氏　　　　名	田　中　啓　夫（たなか　あきお）
授　与　学　位	工　学　博　士
学位授与年月日	昭和52年6月1日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第1項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）電気及通信工学専攻
学位論文題目	**空間回路網に関する研究**
指　導　教　官	東北大学教授　野口　正一
論文審査委員	東北大学教授　野口　正一　　東北大学教授　城戸　健一 東北大学教授　木村　正行　　東北大学教授　星子　幸男

論　文　内　容　要　旨

本論文では，空間回路網の能力を情報処理という観点から論じた。生体の持つすぐれた情報処理能力は，ニューロンの相互結合から成る神経回路網によって与えられると考えられる。そこで，空間回路網の構造をそれと対応させ，その基本的な能力を系統的に明らかにした。

第1章の序論では，回路素子のとり得る状態数と回路網を構成する素子の個数とから空間回路網を分類し，本論文で論じる空間回路網の特徴を明らかにするとともに，歴史的背景をも述べた。回路網の素子数が少数の場合，中枢プログラミングの分野で成功をおさめているが，パターン認識などの情報量の多い情報処理では素子数が大きいことが本質的である。この場合，従来の組合せ的手法は適用が不可能となり，また統計的手法は能力の評価が大まか過ぎるので，空間的に連続に素子が配置されたとし，関数解析の手法を導入した。

連続神経回路網の研究としては，Griffith. J. S.(1963)が物理学の場の理論との関係から論じたが，ニューロンの動作との対応が明確でない。また，Oğuztöreli，M. N.(1975)は離散的な神経回路網を連続系に変換してその動作を調べているが，出力関数を固定しそれに依存して解析している。本論文では，出力関数の非線形性として比較的緩い条件のもとで考察している。

第2章では，空間回路網の状態方程式を与える。神経系においては，外部刺激はその強度をパルス頻度として符号化されているといわれる。そこで，回路素子としてパルス頻度を出力に持つアナログ・ニューロンを採用する。これは，ニューロンの基本動作のうち，(1)多入力・1出力，(2)興奮性と抑制性の2種類の結合，(3)空間的荷重和，(4)時間的荷重和，(5)閾作用，(6)絶対不応期・相対不応期の性質を取り入れてモデル化しており，次式で表わされる。

$$\frac{d}{dt}u_i(t)=\frac{1}{T}\left\{-u_i(t)+\sum_{j=1}^{N}w_{ij}\,F[u_j(t)-h_j]\right\} \tag{1}$$

ここで，T＝1としても一般性を失わず，$u_j(t)-h_j$を改めて$u_j(t)$と置きかえ，更にVolterra，V.の原理により，(1)は次のように書きかえられる。

$$\begin{cases}\dfrac{\partial}{\partial t}u(x,t)=\int_D w(x,y)\,v(y,t)\,dy-u(x,t)-h(x)\\ v(x,t)=F[u(x,t)]\end{cases} \tag{2}$$

ここで，$u(x,t)$を内部状態，$v(x,t)$を出力と呼び，$w(x,y)$，$h(x)$，$F[u]$は回路網の構造を決める関数で，結合関数，閾値関数，出力関数と呼ぶ。Dはニューロンの配置された空間（ここでは有限区間）を表わす。この方程式を，空間的に連続なアナログ・ニューロンのつくる回路網（以下略してSCAN回路網）の状態方程式と呼ぶ。

以下の章でよく用いられる条件を列挙する。

〔条件Ⅰ〕　結合関数$w(x,y)$が，有界な非負値対称なL^2核であって，反復核$w_2(x,y)=\int_D w(x,z)\,w(z,y)\,dz$が連続である。

〔条件Ⅱ〕　閾値関数$h(x)$がL^2関数であって，$w(x,y)$の特異系を(φ_n,ψ_n,μ_n)としたとき，$\sum_{n=1}^{\infty}\mu_n^2|(h,\varphi_n)|^2<+\infty$を満す。

〔条件Ⅲ〕　出力関数$F[u]$は，（広義の）単調増加な連続関数で，飽和特性を持つ。

空間回路網の情報処理能力を調べるとき，定性的性質を明らかにすることが有効である。そこで，位相力学的立場から，平衡状態に着目し，その諸性質を検討した。

第3章では，平衡状態の存在について論じている。平衡状態は，直観的には，初期状態から時刻が経っても変化しない状態と定義される。SCAN回路網(2)の平衡状態を与える平衡状態方程式は次式で表現される。

$$u(x)=\int_D w(x,y)\,F[u(y)]\,dy-h(x) \tag{3}$$

この方程式は，非線形のうちでは比較的よく研究されているHammerstein，型非線形積分方程式に類似しており，これらの性質を利用して基本定理の１つである平衡状態の存在定理が証明される。

〔定理〕　SCAN回路網が，平衡状態を少なくとも１つは持つための十分条件は，次の３つの条件を満すことである。

(i)　結合関数w(x, y)が〔条件Ⅰ〕を満す；

(ii)　閾値関数h(x)が〔条件Ⅱ〕を満す；

(iii)　出力関数F〔u〕が〔条件Ⅲ〕を満す。

この定理は平衡状態が存在するための十分条件を与えているが，（空間的に）一様平衡状態の存在については，必要十分条件が与えられている。

平衡状態が高々１つ存在するための条件がいくつか得られた。そのうちの１つを示す。

〔性質〕　SCAN回路網において，

(i)　結合関数w(x, y)が〔条件Ⅰ〕を満す；

(ii)　閾値関数h(x)が〔条件Ⅱ〕を満す；

(iii)　出力関数F〔u〕が〔条件Ⅲ〕を満す，

とする。このとき，更に出力関数F〔u〕が，一様にLipschitz条件：$|F[u_1]-F[u_2]|<\alpha|u_1-u_2|$，但し，$0<\alpha<\mu_1$（$\mu_1$：第１特性値）を満すならば，唯一の平衡状態を持つ。

一様平衡状態の個数については，出力関数Fの変曲点との関係から与えられる。

第４章では，平衡状態の安定性について論じる。平衡状態の存在に関する議論は，静的な性質を論じたものであったのに対し，安定性は，動的な性質を論じたものである。安定性には種々の概念があるが，Ljapunovの意味の安定性と漸近安定性とについて，まず基本定理を示す。

〔定理〕　w(x, y)をL^2核とする。方程式：$\frac{\partial}{\partial t}u(x, t)=a\int_D w(x, y)\,u(y, t)\,dy-u(x, t)$の平衡状態$u(x, t)\equiv 0$が，$L^2$関数族に関して，Ljapunovの意味で安定であるための必要十分条件は，結合関数w(x, y)のすべての特性値μに対して，$\mathrm{Re}(a/\mu)\leqq 1$が成り立つことである。

また，漸近安定であるための必要十分条件は，$\mathrm{Re}(a/\mu)<1$が成り立つことである。

これと，第１近似に関する安定性の定理から，SCAN回路網における平衡状態の安定性についての定理を得る。

〔定理〕　SCAN回路網の平衡状態$u_0(x)$は，$w(x, y)\,a(y)$を核とするすべての特性値μに対して，$\mathrm{Re}\,\mu^{-1}<1$が成り立てば，（L^2関数族に関して）漸近安定である。ただし，w(x, y)は有界で可積分である。また，Fは〔条件Ⅲ〕を満し，更に可微分であるとし，$a(x)=dF/du\,|\,u=u_0(x)$とする。

これらの安定性が，平衡状態のまわりでの局所的な性質であったのに対し，大域的な安定性である絶対安定性についての定理を示す。

〔定理〕　SCAN回路網において

(i) 結合関数 $w(x, y)$ が〔条件Ⅰ〕を満す；

(ii) 閾値関数 $h(x)$ が〔条件Ⅱ〕を満す；

(iii) 出力関数 $F[u]$ が〔条件Ⅲ〕を満し，更にLipschitz条件：$|F[u_1]-F[u_2]| \leqq \alpha |u_1-u_2|$　但し，$0<\alpha<\mu_1$ を満す，

とき，唯一の平衡状態 $u_0(x)$ は，絶対安定であり，かつ絶対漸近安定である。

SCAN回路網のダイナミックスを定量的に調べるには，数値解析によらなければならない。時刻に関する微小分割 Δt についてのみ議論する。状態方程式は，次式で与えられる。

$$\left\{u(x,(n+1)\Delta t)-u(x, n\Delta t)\right\}/\Delta t$$
$$=\int_D w(x, y)\ F[u(y, n\Delta t)]\,dy-u(x, n\Delta t)-h(x) \qquad (4)$$

〔定理〕　$u_0(x)$ をSCAN回路網の1つの平衡状態とする。十分小さな正数 ε に対して，$\|u\|c<\varepsilon$ なる $u(x)$ の集合をUとする。

(i) 任意の $u\in U$ に対して，$(u, WAu)>\|u\|^2$ ならば，Δt のとり方にかかわらず(4)は発散する。

(ii) 任意の $u\in U$ に対して，$0\leqq(u, WAu)\leqq C_1\|u\|^2\ (0<C_1<1)$ ならば，$\Delta t<(1-C_1)/\left\{1+\| WA \|^2\right\}$ を満すように Δt をとれば(4)は収束する。

(iii) 任意の $u\in U$ に対して，$-C_2\|u\|^2<(u, WAu)<0\ (C_2>0)$ ならば，$\Delta t<2/\left\{1+2C_2+\| WA \|^2\right\}$ を満すように Δt をとれば(4)は収束する。

ただし，$w(x, y)$ は有界で可積分であるとする。また，Fは〔条件Ⅲ〕を満し，可微分で，$a(x)=dF/du\,|\,u=u_0(x)$ とする。

この定理より，時刻が連続のときと離散のときとで起こる現象の相違が説明できる。

第5章では，SCAN回路網の構造を平衡状態の個数という点から調べた。結合関数としては有限階の核で表現されるものを採用した。その理由として次の3点がある。第1の点は，状態方程式の表現が簡単になることである。第2の点は，有限階の核で表現された結合関数は，2乗平均の意味で任意の精度で一般の結合関数を近似することができる。第3の点は，ニューロンに大きさがあるとすれば，内部状態についての空間周波数は低域の周波数から成り，結合関数を有限階の核で表現することができる。

対称な有限階の結合関数を $w(x, y)=\sum_{i=1}^{N}\mu_i^{-1}\times\varphi_i(x)\ \varphi_i(y)$ とし，閾値関数を $h(x)=\sum_{i=1}^{N}h_i\varphi_i(x)$ とする。出力関数は，〔条件Ⅲ〕を満すものとして，$F[u]=1\ (u>\alpha)$，$au+(1/2)\ (-\alpha\leqq u\leqq\alpha)$，$0\ (u<-\alpha)$ とする。

まず，1階の結合関数についての性質を示す。

〔仮定A〕　ψの振幅（$\max_{x \in D} \psi(x) - \min_{x \in D} \psi(x)$）が（出力関数の）αに比較して十分小さい。

〔性質〕　SCAN回路網において，$\varphi_1(x)$ が〔仮定A〕を満すとする。このとき，回路網は，

(i)　$\alpha\Phi < h_1 < \Phi\mu_1^{-1} - \alpha\Phi$ ならば，3つの平衡状態を持つ；

(ii)　その他の場合，1つの平衡状態を持つ。但，$\Phi = \int_D \varphi_1(x)\,dx$.

2階の場合にも同様の性質が成り立つ。〔仮定A〕が成り立たない場合について図1，および図2に示す。図中○の中の数字が平衡状態の個数を示す。

第6章は結論である。空間回路網の情報処理機能を系統立てて調べるという立場から，すぐれた情報処理能力を有する生物の神経系との対応を考えつつ空間回路網の構造を決定した。この空間回路網の状態方程式は，非線形積分偏微分方程式で与えられた。状態の時間的変化の中で，位相力学的観点から，平衡状態の存在とその安定性について論じた。また，数値解析により，この空間回網の構造を調べた。

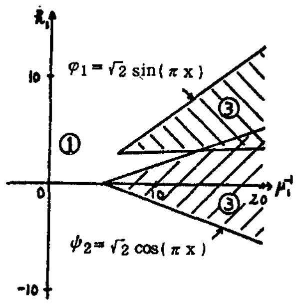
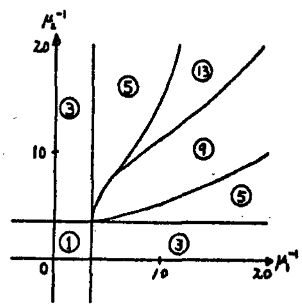
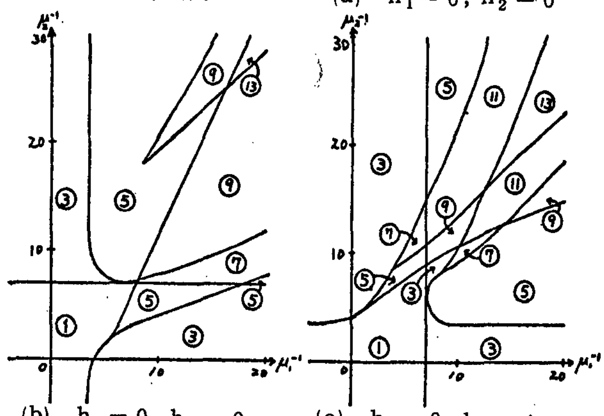


図1　構造（1階）



(a)　$h_1 = 0,\ h_2 = 0$



(b)　$h_1 = 0,\ h_2 = 0$　　(c)　$h_1 = 0,\ h_2 = 1$

図2　構造（2階）（$\varphi_n = \sqrt{2}\cos(n\pi x)$）

回路網の状態方程式は，出力関数による非線形性を持つが，その平衡状態方程式は非線形としては比較的よく研究されているHammerstein型の非線形積分方程式と類似しており，比較的取扱い易い非線形性といえる。このように比較的素直な非線形とはいえ，第5章で示したように複雑な構造を持ち，情報処理を目差す空間回路網として十分機能すると考えられる。

今後の問題点として，周期状態の存在と安定性について，構造安定性について解明することがあげられる。

審 査 結 果 の 要 旨

同一の機能を有する素子群を規則的に配列し，各素子を一様に結合した回路網を空間回路網といい，これは生物系の神経回路網の数学的モデルとも考えられている。情報処理の立場から考えるとこのような回路網は情報の並列処理や，パターンの特徴抽出，認識等にきわめて優れた能力をもち，その基本的性質の解明は今後の新しい並列処理方式や，パターン情報処理方式の開発に不可欠のものである。著者はこの点に着目し，空間回路網をシステム論的な立場から統一的に研究し，数多くの興味ある結果を導いた。本論文はこれらの成果をまとめたもので全編6章よりなる。

第1章は序論であり，本研究の立場と目的について述べている。

第2章では空間回路網の状態方程式を非線型積分偏微分方程式を用いて与え，回路網の性質を論じている。この結果回路網の性質は結合関数，入出力関数を用いて大略特性化できることを示している。

第3章では前章で与えた状態方程式の平衡解について論じている。まず回路網に平衡状態が存在するための十分条件を結合関数，入出力関数を用いて与え，さらに一様平衡状態が存在するための必要十分条件，ただ一つの平衡状態しか存在しないための十分条件等を導いている。これらは興味ある結果である。

第4章では平衡状態の安定性について論じ，局所的安定性と絶対安定性の概念を与え，この上で微分方程式論の立場から回路網の安定性に関する幾つかの基本定理を導いている。又本章の結果から，連続的空間回路網と，離散的空間回路網の動特性の相違点が明確にされた。

第5章は代表的な幾つかの結合関数のもとでの空間回路網の動的性質を論じたものである。このためまず，能率的な数値解析法のための方法論を与え，これを用いて回路網の性質を理論的解析と数値解析による結果を用いて詳細に示している。本章の結果から，回路網の動特性を規定する基本的な回路パラメータ群が導かれている。

第6章は結論である。

以上要するに，本論文は将来の新しい情報処理方式の基礎となる空間回路網をシステム論的立場から統一的に研究し，回路網のもつ重要な性質を明らかにしたもので情報工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。