

氏 名	すえ 末	みつ 光	ま 眞	き 希
授与学位	工 学 博 士			
学位授与年月日	昭和 55 年 3 月 25 日			
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 1 項			
研究科, 専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 電子工学専攻			
学位論文題目	超流動ボーズ液体におけるフェルミ粒子の影響 ($^3\text{He}-$ ^4He 混合系の X 線散乱実験と素励起理論)			
指 導 教 官	東北大学教授 沢田 康次			
論 文 審 査 委 員	東北大学教授	沢田 康次	東北大学教授	武内 義尚
	東北大学教授	御子柴宣夫	東北大学教授	宮本 信雄
	東北大学教授	広池 和夫		

論 文 内 容 要 旨

第 1 章 序 論

液体 $^3\text{He}-^4\text{He}$ 混合系はフェルミ温度が連続可変のフェルミ系として、またフェルミ粒子を含みつつ超流動状態になるボーズ系として興味ある体系であり、今日にいたるまで様々な熱力学的、流体力学的な実験がなされてきた。しかし量子液体として最も基本的な関係である分散関係はいまだ確定されていないし、同様に構造因子については過去において全く実験がなされてこなかった。本研究では超流動液体 He 混合系におけるフェルミ粒子の影響を調べることを目的とし、理論的実験的研究を行った。まず理論的にはボーズ・フェルミ混合系の密度グリーン関数を計算し、系の分散関係および構造因子を求め、また Uniform Limit ($g(0) \simeq 1$) における二成分ボーズ混合系の構造因子を計算した。実験的には液体 He 混合系の X 線散乱実験を行いその構造を求めた。

第 2 章 液体 He 混合系の素励起理論

本章ではボーズ・フェルミ混合系を考え、ハミルトニアン

$$H = H_B + H_F + H_{int} \quad (1)$$

$$H_B = \sum_p \frac{p^2}{2m_4} b_p^\dagger b_p + \frac{1}{2\Omega} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2} V(\mathbf{k}) b_{\mathbf{p}_1+\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{p}_2-\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{p}_2} b_{\mathbf{p}_1} \quad (1a)$$

$$H_F = \sum_P \frac{p^2}{2m_3} c_P^\dagger c_P + \frac{1}{2\Omega} \sum_{K P_1 P_2} V(k) c_{P_1+K}^\dagger c_{P_2-K}^\dagger c_{P_2} c_{P_1} \quad (1c)$$

$$\text{Hint} = \frac{1}{\Omega} \sum_{K P_1 P_2} V(k) b_{P_1+K}^\dagger c_{P_2-K}^\dagger c_{P_2} b_{P_1} \quad (2)$$

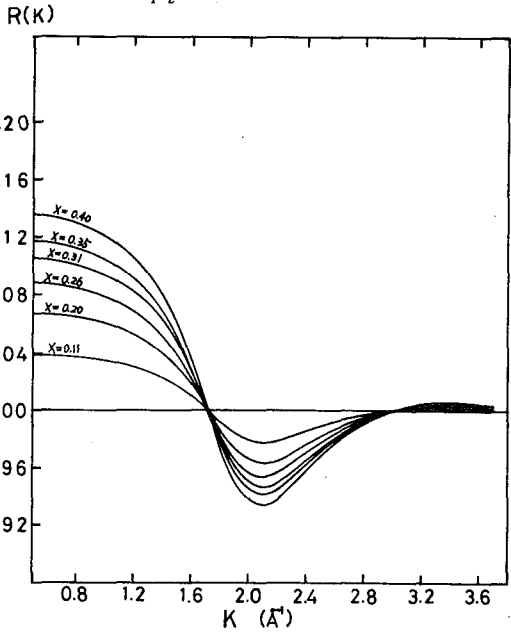


図1 BBA理論における構造因子の比 $R(k|x) = S(k|x) / S(k|0)$

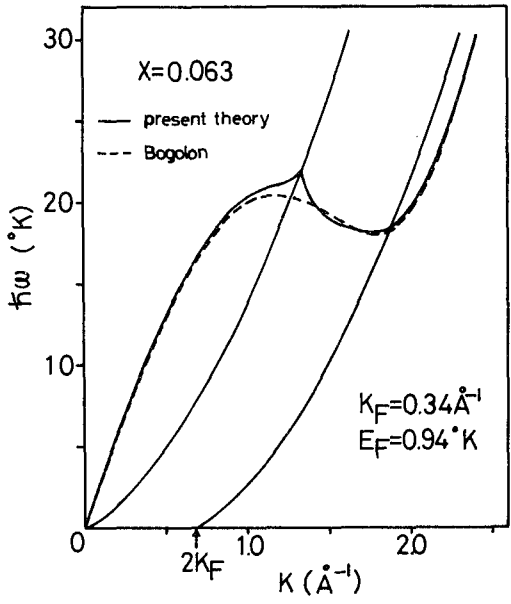


図2 ボーズ・フェルミ混合系の素励起スペクトル

を用いて、密度グリーン関数

$$\chi_q(t) = -i\theta(t) \langle [\rho_q(t), \rho_q(0)] \rangle \quad (2)$$

を計算した。その結果運動エネルギーの高次項を無視する Binary-Boson - 近似 (BBA), および RPA 近似で系の分散関係および構造因子が求められる (図1)。また高次項まで含めた計算を行うと、ボーズ粒子の分散関係は Bogoliubov¹⁾ 理論における励起エネルギー表現中の相互作用ポテンシャルを非ボーズ凝縮粒子の分極を考慮した遮蔽ポテンシャルに置き換えたものになっていることがわかる (図2)。またそのエネルギーの純粋⁴He 時の値からのずれ、およびそのモードの寿命を表す線幅を求めたところ現存する中性子非弾性散乱の結果とほぼ一致する値が得られた (図3, 図4)。

次に以上の計算結果の物理的意味を明らかにするため対応するファインマン図形を求めたところ、系の密度グリーン関数は

$$\chi = \chi_n + \chi_s \quad (3)$$

と二つの部分に大別され、それぞれ

$$\chi_n = \chi^{33} + \chi^{44} + \chi^{34} \quad (4)$$

$$\chi^{33}; \quad \text{Diagram (3)} \quad (4a)$$

$$\chi^{44}; \quad \text{Diagram (4)} \quad (4b)$$

$$\chi^{34}; \quad \text{Diagram (3)} \quad (4c)$$

および

$$\chi_s; \quad \text{Diagram (α)} \quad (α=3, 4) \quad (5)$$

とあらわされることがわかる。ここに $\sim\sim$ はボーズ凝縮粒子の粒子線、また \sim は遮蔽ポテンシャル

$$\sim\sim \cdots + \textcircled{3} \cdots + \textcircled{4} \cdots + \textcircled{3} \cdots + \textcircled{4} \cdots + \cdots \quad (6)$$

で、相互作用が ^3He 粒子あるいは非ボーズ凝縮 ^4He 粒子を分極しながら伝播していく効果を表わす。

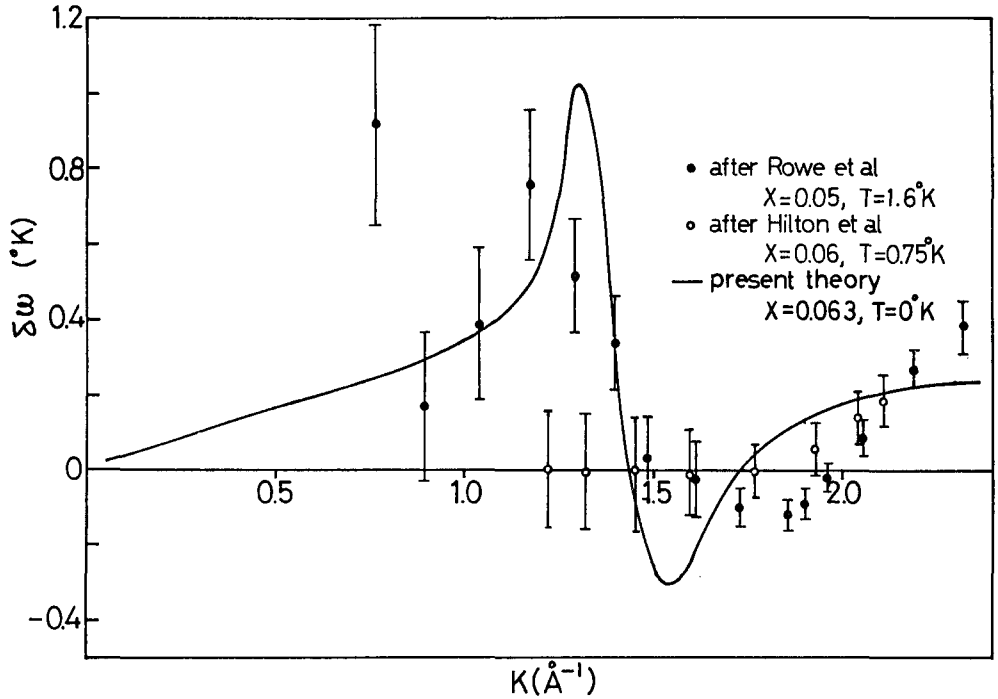


図3 ^3He による ^4He 素励起エネルギーの変化

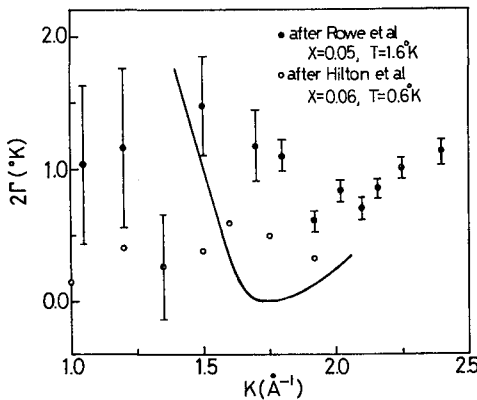


図4 液体ヘリウム混合系における線幅

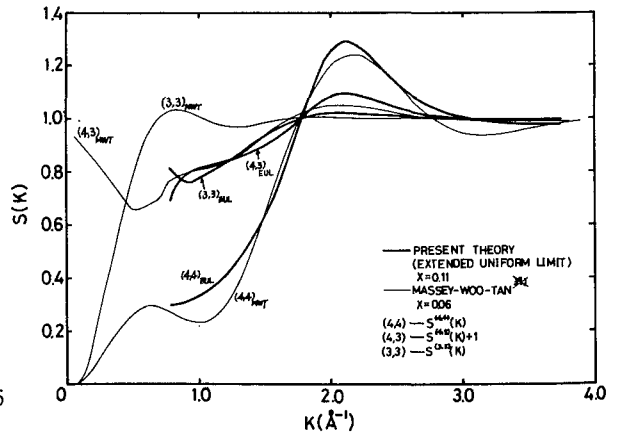


図5 MWTとEULの部分的構造因子

第3章 液体He混合系の構造因子理論

本章では液体⁴Heおよび液体³He-⁴He混合系についてMasseyおよびMassey-Woo-Tan (MWT)³⁾が行った変分法による構造因子理論を紹介し、その結果の動径分布関数 $g(r)$ をフーリエ変換して $S(k)$ を求めた。次にMWTの結果の物理的意味を理解するために、Lee-Feenberg⁴⁾が行ったボーズ液体に対するuniform limit (UL)理論を質量3-質量4二成分ボーズ液体系の場合まで拡張した(EUL)。その結果MWT, EUL共に部分的構造因子 $S^{(44)}(k)$, $S^{(33)}(k)$, $S^{(34)}(k) + 1$ の3曲線は2箇所においてそれぞれ一点で交わり、かつその値が1であることがわかるが、EULではこの交点の波数は相互作用ポテンシャル $V(k)$ のゼロ点に対応している(図5)。またこの時全体の構造因子 $S(k|x)$ は

$$S(k|x) = (1-x) S^{(44)}(k) + 2\sqrt{x(1-x)} S^{(33)}(k) + x S^{(33)}(k) = 1 \quad (7)$$

と³He濃度 x によらず一定であることが示される。

第4章 実験装置

本章では液体He冷却装置系、試料ガス系、X線光学系、コンピューター自動測定系、試料ガス³He濃度測定系からなる実験装置について述べている。

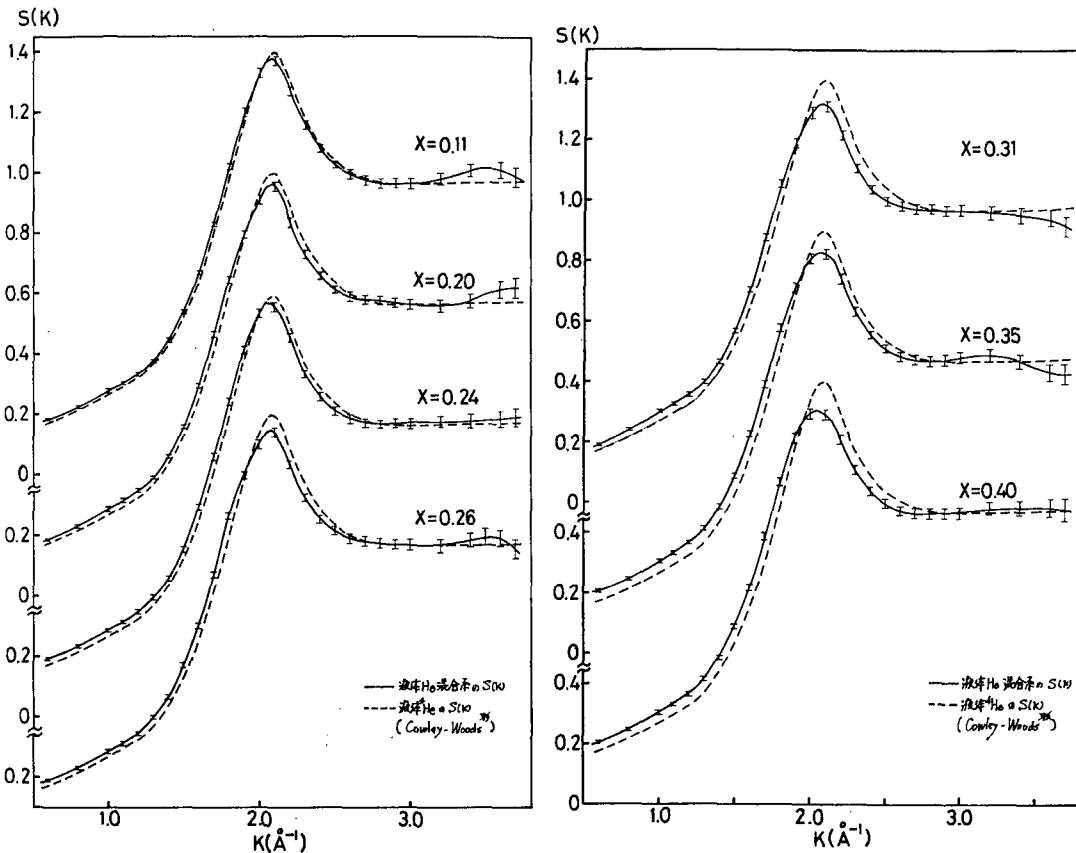


図6 液体He混合系の構造因子(a)

液体He混合系の構造因子(b)

第5章 実験手順

本章ではHe 波入れからデータ収集にいたる実験手順について述べている。

第6章 実験結果および検討

本章では液体He 混合系に対するX線散乱実験の結果を述べ、諸理論と比較している。

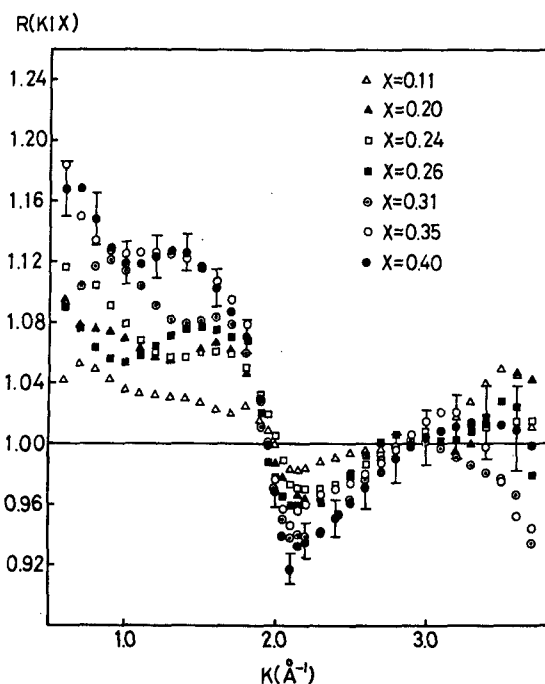


図7 R(k|x)の実験結果

理論においてこの不動点を与える波数kは相互作用ポテンシャルV(k)のゼロ点に対応しており、Massey理論における不動点は前者の不動点が高次の粒子間相互作用によって移動したものと考えられることができる。従って将来この高次効果が理論的に明らかになれば、本実験から得られる不動点の位置から相互作用ポテンシャルV(k)に関する情報が得られる可能性がある。

第7章 結論

本研究で得られた理論的、実験的結果をまとめて結論とした。

表1 諸理論と実験の不動点の比較

	k_1	k_2	$S(k_1)$	$S(k_2)$	ポテンシャル
Massey (加圧液体 ⁴ He)	1.96	2.92	1.23	0.94	$\sigma=2.65\text{\AA}$, $\xi=10.206\text{K}$, LJ6-12
BBA	1.8	3.05	1.0	1.0	$a=2.5$, $b=4.5$, $V_a=40\text{K}$, $V_b=4.5\text{K}$ soft core 井戸型
MWT	1.6	2.8	1.0	1.0	$\sigma=2.556\text{\AA}$, $\xi=10.22\text{K}$, LJ6-12
EUL	1.8	3.05	1.0	1.0	BBAと同じ
実験結果	1.95	2.9	1.25	0.97	

実験の結果構造因子(図6)の温度依存性はピーク付近を除いてほとんど見られず、ピークの温度変化も実験誤差の範囲内であった。また³He濃度依存性を見たところ、 x によらない構造因子の不動点 K_1, K_2 を見出したが(図7)、この不動点は図1のBBAおよび第3章のMWT, EUL両理論にもその存在が予言されている。しかし k_1, k_2 の前後における $S(k|x)$ と $S(k|0)$ の大小関係においてMWT, EUL両理論は本実験結果と一致せず、それに対しBBAは $R(k|x)$ の比較に見るように実験結果とよい一致を見ることがわかる。このような $S(k)$ のふるまいは加圧液体⁴Heの加圧効果の場合にもMassey²¹によって理論的に予言されており、この場合は $k_1, k_2, S(k_1), S(k_2)$ 全ての値において定量的に実験と一致する。(表1) UL, EUL, BBA

参 考 文 献

- 1) N. N. Bogoliubov : J..Phys. Moscow **11** (1947) 23 ; N. N. Bogoliubov and D. N. Zubarev : Sov. Phys. JETP **1** (55) 83.
- 2) W. E. Massey : Phys. Rev. **151** (1966) 153.
- 3) W. E. Massey, C.-W. Woo, and H.-T. Tan : Phys. Rev. **A1** (1970) 519.
- 4) D. K. Lee and E. Feenberg : Phys. Rev. **137** (1965) 731.

審 査 結 果 の 要 旨

絶対零度において固体にならない唯一の元素、ヘリウム、のうち質量数4の液体は2°K近くでボーズ凝縮を始め超流動体となり、量子効果をマクロなスケールで発現する。これに対してフェルミ粒子であるヘリウム3同位元素を混入して行くと、超流動遷移温度が低下する。この事をミクロに理解するために、過去において光散乱や中性子散乱の実験、及び運動論係数の測定等による研究が行なわれたが、それぞれの実験条件の制約から互いに矛盾する結果が主張されていた。著者はこの点に注目し、X線散乱実験を中心にヘリウム3-ヘリウム4混合液体について実験的及び理論的研究を行なった。本論文は、それらの成果をとりまとめたもので全文7章よりなる。

第1章は序論であり、本研究の目的と概要を述べている。第2章では、密度グリーン関数の運動方程式を解く事により、混合系の励起状態を与える動的構造因子、原子の空間的配列を与える静的構造因子を求めた。この結果は、純粋ヘリウム4に特有のロトンスペクトルはヘリウム3の混入により線幅が広がるだけでエネルギー値には変化がない事を示唆し、光散乱や中性子散乱の結果を裏づけた。

第3章では、実空間における試行波動関数を用いた変分法によって混合系の静的構造因子を求めようとする既存の方法は、ヘリウム3の混入によって系がより構造化する事を示すが、この事は第6章の実験結果を説明しない事を明らかにしている。

第4章、第5章はそれぞれ、実験のために試作した極低温用X線回折装置、及び構造因子決定に必要な予備実験を含む実験手順について述べている。

第6章では、実験結果を解析し混合系の静的構造因子がヘリウム3の濃度と共に、より非構造的になる様子を示し、更に構造因子が濃度変化に全く影響されない波数が少なくとも2点存在する事を述べている。これは以前には議論されなかった事実であり、この点が原子間相互作用ポテンシャルのフーリエ成分の零点に深い関係がある事を示したのは有用な成果である。

第7章は結論である。

以上要するに、本論文はX線散乱によってヘリウム3-ヘリウム4混合液体の構造因子を初めて実験的に決定し、その濃度によらない波数ベクトルの存在を見つけ、原子間ポテンシャルに対して有用な情報を得ると共に、この混合系の現在迄の理論的理解が、本研究の実験事実を説明しない事を明らかにしたもので、物性工学、低温工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。