

氏 名	山 本 悟
授 与 学 位	工 学 博 士
学位授与年月日	平成元年 3 月 24 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 1 項
研究科, 専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 機械工学専攻
学 位 論 文 題 目	圧縮性ナビエ・ストークス方程式の数値解法 の開発とその応用
指 導 教 官	東北大学教授 大宮司久明
論 文 審 査 委 員	東北大学教授 大宮司久明 東北大学教授 太田 照和 東北大学教授 高山 和喜

## 論 文 内 容 要 旨

### 第 1 章 序 論

数値流体力学は、1970年代後半に入り電子計算機、特にスーパーコンピュータの発達とともに、急成長した学問分野で、現在では、広範囲の学問領域でその重要性が認識されている。また、社会生活への貢献度もますます増えていくものと考えられ、特に宇宙航空学・機械工学の分野では、新しい航空機の開発設計、流体機械の性能改善に必要な不可欠なものとなっている。本研究の目的は、まず圧縮性ナビエ・ストークス方程式を解くための独自の新しい数値解法を提案し、これを用いて基本的な計算コードを開発することである。次に流体機械、特に航空機用ジェットエンジン、産業用ガス・タービンの遷音速羽根車流れ（圧縮機・タービン）の計算コードを開発し、その性能の改善に寄与することである。本章では、本研究の背景となる既存の研究成果について数多くの文献を引用し解説を行った。

### 第 2 章 三次元圧縮性オイラー方程式の数値解法

一般曲線座標系の三次元圧縮性オイラー方程式を解くための新しい陰的時間進行差分法を提案した。これは未知変数に写像空間の速度である反変速度を用いており、以下のような式で表される。

$$\partial \tilde{q} / \partial t + \tilde{L}(\tilde{q}) \equiv \frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \xi_i} + \tilde{R} = 0$$

$$\tilde{q} = J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho U_1 \\ \rho U_2 \\ \rho U_3 \\ e \end{bmatrix}, \quad \tilde{E}_i = J \begin{bmatrix} \rho U_i \\ \rho U_1 U_i + g_{1i} p \\ \rho U_2 U_i + g_{2i} p \\ \rho U_3 U_i + g_{3i} p \\ (e + p) U_i \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, 3)$$

$\tilde{R}$ は保存形表示のための付加項を意味する。この式を用いることにより、固定壁境界条件の取扱いが容易になり、境界も含めて残差を完全に零に近づけることができ、また境界に起因する収束の遅れがでないという利点を持つ。差分スキームはBeam-Warmingの△形式近似因子化法、Pulliam-Chausseeによる対角化、Steger-Warmingによる上流化など、解の安定化と計算の効率化のための計算技法はそのまま適用でき、その最終的に解かれる式も既存の解法と比べて特に複雑なことはない。正方形収縮拡大ノズルを通る衝撃波を伴う遷音速流れを計算し、その精度、安定性、収束性、CPU時間について他の解法と比較を行い、本解法の優位性を証明した。

### 第3章 二次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式の数値解法

二次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式の陰的時間進行法を提案した。反変速度の基礎方程式では、そこに含まれるすべてのデカルト座標系の成分をベクトルまたはテンソル量で記述することができる。これは、特に羽根車流れを解析する上で非常に有利となるわけで、すなわち周期性を満足した計算格子を用いることで周期性境界条件を容易にかつ完全陰的に処理することができる。本章では、すでに完成している反変速度の圧縮性オイラー方程式の数値解法のアルゴリズムの利点を圧縮性ナビエ・ストークス方程式の数値解法に適用できるように拡張を行った。衝撃波を鮮明に捕らえる目的で、Chakravarthy-OsherのTVDスキームをさらに単純化した方法を提案した。これは流束制限関数の計算に流束分離法で使用した流束サブベクトルを用いることで、計算時間の大幅な短縮を可能にしたものである。高レイノルズ数の乱流をシミュレートするために、広く一般に用いられている二方程式k-ε乱流モデルを用いた。この場合の方程式も一般曲線座標系に拡張され、ナビエ・ストークス方程式の場合と同様の差分スキームを用いて計算を行うことができる。数値計算例として、二次元円柱まわりの遷音速ならびに超音速流れと、遷音速軸流タービンの動翼列を通る二次元流れの計算を行い、鋭い衝撃波と剥離を伴った流れを精度良くシミュレートすることができ、既存の実験結果と比較を行い良い一致を示した(図1参照)。

### 第4章 三次元遷音速羽根車流れの数値解析

第2章ならびに第3章で提案した三次元圧縮性オイラーならびに二次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式の数値解法を用いて各種遷音速羽根車流れの計算を行った。また、衝撃波を鋭く捕獲する

ための効果的な格子形成法と計算アルゴリズムを新たに提案した。この場合に用いる計算格子は、大きな食違い角でも格子の直交性が良く保たれるように、周期境界上で格子点の対応をずらしたH型格子を用いる。さらにこの格子点のずれにある規則性を導入し、周期境界も含めて完全に陰的に計算することを可能にした。数値計算例として、遷音速軸流圧縮機の動翼列を通る二次元粘性流れと三次元非粘性流れの計算結果を示した（図2参照）。

## 第5章 三次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式の数値解法とその応用

本章では、第3章の二次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式の数値解法を三次元に拡張すると同時に、羽根車が回転している場合の流れを解析するための相対座標系の基礎方程式を導き出した。この場合、反変速度すなわち写像空間上の速度成分を未知変数とする運動方程式を用いて三次元遷音速羽根車の粘性流れを解析するところに特徴があり、これを用いることにより周期性境界条件の処理が非常に容易となるが、既存の差分法で使用されてきた各種高次精度差分スキームもそのまま適用できる。数値計算例として、翼先端隙間を考慮した遷音速軸流圧縮機の動翼列を通る三次元流れを計算し、衝撃波と境界層の干渉ならびに翼先端隙間の有無による流れの違いを明らかにした。さらに、3Dグラフィック装置を用いて、流れ場を三次元的に可視化することにより、翼先端付近に捕獲された漏れ渦の三次元的構造の解明に成功した（図3, 4参照）。

## 第6章 静・動翼列干渉問題の数値計算

前章までに提案してきた計算スキームは定常解を前提にしており、収束を加速するための各種の手法を用いている。本章では、前章までの計算スキームを非定常計算ができるように拡張を行い、それを用いて軸流タービンの静・動翼列干渉問題の数値計算を行った。ここで用いたのは、複数の静翼と動翼を同時に計算する方法で、現時点では計算機記憶容量の点であまり利点はないが、既存の計算コードからの拡張性、計算アルゴリズムの容易さなどの点から便利である。差分スキームは、陰的部分にニュートン反復法を用い、各時間ステップごとの時間方向の精度を上げることにより正確に非定常解が得られるよう修正を行っている。数値計算例として、軸流タービンの二次元静・動翼列流れの計算を行った（図5参照）。

## 第7章 総 括

本章では、本論文の内容を要約した。

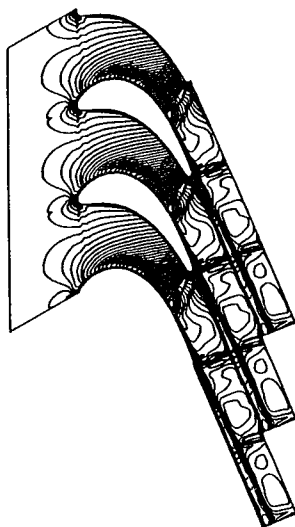


図1 等マッハ数線（遷音速軸流タービンの動翼列を通る粘性流れ）

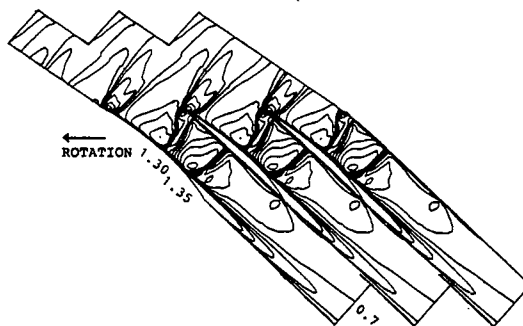


図2 等マッハ数線（遷音速軸流圧縮機の動翼列を通る二次元粘性流れ）

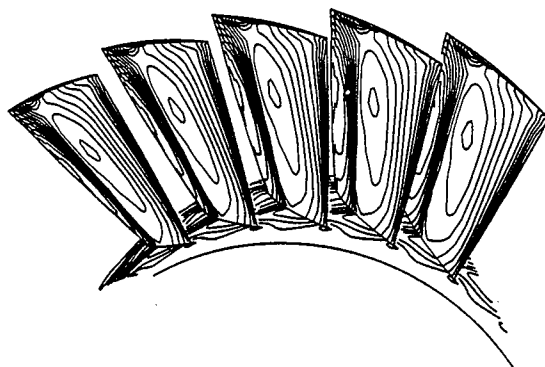


図3 翼表面圧力分布（翼先端隙間を考慮）

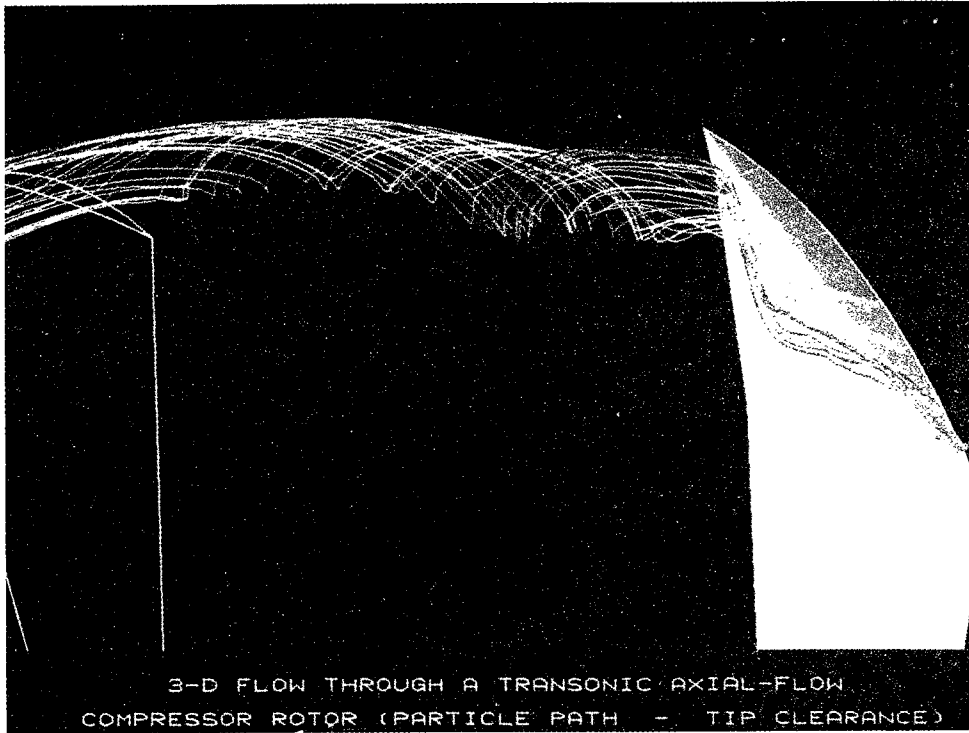


図4 流跡線の3Dグラフィック表示(翼先端付近)

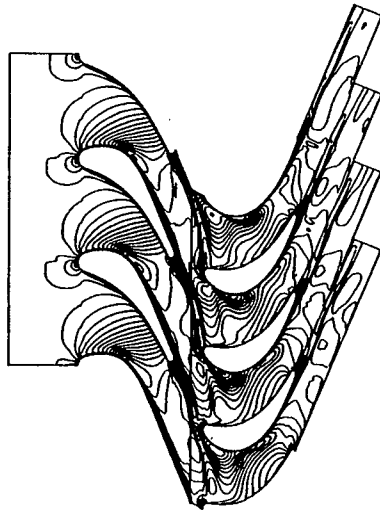


図5 絶対流れの等マッハ数線(0 cycle)

## 審 査 結 果 の 要 旨

ごく最近、わが国ではスーパーコンピュータが普及し、圧縮性ナビエ・ストークス方程式の数値解法を研究できる環境が整った。本論文は、圧縮性オイラーまたはナビエ・ストークス方程式の新しい数値スキームを提案し、遷音速軸流圧縮機の動翼内3次元流れやその静・動翼列干渉流れを解析したもので、全編7章よりなる。

第1章は序論である。

第2章は、著者らが先に提案した2次元圧縮性オイラー方程式の陰的時間進行差分スキームを3次元に拡張したものである。この解法の際立った特徴は、一般曲線座標格子に対し反変速度の運動方程式を用いていること、いわば写像空間の流れを解析していることである。このため数値スキームは新たに誘導しなければならないが、本論文では△形近似因子法に特性の理論にもとづく対角化、流束分離法を考慮し、精度、安定性良くCPU時間の少ないスキームを構成している。反変速度の運動方程式の使用は、一般に境界条件の取扱いを容易にするが、特にオイラー方程式では固定壁の合理的取扱いを可能にする。

第3章では、上記解法に拡散項を加え、一つの2次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式の陰的時間進行スキームを開発している。衝撃波の鮮明な捕獲のためにTVDスキーム、高レイノルズ数乱流計算のために $k-\epsilon$ 乱流モデルを導入している。

第4章では、ターボ機械羽根車内流れに対し写像空間の方程式を導き、上記のスキームを適用し羽根車の流れを解析している。

第5章では、3章のスキームを3次元に拡張し、遷音速軸流圧縮機の羽根車内流れを解析している。反変速度の運動方程式の使用は計算の式を若干簡単にし、また周期境界条件の取扱いを非常に容易にする。3次元カラーグラフィックスにより、二次流れ、特に動翼先端部に発生する渦と先端隙間との関係を明らかにしている。

第6章では、前章までのスキームを非定常流れにも適用できるように改良し、遷音速軸流圧縮機の静・動翼列干渉流れを解析している。

第7章は結論である。

以上要するに本論文は、圧縮性ナビエ・ストークス方程式の新しい数値スキームを開発し、翼列流れ問題に良く適用できることを検証したもので、流体力学、数値流体力学の発展に寄与するところが少なくない。よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。