

氏 名	岩 月 正 見
授 与 学 位	工 学 博 士
学位授与年月日	平成元年3月24日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第1項
研究科, 専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 電子工学専攻
学 位 論 文 題 目	状態空間モデルに基づく線形システムの感度解析に 関する研究
指 導 教 官	東北大学教授 樋口 龍雄
論 文 審 査 委 員	東北大学教授 樋口 龍雄 東北大学教授 竹田 宏 東北大学教授 伊藤 貴康 東北大学助教授 川又 政征

論 文 内 容 要 旨

第1章 緒 言

線形システム理論において、可制御性と可観測性という概念は、最も重要かつ本質的なものである。最近、この可制御性と可観測性をより綿密にとらえることを可能にする可制御性と可観測性の強さと呼ばれる概念が提案された。しかしながら、可制御性と可観測性の数値的な判別を行ったり、システムの物理的、構造的特徴をより深く把握するためには、このような可制御性と可観測性の強さという概念がきわめて重要であるにもかかわらず、それらのほとんどの研究はモデル低次数化を目的としているのみである。

一方、アナログフィルタ、デジタルフィルタ、スイッチトキャパシタフィルタなどの設計において、パラメータ変動による入出力特性の劣化すなわち感度を軽減することは、古くから重要な問題であった。しかし、これらの感度に関する研究は、各分野で独立に発展してきたため、非常に個別的な理論となってしまっている。

本研究では、可制御性と可観測性の強さという概念を用いて、これまで個別的に取り扱われてきた感度の問題を統一的にとらえることを目的としている。可制御性と可観測性の強さというシステム一般に共通な概念を用いて、線形システムの感度解析を行うことにより、これまで考察されてこなかった定性的な側面と定量的な側面の両面から、感度の問題を統一的に把握できるようになる。

第2章 感度解析のための基礎的考察

本章では、後章において感度解析を行うために必要な基礎的事項について説明し、従来提案されている固有値感度と周波数感度の定義とそれらの利点・欠点について述べている。

まず、線形システムの数学的なモデルの伝達関数による表現とその関係を説明した。また、状態変数の等価変換について述べ、等価変換が入出力関係を保存し、状態変数の選び方により、無数の状態方程式表現が存在することを示した。つぎに、線形システムの代表的な実現構造である可制御標準形実現、可観測標準形実現および並列形実現の特徴とそれらの合成法について述べた。また、従来提案されている離散時間線形システムの感度である固有値感度と周波数感度について述べ、それらの評価基準を用いることの利点や問題点について明らかにした。

第3章 可制御性と可観測性の強さ

本章では、状態空間の可制御性と可観測性について述べ、後章からの解析・合成において、最も重要かつ本質的な概念である離散時間線形システムの可制御性と可観測性の強さについて考察を行っている。

まず、可制御性と可観測性の定義、必要十分条件、両者の双対性について述べ、可制御性と可観測性が等価変換に対して不変であることを説明した。

つぎに、可制御性と可観測性の強さの尺度となる可制御度と可観測度を新しく定義した。可制御度と可観測度は、それぞれ状態を制御するために必要な最小入力エネルギーと、状態の遷移による発生出力エネルギーから定義され、状態空間の原点からの単位方向ベクトルの関数で表される。

つぎに、確定的な側面と統計的な側面の両面から、可制御性と可観測性の強さが解釈できることを示した。さらに、等価変換に対して可制御度と可観測度が不変ではない、すなわち実現構造に大きく依存していることを明らかにした。また、可制御性と可観測性の強さに着目した実現構造である入力正規形実現、出力正規形実現、平衡形実現、ブロック平衡形実現および広義の平衡形実現の五つの実現構造の合成法とそれらの特徴について述べた。

最後に、2次のシステムを用いて、種々の実現構造の可制御度と可観測度を実際に求めた。状態空間の方向によって、可制御標準形実現の可制御度と可観測性がともに大きく変化するのに対し、平衡形実現の可制御度と可観測性はあまり変化せず、両者が一致していることが明らかとなった。

第4章 離散時間線形システムの感度

本章では、離散時間線形システムにおける感度として、周波数感度ノルム、統計的感度および確定的感度を新たに定義している。

まず、周波数感度のノルムを用いて周波数感度ノルムを定義し、周波数感度ノルムが可制御性・可観測性グラミアンを用いて表現できることを示した。

つぎに、係数変動と入力信号の統計的性質として白色性を仮定した仮想モデルを用いて、定常状態におけるシステムの出力誤差分散を係数変動の分散で正規化したものを統計的感度として定義した。また、統計的感度が定常状態において収束するためには、仮想モデルの状態共分散行列が収束

する、すなわち仮想モデルが2次モーメント漸近安定でなければならない。したがって、2次モーメント漸近安定であるための必要十分条件を求めた。さらに、2次モーメント漸近安定を保証する係数変動の分散の上限と比較して、実際の係数変動の分散がきわめて小さいと仮定して近似を行えば、近似的な統計的感度は可制御性・可観測性グラミアンを用いて表現できることを示した。また、計算機シミュレーションを行い、理論値とシミュレーション結果がよく一致することを示し、統計的感度の導出法が妥当であることも明らかにした。

さらに、システムの係数の設計値と実現値のずれが固定的であるとし、その係数の実現値を一つの確率変数とみなして、システムモデルを与えた。このモデルを用いて、定常状態におけるシステムの出力誤差分散を確定的感度として定義した。さらに、係数の実現値に与えた確率的仮定を利用して、確定的感度の集合平均を求めた。この集合平均は実現構造と感度の関係を明確にする見通しのよい感度の評価基準となる。統計的感度と同様に、計算機シミュレーションを行い、確定的感度の集合平均の導出法の妥当性を示した。

以上述べた三つの感度は定義のしかたはそれぞれ異なるものの、ある簡単化の仮定を与えれば、三つの感度ともすべて一致することも明らかにした。また、得られた三つの感度の表現式はすべて可制御度と可観測度を用いて表現されており、感度と可制御性・可観測性の強さと密接に関連していることがわかる。そこでは、可制御度と可観測度は感度にまったく同等に関与し、可制御度と可観測度がともに小さいほど、入出力と状態の結び付きが弱く、パラメータが変動しても入出力特性に影響を及ぼさなくなり、システムは低感度となることが結論される。

第5章 連続時間線形システムの感度

本章では、連続時間線形システムにおいて、第4章と同様の三つの感度を定義している。

離散時間線形システムと異なり、周波数感度ノルムと統計的感度は一致するが、確定的感度の集合平均については、これらの二つの感度と異なる。しかし、いずれの感度の可制御度・可観測度を用いて表現されており、離散時間線形システムとまったく同様の考察ができる。また、次章で述べる感度の最小化に関しても同様の議論が可能である。

第6章 感度最小構造

本章では、第4章と第5章で求めた三つの感度がすべて可制御性・可観測性グラミアンを用いて表される共通な評価基準が得られることから、これらの評価基準を用いて、感度最小構造を合成している。

まず、第4章と第5章で求めた三つの感度から、離散時間線形システムにおける評価基準と連続時間線形システムにおける評価基準を決定した。この評価基準を最小にする等価変換行列を見出すことにより、感度最小構造の合成を行った。また、得られた感度最小構造の可制御性と可観測性の強さについて調べ、可制御性と可観測性の強さが平衡している広義の平衡形実現が感度最小構造と一致することを明らかにした。すなわち、可制御度と可観測度には、一方を小さくすると、一方が大きくなるという性質があるため、両者が等しいとき、感度は最小となる。つぎに、実際に感度最小

構造の合成例を示した。

さらに、感度最小構造の係数行列は一般に完全に密になるという欠点を改善するため、感度最小構造の一つである平衡形実現に対して、状態空間の座標軸を適当に回転することにより、係数の少ない感度最小構造を合成した。また、得られた実現構造は、ブロック平衡形実現あるいは広義の平衡形実現に属することを明らかにした。さらに、減少できる係数の数は、伝達関数の極零点配置により決まる符号に依存していることも示した。また、極と零点が z 平面あるいは s 平面の実軸上で交代して位置するとき、伝達関数の部分分数展開によって得られたパラメータを用いて、係数の少ない感度最小構造の合成がきわめて容易にできることを示した。また、計算例を用いて、実際に係数の少ない感度最小構造を合成した。

最後に、従来提案されている感度や本論文で提案した種々の感度を用いて、代表的な実現構造の感度の比較を行い、本論文で提案した感度の妥当性を示した。この計算例から、感度最小構造の感度は可制御標準形実現、並列形実現の感度と比較して、きわめて小さいことがわかる。また、安定性を保証する係数変動の分散の大きいことから、感度最小構造は、大きな係数変動に対しても安定性を保証する実現構造であることが明らかとなった。さらに、シミュレーション例を用いて、実際に感度最小構造が他の実現構造と比較して、非常に低感度であることを示した。

第7章 結 言

本章では、本論文を要約し、主要な結果を総括している。

審 査 結 果 の 要 旨

線形システムの解析と設計を行う上で感度は最も基本的な概念であるが、これまで感度とシステム構造との関係に着目した感度最小構造の系統的な合成法はほとんど明らかにされていなかった。

著者は、線形システムの動的性質を解析するために可制御性と可観測性の強さを表す可制御度と可観測度を定義し、それを用いることによって線形システムの感度が表現されることを示すとともに、線形システムが平衡性を有するとき感度が最小となることを明らかにした。本論文はこれらの成果をまとめたもので、全文7章よりなる。

第1章は緒言である。第2章では、線形システムの感度解析のための状態空間モデルを与え、線形システムの実現構造と従来の感度解析法に対して検討を加えている。

第3章では、線形システムの可制御性および可観測性グラミアンを用いて可制御度と可観測度を定義し、これらにいくつかの解釈を与えている。さらに、可制御度と可観測度に着目して線形システムの構造が分類できることを示し、この量が線形システムの構造上の性質を知るために重要であることを見出している。これらは重要な知見である。

第4章と第5章では、それぞれ離散時間線形システムと連続時間線形システムの周波数感度、統計的感度、および確定的感度についての新しい定義を与え、感度解析を行うとともに、3種類の感度の関係を示している。その結果、これらの感度はいずれも可制御性および可観測性グラミアンによって極めて単純な形式で表され、線形システムの可制御度と可観測度に密接に関連していることを明らかにしている。

第6章では、著者が提案している感度の評価基準に基づき、線形システムの感度最小構造の合成法を提案している。その結果、線形システムの可制御度と可観測度が等しいとき、すなわち線形システムが平衡性を有しているとき、感度が最小となることを明らかにしている。これは制御や信号処理などにも広く適用できる極めて重要な成果である。

第7章は結言である。

以上要するに本論文は、線形システムの感度が可制御度と可観測度によって決定されること、ならびに線形システムが平衡性を有するとき感度が最小となることを明らかにすることによって、状態空間モデルに基づく線形システムの系統的な感度解析法と最小化法を確立したもので、電子工学および制御工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。