \Sigma^*$ に対して $M(q, w^t) = q$ または $M(q, w^t) = q_d$ であり，かつ決定性のとき，準リセットフリーである，ここで q_d は死状態である。準リセットフリーオートマトンにより受理される事象は準リセットフリーである。ただし，$\#(q_1) = 1$ である。

定義． $\mathbf{A} = \langle \Sigma, Q, M, q, F \rangle$ を決定性オートマトンとする，ただし $\# q_1 = 1$。オートマトン $\mathbf{A}' = \langle \Sigma, Q', M', Q_1', F' \rangle$ は，すべての $q, q' \in Q'$ と $a \in \Sigma$ に対して，$Q' \in 2^Q$, $q \in Q_1'$ ならば $q_1 \in q$，$q \in F'$ ならば $q \leq F'$，$M'(q, a) = q'$ ならば $q' \leq M(q, a)$ かつ $\#(M'(q, a)) \leqq 1$ のとき，A の部分集合オートマトンであるという。

〔マルゴリズム 6. 1〕 準リセットフリー事象のスターハイトは，それを受理する既約オートマトンのある部分集合オートマトン（ただし，その事象を受理する）のサイクル階数に等しい。

文　　献

1. McNaughton and Papert, "Counter-Free Automata", MIT PRESS (1971).
2. McNaughton, The loop complexity of pure-group events, Information and Control, 11 (1967).
3. McNaughtor, The loop complexity of regular events, Intorm. Sci. 1 (1969).

審 査 結 果 の 要 旨

正規事象はオートマトン理論の基本となるもので，その研究は早くから行われてきた。特に，正規事象の一つの部分族であるn.c.事象はオートマトンの分解・合成の基礎となる代数的理論と密接に関連した重要な事象で，近年その研究が活発に行われるようになった。最近では，n.c.事象を一般化したp.s.事象や，n.c.事象の部分族であるl.t.事象，s.l.t.事象などの研究へと発展してきている。しかし，これらの事象の研究は始まってまだ日も浅く，今後に残されている問題が多い。

著者は，これらの事象に関して，これまで未解決のままに残されてきたいくつかの重要な問題を解決するとともに，写像に関する性質を初めて解明し，さらに，正規事象のスターハイトを写像の関係についてすぐれた研究を行った。本論文はその成果をまとめたもので全文7章よりなる。

第1章は序論であり，第2章は本論文でもちいる記法の説明と概念の定義を述べたものである。

第3章では，コード事象がそれぞれp.s.事象，n.c.事象，l.t.事象，s.l.t.事象であるための条件を明らかにしている。さらにこの結果から，コード事象に対しては，p.s.事象であることとn.c.事象であることとは等価な命題であることなどを明らかにしている。これらの結果は以前から提起されながら未解決のままになっていた重要な問題を解決したもので，すぐれた成果である。

第4章では，前章の結果をもちいて，準同型写像がp.s.事象，n.c.事象，l.t.事象，s.l.t.事象の各族を保存する条件を求め，この条件から，任意の準同型写像が上記の各族を保存するか否かを決定するアルゴリズムを与えている。

第5章では，準同型写像fが正規事象のスターハイトを保存するための条件は，fが単射でかつタッグ性をもつことという性質を明らかにし，その結果をもちいて，任意の準同型写像がスターハイトを保存するか否かを決定するアルゴリズムを与えている。これは難しい問題で，それを解決したのは重要な成果である。

第6章では，リセットフリー事象のスターハイトを決定するアルゴリズムを与えている。一般の正規事象について，そのスターハイトを求めるのはいまだ未解決の難問題であるが，本章の成果はその部分的解答を与えたものである。第7章は結論である。

以上要するに，本論文はオートマトン理論の基本である正規事象について，これまで未解決のままになっていた問題を解決したほか，写像やスターハイトに関する種々の性質を解明して多くの新しい知見を加えたもので，情報工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。