氏名	永井健一（ながいけんいち）
授与学位	工学博士
学位授与年月日	昭和51年3月25日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第1項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 機械工学専攻（博士課程）
学位論文題目	周期荷重をうける板および殻の動的安定に関する研究
指導教官	東北大学教授　八巻　昇
論文審査委員	東北大学教授　八巻　昇　東北大学教授　玉手　統　東北大学教授　斎藤　秀雄　東北大学教授　渥美　光

論文内容要旨

第1章　序　論

最近，薄肉の板および殻を基本要素とする，いわゆる軽構造が広く用いられているが，これらに周期的な変動荷重が作用すると，当然予想される強制振動の他に，係数励振型の振動もしくは動的不安定現象が誘起されやすく，それが直接の原因となって遂には破損にまで至ることが少なくない。なお軽構造が周期荷重のもとで使用されていることが多いことを考慮に入れると，板および殻の動的安定問題を解明することは工学上重要な課題と言える。したがってそれに関して今まで多くの研究が行なわれてきたが，板および殻の動的安定問題は解析が複雑なことから，比較的取扱いの容易な境界条件や特定な不安定現象についての研究が主で，いまだ十分に解明されたとは言えない。それゆえ各種境界条件のもとで広い振動数範囲にわたって板および殻の各種不安定領域を明らかにすること，不安定領域におよぼす各種荷重，境界条件の影響を明らかにするこ

と，特に殻に関しては殻形状ならびに安定を失なう前の軸対称曲げ振動の影響等を明らかにすることが工学上重要である。なお板および殻の中で矩形板および円筒殻がもっとも多く用いられていることを考慮に入れると，これらの動的安定問題を最初に解明すべきものと考える。

本研究は以上の観点にたち，代表的な各種荷重および境界条件のもとに矩形板および円筒殻の動的安定の全貌を明らかにすることを目的としたもので，具体的には周期的な圧縮荷重をうける矩形板および周期的なねじり荷重，軸圧縮荷重ならびに外圧をうける円筒殻の主要な不安定領域を代表的な4種の境界条件のもとに広い振動数範囲にわたって詳細かつ正確に解明したものである。

第2章　周期的な圧縮荷重をうける矩形板の動的安定

矩形板の相対する二辺上に一様分布の静的ならびに周期的な圧縮荷重が作用する場合の動的安定問題を，相対する二辺が単純支持または固定を組合わせた計4種の境界条件のもとに，結合型不安定現象をも含め理論的に解析した。基礎式としては，いわゆるKármánの式に横方向慣性力のみを考慮に入れ，さらに安定を失なった直後の増分変位に関して線形化した式を用いた。解法としては，まず解を境界条件を満足する座標関数と未知時間関数の積の級数の形に仮定し，基礎式にGalerkin法を適用することによって，周期係数型の二階連立常微分方程式（coupled Mathieu's equations）を導いた。なおその際特別な場合として，上式が座屈問題ならびに自由振動問題に帰着できることを示した。ついでその安定境界をBolotin(The Dynamic Stability of Elastic Systems, Holden－Day Inc., 1964)ならびにHsu(J. Appl. Mech., Trans. ASME, E30 (1963), 367－372, Ibid, E32(1965), 373－377.)によって提案された方式を用いて決定した。さらに正方形板に対して詳細な数値計算を行なった。それにより，まず座屈荷重ならびに固有振動数を求め，既知の理論解と比較することにより解の精度を吟味するとともに，静荷重と固有曲げ振動数ならびに振動型との関係を明らかにした。ついで広い振動数範囲にわたって，各場合の主，副ならびに結合型不安定領域を求めた。得られた結果を要約するとつぎのごとくなる。

(1)　荷重辺が単純支持である境界条件の場合には，他の相対する二辺が固定の場合であっても，各基準振動型の間に連成を持たず，したがって結合型不安定領域は存在しない。一方荷重辺が固定である場合においては結合型不安定領域が現われる。

(2)　実際上重要な不安定領域は主ならびに結合型不安定領域である。特に座屈波形に近い振動型に対応する主不安定領域がもっとも重要となる。

(3)　互いに連成作用があり近接する固有振動数が存在する場合には，主不安定領域を求めるにあたっては，相互の干渉を考慮に入れる必要がある。

第 3 章　周期的なねじり荷重をうける円筒殻の動的安定

円筒殻両端に一様分布の静的ならびに周期的なねじり荷重が作用する場合の動的安定問題を横方向慣性力を考慮に入れたDonnell型の基礎式にもとづき，殻両端が単純支持および固定の 2 場合ならびに面内変位を許す場合と許さない 2 場合を組合わせた計 4 種の境界条件のもとに解析した。この場合の解法としては，まずたわみを，境界条件を満足する座標関数と未知時間関数との積の級数の形に仮定し，適合条件式と面内に関する境界条件から応力関数を決定した。ついでこれらを用いて残りの基礎式にGalerkin 法を適用することにより，前章同様，いわゆるcoupled Mathieu's equationsを導いた。さらにHsuの方法を適用して各場合の主要な不安定領域を決定した。なお代表的な円筒殻形状に対し，まず座屈荷重ならびに固有振動数を求め，既知の理論解と比較して，その解の精度の妥当性を確認するとともに静的ねじり荷重と固有振動数ならびに振動型との関係を明らかにした。ついで静的なねじり荷重の影響をも考慮に入れて，広い振動数範囲にわたって，各場合の主要な主および結合型不安定領域を求めた。得られた結果の主なものを示すとつぎのごとくなる。

(1) 周期的なねじり荷重のみが作用する場合には円周方向の各値に対して結合型不安定領域のみが存在する。その際誘起される 2 つの振動型は，円周方向波数が同一で，殻中央に対して互いに異なる対称性をもつ。一方静的なねじり荷重が同時に作用する場合には，上記不安定領域の他に，振動型が殻中央に関して，同種の対称性を有する結合型不安定領域も存在し，さらに主不安定領域も出現する。

(2) 比較的低周波領域において，工学上重要な不安定領域は円周方向波数が第 1 次最低固有振動数に対応する波数および座屈波数の近傍にあり，振動次数が第 1 次である主不安定領域ならびに第 1 次と第 2 次および第 2 次と第 3 次である結合型不安定領域である。なお静的ねじり荷重の増大とともに最低次数をもつ主不安定領域が支配的に大きくなり，もっとも危険な不安定領域となる。

(3) 境界条件ならびに殻形状係数がこの場合の動的安定の本質的な特性におよぼす影響は少ない。

第 4 章　周期的な圧縮荷重をうける円筒殻の動的安定

円筒殻両端に一様分布の静的ならびに周期的な圧縮荷重が作用する場合の動的安定問題を安定を失なう前の軸対称曲げ振動の影響を考慮に入れて第 3 章と同じ 4 種の境界条件のもとに解析した。解法としては，横方向慣性力を考慮に入れたDonnell 型の基礎式にもとづき，まず安定を失なう前の軸対称振動問題を解いた。ついで安定を失なった後の非軸対称たわみを，境界条件を満足するごとく仮定し，適合条件式より応力関数を求め，残りの基礎的にGalerkin 法を適用することにより，いわゆる coupled Hill's equations を導いた。さらにその不安定領域をHsuの方

法を適用して定めた。なお代表的な円筒殻形状に対して各境界条件のもとに広い振動数範囲にわたり数値計算を行なった。それにより各場合の主要な主，副ならびに結合型不安定領域を明らかにするとともに安定を失なう前の変形状態を膜理論により近似した場合の結果との比較検討を行なった。

第５章　周期的な外圧をうける円筒殻の動的安定

本章においては両端が閉じた円筒殻に一様に分布した静的ならびに周期的な流体圧もしくは側圧が作用する場合の動的安定問題を安定を失なう前の軸対称曲げ振動の影響を考慮に入れ，第４章とほぼ同様な解析方法を用いて解析した。ついで代表的な円筒殻に対し数値計算を行ない，各場合の主要な不安定領域を明らかにするとともに，膜理論近似した場合の結果との比較検討を行なった。第４章ならびに第５章の主要な結果を示すと，つぎのごとくなる。

(1) 非軸対称最低固有曲げ振動数の数倍以内の振動数範囲においては軸方向慣性力の影響は小さいが，安定を失なう前の軸対称曲げ振動の影響は無視することができない。その影響は円筒殻形状係数 $Z=\sqrt{1-\nu^2}L^2/Rh$（R＝円筒殻半径，L＝長さ，h＝厚さ，ν＝ポアソン比）がほぼ５０から４００の内にある場合において，もっとも著しく，安定を失なう前の変形状態を膜理論で近似する従来の解析方法によっては予想し得ない極めて危険な不安定領域が出現する。

(2) 本研究において考慮した４種の境界条件のもとにおいては，円周方向波数の各値に対してそれぞれ主，副ならびに結合型不安定領域が存在する。ただし結合型不安定領域において同時に誘起される２つの振動型は円周方向波数が同一で振動型が殻中央に関して互いに対称性を等しくするものである。

(3) 周期的な軸圧縮荷重をうける場合には，一般に円周方向波数が第１次最低固有曲げ振動数に対応する波数近傍で，振動次数が第１次ないし第３次の主不安定領域が重要である。周期的な流体圧または側圧が作用する場合には波数が座屈波数近傍で，振動次数が第１次である主不安定領域がもっとも重要となる。ただし安定を失なう前の軸対称曲げ振動との共振をともなう場合には，上記以外の結合ならびに副不安定領域も大きな危険性を有することになる。

(4) 軸圧縮荷重が作用する場合には，一般にたわみに関する境界条件よりも面内変位に関する境界条件が動的安定性に支配的な影響をもつ。一方，流体圧または側圧が作用する場合には境界条件が動的安定性におよぼす影響は小さい。また流体圧と側圧との差が動的安定性におよぼす影響は一般に小さい。

第６章　結　　論

結論として，本研究で得られた結果を総括した。

終りに臨み，終始懇切丁寧な御指導，御鞭撻を賜わりました指導教官　八巻　昇 教授に深甚の謝意を表します。

審査結果の要旨

最近機械の高速化，大型化等に伴い，薄肉の板や殻を基本要素とする軽構造が各方面に広く用いられつつあることは周知のことである。これら軽構造に周期的な変動荷重が作用すると，一般には当然予想される定常振動のみが生ずるが，特定の荷重振幅および振動数の下では，それとは振動型を異にする激しい曲げ振動が誘起されて，遂には破損に至ることも少なくない。従って周期荷重をうける板や殻の動的安定性を明らかにすることは工学上極めて重要であり，既に多くの研究も行われているが，解析が複雑であるため，充分な解明はまだ殆ど行われていない。

本論文は，周期荷重をうける矩形板および円筒殻の動的安定問題を，代表的な各種荷重および境界条件の下にほぼ正確に解くとともに，その不安定領域を詳細に究明したもので，全編6章よりなる。

第1章は序論である。

第2章では，一方向に周期的な圧縮荷重をうける矩形板の動的安定問題を，4種の境界条件の下に解き，正方形板に対して，静荷重の影響をも考慮に入れて，その不安定領域を詳細に定めている。尚座屈波形に近い振動型に対応する主不安定領域が最も危険であること，荷重辺が固定の場合には，従来無視されている結合型不安定現象をも考慮に入れる必要のあることを明らかにしている。

第3ないし第5章は本論文の主体をなすもので，円筒殻の動的安定問題を取扱っている。各場合とも4種の境界条件の下に，実用上充分な精度を有する解法を提示するとともに，その不安定領域を詳細に明らかにしている。

第3章では，周期的なねじり荷重をうける円筒殻の動的安定問題を取扱っている。周期荷重が作用する場合には，結合形不安定現象のみが発生すること，主不安定領域は，静荷重が同時に作用する場合に初めて出現することを明らかにしているが，これは新しい知見である。

第4，第5章においては，それぞれ周期的な圧縮荷重および外圧をうける円筒殻の動的安定問題を取扱っている。この場合には従来，安定を失う前の振動を膜理論によって近似して，主不安定領域のみが求められているが，一般に安定を失う前の軸対称曲げ振動を考慮に入れる必要のあること，その影響は円筒殻形状係数Ｚが５０と４００の間にある場合に最も著しいと予想されること，軸対称曲げ振動の共振を伴う場合には，主のみならず副，ならびに結合型不安定領域も極めて危険なものとなることを明らかにしている。これは重要な知見である。

第6章は結論である。

以上要するに，本論文は最も基本的な荷重および境界条件の下に，矩形板および円筒殻の動的安定性を詳細に解明し，軽構造の強度設計上重要な基礎資料を提供したものであり，構造力学ならびに機械工学に寄与するところ少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。