

氏 名	徐 謙
授 与 学 位	工 学 博 士
学位授与年月日	平成元年 3 月 24 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 1 項
研究科, 専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 情報工学専攻
学位論文題目	情報ネットワークの信頼性に関する研究
指 導 教 官	東北大学教授 野口 正一
論文審査委員	東北大学教授 野口 正一 東北大学教授 木村 正行 東北大学教授 斎藤 伸自 東北大学助教授 白鳥 則郎

論 文 内 容 要 旨

各種情報処理機能を含む情報ネットワークは企業活動から個人生活に至るまで深く浸透しており、現代的な高度情報化社会を支える最も重要な基盤となることで、高信頼性のもとで稼動することが強く求められている。しかし一方、情報ネットワークは人間社会のニーズに応じて、ますます巨大化、複雑化され、これに伴い脆弱性も増大しつつあり、信頼性の問題が大きな研究課題となる。情報ネットワークの信頼性が問題になるのはその構成要素（局・回線など）の故障により通信が切断される可能性があるからである。しかし、例え一部の要素が故障しても、それがネットワーク全体もしくはいくつかの指定された局間の通信に対する影響を（一定コストの範囲の中で）ネットワークの適当な設計により最小限にすることができる。そのため、信頼性を評価する手法が重要となる。しかし従来の結果はネットワークの構成などに対して制限があり、まだ不十分であると言えよう。本論文では、情報ネットワークを単純無向グラフ $G = [V, E]$ に対応させ、ここで V と E はそれぞれ G にある節点と枝の集合であり、ネットワークの局と回線群に対応する。又、すべての節点は故障しない（局がいつも正常状態にある）ものとし、枝はそれぞれ独自の存在しない或いは故障（回線が正常に通信不可能な状態にある）確率を持つものとする。このような節点と枝に対する仮定のもとで、グラフのすべてもしくは一部の指定された節点が故障していない枝により連結する確率はグラフの 1 つの基準量（standard measure）となる。これは情報ネットワークのすべての局もしくは一部の指定された局間が互いに通信可能である確率を表し、情報ネットワークの信頼性と呼ぶ。又、情報ネットワークの信頼性問題は簡単に言えばこの確率を計算する問題である。

本論文はこういった立場から情報ネットワークの信頼性に関して研究し、全編6章を通じて従来の結果における不十分なところを補い、又新たな適用範囲のより広い効果的な結果を挙げている。

第1章は序論であり、本研究の背景及び目的について述べている。

第2章では、 K -節点グラフ $G_k = [V, E, K]$ を定義し、 G_k のカットセットを列挙するアルゴリズムを2つ提案している。1つは計算時間が $O(|V|N_k)$ の G_k の最少カットセットを列挙するアルゴリズムで、もう1つは計算時間が $O(|\mu|)$ の G_k カットセット集合 μ を構成するアルゴリズムである。ここで、 K は G の指定された節点集合で、 $K \subseteq V$ であり、 N_k は G_k の最小カットセットの個数を表す。従来、この列挙問題に関する結果は図1に示すように K を $K=V$ 、 $|K|=2$ と制限した。又、最小カットセット1個当たりの列挙時間は $O(|E|+|V|)$ である。本章で出した結果は従来の K に対する制限を無くし、言わば図1の空白を補い、更に最小カットセット1個当たりの列挙時間を $O(|E|+|V|)$ から $O(|V|)$ までに短縮した。

又、計算時間が $O(|\mu|)$ のアルゴリズムは、数多くのグラフ、特に非平面グラフにおいて、 $N_k \leq |\mu| \leq |V|N_k$ が成立し、効果的である。この列挙問題はグラフ理論において、最も基本的な列挙問題の1つであるだけでなく、現代的な情報ネットワークの信頼性評価や最小カット最大フロー定理の応用など、広範囲にわたる応用を持つ。尚、最小カット最大フロー定理の応用などについて、これらは本論文の議論する範囲を超えたので、本論文からこれらを外すことにする。又、本章の結果と情報ネットワークの信頼性問題との関係を第4章で議論する。

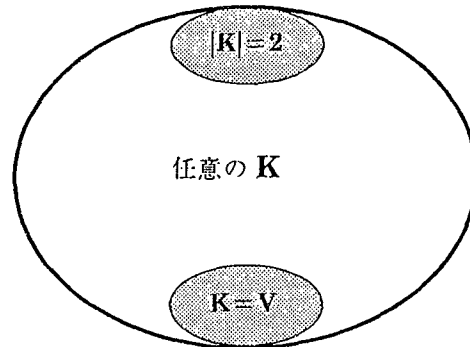


Fig. 1 Cutset Enumeration

図1 カットセットの列挙

第3章は、ブーリアン代数式の排他的積項をすべて導出する方法について議論し、新たな導出法を提案している。この方法は本章で定義した X -排他的オペレータを利用し、排他的代数式 $F = P_0 \cup P_1 \cup \dots \cup P_{m-1}$ において、排他的積項 $P^i = X(D_i)P_i$ を計算時間 $O(m)$ で導出する方法である。ここで、 P_i はブーリアン積項であり、 $D_i = P^0 \cup P^1 \cup \dots \cup P^{i-1} \mid P_i \rightarrow 1$ は P_i に関する前項排他的積項の和を意味する。又、“ X ”は X -排他的オペレータを示し、 $X(D_i) = 1 - D_i$ である。従来、この問題に対する主な結果はシャノンの展開法、アブラハムアルゴリズムとALR法が挙げられる。しかし、 F のすべての排他的積項を導出するために、シャノンの展開法は計算時間が最高 $O(2^n)$ 、一般に n の多項式時間を必要とし、アブラハムアルゴリズムとALR法は計算時間が少なくとも $O(m^2)$ を必要とする。又、ALR法はアブラハムアルゴリズムを改善させた方法で現在では最も良く使われている方法である。本章で出した結果は F のすべての排他的積項を導出する時間を今までの $O(m^2)$ から $O(m)$ に短縮させている。又、この手法は他の手法と違って、排他的積項を導出する計算過程において、計算の冗長を少なくし、論理演算の代わりに簡単明瞭な算数演算を使って計算を簡単化させている。

良く知られているように、すべての積項が互いに排他的であるブーリアン代数式は確率式と一対一に対応しているから、ブーリアン排他的積項を導出する問題は情報ネットワークの信頼性の評価問題と深い関係を持っている。この関係については次章の第4章で議論する。

第4章では、K-節点信頼性問題について議論し、第2章及び第3章で出した結果を利用したK-節点信頼性を計算するアルゴリズムを提案している。このアルゴリズムは次の2つのステップから構成されている。

ステップ(1) 第2章の結果を利用し、 G_k のカットセットを列挙する。

ステップ(2) ステップ(1)で列挙したカットセットをブーリアン積項で対応させ、ブーリアン代数式を構成し、第3章の結果を用いて、すべての排他的積項を導出する。

明らかに、本章で提案したアルゴリズムは計算時間がステップ(1)の G_k のカットセットを列挙する時間とステップ(2)のブーリアン代数式の排他的積項を導出する時間の和である。もし第2章の計算時間が $O(|\mu|)$ のアルゴリズムを利用すれば、K-節点信頼性の計算時間は第3章の結果を利用することで従来の $O(|\mu|^2)$ から $O(|\mu|)$ に短縮している。

K-節点信頼性を正確に評価する方法は、木の列挙による方法、因子分解による方法及びカットセットの列挙による方法との3つ考えられる。しかし、これらの計算時間を比較すると、

$$O(G-3) \leq O(G-2) \leq O(G-1)$$

であり、これを適用できる範囲で示すと図2になる。

方法G-1は発表されていないが、木の列挙法が提案されたので本論文の第3章を利用すれば実現可能であり、又計算時間がほぼ木の列挙時間であり、但し完全グラフの場合では全域木の個数は $|V|^{|\mathcal{V}|-2}$ である。方法G-2は既に発表され、計算時間が一般グラフでは $O(2^{|\mathcal{E}|})$ 、完全グラフでは $O((|V|-1)!)$ となる。方法G-3は一般のK-節点集合を分離するカットセットの列挙法がまだ空白であるので、実行不可能であった。しかし、本論文の第2章で今の空白を補い、本章ではG-3の実行を可能にした。更に、第3章の結果を利用することで計算時間がカットセットの列挙時間と同等になり、高々完全グラフの場合では $O(2^{|\mathcal{V}|-|\mathcal{K}|}(2^{|\mathcal{K}|-1}-1))$ となる。一般の G_k の中に、最小カットセットの個数が $|V|$ の多項式となるものは数多く存在するため、本章で提案した方法は従来の方法より計算時間が短く、又有効範囲も最も広い方法である。

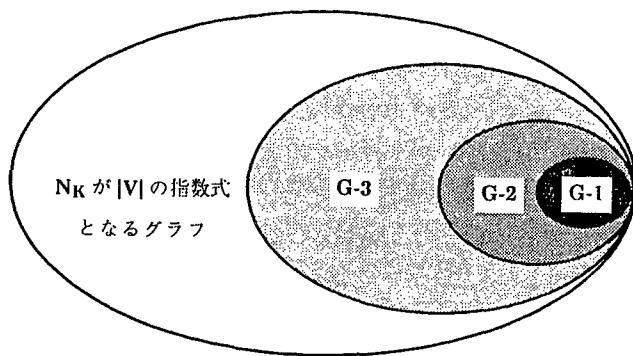


Fig. 2 Efficient Field for Reliability Evaluation

図2 信頼性評価法の有効範囲

第5章では、ネットワーク信頼性NR (Network Reliability) の近似手法について議論し、

その上限 (upper bound) と下限 (lower bound) を求め、NR を計算する近似アルゴリズムを 2 つ提案している。1 つは計算時間が $O(|E|)$ の近似アルゴリズムであり、もう 1 つは計算時間が $O(|E|^2/|V|)$ で、より正確な近似解が得られるアルゴリズムである。図 2 からわかるように、完全グラフのようなちゅうみつ (dense) グラフにおいて、グラフの最小カットセットの個数が $|V|$ の指数式になるので、NR の正確な計算は NP-困難となり、現代的な巨大化、複雑化された情報ネットワークをモデルするグラフに対して、事実上では不可能と言っても言い過ぎない。そのため、 $|V|$ の多項式時間より短い時間で NR を近似する手法の確率が重要となる。本章で提案した手法は計算時間が短いと同時に、特に枝の故障確率が小さく、完全グラフのようなちゅうみつグラフに対して、近似がより正確になり、グラフの巨大化、複雑化から招かれた計算の困難さが克服できる。

第 4 章と第 5 章の結果を用いて、あらゆる情報ネットワークをモデルする単純無向グラフに対して、NR の計算 (近似計算を含む) が ($|V|$ の多項式時間より短い時間で) できることから、ネットワーク信頼性の計算手法に関しては、有効範囲の観点で見れば完全化されている。

第 6 章は結論として、本論文の要点、得られた結果をまとめ、又、残された問題について議論している。

以上の内容は東北大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程で研究したものであり、これをもって工学博士の学位論文とする。

審 査 結 果 の 要 旨

情報ネットワークは高度情報化社会を支える最も重要な基盤であり、高い信頼性のもとで稼動することが強く求められている。そのため、情報ネットワークの高信頼化設計がきわめて重要となる。著者は、この立場に立ち、ネットワーク信頼性評価の上で最も一般的な K -節点信頼性について研究した。本論文はその成果をまとめたもので全編6章よりなる。

第1章は序論である。

第2章では、ネットワークをグラフでモデル化し、節点集合 V と枝集合 E を持つ K -節点グラフのカットセットの列挙問題を研究している。ここでは、従来のアルゴリズムにおいて制限された K の範囲を $|K| = 2$ と $K = V$ から任意の K に拡張し、更に最小カットセット1個当たりの列挙時間が従来の $O(|E| + |V|)$ より効率的な $O(|V|)$ となる列挙アルゴリズムを提案している。ここで、 $K \subseteq V$ である。

第3章では、信頼性の評価が排他的積項の導出問題を用いて行えることを示し、ついで本研究のアルゴリズムを用いれば、 m 個のブーリアン積項を互いに排他的にする計算時間が従来の $O(m)$ から $O(m)$ に、又計算に要するスペースも従来の導出法より減少できることを示している。

第4章では、 K -節点信頼性について詳しく議論し、第2章と第3章の結果を用いて、従来の方法より効率的な K -節点信頼性の評価法を提案している。従来の因数分解アルゴリズムの計算時間は一般グラフにおいて $O(2^{|E|})$ 、完全グラフにおいて $O(|V|!)$ である。これに対し本章のアルゴリズムでは、計算時間は高々 $T = O(2^{|V| - |K|} (2^{|K| - 1} - 1))$ であり、完全グラフにおいて T となる。これらは信頼性の評価において重要な知見である。

第5章では、NP-困難である信頼性評価問題の近似手法について研究し、計算時間が $O(|E|)$ の近似アルゴリズムと、より正確な結果が得られる計算時間が $O(|E|^2 / |V|)$ の近似アルゴリズムを与えている。これらは実用的な観点から、興味深い結果である。

第6章は結論である。

以上要するに本論文は、情報ネットワークの信頼性を詳細に解析する手法を開発し、今後の高信頼度情報ネットワーク設計上きわめて重要な基礎を与えたもので、通信工学、計算機工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。