

氏名	みや じま ひろ み 宮 島 廣 美
授与学位	工 学 博 士
学位授与年月日	昭和 54 年 3 月 27 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 1 項
研究科, 専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 電気及通信工学専攻
学位論文題目	ポリオートマトンの構造と遷移特性に関する研究
指導教官	東北大学教授 木村 正行
論文審査委員	東北大学教授 木村 正行 東北大学教授 城戸 健一 東北大学教授 星子 幸男 東北大学助教授 那須 正和 東北大学助教授 原尾 政輝

論 文 内 容 要 旨

第 1 章 序 論

自然界における多くの現象は、多数の要素の系で、その局所的な性質が系全体の全域的な性質を決めるものとしてモデル化される。この種のモデル化には普通、偏微分方程式 (P.D.E.) が使われる。これは直観的には、非可算個の各要素が、それぞれ非常に近い近傍と相互作用をする系と見做される。P.D.E. が、空間と時間に関して連続量を扱うのに対して、セル構造オートマトンは、空間と時間に関して離散量を扱うものとして捉えることができる。例えば、自己増殖という現象が、このモデルを使って表現できる。セル構造オートマトンを一般化した離散的な数理モデルとして、ポリオートマトンが考えられる。実際ポリオートマトンは、相互に連結されたオートマトンの系として、その状態数、結合に関しては何らの制限も与えない。特にポリオートマトンの典型としてセル構造オートマトンは、同一の有限オートマトンを一様に結合した系として定義される。このモデルに関しては、Von Neumann に始まり、理論的、工学的、生物学的、及び応用の立場より多数の研究がなされている。これに反して、ポリオートマトンに関しては、結果はほとんど与えられていない。ポリオートマトン並びにセル構造オートマトンを離散的な数理モデルとして使うためには、各モデルの性質またその両者の関係が考察されねばならない。このような観点より本論文では、一般的な離散システムとしてのポリオートマトンを定義し、このモデルの解

析, またセル構造オートマトンとの関係等について考察した。

第 2 章 ポリオートマトンの定義と基本的性質

本章では, 本論文で扱うポリオートマトンについて, 定義並びに基本性質を与えている。本論文で扱うポリオートマトンは, 各セルにおける近傍の大きさは同じであるが, 各セルの局所写像については, 必ずしも同じでなくてもよいシステムである。近傍が同じであるという制限は, 本論文で与える結果については本質的でない。しかしポリオートマトンの全域写像集合で上に述べた問題を考察する上で, 見通しのよいクラスとして, このような写像集合を扱った。このように定義されたポリオートマトンの全域写像のクラスに対して, そのクラスを位相的または構造的に分類して, その相互間の関係を考察した。その結果, 本論文で与えた全域写像はすべて連続写像になることが分かり, このことは後に有効に使われる。さらに, この様な大まかな写像の分類に対して, セル構造オートマトンの全域写像を基礎にし, その局所写像の配置の仕方に関して, 全域写像集合をより細かく分類した。またセル構造オートマトンの全域写像集合の濃度が可算集合であるのに対して, ポリオートマトンの全域写像集合は非可算集合になることを得た。このことは, 両者の著しい性質の違いを予想させる。実際この章の最後で, ポリオートマトンでは得られないが, セル構造オートマトンでは得られない性質を示した。

第 3 章 ポリオートマトンの遷移特性

本章では, 2章で与えた全域写像の分類に対して (有限回) の遷移特性を与えた。その結果, “全域写像が全射であることと, すべてのパターン写像が全射であることが等価である。”という関係は, 構造によらないポリオートマトンの全域写像の一般的な性質として得られるが, 一方 Moore の与えた “Garden of Eden 定理” は, 必ずしも一般の構造において成立するものでなく, 一様構造型を持つ全域写像のクラスで成立する関係であることがわかった。これらのことはまた, 前者がセル構造オートマトン固有の性質でなく, 後者はそれに固有の性質であることを示している。さらに, Garden of Eden 定理から Richardson の結果が得られることは良く知られているが, この結果を一般のポリオートマトンの全域写像の場合について考察した (図 1 参照)。しかしながら, いかなる構造を持てば各関係が成立するかどうか興味ある問題であるが, まだ分かっていない。

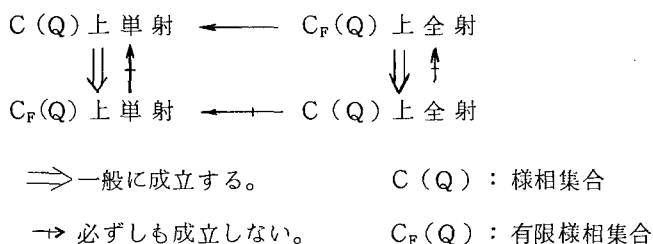


図 1. 写像間の関係

第4章 ポリオートマトンの全域写像のエルゴード性

本章では、全域写像の動的な意味での遷移特性（エルゴード性）について議論した。これは、全域写像を極限の意味を含めた遷移特性で分類しようとするものである。ここではまず、様相集合に測度を導入して、これを測度空間と見做す。次に全域写像がすべて可測であることを示して、さらに、全域写像が保測変換であるための必要十分条件を与えた。（特に、セル構造オートマトンにおいては、全域写像が全射であることと保測変換になることが一致する。）次にこの結果を使って、ポリオートマトンの全域写像がエルゴード的になるための十分条件を与えた。実際これは、全域写像の各局所写像が置換性を持つ場合や、全域写像が有限回の合成でシフト変換になる場合にエルゴード的になるとして得られた。これらの結果を踏まえて、一様構造性を持つ全域写像では、さらに多くの全域写像がエルゴード性を持つということを示した。これは、一様構造性のもう一つの表現である“シフトと可換な連続写像である。”という特性を用いて示したもので、この性質を使った特性化は、これまでほとんど行なわれていないことから興味ある結果であると思われる。さらにこの章の最後において、ほとんどすべての全域写像はエルゴード性を持つということを定性的に示した。

第5章 ポリオートマトンの全域写像の位相的特性

本章では、ポリオートマトンの各写像族の稠密性やコンパクト性等を調べる。いわゆる位相的な特性化を行なった。まず、全域写像集合の各写像族の稠密性を与えた。その結果、2章で与えた全域写像の各写像族は、セル構造オートマトンの全域写像集合 $F_{\infty}^*(Q)$ を除いてすべて稠密であること、また $F_{\infty}^*(Q)$ は全疎であることを与えた。特にすべての全域写像空間において、ある性質を持つ写像のクラス（例えば、単射性）の中で、一様構造性で実現できる写像のクラスはすべて全疎であることが得られた。次に、各写像族のコンパクト性について議論した。その結果、本論文で与えた各写像族は、いずれもコンパクト性を持たないことを示した。この章の最後で、開全域写像のクラスを与えた。これは、線形全域写像の一般化されたクラスとして、またある種の構造を保存する写像のクラスとして重要である。ここでは開全域写像であるための十分条件を与え、また開全域写像が全射となるような構造について議論した。

第6章 ポリオートマトンの全域写像の分解可能性

本章では、ポリオートマトンの全域写像で、それが局所写像の近傍が小さいという意味においてより簡単な構造を持つ全域写像の合成として表わせない写像の存在を示した。このたにまず、Amoroso, Epstein等の与えた結果を次元や状態数に関係のない形まで一般化した。さらに、この結果を基礎にして、ある意味において全域写像が分解不可能であるための十分条件を与えた。またこの写像が、ポリオートマトンの全域写像集合においても分解不可能であるということを示した。

第7章 結 論

本論文で得られた成果を総括し、今後の問題点を述べた。

審査結果の要旨

多数の機能素子が規則的に結合されかつそれらが同期して並列に動作する離散系の数学的モデルとして、セル構造オートマトンやその拡張であるポリオートマトンが提案されている。前者についてはこれまでに数多くの研究がなされてきたが、ポリオートマトンについては、解析が困難であるため詳しい研究はほとんどなされていなかった。

著者はポリオートマトンをその構造に着目して類別し、その各クラスについてポリオートマトンの構造と遷移特性との関係を解明した。本論文はその研究成果をまとめたもので、全文7章よりなる。

第1章は序論である。第2章では、ポリオートマトンを、それを構成する機能素子としての有限オートマトンが実現する局所写像の配列に応じて分類している。

第3章では、ポリオートマトンの遷移特性について論じている。まず、一般のポリオートマトンのパターン写像について、大きさの等しいパターンの原像の個数が全て等しいならば、それらに含まれる大きさの等しいパターンに関しても同じことがなりたつという基本的な性質を導き、ついで第2章で与えた各クラスのポリオートマトンの全域写像の性質を明らかにしている。

第4章では、ポリオートマトンの全域写像のエルゴード性について考察し、まず全域写像が測度保存的であるための必要十分条件と、測度保存的でかつエルゴード的となるための十分条件を示している。さらに、これらの結果を用いて、エルゴード的である全域写像の分布に関する位相的性質を与えている。

第5章では、第2章で与えた各クラスの全域写像の分布についての位相的性質を論じ、ポリオートマトンの全域写像の全体からなる空間において、セル構造オートマトンの全域写像の集合は全疎であり、それ以外の各クラスについては、全域写像は稠密に分布していることなどを明らかにしている。

第6章では、ポリオートマトンの全域写像を分解する問題について考察し、分解不可能な全域写像が存在することを示している。第7章は結論である。

以上要するに、本論文は位相数学や組合せ論の手法を用いポリオートマトンの構造と遷移特性の関係を解明するとともに、セル構造オートマトンのもつ性質がポリオートマトンにおいてどのように保存されているかを明らかにしたもので、情報工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。