

氏 名	渡 邊 一 實
授 与 学 位	工 学 博 士
学位授与年月日	昭和 5 2 年 3 月 2 5 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 1 項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 機械工学第二専攻
学 位 論 文 題 目	Cagniard 法による動的弾性問題の理論的研究
指 導 教 官	東北大学教授 渥美 光
論 文 審 査 委 員	東北大学教授 渥美 光 東北大学教授 横堀 武夫 東北大学教授 玉手 統 東北大学教授 斎藤 秀雄 東北大学教授 八巻 昇

論 文 内 容 要 旨

第 1 章 序 論

弾性波の伝播に関する研究の歴史は、非常に古代に遡るにもかかわらず、現時もなお新鮮な研究課題として、この分野に関連する諸問題が取り上げられている。初期における研究が地震学の分野の要請に基づいて行なわれ、その後弾性波の反射，屈折，回折を利用する地殻構造の解明，石油等の天然資源の探索，また超音波発振器を用いる機械構造物の非破壊探傷法等々にまで，その研究成果が活用されるに至った発展の歴史は既に周知のことである。

その後近年に至り，核爆発の圧力波による地殻の挙動を解明する目的で，移動荷重による弾性体の応答に関する研究が重要視されてきた。この応答に関する研究は，同時に機械構造物的高速軽量化に伴って，機械工学の分野における重要な研究課題としても注目されてきた〔1〕。しか

るに機械構造物においては、荷重の運動形態が複雑で、特に回転運動や往復運動などの周期運動型の形態が極めて多く、これらの荷重形態に関する弾性体の挙動特性の解明は単なる工学上の寄与にとどまらず、工業上極めて意義あることと思われる。

しかるに移動荷重に関する従来の研究の大部分は、荷重が一定速度で移動する定速移動荷重の問題に限られ、工学上、工業上重要と見做される周期運動型移動荷重に関する研究はほとんど見当らないようである。このため本論文においては、これらの周期運動型移動荷重による弾性体の非常応答の解明をその研究課題とし、独自の解法を考案して、二、三の問題に適用し、解法の展開を示すとともに、解を求めてそれぞれの応答特性を明らかにした。

移動荷重に関する研究の概要

移動荷重問題に関する従来の研究は、定常応答と非常応答とに大別することができる。定常応答に関する研究は、荷重の移動（回転速度）が一定の場合に限られるにもかかわらず、移動するという荷重の最も基本的な要素を有するため多くの研究がおこなわれている。すなわち、荷重が平面境界上、円孔内および円周境界上を移動する場合については、それぞれ、Cole and Huth [2], Pernes [3], Eringen [4]らの研究があげられ、定常応答に関する基本的問題はほぼ解決されたように思われる。

他方、非常応答に関する研究は定常応答の研究に比して質・量ともに遥かに劣るものであり、現在までのところ、定速荷重の場合についてはGakenheimer[5, 6], Ang [7], 変速荷重の場合についてはFreund [8], Beitin [9]らの研究があげられる程度である。さらにこれらは荷重が一定方向に移動する場合に限定されており、機械および構造物に必要な往復運動や回転運動の荷重形態に対しては全く解析的研究が見当らないようである。その結果移動荷重による非常弾性問題の解法の考察もまた、充分に行なわれていないのが現状である。

従来、この種の問題に適用された解法としてはA) Cagniard法、B) Betti-Rayleighの相反定理による解法、C) Freundの解法、D) ラプラス変換の合成定理を用いる解法、E) 自己相似法の五種類があげられるが、これらはいずれも、波面の解析や荷重の運動形態に対して制約をもち、移動荷重問題に対する一般解法とは云い得ないようである。ここに著者らは、Cagniard法が波面の解析に優れていることに着目し、「弾性体内部のある観測点における応答は、荷重の各負荷点から生ずる弾性波によるじょう乱の総和である」とする現象論的事実に基づいて、Cagniard法に修正を加えた独自の解法を考案し、従来研究例を見ない往復・回転荷重による非常弾性問題に適用して、弾性体の応答特性を明らかにするものである。

第2章 衝撃縦せん断力による積層四半弾性体の接着せん断応力の挙動

本章では、衝撃縦せん断力を受ける積層四半弾性体の非常応答問題に対してCagniard法を

展開し、その手法を詳述した。すなわち、それぞれ異なる材料定数を有する厚板と四半体とが完全に接着された積層四半弾性体の上端面と側端面とに衝撃縦せん断力が作用するものとし、工学的興味ある接着せん断応力を級数で厳密に求めた。この結果、級数の各項は負荷点から生じたSH波の反射波を表わし、波面における応力の特異性は $O\{(\Delta\tau)^{1/2}\}$ 次であり、厚板中を伝播するSH波の伝播速度が四半体のそれよりも小さい場合に生じる先駆波の波面において特異性は存在せず、 $O\{(\Delta\tau)^{1/2}\}$ 次で消滅することが明らかにされた。さらに若干の数値計算をおこなった結果、反射波が接着せん断応力に及ぼす影響は厚板中のSH波の伝播速度が四半体のそれより小さいほど大きくなるが、総体的な応力値は小さいさくることが示され、また接着端近傍では、SH波の伝播速度の変化よりも、縦せん断係数の変化が大きな影響を与えることが明らかにされた。

第3章 往復運動をする縦せん断力による半無限弾性体の非定常応答

本章及び第4章、5章は本論文の主題とするところであり、著者らの考案した解法を往復・回転荷重による非定常動弾性問題に対して展開したものである。まず本章では、往復運動をする縦せん断力を受ける半無限体の非定常応答問題を取り上げ、本解法を適用するとともにその手法について詳述した。すなわち、時間変数についてはラプラス変換、位置変数についてはフーリエ変換を施し、変位の一般解を求めたのち、往復荷重を表わす境界条件によって解を厳密に決定した。ここに往復荷重の積分変換に際しては、位置変数に関するフーリエ変換を行なった後、ラプラス変換の積分は実行せず、定義の積分形に留めておくものとした。したがって積分変換された変位は積分形で表わされることになる。次に、形式的フーリエ逆変換を行ない、積分順序の交換を行なった後Cagniard法を適用し、ラプラス変換された変位を内側の積分がラプラス変換の定義式となる二重積分形に変形した。この結果、変位のラプラス逆変換は外側の積分がラプラス変換の定義となるように積分順序の交換後、視察によっておこなうことが可能になり、問題は単なる積分順序の交換に帰着された。そこで二重積分の積分領域を支配する「到着時間関数」を定義し考察を加えたのち、積分領域を適切に分割して積分順序の交換を行なった。すなわち、往復荷重の最大速度がSH波の伝播速度よりも小さい亜音速の場合には、到着時間関数は単調増加関数となり、積分領域は二つに分割され、超音速の場合には到着時間関数が極値をもつことから、極大値を境界として積分領域を六つに分割した後に各領域において積分順序の交換を行ない、視察によるラプラス逆変換を行なった。そして変位応答を積分形で厳密に求めた。この結果、超音速の場合に形成される衝撃波の波面において変位は有限の跳躍を示し、また荷重の速度がSH波の伝播速度と一致する音速点から生じた波の直後に変位が対数的特異性を持つ波面の存在が明らかにされた。さらにこれらの波面は到着時間関数が極値をもつ観測点として表わされることから、従来の解法では波面の解法が煩雑になる欠点を有していたのに対し、本解法では「到着時間関数」を導入す

ることにより、波面の解析を容易に行なうことができた。最後に若干の数値計算を行ない、超音速の場合に生じる衝撃波の波面における変位の跳躍量が荷重の最大速度の増加につれて減少することを明らかにした。

第4章 往復運動をする縦せん断力による積層半無限弾性体の非定常応答

本章では、厚板と半無限体とが完全に接着された積層半無限体の表面上を前章と同じ外力が作用する場合の非定常応答問題を解析した。接着面上の変位を各項が反射波を表わす級数形で求め、前章において展開した著者らの解法を適用し解を厳密に決定し、若干の数値計算を行なった。この結果、荷重の最初の負荷点を震源とする反射波の影響は荷重の最大速度の増加につれて次第に顕著となり、また衝撃波の影響は反射によって急激に減少することが明らかになった。

第5章 回転運動をする点荷重による半無限弾性体の非定常応答

前2章においては、著者らの考察した解法を二次元平面問題に対して適用した。本章では、三次元問題に対する本解法の適用を示したものである。まず任意の運動形態をもつ垂直力が作用する半無限体の非定常応答問題に対して一般的形式化を行ない、問題を積分順序の交換に帰着した。次に、定常・非定常を問はず従来全く研究例を見ない回転荷重の場合について解析を行ない、表面応答の厳密解を求めた。また内部応答については、膨張波およびせん断波成分について解を求めた。この結果、荷重の回転周速度が物体波（膨張波、せん断波、ラーリー波）の伝播速度よりも大きい場合に生じる回転中心寄りの衝撃波は回転軸を軸とする回転双曲面上において反転し、反転しない衝撃波がその波面の後面に変位の特異性 $O\{(\Delta t)^{-1/2}\}$ 次を有するのに対し、反転した波面では同じ次数の特異性をその前面に有することが明らかにされた。

第6章 結 論

本章では、移動荷重問題に対する著者らの考案した解法の特徴、およびその適用の結果得られた周期運動型移動荷重による弾性体の挙動特性について総括を行なった。

謝 辞

本研究の遂行にあたり、終始懇切な御指導と御鞭撻を賜りました東北大学工学部教授 渥美光先生に衷心から感謝申し上げます。

また本研究にあたり、有益な御助言ならびに御指導を賜りました東北大学工学部・横堀武夫教授、玉手統教授、斎藤秀雄教授および東北大学高速力学研究所、八巻昇教授に深く感謝申し上げます。

参 考 文 献

- [1] L. Frýba, "*Vibration of Solids and Structures under Moving Loads,*" Nordhoff (1972)
- [2] J. Cole and J. Huth, *J. Appl. Mech.*, Vol. 25 (1958)
- [3] R. Pernes, *J. Appl. Mech.*, Vol. 36 (1969)
- [4] A. C. Eringen, *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 8 (1955)
- [5] D. C. Gakenheimer and J. Miklowitz, *J. Appl. Mech.*, Vol. 36 (1969)
- [6] D. C. Gakenheimer, *J. Appl. Mech.*, Vol. 38 (1971)
- [7] D. D. Ang, *Quart. Appl. Math.*, Vol. 18 (1961)
- [8] L. B. Freund, *Quart. Appl. Math.*, Vol. 29 (1972)
- [9] K. I. Beitin, *J. Appl. Mech.*, Vol. 36 (1969)

審査結果の要旨

機械・構造物の高速軽量化に伴い、部材の動的弾性応答の解明が一層重要になってきた。特に機械・構造物には、往復、回転運動などの荷重の作動形態のものが多く、これらに関する動的問題の研究は、工学ならびに工業上寄与するところが極めて大きい。しかるに、この種の変速を伴う動荷重問題に関する解析研究は従来全く見当らず、したがって解法も不問に付されてきた。わずかに定速あるいは定加速度に限定された動荷重問題の研究が、二、三の積分変換解法、相反定理の拡張などによって行われたに過ぎない。本論文は、任意の速度形態と運動形態とを持つ動荷重問題に対し、初めて一般解法を提唱し、併せて往復及び回転移動荷重による弾性体の非定常応答を解析することを主題としたもので、全編6章よりなる。

第1章は序論で、従来の研究の概要と本論文の意義と目的とについて述べたものである。第2章は衝撃縦せん断力による積層四半弾性体の動的問題を反射波の挙動を考慮し、Cagniard積分変換法を巧みに適用して厳密に解析したもので、解析面に寄与し同時に反射波及び材料定数の変化が、接着せん断応力に及ぼす影響、反射波の波面における応力の特異性などを明らかにし、複合材の動的応答に新しい知見を提供した。第3章～第5章は、本論文の主題とするところである。第3章においては、まず変速する衝撃縦せん断力の移動荷重問題に対する解法を創案し提唱した。二重積分の積分領域を支配する「到着時間関数」を導いて、視察によるLaplaceの逆変換を可能にした解析法の寄与するところは大きい。次に本解法を用いて半無限弾性体表面の一定区間を、衝撃縦せん断力が時間の正弦関数の位置変化で、往復移動する興味ある問題の厳密解を求め、荷重速度が亜音速、超音速の各場合に対し変位の応答と波面の特性に貴重な知見を提供した。第4章は同じ外力による、積層半無限弾性体の非定常応答問題の理論解析で、積層材の動的挙動の解明に寄与した。第5章はさらに任意の速度形態、運動形態を持つ、任意の移動点荷重問題に対する一般解法を導き、平面上を回転する垂直接点荷重による非定常応答を具体的に解析し、亜音速、遷音速、超音速の各荷重速度に対する表面変位の応答、及び内部を含めた波面の特異性に興味ある知見を与えたものである。第6章は結論である。

以上要するに本論文は、Cagniard積分変換の解法を基にさらに解析上に創意を加えて、従来困難とみなされた任意の動荷重問題に対する一般解を厳密に導き、往復あるいは回転する動荷重による、均質弾性体及び積層弾性体の非定常応答の数理解析に成功し、動弾性力学の研究に貴重な知見を与えたもので、機械工学への寄与は少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。