氏　　　　　名	山（やま）　本（もと）　博（ひろ）　章（あき）
授　与　学　位	工　学　博　士
学位授与年月日	昭和 60 年 3 月 26 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 1 項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）情報工学専攻
学位論文題目	**アルタネーティングチューリング機械の計算能力に関する研究**
指　導　教　官	東北大学教授　野口　正一
論文審査委員	東北大学教授　野口　正一　　東北大学教授　木村　正行 東北大学教授　伊藤　貴康　　東北大学教授　丸岡　　章

論　文　内　容　要　旨

第１章　序　　　論

計算量の理論に関する研究は1960年代初頭より始まり，現在まで活発な研究が行なわれている。その研究の対象として，初めは，逐次型の計算であり，これに関する結果が多数出された。しかし，VLSIなどの発達に伴い，将来最も強力な計算機が逐次型ではなく並列型に成ると思われるや，並列計算に関する研究が活発となり，その結果各種の並列計算モデルが定義され，その性質を調べる研究が行なわれた。このような状況の中でATM（Alternating Turing Machine）はTMに対する並列計算のモデルとして，また非決定性の自然な拡張として，1976年 Chandra，Kozen，Stockmeyer によって導入された。ATMに関する研究を大雑把に分類すると次の４つぐらいになると思われる。

(I)　並列計算のモデルとしての研究。

(II)　ATM自身の性質を調べる研究。

(III)　具体的な問題の計算量を解析するための道具。

(IV)　決定性と非決定性を分割するための道具。

これらの研究により，ATMは研究の対象として非常に興味深いモデルであることが確認されている。

本論文では，さらに研究を進め，ATMの能力を明らかにし，いくつかの新しい結果を得る。

本章の残りで，論文全体に共通な定義を与える。特に本論文では，k テープTMで，k 本の記憶テープをもつTMでそのうちの1本に入力が与えられるTMを意味し，オフライン k テープTMで，k 本の記憶テープをもち，それとは別に1本の入力専用テープをもつTMを意味する。

第2章　時間，葉，領域限定ATMとリバーサル，領域限定NTMとの関係

並列計算の複雑さに関する研究としては，各種の並列計算のモデル間の関係とか，各種資源（例えば，時間，プロセッサ数など）のトレードオフに関するものがある。しかし，今までのこのような研究は決定性が主であり，非決定性の場合についてはあまり明らかにされていない。本章では，ATMとNTMを用いて非決定性の場合について考察した。このとき，並列計算の時間及びプロセッサ数に対応する資源として，ATMに対しては，時間，受理計算木の葉数，領域を，またNTMに対しては，ヘッドの反転（リバーサル）数，領域を導入し，次の結果を得た。

まず第1に，時間，葉，領域限定ATMとリバーサル，領域限定NTMとの関係を示し，それにより，ATMの時間とNTMのリバーサル及びATMの葉数と領域の積とNTMの領域との対応を明らかにした。

第2に，ATM上での時間と葉数と領域との積間のトレードオフ，及びNTM上でのリバーサルと領域間のトレードオフに関する結果を得た。特に，NTM上のトレードオフはDTM上では成立しないと思われる結果であり，もし成立しないことが証明されれば，NTMとDTMの能力差に関する1つの結果が得られる。

本章の結界より推測されることは，非決定性の場合は決定性にない時間とプロセッサ数間のトレードオフが存在するということである。

第3章　時間，葉限定1テープATM

1テープDTM(deterministic TM)や1テープNTM(nondeterministic TM)に対しては，従来より，通過列という概念があり，それを応用したいくつかの研究があるが，1テープATMに関するものがない。本章では，1テープATM上に従来の通過列を拡張した拡張通過列を定義し，それによって次の2つの結果を得た。

(1) $T(n)$, $B(n)$ を $T(n)\cdot B(n)\geq n^2$ を満足する関数としたとき，時間と葉が同時にそれぞれ $T(n)$, $B(n)$ に限定された1テープATMは，多テープATMによって時間 $O((T(n)\cdot B(n))^{\frac{1}{2}})$ で模倣される。

(2) $L=\{xyx \mid |xyx|=n,\ x\in\{0,1\}^*,\ y\in\{2\}^+,\ |x|=f(n),$
$f(n)\leq(n-1)/2\}$ とする。

1テープATMが L を時間 $T(n)$，かつ葉 $B(n)$ で受理するならば，

$$\sup_{n\to\infty}\ \frac{T(n)\cdot B(n)}{n\cdot f(n)} > 0$$ を満足する。

また，(2)によって，時間，葉限定1テープATMに対する階層定理も得た。

上の結果は，葉数に関して，従来の結果を一般化している。

第４章　リバーサル限定ＡＴＭ

ＮＴＭやＤＴＭのリバーサル計算量に関する研究はいくつか見られるが，ＡＴＭのそれに関するものが全くない。本章では，リバーサルが限定されたＡＴＭの能力をＮＴＭと比較することにより明らかにした。

まず，１本のカウンタと１本の入力／記憶テープをもつ１テープ１カウンタＴＭを導入し，１テープ１カウンタＡＴＭは定数回のリバーサルですべての帰納的可算集合を受理することができるが，１テープ１カウンタＮＴＭではできないことを示した。このとき，１テープ１カウンタＴＭを１テープＴＭやオフライン１テープＴＭにしたときに同じことが言えるかどうかは分らない。このようなモデルに対しては次の結果を得た。

$\mathrm{B}(n)$，$\mathrm{R}(n)$を$\mathrm{B}(n) \leq 2^{O(\mathrm{R}(n))}$かつ$\mathrm{R}(n) \cdot \mathrm{B}(n) \geq n$を満足する関数とする。そのとき，リバーサルと葉が同時にそれぞれ$O(\mathrm{R}(n))$，$O(\mathrm{B}(n))$に限定された１テープＡＴＭによって受理される言語のクラスと領域が$O(\mathrm{R}(n) \cdot \mathrm{B}(n))$に限定されたＮＴＭによって受理される言語のクラスとは等しい。また，オフライン１テープＡＴＭに対しても類似の結果が成り立つ。

このとき，この結果とＮＴＭの領域に対する階層定理によって，１テープＴＭやオフライン１テープＴＭに対しても，ＡＴＭとＮＴＭの能力差に関する結果が得られる。ここで，１テープという条件は本質的である。なぜなら，２テープ以上の場合，従来の結果によって，ＡＴＭとＮＴＭは両方とも定数回のリバーサルですべての帰納的可算集合を受理することができるので，リバーサル計算量に関し，２つのモデルは等価になってしまうからである。

本章の最後で，リバーサル，葉，領域限定ＡＴＭと時間限定ＮＴＭの間には密接な関係があることを示した。

第５章　非決定性時間と決定性時間の分割に関する一考察

非決定性時間と決定性時間を分割することは，計算の複雑さの分野において重要な問題の１つであり，代表的なものとして，非決定性多項式時間と決定性多項式時間が等しいかどうか，がある。最近，このような問題へのアプローチとしてＡＴＭを利用したものがあり，いくつかの興味深い結果が得られている。本章でもこのような問題を考察し，ＡＴＭによるアプローチを採用することによって，いくつかの新しい結果を得た。特に本章では，有限本のカウンタをもったオフライン１テープＤＴＭ，ここではカウンタ付き１テープＤＴＭと呼ばれる，を導入することによって結果を導いている。以下で，本章で得られた結果を列挙する。

(1)　$1 \leq j < 2$　なる任意の有理数jに対し，

$$1\,\mathrm{TC\text{-}D\,time}(n^j) \subsetneq \mathrm{N\,time,\ space}(n^j,\ n)$$

(2)　$1 \leq j < \frac{3}{2}$　なる任意の有理数jに対し，

$$1\,\mathrm{TC\text{-}D\,time}(n^j) \neq \mathrm{N\,time}(n)$$

ここで，$\mathrm{N\,time,\ space}(n^j,\ n)$は，時間と領域が同時にそれぞれ，$O(n^j)$，$O(n)$に限定されたＮＴＭによって受理される言語のクラスを表わし，$1\,\mathrm{TC\text{-}D\,time}(n^j)$はカウンタ付き１テープＤＴＭの時間に対し，また$\mathrm{N\,time}(n)$はＮＴＭの時間に対し同様に定義される。

第６章　結　　　論

本章では各章で得られた結果をまとめた。

また，最近，ＡＴＭと論理型プログラムとの関係を調べた研究があるが，それらの結果を用いることにより，本章で得られた結果の論理型プログラムへの応用についても述べた。

審 査 結 果 の 要 旨

並列処理システムの研究は今後の強力な情報処理システムを構築する上できわめて重要な問題である。このためには並列計算における基本問題の解決がきわめて重要であるが，現在必ずしも十分な成果は与えられていない。特に並列計算の複雑さを規定するプロセッサ数，計算時間，記憶容量等に基づく能力差やそれらのパラメータ間の相互依存関係を明確にしておくことは重要なものとなる。本論文はこの立場に立って並列計算のモデルとしてアルタネーティングチューリング機械ＡＴＭや，非決定性チューリング機械ＮＴＭを用い，これらの問題を理論的に研究したもので全編６章よりなる。

第１章は，序論であり，本論文の背景と諸定義について述べている。

第２章では，非決定性並列計算の複雑さについて考察し，ＡＴＭにおけるプロセッサ数，計算時間，記憶容量の相互依存関係や，ＮＴＭとＡＴＭの能力の比較を夫々の基本パラメータが限定された条件のもとで詳細に論じている。

第３章では，従来の通過列の概念を１テープＡＴＭに拡張し，入力テープの長さをｎとしたとき，計算に必要なプロセッサ数，計算時間が夫々$B(n)$，$T(n)$に限定された１テープＡＴＭは時間が$O((T(n) \cdot B(n))^{\frac{1}{2}})$に限定された多テープＡＴＭで模倣できることを示した。ついでプロセッサ数，計算時間限定のもとでのＡＴＭの能力について階層性を明らかにするなど重要な知見を与えている。

第４章ではＡＴＭとＮＴＭの能力差について詳細な研究を行い，まず，任意の帰納的可算集合は１テープ，１カウンタＡＴＭによってリバーサルの回数が作業用テープで高々４回，且つカウンタテープで高々１回で受理できることを導いた。一方ＮＴＭでは有限回のリバーサルの回数では帰納的可算集合が受理できないことを示し，ＡＴＭとＮＴＭ間の能力差をはじめて明らかにした。これは興味ある結果である。

第５章では，１カウンター，１テープＤＴＭを用い基本パラメータが限定されている各種の条件のもとで非決定性システムと決定性システムの能力の比較を行っている。

第６章は結論である。

以上要するに本論文は，並列計算の基本問題である計算の複雑さについて詳細な研究を行い，並列処理システム設計のための基礎を与えたもので，情報工学，計算機工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。