

氏 名	ば ば より あき 馬 場 順 昭
授 与 学 位	工 学 博 士
学位授与年月日	昭和 58 年 4 月 13 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 2 項
最 終 学 歴	昭和 47 年 3 月 防衛大学校理工学研究科飛翔体工学専攻修了
学 位 論 文 題 目	最短時間計算機制御のアルゴリズムに関する研究
論 文 審 査 委 員	東北大学教授 畑中 浩 東北大学教授 竹田 宏 東北大学教授 箱守京次郎 東北大学助教授 猪岡 光 東北大学助教授 阿部 健一

論 文 内 容 要 旨

最短時間制御問題とは微分方程式または差分方程式で表わされる制御対象を初期状態から目標状態へ最小の時間で到達させるような制御入力を求める問題である。ただし、制御入力には制限が与えられているものとする。この問題は、人工衛星、航空機、クレーン、化学プロセスなどの運動や状態の制御に多くみられ、応用上重要な問題として古くから研究されてきた。特に、制御対象が線形の方程式で表わされる場合の最短時間問題については多くの報告がある。制御対象が線形連続系の場合、最短時間制御は最大入力と最小入力のみをとるバンパーバンパー形になることは知られており、最大入力と最小入力の切換時期だけが問題である。この切換時期は制御対象の状態の関数として定まり、3次以上のシステムではこの関数は一つの面を構成するので最短時間切換面と呼ばれる。一般に制御対象の次元が3次以上になると特殊な問題を除いては最短時間問題の解析解を得ることは困難であり、また数値計算法にも収束や計算量の点で満足できるものはないようである。このことが多次元多入力系の最短時間制御の実用上の最大の問題点である。

そこで本論文では、多次元多入力系の最短時間制御を実用化するためのアルゴリズムについて研究を行なった。

実際に最短時間制御系を構成するためには閉ループ系のなかにデジタル計算機を組み込まねば

ならない。このような系を一般に最短時間オンライン閉ループ計算機制御系または単に最短時間計算機制御系という。2次系や特別の形をしたシステムのように最短時間切換面が解析的に得られている場合にはこの切換面を計算機に記憶しておき、状態点がこの面とどのような関係位置にあるかで制御を求めることができる。しかし、切換面が解析的に得られていない系では適当な方法で数値計算しながら制御入力を求めねばならない。制御入力を算出するためには計算時間が必要であるので、状態点が目標値に整定するまでの全所要時間は、計算時間と計算時間後の状態を目標値へ整定させるまでの時間を加えたものである。そして、最短時間計算機制御系の目的はこの全所要時間を最小にすることであり、この目的を達成するためにはつぎの三点を明らかにする必要がある。

- (1) 多くの計算量と記憶容量を要しない最短時間問題の数値解法を開発すること。
- (2) 制御系は閉ループ系なので数値計算法を無限に繰り返すようなアルゴリズムを考えること。
- (3) サンプル周期は計算時間を含めた全所要時間を最小にするように選定すること。

そして、これらの三つの議論を厳密に行なうためにはサンプル周期とControllable set (サンプル周期を T とし、 m サンプル数以下で目標値へ持ってこれるような初期点の集合であり、 $C(T, m)$ で表わす)の関係を明らかにしなければならない。なぜなら、離散値系における最短時間問題というのは最小サンプル数を求める問題であるが、この最小サンプル数の値はサンプル周期と大きな関係があり、そしてこれらは計算時間や記憶容量さらには最短時間性と複雑に関係しているからである。

以上のように本論文では、はじめにサンプル周期とControllable setの関係を明らかにした。つぎにこれらの関係を基礎に計算量の少ない準最短時間離散値制御の数値解法を述べた。そしてこれらの解法を用いて閉ループ系のアルゴリズムを構成し、さらに最適なサンプル周期の具体的な選定方法を示した。最後に、これらのアルゴリズムを段式ガス吸収装置へ適用し、そのデジタルシミュレーションを行なった。

本論文は9章より構成される。第1章は序論であり本研究の目的と意義を述べた。

第2章では最短時間問題の解法に関する従来の研究を計算量と容量の点から比較検討し、各解法の問題点を明らかにした。考察は連続系と離散値系の最短時間制御、離散値系の準最短時間制御のそれぞれについて行なった。

第3章では計算機制御系の設定を行ない、本論文の問題を具体的に記述した。

第4章はサンプル周期とControllable setの関係を明らかにしたものである。この関係は任意の多次元多入力系について解析解を求めることは困難であるので、はじめに数値計算法について示した。つぎに、2次元単入力系に関して $C(T, m)$ の性質や $C(T, m) \subset C(p, m)$ なる p を明らかにし、これらの結果をもとに多次元の場合を検討した。

第5章では最短時間離散値制御問題の最適解と準最適解の数値解法について述べた。最適解を求める方法としては、計算量が最も少ないという理由でRoodenburgの提案した線形計画法(以下、LPという)を利用する解法を用いた。また、準最適解を求める方法として二つの新しい方法を提案した。一つはサンプル数を可制御性指数に固定し、そのかわりサンプル周期を増加することにより許容制御を求める方法であり、可変周期制御とよぶ。制御を行なう前にいくつかのサン

プリング周期を選び、これらの周期に対し必要な計算を行ない記憶しておけば、制御を求める計算量は大変少なくなる。他の一つはサンプリング周期を固定し、サンプリング数を増加させるのであるが、このとき入力列の2次形式で与えられるユークリッドノルムを最小にするような解を利用する方法であり、最小ノルム制御とよぶ。この方法でも前もって実行可能な計算を処理し、記憶しておけば計算時間は短くなる。

第6章では5章で述べた解法を利用して、計算機制御系の具体的アルゴリズムを構成した。アルゴリズムは、LPを用いる場合、可変周期制御の場合、最小ノルム制御の場合のそれぞれについて詳述した。このとき、全所要時間の短縮化と状態の完全整定のためどのアルゴリズムにおいてもつぎの諸点を考慮した。

- (1) 前もって実行可能な計算は処理し記憶した。
- (2) 制御の計算時間や A/D , D/A 変換のための時間を計算時間遅れとよび、この遅れを導入した。
- (3) 計算時間遅れと計算機へ情報のはいる周期と制御入力サンプリング周期の満足すべき関係を示した。
- (4) 制御の途中で外乱の有無にかかわらず、入力の更新を行なった。
- (5) 最小ノルム制御の場合には重み行列の選定方法を述べた。

そして最後にこれら三つのアルゴリズムについて計算量や容量を求め、各々の特徴や有効性を検討した。その結果つぎのことが明らかになった。

- (1) 計算量が最も少ないのは可変周期制御であり、最も多いのはLPである。
- (2) 容量が最も少ないのは可変周期制御であり、最も多いのは最小ノルム制御である。
- (3) LPを用いるアルゴリズムの最大の長所はサンプリング周期を小さくし、サンプリング数を大きくすればするほど真の（連続系の）最適解に近い値が得られるということであり、最大の欠点はサンプリング数の増加につれて計算量が急激に増大するということである。
- (4) 可変周期制御を用いるアルゴリズムの最大の長所は計算量も容量も大変少なく、かつ最短時間性も良好であるということである。欠点としては、(a)前もって選んでおくサンプリング周期が多ければ多いほど最短時間性は良くなるが、準最適であるので限界がある、(b)Controllable set がサンプリング周期に関して周期的となる特別の系ではこの方法は利用できないということである。
- (5) 最小ノルム制御を用いるアルゴリズムの長所は、(a)計算量が少ない、(b)可変周期制御を利用できない特別の系に対しても有効であるということである。欠点としては、(a)容量が大きくなる、(b)重み行列の選定が困難であるということである。

また、システムの種類や計算機の能力によっては可変周期制御とLPを組み合わせるかまたは可変周期制御と最小ノルム制御を組み合わせるとさらに所要時間の短縮化が可能であるのでこれらのアルゴリズムについても述べた。

第7章では、サンプリング周期の具体的選定方法を導いた。たとえば、LPを用いるアルゴリズムにおいてサンプリング周期は次のような相反する要求を満足しなければならない。

- (1) サンプリング周期は制御用計算機の最大容量に対応する値以上であること。
- (2) サンプリング周期は制御入力の計算時間より大きいこと。
- (3) 最短時間性の点からサンプリング周期は可能な限り小さい方がよい。
- (4) 計算時間の点からサンプリング周期はできるだけ大きい方がよい。

これらの要求を同時に満足し、かつ全所要時間を最小にするサンプリング周期をグラフを用いて選定する方法を示した。

可変周期制御や最小ノルム制御についても同様の方法を導いた。

第8章では、これまで述べてきたアルゴリズムを段式ガス吸収装置へ適用した。最短時間計算機制御系の目的は計算時間を含めた全所要時間を最小にすることであるので制御用計算機の計算速度の相違により利用すべきアルゴリズムは変わってくる。ここでは三つの異なった計算速度の制御用計算機を仮定し、それぞれの場合にサンプリング周期や所要時間はどのように変化するかを調べ、かつデジタルシミュレーションを行なった。また同時に飽和要素を含むデッドビート制御についても検討した。その結果、つぎの諸点が明らかになった。

- (1) 計算時間や容量を無視して最短時間性を比較した場合、LP、可変周期制御、最小ノルム制御、デッドビート制御の順で良好であった。
- (2) LPの場合には計算時間が大変大きく、サンプリング周期はどの計算速度の場合でも計算時間によって制約された。
- (3) 最小ノルム制御ではサンプリング周期は容量かまたは計算時間によって制限された。また、最適な重み行列は初期点の選び方によって大きく変化した。
- (4) デッドビート制御では計算時間も容量もきわめて小さいが、最短時間性が悪い。
- (5) 可変周期制御では計算時間も容量も小さく、全所要時間はどの計算速度の場合でも準最適解のなかで最小であった。
- (6) LPによる最適解と可変周期制御による準最適解のどちらのアルゴリズムが有利かは厳密には計算時間を含めた全所要時間の長さで判断しなければならない。

第9章は結論であり、本論文の結果をまとめたものである。

審査結果の要旨

最短時間制御は最適制御の最も重要な一分野として従来より数多くの研究が行われてきた。しかし、最適操作量を解析的に、あるいはオンライン計算機を用いて数値解法により求めることは特殊な場合を除いてはほとんど不可能で、その実用化が遅れていた。著者はこの点に着目し、多次元多入力 of 線形系に対し最短時間閉ループ計算機制御を実現しうる実用的なアルゴリズムを開発した。本論文はその成果をまとめたもので全編9章よりなる。

第1章は序論である。

第2章では最短時間制御問題の解法に関する従来の研究を概括している。

第3章では最短時間閉ループ計算機制御を実現するための問題点について述べている。

第4章ではサンプリング数および周期と制御可能な初期状態の集合との関係を明らかにしている。まず、サンプリング周期が増大するに伴い上記の集合が必ずしも大きくなることを指摘し、この集合の包含関係が成立するようなサンプリング周期の近似式を与えている。これは興味ある知見である。

第5章では前章の結果を利用して実用上重要な最短時間計算機制御問題の準最適解に対する二つの新しい数値解法を提案している。一つはサンプリング数を固定し、サンプリング周期を増加する方法（可変周期制御）であり、他の一つはサンプリング周期を固定し、操作量のユークリッドノルムを最小にするようなサンプリング数を求める方法（最小ノルム制御）である。

第6章では前章で示した解法に対する具体的アルゴリズムを示している。

第7章では計算機の計算速度、記憶容量、AD、DA変換器などの制御時間への影響について詳細に検討している。

第8章では第6章で提案した二つのアルゴリズムを段式ガス吸収装置へ適用し、そのデジタルシミュレーションを行い、両アルゴリズム特に可変周期制御は線形計画法による最適解に比べ計算量、記憶容量、制御時間などの点において極めて優れていることを明らかにしている。これは有用な成果である。

第9章は結論である。

以上要するに本論文は、最適時間計算機制御を実現しうる新しいアルゴリズムを提案し、シミュレーションによってその有効性を立証するとともに、系を構成する計算機などの制御時間に対する影響を解明したもので、制御工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。