氏名	外山芳人（とやま よしひと）
授与学位	工学博士
学位授与年月日	平成2年9月12日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第2項
最終学歴	昭和52年3月 東北大学大学院工学研究科情報工学専攻 前期2年の課程修了
学位論文題目	Term Rewriting Systems and the Church-Rosser Property （項書き換えシステムとチャーチ・ロッサ性）
論文審査委員	東北大学教授 丸岡 章　東北大学教授 木村 正行 東北大学教授 佐藤 雅彦

論文内容要旨

等式による推論は計算機科学の多くの分野で広く利用されている。定理自動証明の分野ではさまざまな等式推論の方法が提案されている。また，多くの数式処理システムでは等式をもちいて与えられた数式の単純化がおこなわれる。代数的仕様記述の分野では等式によってすべてのデータ構造が表現される。さらに，多くの関数型あるいは論理型プログラミング言語の意味論は等号論理にもとづいて与えられており，これらの言語のもとでの計算，プログラムの検証，合成，変換では等式推論が中心的な役割をはたしている。

等式推論の基本は，あらかじめ定められた等式（公理）の集合をもちいて，与えられた等式$A=B$が成立するか否かを決定することである。よく知られているように，ふつうの等式推論では“等しいもの”をつぎつぎに置き換えることによって左辺Aと右辺Bがつながるか否かを調べ，等式$A=B$が成立するか否かを決定する。しかし，このような素朴な等式推論法はきわめて効率が悪い。そこで，等式（公理）を複雑な式から単純な式への非可逆な一方向の書き換え規則としてもちいる推論法が提案された。たとえば，等式$1+2=3$は$1+2$の計算結果として3が得られるのであって，その逆ではないとみなすわけである。この方向付けられた書き換えを$1+2$から3へのリダクションとよび$1+2\rightarrow 3$で表わす。このように，等式推論をリダクションによる計算とみなすことによって得られる計算・証明システムが項書き換えシステムである。

項書き換えシステムは方向付けられた等式（書き換え規則）の集合として定義される。項書き換えシステムはこれらの書き換え規則を繰り返し適用することによって，与えられた項がもっとも単純な形（正規形）に到達するまでリダクションをおこなう。このようなリダクション過程でもっとも重要な性質の一つは疑いもなくチャーチ・ロッサ性である。項書き換えシステムがチャーチ・ロッサ性をみたすなら，どのようなリダクションをおこなっても最終的に得られる正規形は一意に定まる。つまり，最終的な計算結果は途中の計算の道筋にまったく無関係となる。さらに，リダクションが常に停止するなら，チャーチ・ロッサ性をもつ項書き換えシステムをもちいて，与えられた等式が成立するか否かという決定問題を効率的に解くことが可能である。このように，等式にもとづく柔軟な計算法と効率的な証明法を提供できるため，チャーチ・ロッサ性をみたす項書き換えシステムは定理自動証明，関数型あるいは論理型言語，代数的仕様記述，記号処理，プログラムの検証，合成，変換など，さまざまな分野で広くもちいられている。しかしながら，これまでに提案されたチャーチ・ロッサ性の十分条件は，すべて停止性や線形性などの非常に強い制限を項書き換えシステムに対して仮定しており，これらの制限をみたさない項書き換えシステムのチャーチ・ロッサ性に関しては現在のところほとんど知られていない。したがって，チャーチ・ロッサ性が保証されるクラスを拡張し，この性質をもつ項書き換えシステムの可能性をさらに発展させることは理論と応用の両面でおおいに価値があると考えられる。

本論文はチャーチ・ロッサ性をみたす項書き換えシステムに関する四つの研究をまとめたものである。2章と3章では，チャーチ・ロッサ性（およびそれに関連した基本的な性質）の十分条件を拡張するための二つの方法を論ずる。ここで提案される方法はどちらも項書き換えシステムのモジュラ性を基礎にしており，複雑なシステムをより単純なシステムに分解して解析することにより，従来よりもはるかに強力な十分条件を導くことに成功している。4章では，チャーチ・ロッサ性にもとづく項書き換えシステムの等価性判定法を開発し，プログラム変換の応用について検討する。5章では，メンバーシップ条件をもつ新しい項書き換えシステムを提案し，そのチャーチ・ロッサ性について考察する。以下では，各章の内容について簡単に説明する。

1章では，本研究の背景について述べ，以後の章でもちいる基本的な概念と記法について説明する。

2章では，項書き換えシステムの直和の概念を導入し，直和のもとでのモジュラ性について論じる。ここで，直和とは関数記号が互いに素な二つの項書き換えシステムの合併を意味する。本章の主結果は，チャーチ・ロッサ性がモジュラであること，つまり二つの項書き換えシステム R_1 と R_2 がチャーチ・ロッサ性をみたすなら直和システム $R_1 \oplus R_2$ もチャーチ・ロッサ性をみたすことを明らかにしたことである。この主結果は本章の前半で証明される。

直和システムに関する最初の考察は，非線形の書き換え規則をもつコンビネータ・リダクションシステムのチャーチ・ロッサ性についての Klop（1980）の研究の中で試みられている。彼は，R_1 が左線形で重なりをもたず，R_2 が非線形書き換え規則 $D(x, x) \triangleright x$ のみからなる場合に，直和システム $R_1 \oplus R_2$ がチャーチ・ロッサ性をもつことを示した。しかし，Klop の証明では R_1 に関する制限が本質的な役割をはたすため，これらの制限を仮定しない一般的な直和システムの解析には，

彼の結果を適用することができない。さらに，Klopの直和はコンビネータシステムの上で定義されているため，チャーチ・ロッサ性を保存しない。一方，本章で導入される直和の概念は，項書き換えシステムの線形性や重なりの有無などの構造とはいっさい無関係に，常にチャーチ・ロッサ性を保存する。したがって，われわれが証明したこのモジュラ性は，複雑な構造をもつ項書き換えシステムのチャーチ・ロッサ性に対するきわめて強力な解析手法となる。

2章の後半では，項書き換えシステムの完備性（チャーチ・ロッサ性と停止性が同時にみたされること）が左線形性のもとでモジュラであることを示す。つまり，二つの左線形項書き換えシステムR_1とR_2が完備なら直和システム$R_1 \oplus R_2$も完備となる。さらに，直和にもとづくこれらのモジュラ性が必ずしも自明な性質ではないことを明らかにするために，項書き換えシステムの基本的な性質の一つである停止性が直和によっては保存されないことを示す。

3章では，項書き換えシステムの可換性について考察する。Hindley (1964) とRosen (1973) は，二つの項書き換えシステムR_1とR_2が可換であり，かつそれぞれがチャーチ・ロッサ性をみたすなら，合併$R_1 \cup R_2$もチャーチ・ロッサ性をみたしていることを示した。したがって，直和条件がみたされない場合でも，可換性をもちいることによって二つのシステムの合併に対するモジュラ構造を導くことができる。左線形項書き換えシステムR_1とR_2が可換（あるいは準完備）であるための十分条件については，Bachmair と Dershowitz (1986)，Jouannaud と Kirchner (1986)，Jouannaud と Munoz (1984)，Raoult と Vuillemin (1980)，杉山，谷口，嵩 (1981) の結果がすでに知られている。しかし，これらの仕事は，二つのシステムが互いに重ならない，あるいは一方のシステムが（E−）停止性をみたす，などの強い制限を仮定した上でなされている。したがってこれらの制限をみたさない多くのシステムに対しては彼らの十分条件を適用することができない。本章では，これらの制限は仮定せずに，左線形項書き換えシステムR_1とR_2が可換であるための十分条件を導き，より広いクラスに対して可換性を保証する。さらに，自己可換性とチャーチ・ロッサ性が等価であるという事実を利用して，左線形項書き換えシステムのチャーチ・ロッサ性に対する新しい十分条件を導く。これは，Rosen (1973)，Huet (1980) によって示されたチャーチ・ロッサ性に対する十分条件の拡張になっている。

4章では，二つの項書き換えシステムの等価性を証明するための新しい手法を提案する。自然数やリストなどの特定のデータ領域を定め，与えられた二つの項書き換えシステムがこの制限された領域の上で等価であるか否かを判定する問題は，定理自動証明，プログラムの変換や検証，代数的仕様記述など計算機科学の広い分野できわめて重要である。しかし，このような等価性の証明を等号論理の枠組みだけで行なうことは一般に難しく，制限領域のデータ構造に関する帰納法が多くの場合必要となる。本章では，データ構造に関する帰納法をもちいなくても，間接的な方法でこのような等価性が簡単に証明できることを明らかにする。われわれの手法は Musser (1980)，Goguen (1980)，Huet と Hullot (1982) らによって開発された潜在帰納法の考え方を発展させたものである。潜在帰納法はこれまで完備化手続きのひとつの拡張として論ぜられることが多かった。しかし，潜在帰納法の本質は二つの等号システムの制限された領域上の等価性判定であり，完備化手続きはそのための一手法にすぎない。本章では，完備化手続きの枠組みを取り去り，はるかに一般的な枠

組みの中で見直すことにより，潜在帰納法の背後にあるメカニズムが実はチャーチ・ロッサ性と到達可能性の二つの基本概念にもとづいていることを明らかにする。これによって，従来の潜在帰納法のさまざまな制約は取り除かれ，適用範囲のきわめて広い等価性判定手法が導かれる。さらに，Burstall と Darlington (1977) によって提案されたプログラム変換法の正当性が，われわれの等価性判定手法を効果的に適用することで簡明に証明できることを示す。

5章では，メンバーシップ条件をもつ新しいタイプの項書き換えシステムを提案する。メンバーシップ条件付き項書き換えシステムでは，メンバーシップ条件をそれぞれの書き換え規則に付けることにより，対象とする項の形に応じて書き換え規則の適用を制御することが可能となる。このようなアイデアは実は Church (1941) のラムダ計算の研究の中にすでにみられる。ラムダ計算における Church のデルタ規則はメンバーシップ条件をもつ非線形な書き換え規則であり，このメンバーシップ条件がチャーチ・ロッサ性を保証するための重要な役割を演じている。本章では，ラムダ計算の中でもちいられたアイデアをメンバーシップ条件付き項書き換えシステムとして発展させ，非線形な項書き換えシステムのチャーチ・ロッサ性を保証するためにもメンバーシップ条件が有効であることを明らかにする。とくに，適当なメンバーシップ条件を付けることにより非線形システムが線形システムのように振舞うことを示し，この性質を利用して非線形システムのチャーチ・ロッサ性の十分条件を導く。

6章では，本論文の結論をまとめる。

審 査 結 果 の 要 旨

項書き換えシステムは，定理自動証明やプログラム意味論等の分野で利用されているひとつの計算モデルである。このシステムのチャーチ・ロッサ性は，2つの項の間の書き換えによる変換の可能性を効率よく判定するための重要な性質で，広く研究されている。しかし，これまでのところ停止性等の強い制約条件を仮定しており，制約なしのチャーチ・ロッサ性については殆ど研究されていない。本論文は，モジュラ性の概念に基づきチャーチ・ロッサ性の保証される範囲を大幅に拡張する等，項書き換えシステムに関する成果をまとめたもので，全編6章よりなる。

第1章は序論である。第2章の前半では，チャーチ・ロッサ性が直和の演算のもとでモジュラであること，すなわち2つの項書き換えシステムがチャーチ・ロッサ性をもつなら，その直和もこの性質をもつことを示している。また後半では，完備性，すなわちチャーチ・ロッサ性と停止性が同時に満たされるという性質が，左線形性を仮定すると直和の演算のもとでモジュラであることを導いている。これらの成果は，モジュラ性の観点から複雑なシステムをより単純なシステムに分解して解析することにより，チャーチ・ロッサ性等の保証される範囲を従来より大幅に拡張したもので，優れたものといえる。

第3章では，まず2つの左線形項書き換えシステムが可換であるための十分条件を導いている。さらに，自己可換性とチャーチ・ロッサ性が等価となるという事実から，左線形項書き換えシステムがチャーチ・ロッサ性をもつための十分条件を導いている。

第4章では，従来の潜在帰納法の考え方を発展させ，2つの項書き換えシステムの等価性を証明する新しい手法を提案している。これにより，潜在帰納法の背後にある本質的なメカニズムはチャーチ・ロッサ性と到達可能性の2つであることを明らかにするとともに，従来の潜在帰納法のさまざまな制約が取り除かれた，適用範囲のきわめて広い等価性判定手法を得ている。これは優れた成果である。

第5章では，メンバーシップ条件をもつ新しいタイプの項書き換えシステムを提案している。適当なメンバーシップ条件を付けることにより非線形項書き換えシステムが線形項書き換えシステムのように振舞うことを示し，この性質を利用して非線形項書き換えシステムがチャーチ・ロッサ性をもつための十分条件を導いている。第6章は結論である。

以上要するに本論文は，項書き換えシステムのチャーチ・ロッサ性について検討し，この性質が保証される範囲を大幅に拡張するとともに，項書き換えシステムの等価性判定法等を提案するもので情報工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。