氏　名（本籍）	富（とみ）　田（た）　真（しん）　吾（ご）（宮城県）
学位の種類	工　学　博　士
学位記番号	工　第　177　号
学位授与年月日	昭和47年12月6日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
最終学歴	昭和33年3月 東京理科大学理学部数学科卒業
学位論文題目	**パターン認識の特徴抽出および識別に関する研究**
論文審査委員	（主査） 教授　大泉　充郎　教授　本多　波雄 教授　城戸　健一　教授　野口　正一

論文内容要旨

今日のように電子計算機が急激に普及するのにともなって，文字・図形・音声などのパターンを機械的に高速かつ正確に処理する的確な方法を早急に確立することが，各方面から強く要請されている。これは今日の電子計算機にパターン認識の能力が欠けている致命的欠点に基づくもので，特に計算機の入力機構の根本的な改良が急務であり，その技術的・工学的に有効な設計理論が多くの人々の努力にもかかわらず充分に確立されていない現状である。本論文では，このようなパターン認識の設計理論を確立する目的で，理論的および実験的解明を与えたものである。

第1章　序　　論

この章では，本論文の意義・目的について述べ，さらに歴史的背景や本論文で用いる種々の記号について解説した。

第２章　Karhunen－Loève直交系による特徴抽出論

この章では，与えられたパターン集合から最大限に特徴を抽出する系の解明を行なった。

N次元パターン空間上に表示されたパターン集合と正規直交系aに関し，特徴量を情報エネルギー$\xi(a_\nu)$とする。$\xi(a_\nu)$に関し正規直交系aを特徴系という。特徴系a，bについて，$\xi(a_\nu)=\xi(b_\nu)$ならば，この二つの特徴系a，bは同値関係で，従って特徴抽出に関しa，bは全く同一である。さらに任意な二つの特徴系a，bに対し，aがbで正値線形一次結合されているとは

$$\xi(a_\nu)=\Sigma_\mu P_{\nu\mu}\,\xi(b_\mu),\quad \Sigma_\nu P_{\nu\mu}=\Sigma_\mu P_{\nu\mu}=1,\quad 0\leqq P_{\nu\mu}$$

を満足する$P_{\nu\mu}$が存在することであり，物理的には特徴系bによる特徴量がaよりも多く抽出さされることが示される。従って二つの特徴系a，bが互に他の正値線形一次結合ならば，$\xi(a_\nu)=\xi(b_\nu)$である。

特徴抽出に関し，特徴系aを構成している特徴a_νに対しa_νが少ない個数で特徴量を抽出できれば，経済的・工学的な意味から極めて重要な意義がある。従って，特徴系aの要素a_νの個数をNより十分小さなnで打切った特徴量の平均近似値を$\xi(a,n)$とする。

〔定理２．１〕　任意の特徴系a，bに関し，$\xi(a_\nu)=\Sigma_\mu P_{\nu\mu}\,\xi(b_\mu)$となるための必要かつ十分な条件は任意のn（$n\leqq N$）について$\xi(a,n)\leqq\xi(b,n)$となることである。

すなわち，正値線形一次結合と平均近似値は特徴抽出に関し全く同一であるということが判明した。

特徴量$\xi(a_\nu)$は，特徴a_νを有している確率とみなすことにより，あいまい度を

$$Ha=-\Sigma_\nu\,\xi(a_\nu)\log\xi(a_\nu)$$

とすれば，Haが小さければそれだけ効率よく特徴量が抽出されることを示すことができる。また二つの特徴系a，bに関し$\xi(a,n)\leqq\xi(b,n)$ならば$Ha\geqq Hb$なることが示され，このことはあいまい度は正値線形一次結合や平均近似値と密接な関係があることを示唆するものである。このように，特徴抽出に関して三つの概念が考えられる。しかしながら，パターン集合から最も効率よく特徴量を抽出することに関しては，どのような立場からも同じでなければならない。これは自己相関の概念を導入することにより解明できる。

任意の特徴系aに関し，パターン集合から抽出された特徴量$\xi(a_\nu)$に対応する自己相関行列をGとする。行列Gの固有値λ_ν，固有ベクトルt_νについてa－変換子を

$$t(a)=(a^T t_1,\ a^T t_2,\cdots,\ a^T t_N)$$

とすれば，t(a)は特徴系であって次の定理を得る。

〔定理2，2〕 任意のa－変換子t（a）と任意の特徴系bについて

（1） $\xi(b_\nu)=\Sigma_\mu P_{\nu\mu}(t(a)_\mu)$

（2） $\xi(b, n)\leqq\xi(t(a), n)$

（3） $Hb\geqq Ht(a)$

である。

すなわち任意のa－変換子t（a）は

（i） 常に他の特徴系による特徴量を正値線一次形式で表現できる特徴系

（ii） 任意の個数nまでの平均近似値が常に最大な特徴系

（iii） 最もあいまい度を少なくする特徴系

であって，与えられたパターン集合から最大限に特徴量を抽出するという意味で最適な特徴系である。さらに，特徴系t（a）のaは任意であるから，aを特に単位行列eとし，t（e）を単にtとし，tをKarhunen－Lo'eve直交系または単にKL系という。

KL系tの構成要素t_νで抽出される特徴量$\xi(t_\nu)$は固有値λ_νに等しいことが示され，また$\xi(t_\nu)$は相互相関行列の固有値にも等しいことが証明される。さらにパターン同志の距離はKL系で変換されても不変であり，KL系で抽出された特徴量は各パターンからKL系への正射影の2乗平均であり，KL系と線形分離面とは密接な関係にあることを示すことができた。

第3章　特徴差による自己類別理論

この章では，パターン空間上に分布するパターン集合を対象に，教師なしで二つの類に分割し，第2章で論じたKL系を用い真の類に対応する分布を推定することを考察した。

与えられた二つの類に対する分布を$F_1(X)$，$F_2(X)$とし，パターンは分布$F_1(X)$，$F_2(X)$で構成される有限mixture分布G（X）より発生するとする。第2章で述べたようにKL系は自己相関行列より得られるため，真の類に対応する自己相関行列E_1，E_2に関し，正規化変換を行なって二つの真の類のKL系は全く同じであるようにすることができる。さらにKL系による二つの真の類の特徴量$\lambda_\nu^{(1)}$，$\lambda_\nu^{(2)}$に関し

$$\rho=\sqrt{\Sigma_\nu(\lambda_\nu^{(1)}-\lambda_\nu^{(2)})^2}$$

を特徴差という。また分布G（X）から発生するパターン集合を二つに分割する2分法D^*に対する特徴差をρ^*とする。さらに2分法D^*から推定される分布$F_1^*(X)$，$F_2^*(X)$は共に真の分布$F_1^*(X)$，$F_2^*(X)$で正値線形一次結合されているとする。

いま真の類をω_1，ω_2とし，任意の2分法D^*で得られる二つの類をω_1^*，ω_2^*とする。そして誤って類別される確率を

$q^{*} = P(\omega_1, \mid \omega_2^{*}) + P(\omega_2 \mid \omega_1^{*})$

とする。すると２分法D^{*}に対し，特徴差ρ^{*}と確率q^{*}との間には次の関係がある。

〔定理３．１〕　任意の２分法D^{*}，D^{**}に関し，$\rho^{*} < \rho^{**}$となるための必要かつ重分な条件は$q^{*} > q^{**}$となることである。

すなわちＫＬ系で抽出された二つの類の特徴量の差を大きくすることは，誤って類別される確立を小さくすることと等価であることが示された。従って特徴差ρ^{*}を最大にする２分法D^{*}で真の類の分布が推定できることが明らかとなった。

特徴差ρ^{*}については$\rho^{*} \leqq \rho$である故，ρ^{*}を最大にする具体的方法が必要である。特に電子計算機を用い，特徴差を最大にする系をシミュレーションとする場合，有限個のサンプルで実験しなければならない。従ってサンプルの個数を増加し，特徴差ρ^{*}を最大にする２分法が存在するかという問題が提起されるが，そのような２分法は確実に存在しかつベイズ解に確率収束することを示すことができた。

分布$F_1(X)$，$F_2(X)$の分散が等しい場合には，正規化変換を受けた特徴差ρは単に二つの類の平均のみの関数であり，特徴差ρ^{*}を最大にすることは二つの類の平均間の距離を最大にすることであることを証明できた。

第４章　特徴誤差による自己類別理論

この章では，第３章に引きつづきパターン空間上に分布するパターン集合を対象に，第２章で論じたＫＬ系を用い，２分法D^{*}で推定される分布と真の類に対応する分布との関係を用いないで類別することを考察した。

任意の２分法D^{*}に対する自己相関行列E_1^{*}, E_2^{*}に関し，$\underline{E}^{*} = (E_1^{*}, E_2^{*})^{T}$，$E^{*} = (E_2^{*} - E_2^{*})/2$とする。ＫＬ系は，第２章で論じたように，パターン集合から最大限に特徴量を抽出するという意味で最適な正規直交系である。従って与えられたパターン集合によりＫＬ系は当然変化する。しかるに，二つの２分法D^{*}, D^{**}に関し，$E^{*} = \gamma^{*} E^{**}$なる$\gamma^{*}$が存在するための必要かつ十分な条件は$\underline{E}^{*} = \underline{P}^{*} \circ \underline{E}^{**}$なる２次の行列$\underline{P}^{*}$が存在することを証明できる。従って，行列$\underline{P}^{*}$で結合されている二つのパターン集合に対するＫＬ系は同一であることが証明でき，またＫＬ系により抽出された特徴量は常に線形一次結合されているということが示される。

ＫＬ系による特徴差ρ^{*}は，第３章で論じたように，ρ^{*}を最大にすることによりベイズ解を得ることができるという自己類別に関し重要な評価量である。この特徴差ρ^{*}と２次行列との間には密接な関係，すなわち，任意な二つの２分法D^{*}, D^{**}に対し，$\rho^{*} \leqq \rho^{**}$となるための必要かつ十分な条件は$\underline{P}^{*}$の要素P_{ij}^{*}に関し，$0 \leqq P_{ij}^{*} \leqq 1$となることであるということが示される。さらに特徴差ρ^{*}を最大にすればそれに対応する自己相関行列は一つあって一つに限る

ということが証明される。

真の類に対応する自己相関行列を得るため，新らたに評価量を導入する。すなわち未知パラメータθと真の類の自己相関行列の差Eとの積θ Eに関し，KL系を$t^{(\theta)}$特徴量を$\lambda_\nu^{(\theta)}$とする。任意の2分法D^*より得られる自己相関行列の差E^*に関し　$\lambda^*_{\nu\mu}=t_\nu^{(\theta)T}E^*t_\mu^{(\theta)}$とする。そして任意なパラメータ$\gamma$について

$$\triangle\rho^*(\gamma)=\Sigma_\nu(\gamma\lambda_\nu^{(\theta)}-\overline{\lambda}^*_{\nu\nu})^2+\Sigma_{\nu<\mu}\ \overline{\lambda}^{*\,2}_{\nu\mu}$$

を特徴誤差という。

〔定理4．1〕　特徴差ρ^*を最大にし，かつ特徴誤差$\triangle\rho^*(\gamma^*)=0$にする2分法$D^*$により，真の類の自己相関行列および生起確を求めることができる。

従って，定理4，1を用いれば，真の類の平均および分散を求めることができる。特に与えられた有限mixture分布が二つの正規分布から構成されていれば，そのベイズ決定関数は平均と分散のみで求められる。従って正規分布で構成された有限mixture分布では，正規分布という情報を利用しないでベイズ解を得ることができた。

第5章　電子計算機による自己類別系のシミュレーション

この章では，2次元のパターン空間に分布する具体的なパターン集合を対象に，第3章，第4章で論じた自己類別に関する理論に基づいて電子計算機によるシミュレーションを行なった。

第3章で論じた特徴差を最大にさせる2分法は，分割したパターン集合に関し互に入れ換える方法を用いた。すなわち入れ換え操作で特徴差を最大にさせる2分法は摂動の概念を用いることにより極めて能率のよい類別過程を構成できた。そして乱数を用い正規分布および一様分布のmixture分布について実験を行なった。さらに第4章で論じた特徴誤差を零にしかつ特徴差を最大にさせる2分法は，前述と同様，入れ換える方法を用いた。そして正規分布のmixture分布を対象に実験を行なった。

その結果，KL系による特徴差は自己類別に関し非常に有力であり，かつ特徴誤差を用いればさらに精度よく類別できるということが明らかとなった。

第6章　結論および将来性

この章では，第2章〜第5章で得られた種々な成果とそれに対する工学的意義を述べ，かつ本論文に対する将来性について言及した。

審査結果の要旨

計算機を中心とする情報処理方式は急速に発達したが，文字，図形，音声などのパターンを高速かつ正確に認識，処理する方式は，従来の計算機的な方法では不可能であって，このことが情報処理方式全体の進展を著しく阻害している。この困難を打開するためには新しい処理方式の研究が必要であるが，著者はこの観点から新たにパターン認識の基礎理論をKarhunen−Loève系（以下ＫＬ系という）を用いて研究し，これを土台として認識システム設計の基礎理論を確立した。本論文はその研究成果をまとめたもので全文６章より成る。

第１章は序論であり，本論文がもつ歴史的背景，意義，目的などについて述べたものである。

第２章は，ＫＬ系の性質と，これによる特徴抽出について述べたものである。図形の特徴量を正規直交系で展開した係数の２乗平均として定義したとき 図形から最大限に特徴を抽出する系はＫＬ系であることをまず導き，さらにこのＫＬ系を用いることにより，他の正規直交系で抽出される特徴量が常に正係数１次形式で表現されること，また，ＫＬ系は最小のエントロピーをもつものであることを示している。この結果より，従来個別的に行なわれていた３つの特徴抽出法は，実は等価なものであるというきわめて興味ある結果が導かれている。

第３章は，ＫＬ系による教師なしの類別について述べたものである。すなわち，特徴系としてＫＬ系を用い，各類に属するパターンの生起確率や分布が，ある条件のもとで与えられた混合母集団から逐次推定されるアルゴリズムを与えている。このため，新たに特徴差なる概念を導入し，これを最大にすることは，誤類別を最小にすることであり，ベイズ解を求めることと等価であることを示している。

第４章は，第３章で与えた制限条件をより一般化したものである。このため，自己相関行列の集合を同値類に類別し，この同値類の性質を解明することにより，新たに特徴誤差なる類別に関する評価量を導入している。この量と第３章の特徴差を用い，特徴誤差を零にし，特徴差を最大にすることは，真の類に対応する自己相関行列を求めることであることを示している。この結果を用いれば，対象とする未知の分布の分散がある条件を満足するとき，平均及び分散が夫々求められること，例えば，２つの正規分布から構成される混合分布では，ベイズ決定関数が求められることを示している。これ等の結果は，きわめて重要な知見である。

第５章は，第３章及び第４章の理論の裏付けを電子計算機を用いたシミュレーションにより与えたものであって，理論と実際がよく合うことを示している。

第６章は結論である。

以上要するに本論文は，Karhunen −Loève 直交系の認識系に対する性質を数学的に解明し，これを用いてパターン認識系設計のための基礎理論を確立したものであり，情報工学に寄与するところ少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。