氏　　　　　名	胡（Hu）　　　　潔（Jie）
授　与　学　位	博　　士　（工学）
学位授与年月日	平成8年2月14日
学位授与の根拠法規	学位規則第4条第2項
最　終　学　歴	平成元年5月 西安交通大学大学院理学研究科計算数学専攻修士課程修了
学位論文題目	A Study of Synchronous and Asynchronous Parallel Algorithms （同期式及び非同期式並列アルゴリズムに関する研究）
論文審査委員	東北大学教授　中村　維男　　東北大学教授　大宮司久明 東北大学教授　箱守京次郎

論文内容要旨

第1章　緒　　論

並列アルゴリズム（同期式と非同期式）は現在計算機科学と計算理論の分野で重要な話題になっている。これは大規模科学技術計算問題を取り扱うことが並列処理技術に頼るしかないからである。特に，並列計算機の高性能化につれて，従来の処理不可能な問題が次第に処理できるようになった。一方，高性能並列計算機の誕生によって理論と実用の両面から多くの新しい問題が出てきている。従って，最近ベクトル計算，並列処理や，分散処理などの技術はますます注目されるようになった。並列計算機と並列アルゴリズムは互いに影響し合って，発展してきたのである。

並列計算機のアーキテクチャは多くの形態があるが，実用的なアルゴリズムが具体の並列計算機に寄らなければならない。従って，並列アルゴリズムの分野では統一された並列計算機のモデルに基づいて並列アルゴリズムを設計し，評価することが多い。本論文でもFlynnの分類法によるSIMD型の並列計算機とMIMD型並列計算機のモデルに基づいて同期式と非同期式並列アルゴリズムの設計解析を行った。特に，同期式並列アルゴリズムの場合，時間複雑さ（演算ステップ数）と空間複雑さ（プロセッサの台数）を中心として解析を行った。非同期式アルゴリズムを解析する場合，収束性，収束レート及び時間，通信複雑さ（伝送されるデータまたはメッセージの量）の分析を中心として行った。

第2章　並列多項式評価アルゴリズム

本章と3章，4章の予備知識として，まず既に提案されている計算機分類法の一つであるFlynn分類法を紹介した。そしてSIMD型並列計算機のアーキテクチャと同期式並列アルゴリズムの複雑さなどの評価基準を概説した。その上で，並列多項式評価アルゴリズムを取り上げた。

並列多項式評価の問題について，すでに多くの研究結果がある。まずEstrinのアルゴリズムによればSIMD型計算機でN次多項式の値を求めることは$p=[N/2]$（[ ]は天井関数である）のプロセッサと$T=2(\log_2 N+1)$の並列計算ステップ数がかかる。またL階Horner法では$p=L$台のプロセッサと$T=2N/L+2\log_2 L$の並列計算のステップ数が必要である。一方，MIMD型計算機を用いれば，更にそのステップ数を減少させることができるが，そのアルゴリズムはとても複雑になり，実現することが容易ではない。しかし，MIMD型の計算機を用いて，同期型の異種並列演算を行う場合，MunroとPatersonの方法では$p=N$台のプロセッサを使えば並列ステップ数が$T\leqq\log_2 N+(2\log_2 N)^{1/2}+O(1)$で十分であることがわかった。またMaruyamaが$p=N^{1/2}$の時，$T\leqq 2N/p+\log_2 p+(2\log_2 p)^{1/2}+O(1)$を証明した。Muraoka

のfolding方法では$T \leqq 1.44\log_2 N + O(1)$を明らかにしている。Kosarajuが計算のステップ数の一つの下界$T(N) \geqq \log_2 N + 2(\log_2 N)^{1/2} - (\log_2 N)^{1/4} - C$を発見した。

本章では上述のMIMD型計算機上での同期計算方式で$N(N+1=KL)$次多項式の値を求める問題について簡単な分割内積並列アルゴリズムを提案した。この方法は$p=L+1$台のプロセッサを使って$T \leqq 2K + \log_2 L$の並列計算ステップ数で十分である。この方法は計算が簡単であり，MunroとPaterson及びMaruyamaの提案した方法に比べ，その並列計算のステップ数は（$(2\log_2 L)^{1/2}$）減少した。

第３章　連立１次方程式の並列アルゴリズム

連立１次方程式$Ax=b$を求めるとき，直接の方法にはLU分解法がある。つまり，$PA=LU$，ただし，Pは置換行列で，Lは下三角行列で，Uは単位上三角行列である。Samehとkuckは並列ガウス消去法で三角分解$PA=LU$を計算すれば$(n-1)^2$台のプロセッサと$3(n-1)$の並列ステップ数が必要であることを証明した。しかし，もしAの任意の順序小行列式が零になれば，この方法は失敗する。もし並列ピボットガウス消去法を考える場合，増加される比較のステップ数は少なくとも$1/2n\log_2 n$で，算術演算のステップ数より多いので，ガウス消去法は否定されることが多い。しかし，通常のプロセッサの台数がnより少ないので，並列ピボットガウス消去法を見直すことが考えられる。

本章では，SIMD上の連立１次方程式の並列アルゴリズムを議論した。まず，プロセッサの台数pが限定される場合に（例えば$p=n$），並列ピボットガウス消去法で行列AをLU分解する方法を提案した。その時，三角分解の為の並列計算のステップ数は高々$T_1=n^2+n\log_2(n+1)-0.4n+\log_2(n+1)$になる。更に，この方法で連立１次方程式を求める場合に，その並列計算のステップ数が高々$T_2=n^2+n\log_2(n+1)+3.6n+\log_2(n+1)-4$になる。n次行列式detAの絶対値を計算する場合，その並列計算のステップ数は高々$T_3=n^2+n\log_2(n+1)-0.4n+2\log_2(n+1)$になる。n次正則行列の逆行列$A^{-1}$を求める場合高々$T_4=2n^2+n\log_2(n+1)-1.4n+\log_2(n+1)$ステップ数かかることがわかる。直交LU分解法に比べて，この方法で連立１次方程式を求める場合の並列計算の効率が30倍程度，n次行列式の絶対値を求める場合の並列計算の効率が18倍程度，n次正則行列の逆行列を求める場合の並列計算の効率が10倍程度に，それぞれ改良されたことが分かる。従って，並列ピボットガウス消去法は安定な，効率的な並列アルゴリズムであるといえる。

本章の最後には，Vandermonde行列式の絶対値を求める並列アルゴリズムを一つ提案した。もしプロセッサの台数がnであれば，その並列計算のステップ数が$O(\log_2{}^2 n)$であり，スピードアップ率は$O(n)$で，並列計算の効率は$O(1)$になる。

第４章　並列ソーティングアルゴリズム

ソーティングは重要な非数値計算問題の一つである。SISDマシンにおけるソーティングの計算時間複雑さの下界が$O(n\log_2 n)$より大きくないことは証明されている。今まで提案されたアルゴリズム，例えば，クイックソート，マージソートなどの方法は皆最適な複雑さのオーダに達したが，高次項の係数を確定するのはまだ難問である。

並列ソーティングについて，すでに多くのアルゴリズムが提案されている。まず，Batcherの奇偶整列網とよばれる方法でソーティングすると$O(n)$個のプロセッサと$O(\log_2{}^2 n)$の並列ステップ数が必要である。その効率は$O(1/\log_2 n)$になる。BaudetとStevensonが効率の$O(1)$であるアルゴリズムを提案した。しかし，並列ステップ数が$O(n)$で，プロセッサの台数が$O(\log_2 n)$であるので，スピードアップ率はただ$O(\log_2 n)$であった。このアルゴリズムのもう一つの欠点はプロセッサの台数が多くても（例えば$p>O(\log_2 n)$），その並列ステップ数が減少できない。$O(n\log_2 n)$台のプロセッサで$O(\log_2 n)$並列ステップ数のソーティングアルゴリズムの提案もあるが，ほとんど理論上の段階で，実現することが難しい。

本章ではr台プロセッサでの並列ソーティングアルゴリズムを一つ提案した。その並列ステップ数は$T_r=O((n/r)\cdot\log_2 n\cdot\log_2 r)$ $(1 \leqq r \leqq n)$を越えなく，そのスピードアップ率は$S_r=O(r/\log_2 r)$で，効率は$E_r=O(1/\log_2 r)$である。ソーティングの高速逐次アルゴリズムとBatcher並列アルゴリズムはそれぞれ本章のアルゴリズムの特例である。

第５章　不動点問題の単調非同期式反復法

本章では不動点計算に対してMIMD型並列計算機における非同期式単調反復法を取り上げた。MIMD型計算機にお

ける非同期式反復法の研究は七十年代に連立１次方程式のChaotic relaxation法から始まった。その後，この方法は非線型の場合に拡張された。特に，MIMD型並列計算機の誕生につれて，多くの著者が（例えば，Baudet，Taraziなど）このChaotic relaxation法のアイディアに基づいてMIMDマシンにおける連立非線形方程式を解くための非同期式反復法のモデルを提案した。しかし，これらのモデルは計算機の通信コストを考慮していなかったため，Bertsekasがより実用的な非同期式反復法のモデルを示した。本章ではこのBertskasのモデルに基づいて，MIMD型並列計算機における不動点問題の単調非同期式反復法を研究した。

まずMIMD型並列計算機のアーキテクチャ，それからBertsekasの非同期式反復法のモデルを紹介した。このモデルを利用して，不動点問題X＝F(X)を解くための単調非同期式反復法を提案し，単調同期式反復法と全く同じ条件で単調に収束することを証明した。収束レートと時間複雑さに関しては，いずれも同期式反復法より速く収束することが分かる。非同期式の場合には各プロセッサが高効率で動作するので，伝送されたデータの数が同期式より多くなることを示した。最後に，乱数発生によって，非同期式反復法をシミュレートする方法を提案した。この方法で，本章で提案された非同期式反復法を計算したところ，X＝F(X)の不動点に単調に収束することが明らかとなった。

第６章　単調非同期式ニュートン反復法

本章では，MIMD型並列計算機における単調非同期式ニュートン反復法とその収束性を研究した。まず，連立非線形方程式 F(x)＝0 を解く単調同期式ニュートン反復法とその収束条件を示した。そして，Bertsekas の非同期式反復法のモデルを利用して，MIMD型並列計算機における非線形方程式を解くための単調非同期式ニュートン反復法を提案した。その方法は条件 F'(x(0))≧0を除いて単調同期式ニュートン反復法の収束条件と全く同じ条件で単調に F(x)＝0 の解に収束することを証明した。条件 F'(x(0))≧0 を満足できるので，本章で提案された単調非同期式ニュートン反復法は，単調同期式ニュートン反復法と同じように実用的である。また，収束レートと時間複雑さに関しても，単調非同期式ニュートン反復法は同期式よりF(x)＝0の解に速く収束できる。通信複雑さには同期式より多くのデータが伝送できることを示した。

第７章　結　　論

本章では，本論文を要約し，主要な結果と今後の研究課題を総括した。

審査結果の要旨

数値計算を並列計算機で実行する場合，並列アルゴリズムの有する並列性が並列計算機上で効率よく引き出されることが重要な課題である。しかしながら，並列アルゴリズムの設計は必ずしも並列計算機に適合しておらず，評価も一定していない。

著者は並列計算機のモデルに基づいた並列アルゴリズムの設計と評価に関する研究を行った。本論文はこれらの成果をまとめたもので，全編７章より成る。

第１章は緒論である。

第２章では，N次多項式を同期式並列アルゴリズムで評価する場合，SIMD型並列計算機に比べ MIMD 型並列計算機を用いると並列計算ステップ数が減少することは知られている。そこで，（L＋１）台のプロセッサからなるMIMD型並列計算機上でのアルゴリズムを改良し，並列計算ステップ数が従来のMIMD型の場合より（$2\log_2 L)^{1/2}$減少することを示している。

第３章では，SIMD型並列計算機上で連立１次方程式を解く並列アルゴリズムを拡張している。限られたプロセッサｎ台での並列ピボットガウス消去法において，プロセッサの利用効率を上げることによりプロセッサ数を$O(n^2)$から$O(n)$にでき，並列計算ステップ数をさらに減少する方法を示している。これは優れた成果である。

第４章では，SIMD型並列計算機上での非数値計算問題としてのソーティングを対象とし，効率的な並列アルゴリズムについて検討している。計算ステップ数を最小に保ちつつ，プロセッサ数が１台からｎ台まで広範囲に適用できる並列アルゴリズムを作成した。

第５章では，不動点問題$X=F(X)$の並列計算による解法を対象とし，MIMD型並列計算機上で非同期に計算する非同期式単調反復法を提案している。単調同期式と比較し，同一条件で単調に解に収束することを示した上で，プロセッサ間のデータ通信時間を考慮しつつ，非同期式並列計算は同期式反復法より必ず速く収束することを示している。このことは重要な知見である。

第６章では，MIMD型並列計算機における単調非同期式ニュートン反復法について考察している。まず，連立非線形方程式$F(x)=0$を解く際，単調非同期式ニュートン反復法を提案している。その結果，収束に関して単調同期式ニュートン反復法の収束条件の下で，非同期式並列計算は同期式より必ず速く収束することを示している。

第７章は結論である。

以上要するに本論文は，並列計算機に適合する同期式並列アルゴリズムの解析の後，より効率的な非同期式アルゴリズムの設計に向けて理論的解析を行い，設計法を確立したもので，機械知能工学および情報工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は博士（工学）の学位論文として合格と認める。