

|           |  |
|-----------|--|
| 氏 名       | しょうじかつお<br>庄 司 克 雄   |
| 授 与 学 位   | 工 学 博 士  |
| 学位授与年月日   | 昭和49年12月4日   |
| 学位授与の根拠法規 | 学位規則第5条第2項   |
| 最 終 学 歴   | 昭和41年3月<br>東北大学大学院工学研究科精密工学専攻修士課程修了                              |
| 学位論文題目    | 統計的手法による研削機構の研究  |
| 論文審査委員    | 東北大学教授 佐藤 健児      東北大学教授 松井 正己<br>東北大学教授 萱場 孝雄      東北大学教授 高梨 三郎 |

## 論 文 内 容 要 旨

### 第1章 序 論

研削機構とは、砥石内における砥粒切れ刃が被削材に対してどのような運動を行うかを、主として幾何学的に解明したものである。そして与えられた研削条件のもとで、個々の砥粒切れ刃がどのような切込み深さで切削を行い、どのような切屑を排出し、その結果どのような仕上面が創成されるかを明らかにすることを目的としている。つまり砥粒切れ刃の脱落、破碎および先端の摩滅、砥石の減耗、研削抵抗の変化、さらに仕上面の状況などを物理的、化学的に明らかにして行くための基礎的な資料を与えるものであると考えられる。

すなわち、研削機構の解析は研削理論の出発点と考えてよく、これまでも多くの研究者によってその成果が報告されている。その多くは、様々な形状および切込み深さをもつ砥粒切れ刃に代わって、平均的な形状および切込み深さをもつ仮想的な砥粒切れ刃による切削作用を基本としている。これらの研究は、平均的な量を知るだけで十分な研削抵抗や研削温度などについては、多

くの知見を与えた。しかし平均的な量よりも、最大値や確率分布が重要な意味をもつと考えられる仕上面あらさ、砥粒研削点温度、砥粒の破碎や脱落などを考える場合には、砥粒切れ刃先端の形状および高さの不揃いの状況を考慮しなければならないであろう。本研究は、実際の砥石における砥粒切れ刃の形状および位置の分布の測定を行い、その結果に基づき砥粒切れ刃の高さの不揃いを考慮した砥石モデルを仮定して研削機構の解析を行ったものである。さらに、二、三の実験を行って、理論の妥当性を確かめている。

## 第2章 砥粒切れ刃の形状と位置の分布

### 2.1 砥粒切れ刃形状の測定

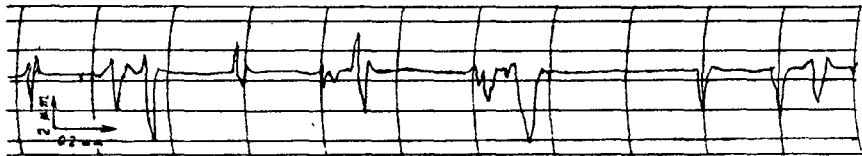


図 2.1 砥石作業面による引っかき疵の断面曲線

これまでの測定の多くは、砥石面を直接接触針で走査して測定したものである。しかし砥粒切れ刃は鉱物結晶のへき開面のため凹凸が激しく触針による走査には不適である。そこで本研究では、鏡面仕上げした黄銅試片面を砥石作業面で引っかいて疵をつけ、その形状を表面検査機で

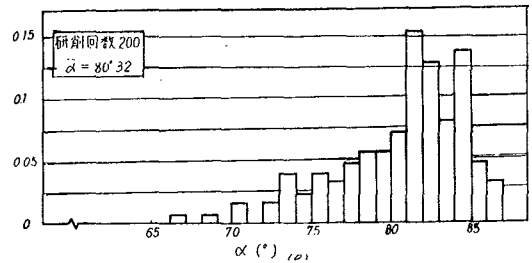


図 2.2 砥粒切れ刃の半頂角のヒストグラム

走査するという間接的な測定法を採用した。図 2.1 は、その引っかき疵の断面曲線の一例である。この例からも明らかなように、切れ刃先端の断面は、全般的に三角形に近い形状をしている。そこで簡単のために、切れ刃先端を頂角  $2\alpha$  の二等辺三角形と考えると、半頂角  $\alpha$  の分布を求めた。図 2.2 はその測定結果の一例である。

### 2.2 砥粒切れ刃半頂角の平均値の簡易推定法

砥粒切れ刃を半頂角  $\alpha$  の円錐と考えると、その母面に被削材からの面圧力  $p$  と摩擦力  $\mu'p$  が作用すると仮定すると（図 2.3），研削抵抗の接線成分  $T$ ，垂直成分  $N$  は、それぞれ次式で与えられる。

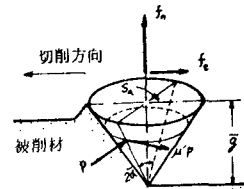


図 2.3 砥粒切れ刃に作用する力

$$T = C_p \left( \frac{v d \cdot b}{V} \right) + \mu N \quad (2.1)$$

$$N = C_p \left( \frac{\pi v d \cdot b}{2V} \right) \tan \bar{\alpha} \quad (2.2)$$

ここで $C_p$ は、被削材の盛り上がり係数、 $v$ はテーブル速度、 $V$ は砥石周速度、 $d$ は砥石半径切込量、 $b$ は研削幅、 $\mu \equiv \left( \frac{2}{\pi} \right) \operatorname{cosec} \bar{\alpha} \cdot \mu'$ である。したがって(2.2)式より、

$$\tan \bar{\alpha} = \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{C_p} \right) \left( \frac{V}{bv} \right) \left( \frac{N}{d} \right) \quad (2.3)$$

ここで $C_p$ は、(2.1)式と(2.2)式から得られる二分量比 $T/N$ の式

$$\frac{T}{N} = C_p \left( \frac{bv}{V} \right) \left( \frac{d}{N} \right) + \mu \quad (2.4)$$

により、実測値 $T/N$ と $d/N$ の関係直線の勾配から実験的に求めることができる。図

2.4は、高速度鋼を研削し、その時の研削抵抗と砥石の実質半径切込量を測定して、 $d/N - T/N$ 座標上にプロットしたものである。この勾配と研削条件とから、

$C_p = 1840 \text{ kg/mm}^2$ を得る。このように被削材の $C_p$ 値がわかれば、 $N/d$ の実測値と研削条件から、(2.3)式により平均的な砥粒切れ刃の半頂角 $\bar{\alpha}$ の値が求められる。

### 2.3 砥粒切れ刃先端の位置の分布

平坦に仕上げた黄銅試片面を、砥石の円筒面で引っかき、条痕をつける。この条痕の初めの位置は、切れ刃の位置を黄銅面に投影したものと考えられ、さらに垂直方向の相対的な位置は、それぞれの条痕の深さを測定すれば得られる。図2.5は、このようにして得た砥粒切れ刃の三次元位置から求めた分布図の例である。図で同軸の放物線は、砥石半径方向の切れ刃密度の変化を調べるために、砥石を等間隔( $0.8 \mu\text{m}$ )の

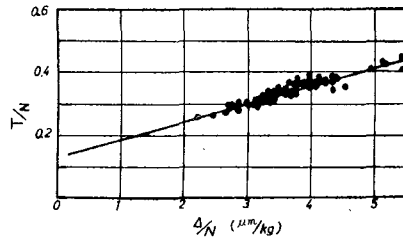


図 2.4 研削抵抗の二分量比と $d/N$ の関係

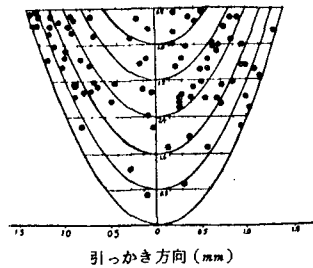


図 2.5 砥粒切れ刃の分布図

同心円で切ったものを示している。図 2.6 は、これより求めた切れ刃密度の半径方向の変化である。ここで  $W_0$  は、切れ刃密度の逆数で、切れ刃 1 個の占める平均の砥石体積を示している。この結果からわかるように、ドレッシング直後の正常研削の状態にある砥石では、砥石半径方向の切れ刃分布の粗密の差はほとんどなく、近似的に一様ランダムな分布をしていると考えられる。

#### 2.4 触針法と筆者らの測定法の相違

従来主として行われていた触針法による砥粒切れ刃密度の測定法と 2.3 節で述べた筆者らの方法との本質的な相違は、筆者らの方法が直接切れ刃先端の位置を測定しているのに対して触針法の場合は必ずしも触針が切れ刃の先端部を走査しないことである。そこで切れ刃を半頂角  $\alpha$  の円錐と仮定して、触針法の測定原理について考察した。その結果、触針法で得られた断面曲線から切れ刃先端の分布

を求めると、半径方向に一様な切れ刃分布をもつ砥石については、山の密度は半径深さに比例することが明らかになった。図 2.7 は、試作の触針式表面検査機で測定した結果の一例であるが、砥石の表層部に関しては、山の密度は  $n_t$  は、半径深さ  $t$  に比例し、理論的考察と一致した。

### 第 3 章 研削仕上面あらさ

#### 3.1 アボットの負荷曲線

平面研削における砥石と被削材の幾何学的な位置関係を図 3.1 のように考える。いま断面曲線を考えようとしている研削方向に垂直な被削材断面を基準断面とよび、砥石軸を含む位置にきた瞬間を基準にして、円周距離  $s$ 、半径深さ  $\delta$  にある切れ刃先端の座標を  $(s, \delta)$  とする。切れ刃  $(s, \delta)$  が基準断面を切削する高さ  $h$  は、

$$h = \delta + \frac{1}{D} \left( \frac{v}{V} \right)^2 s^2 \quad (3.1)$$

で与えられる。図 3.1 の曲線 CBD は、基準断面上での切削高さが  $h$  である切れ刃の位置を示している。い

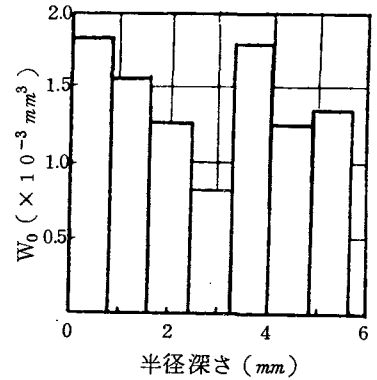


図 2.6  $W_0$  の測定結果  
(砥石 WA 60 H 8 V)

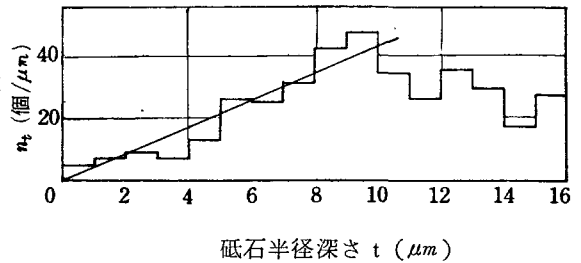
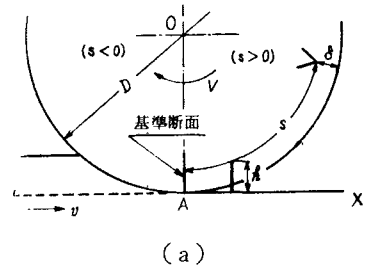


図 2.7 断面曲線における切れ刃密度  $n_t$  の測定結果



ま砥粒切れ刃を半頂角 $\alpha$ の円錐と考え、かつ切れ刃の形状通りに切削が行われると仮定すれば、基準断面上の任意の位置の切削高さが $h$ 以上であるための必要十分条件は、 $B$ を頂点とし、頂角を $2\alpha$ とする二等辺三角形 $BEF$ 内を切れ刃が通過しないことである。 $\triangle BEF$ を通過する砥石部分は、 $CBD$ を頂とし、 $CBDE$ 、 $CBDF$ と砥石の円筒面で囲まれた部分であり、この体積 $W$ は、

$$W = \frac{16}{15} \frac{V}{v} h^2 \sqrt{Dh} \tan \alpha \quad (3.2)$$

で与えられる。したがって、第2章の結果に基づいて、砥粒切れ刃は三次元的に一樣ランダムに分布しているものと仮定すれば、基準断面における切削高さが $h$ 以上である確率 $P(h)$ は、 $W$ 内に切れ刃が全く存在しない確率に等しく、次式で与えられる。

$$P(h) = \left(1 - \frac{W}{W_m}\right)^{\bar{n}} \quad (3.3)$$

ここで $W_m$ は、内部に切れ刃が全く存在しないように取り得る最大の砥石体積で、基準断面上の最大高さを $R_{max}$ とすると、

$$W_m = \frac{16}{15} \frac{V}{v} R_{max}^2 \sqrt{DR_{max}} \tan \alpha \quad (3.4)$$

である。また $\bar{n}$ は、 $W_m$ 内に存在する切れ刃の平均個数で

$$\bar{n} = \frac{W_m}{W_0} \quad (3.5)$$

である。

### 3.2 砥粒切れ刃密度の推定

(3.3)式に、(3.2)、(3.4)式を代入すれば、

$$P(h) = \left\{1 - \left(\frac{h}{R_{max}}\right)^{2.5}\right\}^{\bar{n}} \quad (3.6)$$

である。ここで $P(h)$ は、アボットの負荷曲線の負荷面積の比に等しい。したがって、研削仕上面の断面曲線からアボットの負荷曲線を求め、これを縦、横軸をそれぞれ $-\log P(h)$ 、 $-\log \left\{1 - \left(h/R_{max}\right)^{2.5}\right\}$ とする座標上にプロットすれば、(3.6)式から、その勾配は $\bar{n}$ になる。 $\bar{n}$ の値がわかれば、(3.4)式と(3.5)式によって、砥石の切れ刃密度の逆数 $W_0$ が求められる。図3.2は、アボットの負荷曲線から求めた $W_0$ と引っかき法によって実測した $W_0$ の値を対比させ

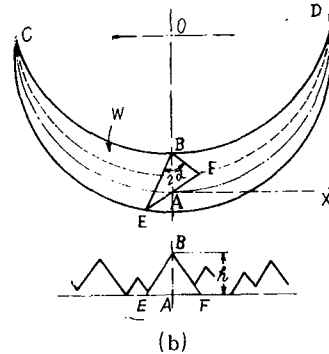


図3.1 砥粒切れ刃の座標 $(s, \theta)$ と切削高さ、(a)切れ刃の座標、(b)基準断面上の高さ $h$ とそれに対応する等高切削曲線 $CBD$

たものである。引っかけ法の測定精度が良くないことを考慮すれば、この結果は一応満足の行くものと考ええる。

### 3.3 研削仕上面の最大高さあらさ

(3.5)によれば、 $\bar{n}$ の値が大きいことは、同じ砥粒切れ刃密度にもかかわらず $W_m$ を大きく取り得ることを意味している。 $W_m$ はその内部に切れ刃が存在しないように取り得る最大体積であるから、これは切れ刃分布に粗密のむらが大きいことを表わしている。いいかえれば、 $\bar{n}$ は砥粒切れ刃分布のランダム性の大きさを表わしていると考えることができる。たとえば小野<sup>1)</sup>が仮定したように、砥粒切れ刃が一様な連続分布に従う場合は $\bar{n} = 1$ に相当し、織岡<sup>2)</sup>が考えたように、アトランダムに分布(いわゆるポアソン分布)する場合は、理論上は $\bar{n} = \infty$ である。これに対して実際の砥石の場合には、砥粒と結合剤と空孔がかなり均一に分布している。したがって完全にランダムであるというよりは、むしろかなり均一な性質をもっていると考えられる。そこで実際の砥石におけるランダム係数 $\bar{n}$ の値を、前節で述べた方法により、研削仕上面の断面曲線から求めることにした。図3.3はその結果である。この結果は、WA 60 H, GC 80 H, K, N, GC 46 Hの5種の砥石についての結果である。この結果によれば、 $\bar{n}$ は主として2.5~4.5に集中している。そこでいま、 $\bar{n}$ の値として平均値3.3をとり、これを(3.5)式に代入し、(3.4)式から $R_{max}$ を求めると、次式のようになる。

$$R_{max} = 1.57 W_0^{0.4} \left( \frac{v}{V} \right)^{0.4} \left( \frac{1}{D} \right)^{0.2} (\cot \bar{\alpha})^{0.4} \quad (3.7)$$

### 3.4 最大高さあらさと他のあらさとの関係

(3.6)式から、 $h$ の分布関数 $F(h)$ は、

$$F(h) = 1 - \left\{ 1 - \left( \frac{h}{R_{max}} \right)^{2.5} \right\}^{\bar{n}} \quad (3.8)$$

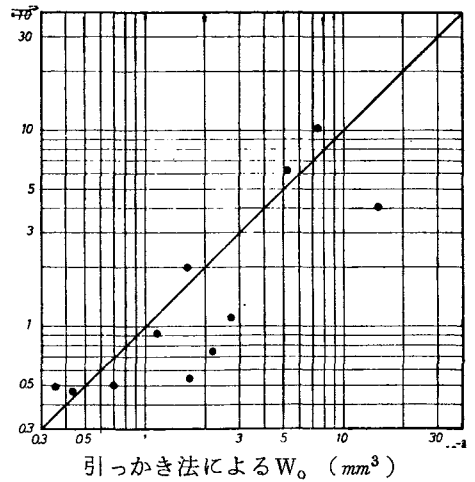


図3.2 簡易法によって求めた $W_0$ と実測値の $W_0$ との比較

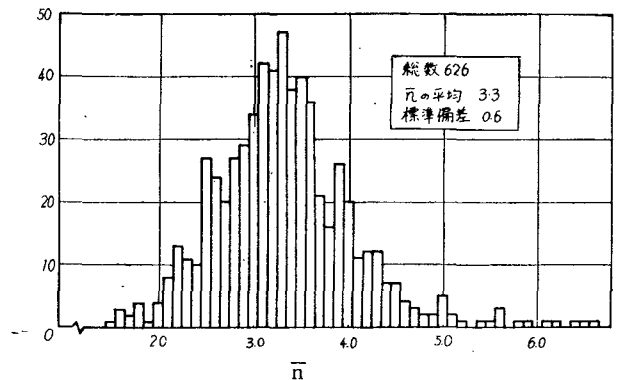


図3.3 実際の砥石の $\bar{n}$ のヒストグラム

から求めることにした。図3.3はその結果である。この結果は、WA 60 H, GC 80 H, K, N, GC 46 Hの5種の砥石についての結果である。この結果によれば、 $\bar{n}$ は主として2.5~4.5に集中している。そこでいま、 $\bar{n}$ の値として平均値3.3をとり、これを(3.5)式に代入し、(3.4)式から $R_{max}$ を求めると、次式のようになる。

である。したがって、 $R_{\max}$  を係数として、他のあらさは次のように与えられる。

$$\circ \text{平均深さ } R_0 = \int_0^{R_{\max}} h dF(h) = \frac{\Gamma(1.4) \bar{n} \Gamma(\bar{n})}{\Gamma(\bar{n} + 1.4)} R_{\max} \equiv k_1 R_{\max}$$

$$\circ \text{自乗平均平方根あらさ } R_{\text{rms}} = \sqrt{\int_0^{R_{\max}} (h - R_0)^2 dF(h)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\bar{n} \Gamma(\bar{n})} \left\{ \frac{0.931}{\Gamma(\bar{n} + 1.8)} - \frac{0.788 \bar{n} \Gamma(\bar{n})}{\Gamma^2(\bar{n} + 1.4)} \right\}} R_{\max} \equiv k_2 R_{\max}$$

$$\circ \text{中心線平均あらさ } R_0 = 2 \int_0^{R_0} F(h) dh = 2 R_0 - 2 \int_0^{R_0} \left\{ 1 - \left( \frac{h}{R_{\max}} \right)^{2.5} \right\}^{\bar{n}} dh \equiv k_3 R_{\max}$$

図 3.4 は、 $k_1, k_2, k_3$  の計算値である。先の結果によれば、 $\bar{n} = 2.5 \sim 4$  であるから、 $k_1 \doteq 0.5$ 、 $k_2 \doteq 0.18$ 、 $k_3 \doteq 0.16$  である。図 3.5 は WA 46 H 砥石による研削仕上面について  $k_2, k_3$  を求めた結果であるが、その平均値は理論的に求めた結果とほぼ等しい。

### 3.5 研削仕上面創成のシミュレーション

3.3 節で述べたように、切れ刃分布が完全にランダムな場合は  $\bar{n} = \infty$  である。しかし実際には、 $W_m = \infty$  が生起する確率はほとんど零であるから、 $\bar{n}$  は有限値になる。

また実際の砥石におけるランダム係数 3.3 なる切れ刃分布は、具体的にはどの程度の均一性をもった分布なのか。これらの興味ある問題を解決するために、次のような仮想的な砥石モデルを設定し、研削仕上面創成のシミュレーションを行った。

(I) 砥石内で、砥粒切れ刃が完全にアトランダムに分布する砥石モデル

(II)  $W_0$  に等しい体積をもつ立方体内に必ず砥粒切れ刃が存在し、その中で位置はランダムであるような砥石モデル

図 3.6 は、二つの砥石モデルに対する  $\bar{n}$  のヒストグラムである。II の砥石モデルにおける切れ刃分布は、I の砥石モデルよりも均一性が大きい、得られた  $\bar{n}$  の値から推測すれば、実際の砥

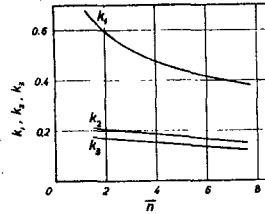


図 3.4  $k_1, k_2, k_3$  の計算値

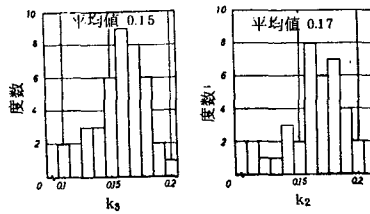


図 3.5  $k_2, k_3$  の実測値のヒストグラム

石ではさらにランダム性が小さく、より均一に分布しているものと考えられる。

### 3.6 研削仕上面あらさの理論式に関する諸問題

以上の理論式では、被削材の前加工面の凹凸を無視している。しかし微小切込みの際には、前加工面の凹凸が問題になる。図 3.7 は、前加工面の最大高さあらさを  $R_{\max}$  として、 $\lambda = d/R_{\max}$  をパラメータとした断面曲線の高さの無次元量  $\zeta$  の確率密度関数である。この結果から、 $\lambda \geq 0.6$  以上、すなわち砥石半径切込量が前加工面の最大高さあらさの約  $1/2$  以上であれば、前加工面の凹凸はほとんど問題にならないことが明らかになった。

つぎにトラバース研削の効果について検討した。図 3.8 は、 $\nu$  回のトラバース研削後における中心線平均あらさを、1 回研削時の最大高さあらさ  $\tilde{R}_{\max}$  に対する比として表わしたものである。この結果によれば、最初の研削に加えてトラバース研削を 2 回（すなわち  $\nu = 3$ ）行うだけで、あらさは最初の研削時の約 30% 減となる。しかし仕上面あらさを最初の  $1/2$  にするためには、 $\nu = 9$  回のトラバースが必要である。

図 3.9 は、トラバースを与えないスパーク・アウト研削における断面曲線の確率密度関数を、スパーク・アウト回数  $\nu$  をパラメータとして数値計算した結果である。トラバース研削においては  $\nu = \infty$  であらさは 0 になるが、この場合は、ある一定値に漸近する。これが小野<sup>3)</sup>の定義した極限あらさである。

以上のあらさに関する理論式では、簡単のために、砥粒は平均的に半頂角  $\alpha$  の円錐形であると仮定しているが、本節では砥粒切れ刃の半頂角  $\alpha$  のばらつきを考慮し、分布関数  $F(d)$  をもつ場合について考察した。その結果、 $\alpha$  にばらつきがある場合の最大高さあらさの理論式は、

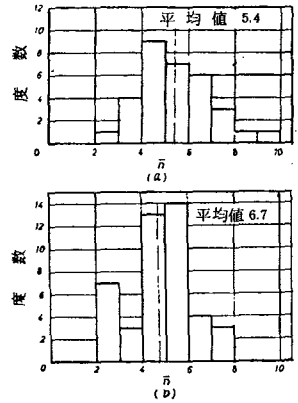


図 3.6 シミュレーションによって得た断面曲線から求めた  $\bar{n}$  のヒストグラム (a) 砥石モデル I, (b) 砥石モデル II

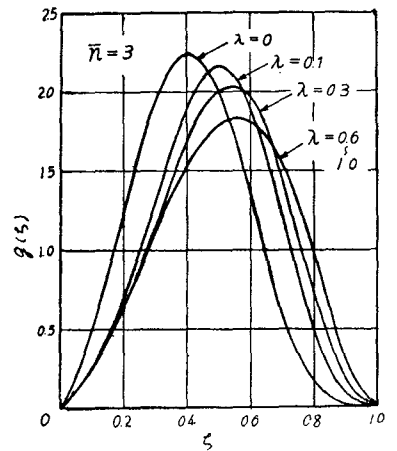


図 3.7 前加工面凹凸の影響

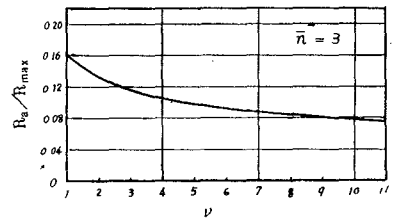


図 3.8 トラバース回数の影響



(3.7) 式の  $\tan \bar{\alpha}$  の代わりに  $\int_0^\infty \{1-F(d)\} \sec^2 \alpha \cdot d\alpha$  を置き換えたものになることが明らかになった。しかし実際の砥石について  $\tan \bar{\alpha}$  と  $\int_0^\infty \{1-F(\alpha)\} \sec^2 \alpha \cdot d\alpha$  を計算すると、たとえば、図 2.2 の例の場合、それぞれ 6.00, 6.18 であり、両者の値はほとんど等しくなる。したがって半頂角のばらつきについては、その平均値をとることによって十分近似できる。なおこの結果は、4 章以下の理論式についてもいえることである。

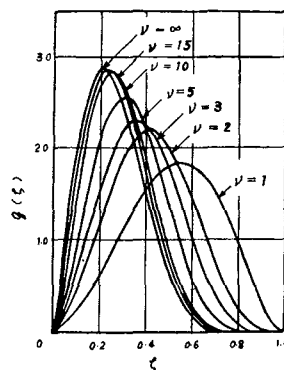


図 3.9 スパーク・アウト回数の影響

## 第 4 章 研削砥石の有効切れ刃について

### 4.1 有効切れ刃率

砥粒切れ刃の半径方向のばらつきを考慮した場合には、高い切れ刃の陰にかくれて、直接切削に与からない切れ刃の存在が問題になる。図 4.1 は、基準断面が OA を含む位置にきた瞬間を示している。CBD は、基準断面上での切削高さが  $h$  である切れ刃の位置を示す。CBD 上の任意の切れ刃の座標を  $(s, \delta)$  とするとき、切れ刃  $(s, \delta)$  が基準断面を有効に切削するためには、その先行部分、すなわち図の U 内に切れ刃が存在しないことが必要十分条件である。ここで U の体積は、

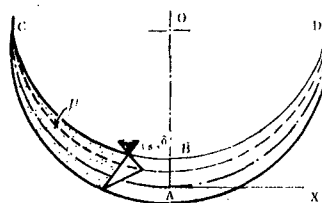


図 4.1 砥粒切れ刃  $(s, \delta)$  と U

$$U = \int_{-\frac{V}{\sqrt{Dh}}}^s \delta^2 \tan \bar{\alpha} ds = \left\{ h^2 s - \frac{2h}{3D} \left(\frac{v}{V}\right)^2 s^3 + \frac{1}{5D^2} \left(\frac{v}{V}\right)^4 s^5 + \frac{8}{15} \frac{V}{v} \sqrt{D} h^{2.5} \right\} \tan \bar{\alpha} \quad (4.1)$$

で与えられる。したがって、切れ刃  $(s, \delta)$  が基準断面に関して有効である確率  $P_e(s, \delta)$  は、

$$P_e(s, \delta) = \left( 1 - \frac{U}{W_m} \right)^{\bar{n}} \quad (4.2)$$

で与えられる。ところで問題は、切れ刃が 1 回転する間に、被削材を有効に切削し得るかどうかであるが、 $P_e(s, \delta)$  は、ある定められた断面について有効な確率である。しかし有効切れ刃は必ず被削材の自由表面を切削するから、基準断面をその切れ刃が自由表面を切削する位置にとり、それについて有効か無効かを判断すればよい。いま砥石表面から  $\delta$  の深さにある切れ刃が有

有効切れ刃である確率を有効切れ刃率  $P(\delta)$  と定義すれば、

$$P(\delta) = P_e \left( -\frac{V}{v} \sqrt{D \cdot (D - \delta)}, \delta \right) \quad (4.3)$$

である。  $R_{\max}$  ,  $D$  ,  $\bar{n}$  をパラメータとして  $P(\delta)$  を計算した結果を図 4.2 に示した。  $P(\delta)$  は砥石の表面で 1 であり、ある深さで零になる。この時の半径深さを有効深さおよび  $\delta_m$  で表わす。

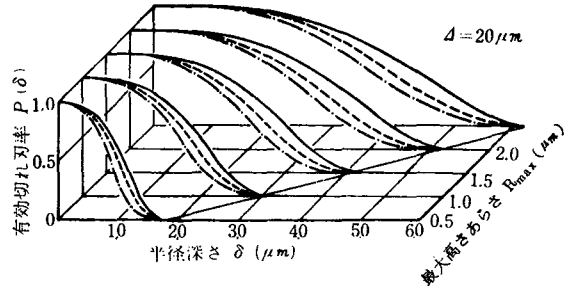


図 4.2 有効切れ刃率  $P(\delta)$

#### 4.2. 平均有効切れ刃間隔

研削抵抗や研削温度の理論式において、従来すず板点算法によって得た砥粒間隔が使われていたが、この値は切削に関与しない切れ刃も含んでおり、適当でない。いま有効切れ刃のみを砥石円筒面に平面的に投影したときの平均間隔を平均有効切れ刃間隔  $w_e$  と定義すれば、

$$w_e^2 = 1 / \frac{1}{W_0} \int_0^{\delta_m} P(\delta) d\delta = W_0 / \int_0^{\delta_m} P(\delta) d\delta = W_0 / \Psi \quad (4.4)$$

である。  $\Psi$  の値を数値計算した結果を図 4.3 に示した。

#### 4.3 連続切れ刃間隔と切削パルス間隔

前節の砥粒間隔と同じことは、連続切れ刃間隔についてもいえる。いまある研削条件における有効切れ刃を砥石円筒面に投影する。このような砥石円筒面上で、図 4.4 に示したように研削方向に平行に走査線  $O'O'$  を引いたとき、これと交差する有効切れ刃の連続する間隔  $a$  を連続切れ刃間隔と定義すると、その確率密度関数  $f(a)$  は、

$$f(a) = \frac{2}{w_e^2} \bar{g}_m \tan \bar{\alpha} \cdot \exp \left( -\frac{2}{w_e^2} \bar{g}_m \tan \bar{\alpha} \cdot a \right) \quad (4.5)$$

で与えられる。ここで  $\bar{g}_m$  は最大砥粒切込み深さの平均値である。また研削の際の切削パルス間隔  $\tau$  は、図で走査幅  $b$  のときの有

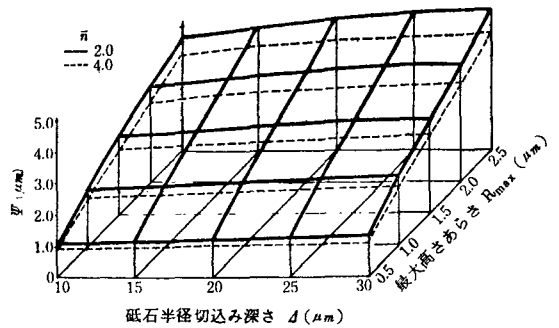


図 4.3  $\Psi$  の値

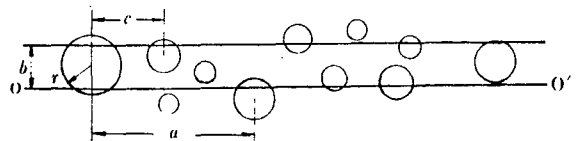


図 4.4 連続切れ刃間隔  $a$  と走査幅  $b$  のときの有効切れ刃間隔  $c$

効切れ刃間隔を  $c$  とすると、 $\tau = c/V$  であるから、 $\tau$  の確率密度関数  $f(\tau)$  は、次式で与えられる。

$$f(\tau) = \frac{V}{w_e^2} \left( b + 2 \bar{g}_m \tan \bar{\alpha} \right) \exp \left( - \frac{b + 2 \bar{g}_m \tan \bar{\alpha}}{w_e^2} V \tau \right) \quad (4.6)$$

## 第 5 章 砥粒切れ刃の切削長さとお削断面積

### 5.1 緒 言

砥粒切れ刃は、他の切削工具と違って摩滅の他に破砕や脱落など複雑な現象を伴う。したがって研削中の砥粒切れ刃に作用する切削抵抗の大きさを知ること、他の切削工具の場合に比べ重要な意義をもっている。しかし研削中の個々の砥粒切れ刃に作用する切削力を直接測定することは、技術的に非常に困難である。そこで研削時の砥粒切れ刃の切削断面積から、その時の切削力を推測することを試みた。砥粒切込み深さや切削断面積としてこれまで報告されてきた理論式は平均的な量を与えるもので、破砕や脱落のように平均値よりも統計的な分布が重要である現象に対する指標としては、不足なものである。同様のことは切削長さについてもいえる。そこで本章では、第 4 章における有効切れ刃の考え方をもとにして、これらの統計的分布を与える理論式を導いた。

### 5.2 砥粒切れ刃の切削長さ

砥粒切れ刃 ( $s, \delta$ ) が被削材を切削し始める位置を図 5.1 に示したように  $R$  とする。  $R$  を切削した後も切削は継続され被削材の自由表面  $Q$  に至って終了する。このとき  $\widehat{RQ}$  が砥粒切れ刃 ( $s, \delta$ ) の切削長さ  $L_c$  である。したがって任意に定めた基準断面を切れ刃 ( $s, \delta$ ) が有効に切削するならば、基準断面は点  $R$  の左側にあり ( $\Omega_1$ )、有効に切削しないならば右側 ( $\Omega_2$ ) にあるはずである。すなわち、図のように切れ刃 ( $s, \delta$ ) が基準断面と交差する位置を  $P$  とし、 $\widehat{PQ} \equiv l_c$  とすれば、 $L_c \geq l_c$  である確率  $P(L_c \geq l_c)$  は、切れ刃 ( $s, \delta$ ) が基準断面に関して有効である確率で与えられ、次式のようになる。

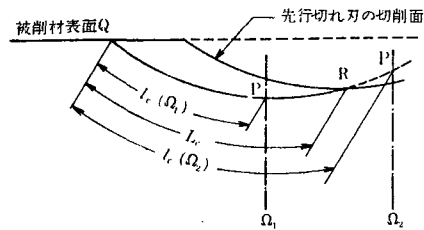


図 5.1 基準断面のとり方と  $L_c, l_c$  の関係

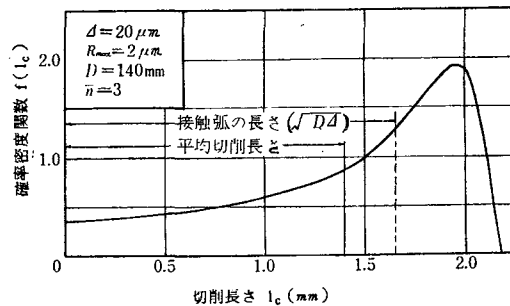


図 5.2 切削長さの分布の数値計算例

$$P(L_c \geq l_c) = \left\{ 1 - \frac{U(x, \delta)}{W_m} \right\}^{\bar{n}} \quad (5.1)$$

ここで  $U(x, \delta)$ ,  $l_c$  は, それぞれ

$$U(x, \delta) = \left\{ \frac{8}{15} (\delta + x^2)^{2.5} + \delta^2 x + \frac{4}{3} \delta x^3 + \frac{8}{15} x^5 \right\} \frac{V}{v} \sqrt{D} \tan \bar{\alpha}$$

$$l_c = \sqrt{D} (\sqrt{D - \delta} + x), \quad x \equiv \frac{v}{V} \cdot \frac{s}{\sqrt{D}}$$

である。図 5.2 は, (5.1) 式から求めた切削長さの確率密度関数の数値計算結果の一例である。この結果, 従来から切削長さとして用いられている砥石接触弧の長さは, 切削長さの平均値よりもやや大きいこと, また切削長さの分布の最頻値は最大値に非常に近いところにあり, 分布は右に片寄った形になることが明らかになった。

### 5.3 砥粒切込み深さ

図 5.3 で, 点 J を砥粒切れ刃 ( $s, \delta$ ) の基準断面における切削点とすると,  $\overline{JQ} = G_1$  を砥粒切込み深さと定義する。いま直線 JQ 上に任意にとった点 P に対して,  $G_1 \geq \overline{JP} \equiv g_1$  であるためには, 点 P を切れ刃 ( $s, \delta$ ) が有効に切削すること, すなわち二等辺三角形 PMN 内を切れ刃 ( $s, \delta$ ) の先行切れ刃が通過しないことである。したがって  $G_1 \geq g_1$  である確率を  $P(G_1 \geq g_1)$  とすれば,

$$P(G_1 \geq g_1) = \left( 1 - \frac{U_1}{W_m} \right)^{\bar{n}} \quad (5.2)$$

である。ここで,

$$U_1 = \left\{ (h + g_1)^2 x - \frac{2}{3} (h + g_1) x^3 + \frac{1}{5} x^5 + \frac{8}{15} (h + g_1)^{2.5} \right\} \frac{V}{v} \sqrt{D} \tan \bar{\alpha}$$

である。

### 5.4 最大砥粒切込み深さ

図 5.4 (a) で, 円弧 I を砥粒切れ刃 ( $s, \delta$ ) が被削材に対して描く軌跡とし, これと同一平面に

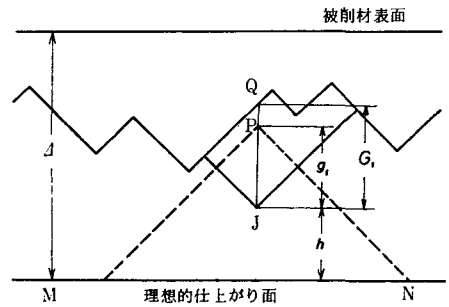


図 5.3 砥粒切込み深さの定義

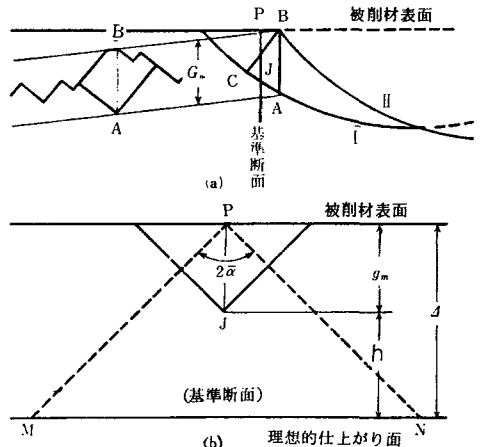


図 5.4 最大砥粒切込み深さ

(a) 切れ刃の軌跡と最大砥粒切込み深さ, (b) 切れ刃 ( $s, \delta$ ) の基準断面上での切削位置

ある先行切れ刃の母面上の点の描く軌跡を円弧Ⅱで示した。このとき、砥粒切れ刃 ( $s, \delta$ ) の最大砥粒切込み深さ  $G_m$  は  $\overline{BC}$  であるが、 $D \gg \Delta$  であるから、十分な精度で  $G_m = \overline{BA}$  とすることができる。図 5.4 (b) で点 J は、切れ刃 ( $s, \delta$ ) の基準断面上での切削位置であるとする。いま J から被削材表面に垂線を下し、その足を P とすれば、切れ刃 ( $s, \delta$ ) の最大砥粒切込み深さ  $G_m$  が  $JP (=g_m)$  より大きいための必要かつ十分な条件は、P を頂点とする頂角  $2\bar{\alpha}$  の二等辺三角形 PMN 内を切れ刃 ( $s, \delta$ ) に先行する切れ刃が通過しないことである。したがって  $G_m \geq g_m$  なる確率を  $P(G_m \geq g_m)$  とすれば、

$$P(G_m \geq g_m) = \left(1 - \frac{U_2}{W_m}\right)^{\bar{n}} \quad (5.3)$$

である。ここで

$$U_2 = \left(\frac{8}{15} \Delta^{2.5} + \Delta^2 x - \frac{2}{3} \Delta x^2 + \frac{1}{5} x^5\right) \times \frac{V}{v} \sqrt{D} \tan \bar{\alpha}$$

である。図 5.5 は、(5.3) 式に基づいて求めた  $g_m$  の平均値  $\bar{g}_m$  と研削条件との関係である。

さて、一様乱数によって切れ刃の位置を決めた砥石モデルについて切削のシミュレーションを行い、砥粒切込深さ  $g_1$  と切削断面積  $a_1$  を求めたところ、多少のばらつきはあるが、両者の間には近似的に  $a_1 = g_1^2 \tan \bar{\alpha}$  の関係があることが明らかになった。この関係は、最大砥粒切込み深さ  $g_m$  と最大切削断面積  $a_m$  の間にも成り立つと考えられるから、 $g_m$  の確率密度関数  $f(g_m)$  から、 $a_m$  の確率密度関数  $k(a_m)$  が次式によって与えられる。

$$k(a_m) = \frac{1}{2\sqrt{a_m \tan \bar{\alpha}}} f\left(\sqrt{\frac{a_m}{\tan \bar{\alpha}}}\right) \quad (5.4)$$

図 5.6 は  $g_m$  の確率密度関数  $f(g_m)$  から、(5.4) 式によって計算した  $k(a_m)$  の一例である。

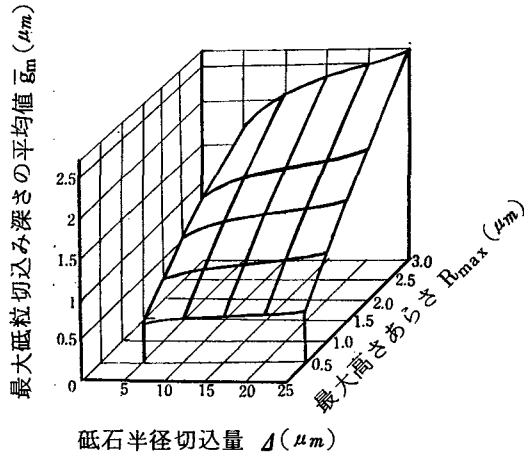


図 5.5  $\bar{g}_m$  と研削条件との関係

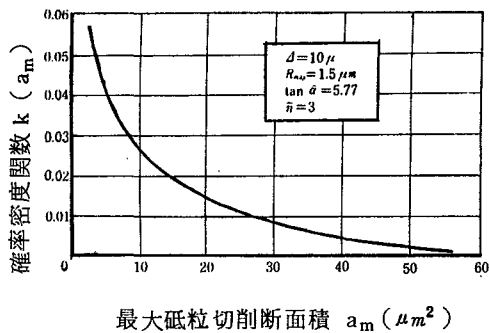


図 5.6 最大砥粒切削断面積の確率密度関数の例

## 第6章 砥粒切れ刃の切削長さ と 切削パルス 間隔の測定

### 6.1 緒 言

第3章から第5章にわたって、砥粒切れ刃は三次元的に一様ランダムに分布するという仮定に基づいて、研削仕上面あらさ、砥粒切れ刃の切削長さ、砥粒切れ刃間隔、切削パルス間隔などの確率分布を与える理論式を導いた。しかし実際の研削の場合は、砥粒切れ刃形状の不規則性、被削材および砥石の弾性変形あるいは盛り上がりなどが起っており、上述のような単純な仮定がはたして妥当かどうか確める必要がある。このうち研削仕上面あらさについては、定量的によく一致することが認められたので、本章では研削の際の個々の砥粒切れ刃の切削パルスの大きさについて理論値との比較を行った。

### 6.2 実験装置

切削パルスの測定には、圧電素子（ジルコチタン酸鉛）を使った荷重検出器を試作し、使用した。その固有振動数は約30kHzであり、通常の研削条件での実験は不可能であるため、 $V = 1.2 \text{ m/min}$  という超低速での研削を行った。その際、テーブル速度も同じ割合で減速し（自作の送り装置使用）、 $v/V$  の比を通常の場合と同じにした。研削盤は、精密平面研削盤を使用した。検出器の出力は、電荷増幅器を通し、シンクロスコープで観測した。

### 6.3 実験結果および考察

(4.6)式からわかるように、研削幅  $b$  が大きすぎると切削パルス間隔が小さくなり、個々のパルスの分離測定が不可能になる。そこで本実験では、 $b = 0.4 \sim 0.2 \text{ mm}$  とした。図6.1は、シンクロスコープで観察した切削パルス



図 6.1 砥粒切れ刃による切削パルスの実測結果の一例

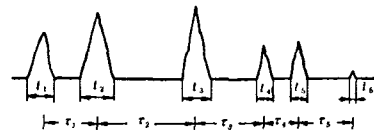


図 6.2 切削パルスの時間間隔  $\tau_i$  と 時間  $t_i$

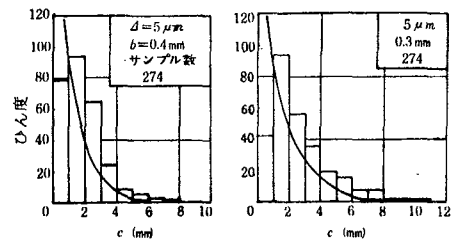


図 6.3  $c$  の実測値と理論値

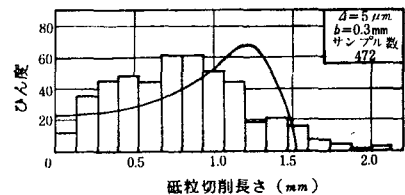


図 6.4 砥粒切削長さの実測値と理論値

である。これらの結果より、切削パルスの時間間隔  $\tau$  と切削時間  $t$  は、図 6.2 のように求められる。さらに有効切れ刃間  $c$  と砥粒切削長さ  $l_c$  は、それぞれ  $c = \tau V$ 、 $l_c = t V$  で与えられる。図 6.3 および図 6.4 のヒストグラムは、その実験結果である。一方実測により、 $W_0 = 1.2 \times 10^{-3} \text{ mm}^3$ 、 $\tan \bar{\alpha} = 6.5$  である。このとき (3.7) 式により、 $R_{\max} = 2.1 \mu\text{m}$  である。図 4.3 より、 $\Delta = 5 \mu\text{m}$ 、 $R_{\max} = 2.1 \mu\text{m}$  のとき  $\Psi = 0.6 \mu\text{m}$  である。したがって (4.4) 式から、 $w_e = 0.7 \text{ mm}$  を得る。一方、図 5.5 より、 $\bar{g}_m = 1.3 \mu\text{m}$  であるから、連続切れ刃間隔の分布は、(4.5) 式から、

$$f(a) = 0.035 \exp(-0.035a) \quad [a: \text{mm}]$$

である。また有効切れ刃間隔の確率密度関数は、

$$f(c) = 0.66 \exp(-0.66c) \quad [c: \text{mm}]$$

で与えられる。図 6.3 の実線で示した曲線は、上の計算結果を示したものである。また図 6.4 の曲線は、 $\Delta = 5 \mu\text{m}$ 、 $R_{\max} = 2.1 \mu\text{m}$  として 5.1 節に従って数値計算したものである。図 6.5 は、切削パルスの大きさのヒストグラムである。これは最大砥粒切削断面積の分布 (図 5.6) と定性的によく一致している。

さて図 6.3、図 6.4 について、実測値と理論値を比較すると、実測値の方がやや大きくなっている。この原因の第一は、理論計算では幾何学的に被削材と交差する砥粒切れ刃はすべて有効切れ刃であると考えているが、実際には切削パルスの極めて小さなものは、ほとんど検出不可能なことである。同時研削切れ刃数が 1 を越えないよう  $\Delta$  と  $b$  をできるだけ小さくしたが、実際には切削パルスが重なるのを完全に防ぐのは不可能であろう。

## 第 7 章 同時研削砥粒切れ刃数と比研削抵抗

### 7.1 緒言

第 5 章において、砥粒切れ刃の切削断面積の確率分布を求める理論式を導いた。したがって被削材の被研削性を表わす要素として、単位研削断面積あたりの研削抵抗 (比研削抵抗) を知れば、研削中の砥粒切れ刃に作用する切削力を推定することができる。比研削抵抗を求める方法は、研削抵抗の実測値から換算する方法と単粒の切削抵抗から直接求める方法とがあるが、ここではその両方について行い、比較した。

### 7.2 同時研削砥粒切れ刃数 $m$

図 7.1 において、点 P は砥粒切れ刃 ( $s$ ,  $\delta$ ) と基準断面の交点、 $l_c$  は P 点以後の切削軌跡の

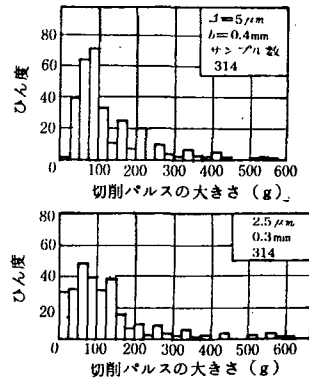


図 6.5 切削パルスの大きさの実測値

長さ、 $L_c$ は切れ刃 ( $s, \delta$ ) の切削長さとする。  
 切れ刃 ( $s, \delta$ ) に相当する切れ刃の個数は、  
 ( $s, \delta$ ) における微小体積を  $ds \cdot d\delta \cdot db$  として、  
 $ds \cdot d\delta \cdot db / W_0$  である。これらの砥粒切れ刃  
 が交点Pで被削材を有効に切削している確率は、  
 $P(L_c \geq l_c)$  である。したがって平均の同時研  
 削砥粒切れ刃数  $m$  は、 $P(L_c \geq l_c) ds \cdot d\delta \cdot db / W_0$   
 を基準断面と交差する砥石領域全部について積  
 分すればよいから、次のように与えられる。

$$m = \frac{1}{W_0} \int_0^b db \int_0^D d\delta \int_{-\frac{v}{v} \sqrt{D(D-\delta)}}^{\frac{v}{v} \sqrt{D(D-\delta)}} ds$$

$$\times P(L_c \geq l_c) ds = \frac{b}{W_0} \Phi \quad (7.1)$$

図 7.2 は、 $\Phi$  の計算結果である。

### 7.3 比研削抵抗

5.3 節によれば、平均砥粒切削断面積  $\bar{a}_1$  は、  
 $\bar{a}_1 = E(g_1^2) \tan \bar{\alpha}$  で与えられる。ここで  $E(g_1^2)$   
 は、 $g_1^2$  の平均値で図 7.3 のように与えられる。  
 いま砥粒切れ刃を  $\bar{a}_1$  と等しい断面積をもつ半  
 頂角  $\bar{\alpha}$  の円錐形で近似し、2.2 節で仮定したよ  
 うに、切れ刃には面圧力  $p$  と摩擦力  $\mu'p$  が作用  
 すると考えると、研削抵抗  $N, T$  は次式で与え  
 られる。

$$N = \frac{\pi}{2} C_p m E(g_1^2) \tan^2 \bar{\alpha} \quad (7.2)$$

$$T = C_p m E(g_1^2) \tan \bar{\alpha} + \mu N \quad (7.3)$$

(7.3) 式で右辺の第 2 項は、研削抵抗の接線成  
 分  $T$  の摩擦部分である。したがって  $C_p$  は、接

線成分  $T$  のうち摩擦部分を除いたものを、みかけの研削断面積  $m E(g_1^2) \tan \bar{\alpha}$  で割ったもので  
 ある。すなわち  $C_p$  は掘り起こしにおける比研削抵抗と考えられ、従来の比研削抵抗との混乱をさける  
 ため、これを  $C_p$  値と呼ぶことにする。 $C_p$  値は (7.2) 式により、 $N, \alpha, W_0$  から求めること

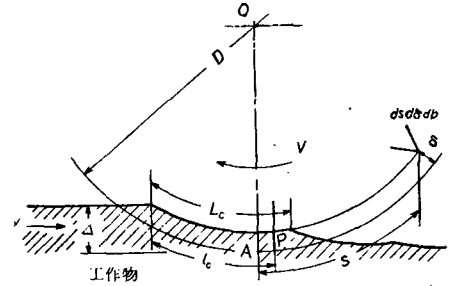


図 7.1 砥粒切れ刃の切削長さ  $L_c$  と  $l_c$  との関係

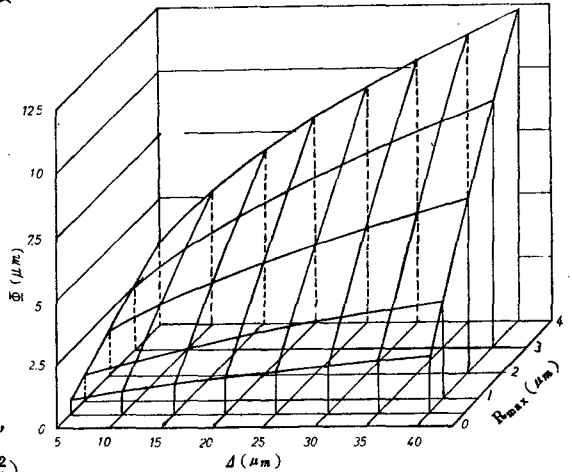


図 7.2  $\Phi$  の計算結果

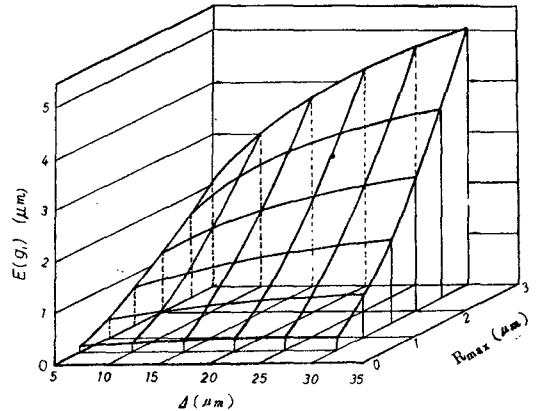


図 7.3  $R_{max}, D$  と  $E(g_1^2)$  の関係



ができる。図 7.4 は、研削抵抗より求めた  $C_p$  値の結果である。

#### 7.4 単粒切削実験

平面研削盤を利用し、ダイヤモンド単粒による切削実験を行った。切削抵抗は、第 6 章で述べたと同様の圧電型の荷重検出器を用いて測定した。出力はシンクロスコープで観察したが、その際外部トリガー装置を工夫して、連続する切削パルスが観測できるようにした。ダイヤモンド単粒の先端を近似的に半頂角  $\bar{\alpha}$  の円錐形と考え、その半径切込量を  $\Delta$  とすれば、切削抵抗の垂直成分のピーク値は

$$f_n = 0.57 C_p \Delta^2 \tan^2 \bar{\alpha} \quad (7.4)$$

で与えられ、このときの切削断面積  $\Sigma_{cm}$  は

$$\Sigma_{cm} = 0.36 \Delta^2 \tan \bar{\alpha} \quad (7.5)$$

である。図 7.5 は、 $C_p$  値に対する単粒先端形状の影響を調べたものである（被削材：S45C）。図 7.6 は、切削速度の影響を調べたものである（被削材 S45C）。また図 7.7 は、各種被削材についての結果である。このように単粒切削によって得られた  $C_p$  値は、明瞭ないわゆる寸法効果を示し、また研削抵抗より得た値に比べてやや大きくなっている。このように単粒切削によって求めた  $C_p$  値が大きくなる理由として、一つは、単粒切削の場合には断続切削のために、被削材の軟化による  $p$  の低下がほとんど起らないこと、第二は単粒切削と実際の場合の切削時における盛り上がり現象の相違が考えられる。

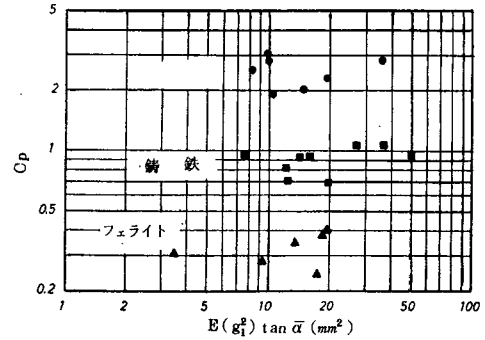


図 7.4 研削抵抗より求めた  $C_p$  値

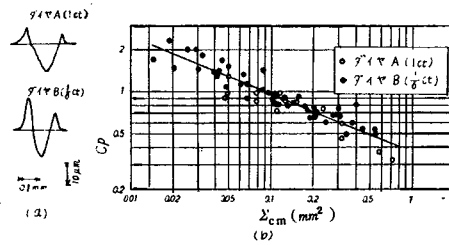


図 7.5 (a) 砥粒切れ刃先端形状 (b) 先端形状の相違が  $C_p$  値に及ぼす影響

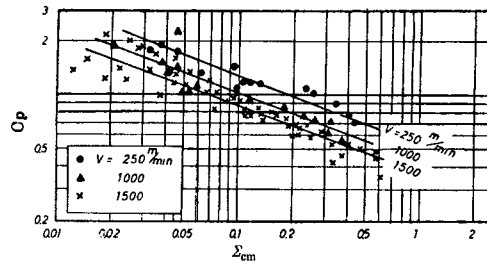


図 7.6  $C_p$  値に対する切削速度の影響

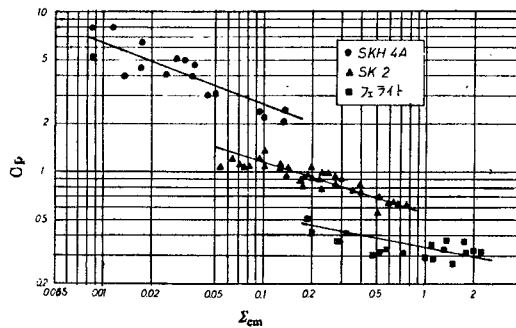


図 7.7 各種材料の  $C_p$  値

### 7.5 砥粒切れ刃に作用する切削抵抗

砥粒切れ刃を円錐で近似し、第2章で述べたような力が作用すると仮定すれば、切削抵抗の垂直分力のピーク値  $f_n$  は、

$$f_n = \frac{\pi}{2} C_p \cdot a_m \tan \bar{\alpha} \quad (7.6)$$

で与えられる。したがって被削材の  $C_p$  値が求められておれば、与えられた研削条件のときの  $a_m$  の分布から、そのときの砥粒切れ刃

に作用する切削抵抗の分布が求められる。図7.8は、高速度鋼の  $C_p$  値を  $2,500 \text{ kg/mm}^2$  として  $f_n$  の分布を求めたものである。これは、研削速度の非常に遅い条件のもとでの実験結果(図6.5)と定性的によく一致する。

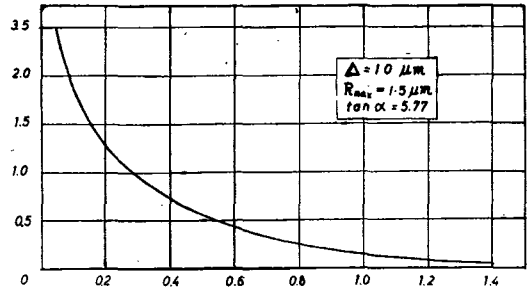


図 7.8 砥粒切れ刃に作用する最大垂直研削抵抗の確率密度関数の例

## 第 8 章 結 論

- (1) 砥粒切れ刃の先端形状の新しい測定法を開発し、切れ刃半頂角の分布を求めた。また研削抵抗の垂直分力  $N$  と砥石半径切込量  $d$  から、砥粒切れ刃の平均半頂角  $\bar{\alpha}$  を求める方法を提案した。さらに、これから得られる  $\tan \bar{\alpha}$  によって、ドレッシング効果や切れ刃の摩滅状態を評価できることを明らかにした。
- (2) 砥粒切れ刃の分布を測定する新しい測定法を開発した。この方法を使って、正常研削の場合、砥石のごく表層部では切れ刃の分布は半径方向についてはほぼ一様と考えることができることを明らかにした。また研削仕上面のアボットの負荷曲線から、逆に砥石の切れ刃密度を求める方法を提案した。
- (3) 砥粒切れ刃の分布のランダム性の大きさを表わす量  $\bar{n}$  を定義し、実際の砥石についてその値を求めた。その結果と砥石モデルについてのシミュレーションの結果の比較により、実際の砥石における切れ刃分布は、かなり均一な分布をしていることが明らかになった。
- (4) 研削仕上面のアボットの負荷曲線、最大高さあらし  $R_{max}$  の計算式を導き、さらに  $R_{max}$  と自乗平均平方根あらし、平均深さ、 $R_a$  との関係を明らかにした。またトラバース研削およびスパーク・アウト研削のあらしに及ぼす効果を明らかにした。
- (5) 砥石内の無効切れ刃の存在について言及し、全切れ刃に対する有効切れ刃の割合を求めた。また平均砥粒間隔  $w$  に替わるものとして平均有効切れ刃間隔  $w_e$  を定義し、研削抵抗や研削温度については  $w$  でなく  $w_e$  を使うべきことを提案した。
- (6) 砥粒切れ刃の切削長さ、最大切込み深さ、切削幅、切削断面積、切削パルス間隔などの確率

分布を与える理論式を導いた。

(7) 圧電素子を使った荷重検出器により、切削パルス間隔、切削長さ、砥粒切れ刃の切削力を測定し、理論値と比較したが、妥当な結果が得られた。

(8) 掘り起こしにおける比研削抵抗 ( $C_p$  値) を定義し、その値を研削抵抗の実測値から求めた。その結果と最大砥粒切削断面積の理論値から、研削中に個々の切れ刃に作用する切削力の分布を求めた。

## 謝 辞

最後に、本研究の遂行にあたり、終始御指導を賜った東北大学・佐藤健児教授に深く感謝する次第です。また長期に亘って研究の機会を与えられ、その間たえず御指導と御鞭撻を賜った東北大学・松井正己教授に、感謝の意を表します。

研究をまとめるにあたり、有益な御助言と御教示をいただきました東北大学・高梨三郎教授、並びに萱場孝雄教授に感謝の意を表します。

また筆者と同じ研究室にあって、協力を惜しまれなかった多くの方々、特に実験装置の製作にあたって、いろいろと御協力をいただいた田中憲司技官に対し、深甚の謝意を表します。

圧電型の荷重検出器の試作に際しては、東北金属工業株式会社の及川菊彌氏に種々の御支援を賜ったことを記して、感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 小野 浩二 ; 研削仕上, 槇書店 (1962) p 68.
- 2) 織岡貞次郎 ; 確率論を応用した研削仕上面創成の理論, 機械学会誌  
63-499 (1960) 1185.

## 審査結果の要旨

研削機構の研究は、研削砥石内における砥粒切れ刃が、被削材に対しどのような運動をしながら切削作用を行うかを幾何学的に考察するものである。すなわち、複雑な研削加工現象を解明するための基礎的な重要な課題である。従って、多くの研究者によってこの種の研究が行われてきたが、従来の研究のほとんどは、フライスのような二次元的な砥粒切れ刃分布をもつ仮想的な砥石モデルを基礎にしており定性的にはともかく、定量的には未だ満足できる結果は得られていない。

本論文は、実際の研削砥石における砥粒切れ刃の形状および位置の分布の測定を行い、その結果に基づき、三次元的に一樣な砥粒切れ分布をもつ現実に近い砥石モデルを設定し、統計的手法により、研削機構の定性的のみならず定量的な解明を行ったもので、全編8章よりなっている。

第1章は序論であり、研削機構に関する従来の研究の概要と本研究の特長および意義について述べている。

第2章では、研削砥石内の砥粒切れ刃の形状と位置の分布を、著者の考案した新しい測定法によって実測し、その測定結果から、砥粒切れ刃は円すい形で十分近似できること、砥粒切れ刃先端の位置の分布は、砥石表層部では三次元的に一樣分布とみなしうることを明らかにしている。

第3章では、第2章の実験結果に基づいて砥石モデルを設定し、研削仕上面のおうとつの確率分布を求め、さらにその最大高さあらかの理論式を導いている。そしてこれは、触針式の表面あらか試験機による実測結果と定量的にもよく一致することを示している。

第4章では、研削砥石内における無効切れ刃の存在について考察し、第5章では、研削機構を支配する重要なパラメータである諸量、すなわち最大砥粒切込み深さ、砥粒切削長さ、研削方向に垂直な任意断面内の砥粒切込み深さ、および砥粒切削幅などの分布を理論的に求めている。

第6章では第4章および第5章の理論の妥当性を確かめるための実験を行っている。

第7章では、比研削抵抗について考察し、従来用いられている比研削抵抗に代わるものとして、砥粒と被削材の組合せや、砥粒切れ刃の摩滅状態に無関係な、掘り起こしにおける比研削抵抗を定義し、各種の被削材についてその値を求めている。

第8章は結論であり、本研究の結果と考察を要約している。

以上要するに、本論文は、三次元的に一樣な砥粒切れ刃分布を考慮した現実に近い砥石モデルを設定し、統計的手法により、研削機構について理論的および実験的な考察を行い、研削機構の定量的な解明に新たな知見を加えたものであり、精密工学および精密工業に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。