

氏名	うちやま まなぶ 内山学
授与学位	博士(工学)
学位授与年月日	平成16年3月25日
学位授与の根拠法規	学位規則第4条第2項
最終学歴	昭和62年3月 北海道大学大学院工学研究科建築工学専攻修士課程修了
学位論文題目	混合型有限要素法によるシェル要素の開発と 部分球殻の座屈前後の非線形解析
論文審査委員	主査 東北大学教授 山田大彦 東北大学教授 杉村義広 東北大学教授 植松 康

論文内容要旨

1. 序論

本研究では、幾何学的非線形性の大きいシェル構造物の大変形状を解析することを目的として、混合変分法による9節点アイソパラメトリックシェル要素の開発を行うものであり、本研究のシェル要素は、回転変位成分に関する厳密な計算プロセスを導入することで、精度と収斂性の向上を狙っている。また、有限要素法による数値解析については、任意形状構造に対して精度の良い解析ができる環境が整備されてきたが、非線形性の著しい現象に対しては、精解と比較しうる計測値や理論解が乏しいこともあり、実現象との整合性の検証が十分なされていないため、詳細な計測の行われた偏平球殻の座屈実験[1]との比較を行って、本研究の要素を用いた数値解析と実現象との整合性を検証するものである。

2. 混合変分法によるシェル要素の定式化

本研究では、次のことを仮定する。(1)微小歪である。(2)面外剪断変形可能である。(3)ディレクター(シェルの厚み方向を示すベクトル)回りの回転は考慮しない。(4)材料は弾性体である。

有限要素法のアイソパラメトリックシェル要素では、歪の近似次数の不整合や要素のゆがみによって過剰に歪エネルギーが消費されて変形しにくい固い要素となるロックイング(locking)が生じることがある。本研究では、ロックイングを回避するために、応力の内挿関数を再定義して混合変分法の定式化を行っている。式(1)、(2)は再定義する応力が満たす条件式である。Mはシェルの中立面、 dA はシェルの微小面積、 \cdot は内積である。 σ 、 e 、 D_e は夫々、シェルの応力、歪、歪・変位作用素であり、 u_λ は非適合変位(シェル要素の各節点で零の値をとる変位)あるいは歪に近似次数の不整合が生じる変位である。既往の研究と同様の式(1)のみによる定式化では応力成分間の連成項のある内挿関数が求まるが、本研究では式(2)も適宜使用して簡潔な応力の内挿関数を設定している。

$$\int_M D_e^T \sigma \cdot u_\lambda dA = 0 \quad (1)$$

$$\int_M \sigma \cdot D_e u_\lambda dA = 0 \quad (2)$$

既往の研究[2]では、増分回転変位の内挿は、節点でのディレクター増分を内挿する方法で行われている。この方法では、計算量は少ないが、変形が大きくなると収斂計算回数が増加する傾向がある。本研究では、定式化のプロセスにおける近似を避けて、節点での増分回転ベクトルを内挿する定式化を提案している。図1に変形前のシェル要素の形状を示す。φは中立面上の点の位置ベクトル、tは厚み、t̂はディレクターである。Box1に要素内のディレクターとその微分の更新について示す。右上添字(k)は第k回目の収斂計算を示し、()_α (α=1, 2)は自然座標系のξ_αによる微分である。Λ̄は回転マトリクスの第1列と第2列からなる3×2のマトリクスであり、ΔTはシェルの回転パラメータの増分である。N_i, N, Δθは夫々、要素の節点数、要素の形状関数、増分回転ベクトルである。右下添字Iは要素の節点Iに関する値であることを示す。ベクトルに記号 ^ をつけた表記は、ベクトルvが与えられた時のv× (×は外積)のマトリクス表示である。本研究では、Box 1の増分回転ベクトルを内挿する式を使用して面外曲げ変形と面外剪断変形に関する剛性マトリクスを導びいている。このような厳密な計算プロセスは、著者によって初めて行われたものである。

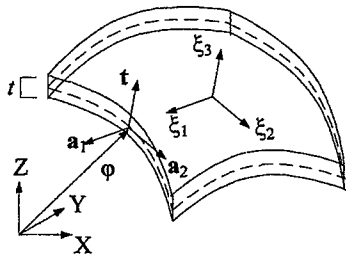
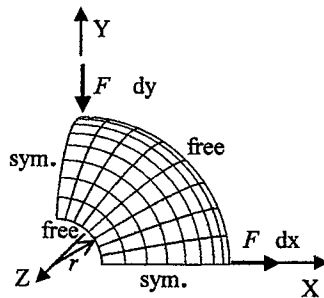


図1 シェル要素の形状

増分回転ベクトルを内挿	ディレクタ増分を内挿
$\Delta\theta^{(k)} = \sum_{I=1}^{N_i} N_I \Delta\theta_I^{(k)}$	$\Delta t^{(k)} = \sum_{I=1}^{N_i} N_I \Delta t_I^{(k)}$
$t^{(k+1)} = \exp[\Delta\hat{\theta}^{(k)}] t^{(k)}$	$\Delta\theta^{(k)} = t^{(k)} \times \Delta t^{(k)}$
$\Delta t^{(k)} = -\hat{t}^{(k)} \sum_{I=1}^{N_i} N_I \hat{t}_I^{(k)} \bar{\Lambda}_I^{(k)} \Delta T_I^{(k)}$	$t^{(k+1)} = \exp[\Delta\hat{\theta}^{(k)}] t^{(k)}$
$\Delta t_{I,\alpha}^{(k)} = \sum_{I=1}^{N_i} (-\hat{t}_{I,\alpha}^{(k)} N_I - \hat{t}^{(k)} N_{I,\alpha}) \hat{t}_I^{(k)} \bar{\Lambda}_I^{(k)} \Delta T_I^{(k)}$	$\Delta t_{I,\alpha}^{(k)} = \sum_{I=1}^{N_i} N_{I,\alpha} \Delta t_I^{(k)}$
※ $\exp[\Delta\hat{\theta}] = I_{3 \times 3} + (\sin \Delta\theta / \Delta\theta)\Delta\hat{\theta} + [(1 - \cos \Delta\theta)/ \Delta\theta ^2]\Delta\hat{\theta}\Delta\hat{\theta}$	
Box 1 増分回転変位の内挿方法	

3. ベンチマークテスト

図2に頂部に穴の開いた半球殻に集中荷重が作用する問題[2]を示す。図2に示した半球殻の1/4の領域を16×16に要素分割したモデルについて、ディレクター増分を内挿する既往の研究[2]との比較のために4節点シェル要素を用い、既往の研究[2]の要素と本研究の要素で解析を行う。荷重増分幅は等間隔でΔF=20.0Nであり、収束判定は、(残差ノルム)/(内力ノルム)<10⁻⁵である。F=400N



ヤング係数 $E=682.5$ GPa,
ポアソン比 $\nu=0.3$, 板厚 $t=0.04$ cm
半径 $R=10$, $r=R\sin 18^\circ$

図2 頂部に穴の開いた半球殻

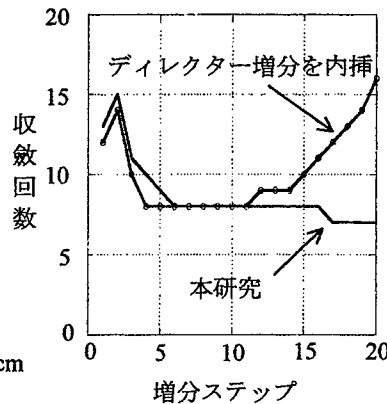
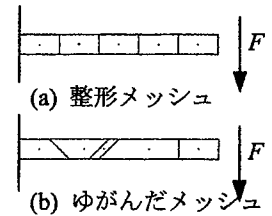


図3 収斂回数



成 $D=0.1$ cm, 板厚 $t=0.01$ cm,
長さ $L=1.0$ cm
ヤング係数 $E=120$ GPa,
ポアソン比 $\nu=0.3$

図4 薄肉ウェブ梁

(20 ステップ)での変位は $dy = R$ である。図 3 は各増分ステップの収斂計算回数をプロットしたものである。12 ステップ目($F=240N$)以降、ディレクター増分を内挿する方法[2]では収斂性が著しく悪化しているのに対して本研究の方法では良好な収斂性が得られているのがわかる。

図 4 に薄肉ウエブ梁の先端に集中荷重が作用する問題を示す。図 4 には整形メッシュとゆがんだメッシュのモデルを示している。9 節点シェル要素を用い、変位法の要素と本研究の要素の微小変形理論による解析結果の比較を行う。先端の撓み量を整形メッシュによる変位法の要素の結果で正規化すると、変位法(メッシュ b), 本研究(メッシュ a), 本研究(メッシュ b)は夫々, 0.84, 1.00, 0.99 となり、本研究の要素では、メッシュのゆがみによる精度低下が起こりにくいことがわかる。

4. 外圧を受ける偏平球殻の座屈前後の非線形変形解析

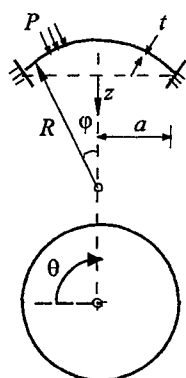


図 5 周辺固定球殻

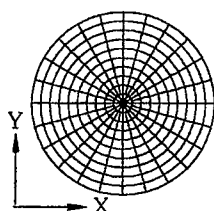


図 6 要素分割

解析モデルは、図 5 に示すように、曲率半径 R 、殻厚 t 、底面半径 a 、ヤング係数 E 、ポアソン比 $\nu=0.36$ 、比重 1.4 の PVC 材料で構成される周辺固定部分球殻であり、単位面積当り P の一様な静的な外圧を受けている問題である。静的解析は、初期不整分布の詳細が計測されている文献 1 の実験について変位分布測定が行われた 52 体を選び、本研究の 9 節点シェル要素を用いて静的釣合経路を座屈後の状態まで追跡して実験との比較を行っている。試験体の底面半径は 150mm, 170mm, 200mm の 3 種類で、部分球殻の形状係数 $\lambda = [12(1-\nu^2)]^{1/4} a\sqrt{Rt}$ は 3.86~8.41 である。非軸対称初期不整の振幅は最大でも 0.1mm 程度であり、非軸対称初期不整の小さい試験体である。図 6 に要素分割を示す。経線方向 10 分割、円周方向に 24 分割のモデルであり、既往の研究に比較して少ない要素数である。解析は、本研究の 9 節点シェル要素で行う。鉛直方向初期不整の計測結果は関数化して初期形状に考慮される。座屈荷重については、解析結果の実験値に対する比は平均 1.02 で、標準偏差 0.06 であり、試験体のヤング係数のばらつきを考慮すると、本解析は実験値を極めて良く評価していると言える。座屈点近傍で荷重増加とともに急激に卓越してくるたわみ成分の周方向波数は、52 体中 6 体の試験体で一波の差となったが、その原因は、そもそも近接座屈固有モードを有し、非軸対称初期不整成分が小さいことから、本解析で考慮していない板厚やヤング係数のばらつき等の諸要因のためと考えられる。座屈後の大変形形状は、多くの試験体において中央部からややずれた位置に最大たわみ点を持つ円形のくぼみとなっている。このような大変形形状についても実験と本解析は良く一致した。

5. 結論

本研究で、混合型変分法による 9 節点シェル要素を、回転変位成分に関する厳密な計算プロセスを導入することで、「メッシュのゆがみに対して精度低下を起こしにくく」、「大変形時にも収斂性に優れている」要素が得られた。更に、偏平球殻の座屈実験と解析結果との比較を行った結果、座屈荷重・座屈前後の変形性状について実験での性状を良く再現できることを明らかにした。任意形状構造物の大変形解析を、高精度で効率良く解析できることが明らかになった。

参考文献

- [1] Yamada, S. Uchiyama, K. and Yamada, M.: Experimental investigation of the buckling of shallow spherical shells, *Int. J. Non-Linear Mech.*, Vol.18, pp.3-54, 1983.
- [2] Simo, J.C., Rifai, M.S. and Fox, D.D.: On a stress resultant geometrically exact shell model. Part III: Computational aspects of the nonlinear theory, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol.79, pp.21-70, 1990.

論文審査結果の要旨及びその担当者

論文提出者氏名	内 山 学
論文 題 目	混合型有限要素法によるシェル要素の解析と部分球殻の座屈前後の非線形解析
論文審査及び 学力審査担当者	主査 教授 山田大彦 教授 杉村義広 教授 植松康

論文審査結果の要旨

本論文は、幾何学的非線形性の大きい任意シェル構造物の大変形過程を解析することを目的として、混合変分法による9節点アイソパラメトリックシェル要素の開発を行ったものである。提案されたシェル要素は、回転変位成分の評価に厳密な計算プロセスを導入することで精度と収斂性の向上を実現している。また、詳細な計測の行われた偏平球殻の座屈実験との比較により、本論文のシェル要素を用いた数値解析と実現象との整合性が検証されている。本論文は全編5章よりなる。

第1章は序論である。

第2章では、有限要素法の縮退シェル要素で問題となる歪の近似次数の不整合や要素のゆがみに起因するロッキング(locking)を回避するため、本研究で導入する応力の内挿関数とその誘導方法について示している。既往の誘導方法では歪成分間に連成項が生じるが、本論文では連成項の生じない応力の内挿関数の誘導に成功している。更に、要素内での増分回転成分の内挿方法を新たに提案し、厳密な計算プロセスによる定式化で面外曲げ変形と面外せん断変形に関する剛性マトリクスを誘導している。これらの成果は、新しい知見である。

第3章では、6ケースのベンチマークテストにより、本論文のシェル要素について、面外せん断変形に関してロッキングしないこと、要素形状のゆがみに対して精度低下を起こしにくいこと、更に、従来の方法では収斂性が著しく悪化する大変形領域でも良好な収斂性が得られることが示されている。

第4章では、一様な静的な外圧を受ける周辺固定部分球殻に対する既往の実験結果の中から詳細な変位測定が行われた52体の試験体について、本論文の9節点シェル要素による数値解析との比較を行っている。数値解析では静的釣合経路を実験と同じ座屈後の状態まで追跡している。鉛直方向初期不整の計測結果は関数化して初期形状に考慮されている。座屈荷重について、解析結果の実験値に対する比は平均1.02、標準偏差0.06であり、試験体のヤング係数のばらつきを考慮すると、本解析は実験値を極めて良く評価している。座屈点近傍で荷重増加とともに急激に卓越してくるたわみ成分の周方向波数は、52体中46体の試験体で極めて良く一致している。また、座屈後の大変形後の平行曲線ならびに変形形状の両方について、実験と本解析は良く一致することが示されている。

第5章は結論である。

以上要するに本論文は、混合型変分法による9節点シェル要素の定式化に回転変位成分に関する厳密な計算プロセスを導入することで精度と性能に優れた要素を提案し、幾何学的非線形性の著しい偏平球殻の座屈実験と解析結果との比較によって座屈荷重と座屈前後の変形性状について良好な実現象との整合性が得られることを明らかにしたもので、建築構造学および計算機力学の発展に寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士(工学)の学位論文として合格と認める。

学力確認結果の要旨

平成16年2月17日、審査委員ならびに関係教官出席のもとに、学力確認のための諮問を行った結果、本人は建築構造学ならびに計算機力学に関する十分な学力と研究指導能力を有することを確認した。なお、英学術論文に対する理解力から見て、外国語に対する学力も十分であることを認めた。

論文審査結果の要旨

本論文は、幾何学的非線形性の大きい任意シェル構造物の大変形過程を解析することを目的として、混合変分法による9節点アイソパラメトリックシェル要素の開発を行ったものである。提案されたシェル要素は、回転変位成分の評価に厳密な計算プロセスを導入することで精度と収斂性の向上を実現している。また、詳細な計測の行われた扁平球殻の座屈実験との比較により、本論文のシェル要素を用いた数値解析と実現象との整合性が検証されている。本論文は全編5章よりなる。

第1章は序論である。

第2章では、有限要素法の縮退シェル要素で問題となる歪の近似次数の不整合や要素のゆがみに起因するロッキング(locking)を回避するため、本研究で導入する応力の内挿関数とその誘導方法について示している。既往の誘導方法では歪成分間に連成項が生じるが、本論文では連成項の生じない応力の内挿関数の誘導に成功している。更に、要素内での増分回転成分の内挿方法を新たに提案し、厳密な計算プロセスによる定式化で面外曲げ変形と面外せん断変形に関する剛性マトリクスを誘導している。これらの成果は、新しい知見である。

第3章では、6ケースのベンチマークテストにより、本論文のシェル要素について、面外せん断変形に関してロッキングしないこと、要素形状のゆがみに対して精度低下を起こしにくいこと、更に、従来の方法では収斂性が著しく悪化する大変形領域でも良好な収斂性が得られることが示されている。

第4章では、一様な静的外圧を受ける周辺固定部分球殻に対する既往の実験結果の中から詳細な変位測定が行われた52体の試験体について、本論文の9節点シェル要素による数値解析との比較を行っている。数値解析では静的釣合経路を実験と同じ座屈後の状態まで追跡している。鉛直方向初期不整の計測結果は関数化して初期形状に考慮されている。座屈荷重について、解析結果の実験値に対する比は平均1.02、標準偏差0.06であり、試験体のヤング係数のばらつきを考慮すると、本解析は実験値を極めて良く評価している。座屈点近傍で荷重増加とともに急激に卓越してくるたわみ成分の周方向波数は、52体中46体の試験体で極めて良く一致している。また、座屈後の大変形後の平行曲線ならびに変形形状の両方について、実験と本解析は良く一致することが示されている。

第5章は結論である。

以上要するに本論文は、混合型変分法による9節点シェル要素の定式化に回転変位成分に関する厳密な計算プロセスを導入することで精度と性能に優れた要素を提案し、幾何学的非線形性の著しい扁平球殻の座屈実験と解析結果との比較によって座屈荷重と座屈前後の変形性状について良好な実現象との整合性が得られることを明らかにしたもので、建築構造学および計算機力学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は博士(工学)の学位論文として合格と認める。