

氏 名	佐 藤 信 一
授 与 学 位	工 学 博 士
学位授与年月日	昭和 62 年 3 月 25 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 1 項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 電子工学専攻
学 位 論 文 題 目	乱流の時間・空間構造とその特徴抽出法の研究
指 導 教 官	東北大学教授 沢田 康次
論 文 審 査 委 員	東北大学教授 沢田 康次    東北大学教授 武内 義尚 東北大学教授 佐藤 徳芳    東北大学助教授 宮野健次郎

## 論 文 内 容 要 旨

流体の乱流現象は典型的非線形現象であり，その運動の複雑さ故に依然として解明されていない問題のひとつであるが，近年の研究の発展により乱流運動は熱雑音などが本質ではなく決定論の方程式から生じることが明らかにされた。しかも，見かけ上の複雑さに反して通常我々が考えるよりもはるかに少ない自由度（変数）で記述され得ると考えられる。これらの事情は流体系に限らず化学反応，神経系，プラズマ，レーザー等のより広い意味の乱流現象にも共通すると期待される。乱流現象に共通する発生機構の解明，乱流状態の定量化は非線形現象の解明に大きく貢献するものと考えられる。本論文は熱対流系の実験により，乱流発生の機構や乱流状態の発達を調べることで，乱流運動を特徴づけるダイナミクスを研究し，それらの研究成果をまとめたものである。

### 第 1 章 序 論

乱流現象の研究の流れを概観して本研究の目的と概要を述べた。特に，上下境界間の温度差に比例する無次元パラメータであるレーリー数を分岐パラメータとした時の乱流発生の過程では空間構造（ロール状対流構造）の差異が分岐現象に著しい差異を及ぼすことに言及し，空間構造全体の測定，研究の重要性を指摘した。

## 第2章 乱流現象と力学系の理論

乱流運動は、数学的にはカオスと呼ばれる微分方程式の非周期解に対応する。本章ではカオス解を含む微分方程式の解の位相的性質を研究する分野である力学系の理論と乱流現象との関連を述べ、本研究の理論的背景を明らかにした。カオス解は相空間内の状態ベクトルが過渡状態を経て吸引される極限集合として捉えられる。その極限集合はストレンジ・アトラクターと呼ばれ、次元（運動を支配する自由度の数に比例）、リアプノフ数（解の初期値敏感性を表わす指数）、エントロピー（系の単位時間当りの情報生成率）という3個のストレンジ・アトラクタ上の平均量で特徴づけられる。これらの量は力学的不変量と呼ばれ、ここではその定義と実験データからの測定法を述べた。

## 第3章 ゆらぎのスペクトラムによる Chaotic dynamics の新しい定式化の研究

2章で述べた力学的不変量はストレンジ・アトラクター上で局所的に定義された指数の集合全体にわたる平均値に対応する。局所的に定義された指数は平均値のまわりでゆらぎを持っており、そのゆらぎをも考慮したストレンジ・アトラクターの定量化を行うことでより明確にダイナミクスを特徴づけることが可能である。本章では近年提案された局所的指数とその状態密度をスペクトラムとして定式化するという理論に基づいて次元スペクトラム、エントロピー・スペクトラムに関する議論を展開した。

次元スペクトラムについては従来の計算方法を拡張することにより計算機による計算時間を短縮する方法を考案した。幾つかのモデル系の計算機シミュレーションを行い、考案した計算方法の有効性を確認した。エントロピー・スペクトラムについては、次元スペクトラムの定式化を応用することにより独自に定式化を行った。その結果から力学系の理論の重要な概念である不変測度、変分原理、ストレンジ・リペラなどとの関係が明らかとなった。また、系の不変確率分布のエルゴード性を用いてアンサンブル平均により最大リアプノフ数を測定する方法も提案された。

## 第4章 乱流の時間・空間構造の測定と特徴抽出法の研究

本章ではアスペクト比 15.0, 1.0 の矩形流体容器の熱対流の実験により、実際に次元スペクトラム、リアプノフ数などを測定し乱流の発達度合いの定量化を行なった。流体運動の測定はレーザー・ビーム屈折法と呼ばれる光学測定法を用いて流体層の局所温度勾配の時間変動を調べる。測定点は可動であり、測定点をいろいろ変えることにより流体層全体の温度場の時間変動に関する情報を得ることができる。

レーリー数  $R$  をパラメータとした時の温度勾配の時間変化は、 $R$  の増大に伴い周期振動、準周期振動、非周期振動（乱流）と変化する。周期・準周期状態においては温度勾配の時間変化のフーリエ解析により振動の発生が流体容器の側壁近傍から生じることを見出した。準周期状態からさらに  $R$  を増加させると図1のように流体運動の乱れは次第に発達してくる。測定したスカラー量から相空間内の状態ベクトルを再構成する方法を用いて温度勾配の時間変化から相空間内の軌道を再構成する。そこで得られた軌道からストレンジ・アトラクタの次元を測定した結果、乱れの発達に伴

い徐々に運動を決定する有効な自由度の数が増大することが判明した。図2は次元がRと共に増加する様子を表わしたものである。次元と同時に次元スペクトラム、リアプノフ数を測定し、ストレンジ・アトラクター上の軌道の滞在確率分布を詳細に検討した。ストレンジ・アトラクターが局所的には一次元空間の直積構造で表わされるという仮定のもとに多次元集合の確率分布が一次元系の確率分布の問題に帰着できることを議論し、不安定多様体に沿って連続な確率分布を持つ可能性を考察した。ストレンジ・アトラクターの不安定多様体に沿って連続な確率分布を持つということは力学系の理論から予想されていたことであるが、実験系では全く確かめられていない。本研究において初めてその可能性を議論した。

## 第5章 乱れの位相による記述

熱対流系のロール状対流構造の速度場、温度場はロール波長と比較して非常にゆるやかに変動する成分を持つ。そのゆるやかな変動成分を複素振幅として表わし、複素振幅の位相が時間、空間座標に依存するとして位相の発展方程式を書き下したものが位相方程式と呼ばれる。熱対流系のシステム・サイズが長くなるとロール状対流のゆるやかな変化が引き起こす現象が本質的となって力学系理論の取り扱いが困難となり、位相方程式による記述が適切となる。本章ではアスペクト比 37.3 というシステム・サイズの長い円環状熱対流系の実験を行い、位相方程式のモデルに基づいた解析を試みた。位相方程式のモデルとしては、ナビエ・ストークス方程式の持つ反転

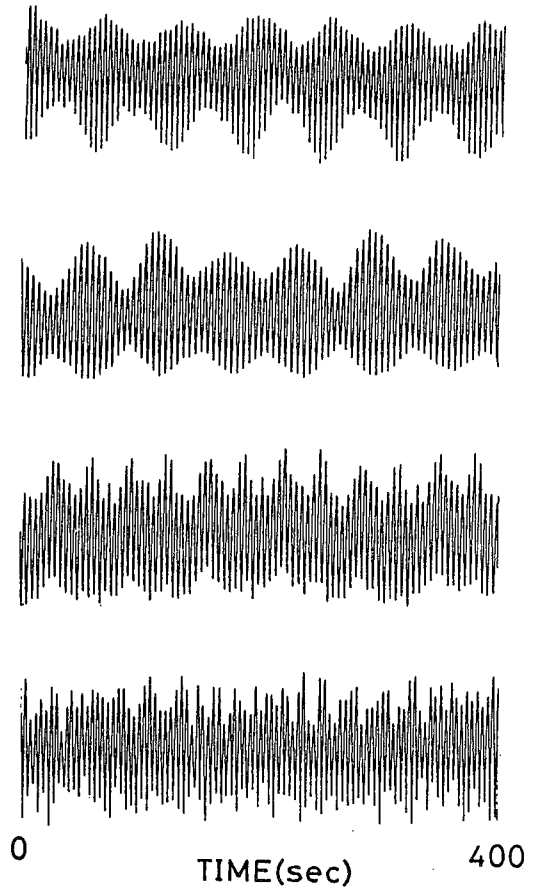


図1 温度勾配の時間変化

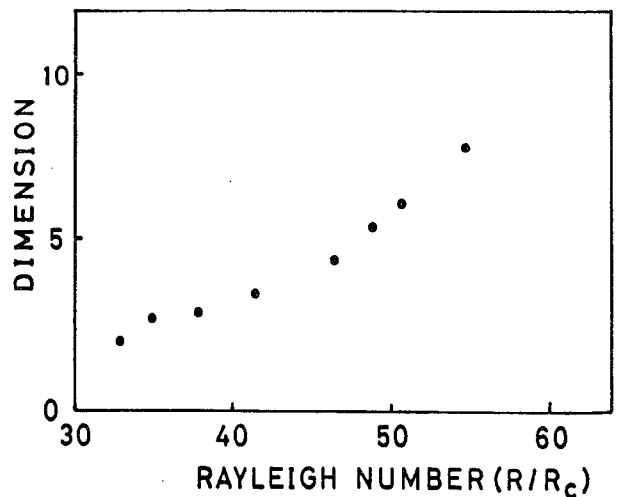


図2 次元のレーリー数依存性

対称性，並進対称性，ガリレイ不変性を取り入れた方程式として提案されたものを用いた。位相と速度場の連立方程式であるこのモデル方程式からは，減衰進行波，周期振動の発生などが予想される。熱対流系の実験において種々の過渡応答を調べることにより減衰進行波の存在を確認した。

乱流発生に至る分岐現象の測定と4章の矩形容器の熱対流系の実験結果との比較から，乱流発生の臨界パラメータ値がシステム・サイズが長くなる程低下することが判明した。また，次元測定も合わせて行い乱流初期で大きな次元の値を持つことが明らかとなった。

## 第6章 結論と展望

本章では得られた研究成果をまとめ今後の展望を述べた。本研究は乱流の解明に近づくために空間的に広がりのある熱対流系の乱流現象に対して温度分布等に関する測定を行い，力学系理論の応用と発展を行いました位相方程式に基づく解析を進めたものである。近年，計算機の性能向上に伴い位相方程式の計算機シミュレーションは精力的に行われている。非線形波動，ソリトンの問題とも関連し，今後発展が期待される分野であると考えられる。

## 審査結果の要旨

流体の複雑な運動の総称としての乱流は、流体力学、プラズマ工学、地球物理学等にとって重要な問題であるが、その理解は進まず制御は困難である。最近、空間自由度の小さい系に関しては力学系理論の発展に伴い弱い乱れをカオスとしてとらえることの有効性がわかってきた。しかし、空間的に広がった系に関する乱れについてはこれを支配する自由度が多すぎて理解が之しい現状である。

著者は、アスペクト比が15と1の横長直方体及び37.3と1のリング状の熱対流系を製作し、それ等の系の乱流をレーザー光で測定した結果を基にして、乱れの時間・空間構造を定量的に特徴づけるための研究を行った。本論文はこれらの成果をまとめたもので全編6章よりなる。

第1章は序論である。第2章では、乱流の理論的基礎である力学系理論について概説し、ナビエ・ストークス方程式を連立常微分方程式に変換する場合と位相方程式に変換する場合があり、大きな系について前者の有効性は限定されることを述べている。第3章では、カオス力学が持つ決定論的ゆらぎの統計性についての一般的扱い方とその測定法及び高次元力学系におけるリアプノフ指数の測定法等、著者が創意をこらした新しいアルゴリズムを提唱している。

第4章では、横長直方体セルの熱体流における乱れの実測結果について述べている。この系ではホップ分岐がセルの両端に局在化して発生すること、弱い乱流状態では両端部と中央部は異った振舞いをするが強い乱流状態になると均一な振舞いとなりその自由度の数はセル上下の温度差と共に急激に増大すること等、空間的に拡がりを持つ系に対して分岐の様子を初めて明らかにしたのは評価できる。更に乱れた時系列信号を位相空間に展開した軌道の不変集合であるストレンジアトラクターを、第3章で発展させたゆらぎのスペクトルを用いて分類したのは新しい知見である。

第5章では、乱れを位相で表現する位相力学について概観し、環状熱対流セルにおける乱流観測の結果について述べている。このセルではホップ分岐は均一に起きること、この分岐とほぼ同時に乱流化すること、ガリレイ変換に対する不変性が擬似的に成立つことから期待される減衰ガリレイモードに対応する流体の動きを観測したこと等は今後のこの分野の発展に資することとして評価できる。

第6章は結論である。

以上要するに本論文は、一次的に拡がりを持つ系の乱れに対して行った測定から新しい知見を得、これに基づいて大自由度系の乱れの特徴抽出法を研究したもので、流体力学、プラズマ工学、地球物理学の発展に資するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。